回転磁束条件下のベクトル磁気ヒステリシスの検討

Vector Magnetic Hysteresis Characteristics under Rotational Magnetic Flux Conditions

榎園 正人^{*1}(正員), 若林 大輔^{*2}(正員), 甲斐 祐一郎^{*3}(正員)

Masato ENOKIZONO (Mem.), Daisuke WAKABAYASHI(Mem.), Yuichiro KAI(Mem.)

This paper presents measured results of the two-dimensional vector magnetic properties in the electrical steel sheets under rotational flux conditions. In the vector magnetic characteristics under rotating magnetic flux conditions, the ratio of alternating hysteresis and rotating hysteresis differs depending on the change in the axial ratio under rotating magnetic flux conditions. This axis rate change from vector magnetic hysteresis loop characteristics are analyzed and clarified details.

Keywords: vector magnetic property, spatial difference phase angle, rotational magnetic flux, rotational core loss, vector locus, axis ratio, electrical steel sheet.

(2019 年 9 月 25 日受付, 2021 年 6 月 2 日再受付)

1 緒言

ベクトル磁気特性は、任意方向並びに回転磁束条件下の磁気特性を示すもので、電磁場解析や磁性材料の電磁力機器への有効活用技術を示唆するものとして生まれた。従来の磁性材料の磁気特性評価法は、JIS や IEC 規格に基づく標準測定法が一般的である。しかしながらそれは前述の諸条件による特性を表していない。他方、磁性材料の磁気特性における磁気損失（鉄損）の中のヒステリシス損失に着目すると、その発生原因は、磁壁移動、磁化回転並びに磁壁の発生・消滅課程に基づく[1,2]。そしてこの現象はヒステリシス特性として示すことができる。しかしながら従来のヒステリシス特性は前述の諸条件に対応したものになっていない。従来のヒステリシス表現は、電力機器の低損失・高効率化に加えて高パワー密度化が求められている中で、電気機器鉄心中の磁気特性を従来の解析法で詳細な吟味を行うことを妨げている。もし、鉄心中の磁気的挙動を正確に把握することができれば、それは高性能化に向けた機器設計の改変につながり、損失の低減化の方針を示唆できることになる[3]。

他方、電圧・電流・力率から構成される電気特性と磁気特性の関連性の検討もいまだ不十分である。この

ことが電気機器を駆動するための外部回路の構成にとって不可欠な事項である。

本論文では従来のヒステリシス特性を見直し、再構成してベクトルヒステリシス特性を示し、それによって得られる特徴を明らかにする。

2 回転磁束下の磁気特性

実際の電気機器鉄心上で発生している磁気特性を、三相 2 極の誘導モータ鉄心モデルにより調べた測定結果を Fig. 1 に示した。

この測定は特殊なベクトル磁気特性測定用 V-H センサ (5 mm x 5 mm) によって、三相正弦波電圧下のモータ鉄心内の磁束密度 $\mathbf{B}$ ベクトル並びに磁界強度 $\mathbf{H}$ ベクトルの挙動と一周期のリサージュ（ベクトル軌跡）を測定した結果である。Fig. 2 はモータ鉄心の代表的な固定子ヨーク部とティース部付近の各ベクトル軌跡を表している。この測定結果が示すように、モータ鉄心

Fig. 1 Behavior of vector $\mathbf{B}$ and vector $\mathbf{H}$ in the model motor core.

連絡先：榎園 正人, 〒879-0442 大分県宇佐市城井 533 番地, ベクトル 磁気特性技術研究所,
e-mail: enoki@oita-u.ac.jp

^{*1} ベクトル磁気特性技術研究所 ^{*2} 日本文理大学

^{*3} 鹿児島大学

Fig. 2 Rotational magnetic characteristics in motor core.

Fig. 3 Definition of vector measurement conditions.

内のあらゆる箇所での向き異なる楕円形の回転磁束並びに回転磁界を形成している。これは三相電圧駆動によって回転磁界が生成されることによる。このような回転磁束下の磁気特性は、通常の磁気特性測定で表すことができない。

この回転磁束下のベクトル磁気特性は、磁束密度ベクトルの軌跡で表す軸比 α を使って、Fig. 3 のように各条件を定義できる。 $\alpha=0$ は交番磁束条件を表すが全体を回転磁束条件下で取りまとめることができる。以上の結果から回転磁束下のベクトル磁気特性として $|\mathbf{B}|$, $|\mathbf{H}|$, ベクトル $\mathbf{B}$ 並びに楕円磁束の長軸の傾き角 θ_B , α そしてベクトル $\mathbf{B}$ とベクトル $\mathbf{H}$ の間の空間的位相差角 $\theta_{BH} (= \theta_H - \theta_B)$ で表すことができる。

3 ベクトル磁気ヒステリシスループ特性

ベクトル磁気特性は $\theta_{BH} - |\mathbf{B}| - |\mathbf{H}|$ の特性として θ_B 及び α 毎に三次元的な特性表示で表すことができ、これをベクトル磁気ヒステリシスループと呼ぶことにし、 $|\mathbf{B}| - |\mathbf{H}|$ の大きさのみについての関係を磁気スカラーヒステリシスループとした。なお、ベクトル量の大きさを波形の視点でとらえるため $\pm |\mathbf{H}|$ および $\pm |\mathbf{B}|$ の形をとることにする。

Fig. 4 Vector magnetic hysteresis loop characteristics under alternating flux condition of non-oriented electrical steel sheet.

Fig. 5 Definition of rotational flux condition.

Fig. 4 は $\alpha=0$ (交番磁束条件下に相当) の場合、無方向性電磁鋼板について θ_B をパラメータとする任意方向のベクトル磁気ヒステリシスループ特性を示す。

圧延方向 $\theta_B = 0^\circ$ 並びに圧延方向に直角方向 $\theta_B = 90^\circ$ の時、 $\mathbf{B}$ ベクトルと $\mathbf{H}$ ベクトルは平行になり、空間的位相差角 $\theta_{BH} = 0^\circ$ となる。 $\mathbf{B}$ ベクトルの圧延方向からの傾き角 θ_B が傾いた任意方向のベクトル磁気ヒステリシスループは、湾曲した形状となりヒステリシスループの面積が増大し磁気損が増加することを示す。このように磁気損失の特性に θ_{BH} の関与は大きく、従来の特性評価からこの磁気損失の増加を説明することは難しい。以上のことから θ_{BH} の特性に着目したベクトル磁気ヒステリシスループを分析することにより、交番磁束と回転磁束が混在した回転ヒステリシス磁気特性を分析することができ、全体を回転磁束下の磁気特性として統一的に捉えることができるはずである。

4 回転磁束下のベクトル磁気ヒステリシス特性

Fig. 5 は回転磁束下の $\mathbf{B}$ ベクトル並びに $\mathbf{H}$ ベクトルの各々が作るベクトル軌跡でベクトル $\mathbf{B}$ の軌跡が作る長軸 a の大きさを B_m とする基軸に、条件設定するためのパラメータを定義したもので、軸比 $\alpha (= \text{ベクトル } \mathbf{B} \text{ の軌跡から短軸と長軸の長さの比} = b/a)$ を用いて、 $\alpha=0$ の交番磁束下の特性を含む連続した条件下で表すことができる[3, 4]。

Fig. 6 Locus of vector $\mathbf{B}$ and vector $\mathbf{H}$ under rotational flux condition.

Fig. 7 Vector magnetic characteristics under rotational flux condition of non-oriented steel sheet, $B_m = 1.0 \text{ [T]}$, $\theta_B = 0^\circ$, $\alpha = 0 - 0.8$.

Fig. 6は楕円回転磁束下 ($\theta_B = 45^\circ$, $\alpha = 0.6$) の $\mathbf{B}$ ベクトル並びに $\mathbf{H}$ ベクトルの各々が作るベクトル軌跡と x 並びに y 方向に分解したヒステリシスループと θ_{BH} の変化を示す。このように磁気特性は $|\mathbf{B}|$ と $|\mathbf{H}|$ の関係のみならず θ_{BH} においても非線形ヒステリシスを示している

4.1 無方向性電磁鋼板の回転磁束ベクトル磁気ヒステリシスループ特性

Fig. 7は無方向性電磁鋼板について、長軸方向の $B = 1.0 \text{ T}$ における $\theta_B = 0^\circ$ の条件下でベクトル磁気特性測定から得られた $\mathbf{B}$ ベクトル軌跡、 $\mathbf{H}$ ベクトル軌跡、 $B_x - H_x$ 及び $B_y - H_y$ ヒステリシスループを軸比 $\alpha = 0 - 0.8$ に変化した場合について示す。

Fig. 8は $\theta_{BH} - |\mathbf{H}| - |\mathbf{B}|$ ベクトル磁気ヒステリシスループとして表した。この結果が示すように、 α の増大に伴ないヒステリシスループの形が湾曲して行くと、共に $|\mathbf{B}|$ のバイアスがかかりヒステリシスループの中心が右側にシフトしている。このループ形状の変化とシフトする特性が回転磁束下の特徴として捉えることができる。さらに、この α の増大によって回転磁束成分の増大に伴う特性の変化を分析するため、Fig. 9に示す(a)ベクトルの大きさに着目した $|\mathbf{B}| - |\mathbf{H}|$ ヒステリシ

Fig. 8 $\theta_{BH} - |\mathbf{H}| - |\mathbf{B}|$ vector hysteresis loop of non-oriented steel sheet.

(a) $|\mathbf{B}| - |\mathbf{H}|$ hysteresis loop. (b) $\theta_{BH} - |\mathbf{B}|$ hysteresis loop.

Fig. 9 Comparison between $|\mathbf{B}| - |\mathbf{H}|$ scalar hysteresis loop and $\theta_{BH} - |\mathbf{B}|$ butterfly hysteresis loop, $|\mathbf{B}_m| = 1.0 \text{ [T]}$, $\theta_B = 0^\circ$, $\alpha = 0 - 0.8$.

ス特性と(b)位相差角 $\theta_{BH} - |\mathbf{B}|$ 必須テリシス特性について個別の分析を行う。

Fig. 9から $|\mathbf{B}| - |\mathbf{H}|$ 特性と $\theta_{BH} - |\mathbf{B}|$ 特性を対比してみると、回転磁束の α の増加によって $\theta_{BH} - |\mathbf{B}|$ 特性はバタフライループ特性を示しており、このヒステリシス特性は α が小さいときは大きい但其の後小さくなり、“○”で示した中心点が $+\mathbf{B}$ 側に移動している。これは回転磁束成分の増加により θ_{BH} がバイアス量に加えて変化していることから、磁化回転の発生による変化が増大していることを示唆する。

以上の結果から、Fig. 10はこの $|\mathbf{B}|$ に対する $|\mathbf{H}|$ の変化から構成されるスカラー磁気ヒステリシスループとして大きさの変化の様子を任意方向の傾き角 θ_B と α を変えて分析する。スカラー磁気ヒステリシス特性は $B_x - H_x$ 及び $B_y - H_y$ の分割されたヒステリシス特性と異なっている。Fig. 7で示した二方向に分離したヒステリシスループは、二次元励磁の入力出力関係から構成されたものであるため回転磁束条件下の特徴が捉えにくい。 α の増大とともにスカラーヒステリシスループの大きさは小さくなり、上部に移動していく。その移動量を $\Delta|\mathbf{B}|$ と $\Delta|\mathbf{H}|$ を用いて表すと、 $\Delta|\mathbf{H}|$ は $+\mathbf{H}$ 側にシフトし、 $\Delta|\mathbf{B}|$ も $+\mathbf{B}$ 側にシフトし、その量は $\Delta|\mathbf{B}| = \alpha$

Fig. 10 Effect of α on $|\mathbf{B}|-|\mathbf{H}|$ scalar hysteresis loop of non-oriented electrical steel sheet, $|\mathbf{B}_m|=1.0[\text{T}]$, $\theta_B=0^\circ-90^\circ$, $\alpha=0-0.8$.

Fig. 11 Effect of α on $\theta_{\text{BH}}-|\mathbf{B}|$ characteristics of non-oriented electrical steel sheet, $|\mathbf{B}_m|=1.0[\text{T}]$, $\theta_B=0^\circ-90^\circ$, $\alpha=0-0.8$.

B_m の関係で増大する。

以上のことからスカラヒステリシスループは磁化回転に依存しない部分からなる損失成分と考えてよいだろう。 α が大きくなると磁化回転並びに磁壁の発生消滅課程に起因する回転鉄損部分が增大する。そこで、 θ_{BH} 特性を Fig. 11 にてみると、 α の小さいところで急激に大きな変化を示した後、徐々に小さくなっている。しかしながら $\Delta|\mathbf{B}|=\alpha B_m$ は大きくなり回転磁束成分が増大すると、磁壁の発生消滅過程による磁気損失の増加が生じてくる。

4.2 方向性電磁鋼板の回転磁束ベクトル磁気ヒステリシスループ特性

方向性電磁鋼板は無方向性電磁鋼板に比べて配向性が強く、磁区構造は 180° 磁区が支配的で、その大きさも大きい。それゆえ、圧延方向励磁では磁壁移動が率先して起こり磁気損失が大幅に減少するが、圧延方向から傾くと急激に損失が増大する。Fig. 12 は方向性電磁鋼板の回転磁束下におけるベクトル軌跡と x 方向並びに y 方向に分けられたヒステリシスループを示す。無方向性電磁鋼板の傾向と全く異なる。このように、方向性電磁鋼板の特性は特異で、強い磁気異方性が起因となるベクトル磁気特性を表す。Fig. 13 は方向性電磁鋼板の $\theta_{\text{BH}}-|\mathbf{H}|-|\mathbf{B}|$ ベクトル磁気ヒステリシスループの α の増大による変化を示す。無方向性電磁鋼板と大きく異なる点は θ_{BH} が正負に幅広くまたがって変化し、湾曲の度合いも著しく大きくなっていることで

Fig. 12 Vector magnetic characteristics under rotational flux conditions of grain-oriented electrical steel sheet, $B_m=1.0[\text{T}]$, $\theta_B=0^\circ$, $\alpha=0-0.8$.

Fig. 13 $\theta_{\text{BH}}-|\mathbf{H}|-|\mathbf{B}|$ vector hysteresis loop of grain-oriented electrical steel sheet.

(a) $|\mathbf{B}|-|\mathbf{H}|$ hysteresis loop. (b) $\theta_{\text{BH}}-|\mathbf{B}|$ hysteresis loop.

Fig. 14 Comparison between $|\mathbf{B}|-|\mathbf{H}|$ scalar hysteresis loop and $\theta_{\text{BH}}-|\mathbf{B}|$ butterfly hysteresis loop of grain-oriented electrical steel sheet.

ある。さらに詳細に検討するため、Fig. 14 に示すようにスカラヒステリシスループ $|\mathbf{B}|-|\mathbf{H}|$ と位相差角 θ_{BH} のバタフライループを見てみる。ヒステリシスループの $\mathbf{H}$ 幅は α の増大によって大きくなっている。ヒステリシスループの面積も大きく増大している。そしてヒステリシスループの中心点は α の変化に対してその変化は鈍い。他方 θ_{BH} のバタフライループは正負側に大きく振れ中心点は $+\mathbf{B}$ 側に移動していく。

以上のような方向性電磁鋼板の特異な現象を、分析するため Fig. 15 に $\alpha=1$ の真円を形作る回転磁束下の θ_{BH} の時間変化を示す。無方向性電磁鋼板の場合、反時計回り方向に $\mathbf{H}$ ベクトルが先行して回転し、 $\mathbf{B}$ ベクトルがそれに追従して回転する。ところが方向性電磁鋼

Fig. 15 Vector Locus and θ_{BH} characteristics under circular rotational flux condition ($a=1$).

Fig. 16 Scalar hysteresis loop and vector hysteresis loop.

板の場合、磁化軸容易方向に近づくとき $\mathbf{B}$ ベクトルの回転速度が急激に増し、 $\mathbf{H}$ ベクトルの回転を追い越している。その結果 θ_{BH} は正負の領域にまたがって急速に変化している。これは方向性電磁鋼板の固有の圧延方向の高い磁化容易性に起因するものである。電磁鋼板における異方性問題に関わる磁気現象は、 θ_{BH} の検討を外して議論することは不可解を残すことになってしまい、磁気特性のモデリングや解析において、注意をする必要がある。また、方向性電磁鋼板の磁気特性は、直交異方性よりは一軸異方性に近い特性を持っていることが示唆される。

Fig. 16 は電磁鋼板の種類によるベクトル磁気ヒステリシスループ特性と $|\mathbf{B}|$ - $|\mathbf{H}|$ スカラー磁気ヒステリシスループ特性並びに θ_{BH} - $|\mathbf{H}|$ 特性を示す。ここで比較の際は $|\mathbf{H}|$ の違いが顕著に出ることから、特性表示を $B_m=1\text{ T}$ 一定で示した。無方向性電磁鋼板間の種別による相違は相対的に小さいが、方向性電磁鋼板と無方向性電磁鋼板の間には著しい特性の相違がみられる。このようにベクトル磁気ヒステリシス特性は、材料の特徴を明瞭にすることができる。

5 磁気損失特性

回転磁束下の磁気特性は、電磁鋼板の磁化過程によって磁壁移動を主とする交番磁気損失と磁化回転並び

Fig. 17 Definition of vector behavior under rotational flux condition.

に磁壁の発生消滅現象による回転磁気損失に場の数式から分析することが可能である。

Fig. 17 は、回転磁束条件下の $\mathbf{B}$ 並びに $\mathbf{H}$ ベクトルを r - θ の極座標で定義したものである。ここで、各ベクトルの方向と大きさ図に定義し、 $\mathbf{B}$ ベクトルの回転角速度 ω_B を導入する[5, 6]。

それぞれのベクトル値を示すと以下ようになる。

$$\mathbf{B} = |\mathbf{B}(t, \theta_B)| \frac{\mathbf{r}_B}{|\mathbf{r}_B|} = |\mathbf{B}| \frac{\mathbf{r}_B}{|\mathbf{r}_B|} \quad (1)$$

$$\mathbf{H} = |\mathbf{H}(t, \theta_H)| \frac{\mathbf{r}_H}{|\mathbf{r}_H|} = |\mathbf{H}| \frac{\mathbf{r}_H}{|\mathbf{r}_H|} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} &= \frac{d|\mathbf{B}(t, \theta_B)|}{dt} \frac{\mathbf{r}_B}{|\mathbf{r}_B|} + \frac{\partial |\mathbf{B}(t, \theta_B)|}{\partial \theta} \frac{d\theta_B}{dt} \frac{\mathbf{r}_B}{|\mathbf{r}_B|} \\ &= \frac{d|\mathbf{B}(t, \theta_B)|}{dt} \frac{\mathbf{r}_B}{|\mathbf{r}_B|} + \omega_B \frac{\partial |\mathbf{B}(t, \theta_B)|}{\partial \theta} \frac{\mathbf{r}_B}{|\mathbf{r}_B|} \\ &= \frac{d|\mathbf{B}|}{dt} \frac{\mathbf{r}_B}{|\mathbf{r}_B|} + \omega_B \frac{\partial |\mathbf{B}|}{\partial \theta} \frac{\mathbf{r}_B}{|\mathbf{r}_B|} \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} W &= \frac{1}{\rho T} \int_0^T \mathbf{H} \cdot \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} dt = \frac{1}{\rho T} \int_0^T |\mathbf{H}| \frac{\mathbf{r}_H}{|\mathbf{r}_H|} \cdot \left(\frac{d|\mathbf{B}|}{dt} \frac{\mathbf{r}_B}{|\mathbf{r}_B|} + \omega_B |\mathbf{B}| \frac{\mathbf{r}_B}{|\mathbf{r}_B|} \right) dt \\ &= \frac{1}{\rho T} \int_0^T |\mathbf{H}| \frac{d|\mathbf{B}|}{dt} \left(\frac{\mathbf{r}_H}{|\mathbf{r}_H|} \cdot \frac{\mathbf{r}_B}{|\mathbf{r}_B|} \right) dt + \frac{1}{\rho T} \int_0^T \omega_B |\mathbf{H}| |\mathbf{B}| \left(\frac{\mathbf{r}_H}{|\mathbf{r}_H|} \cdot \frac{\mathbf{r}_B}{|\mathbf{r}_B|} \right) dt \\ &= \frac{1}{\rho T} \int_0^T |\mathbf{H}| \frac{d|\mathbf{B}|}{dt} \cos \theta_{BH} dt + \frac{1}{\rho T} \int_0^T \omega_B |\mathbf{H}| |\mathbf{B}| \cos \left(\frac{\pi}{2} - \theta_{BH} \right) dt \\ &= \frac{1}{\rho T} \int_0^T |\mathbf{H}| \frac{d|\mathbf{B}|}{dt} \cos \theta_{BH} dt + \frac{1}{\rho T} \int_0^T \omega_B |\mathbf{H}| |\mathbf{B}| \sin \theta_{BH} dt \\ &= W_{alt} + W_{rot} \end{aligned} \quad (4)$$

ここで、 ρ は材料密度、 ω_B はベクトル $\mathbf{B}$ の角速度ベクトルで磁気損失は一周期の積分で表せる。 W_{alt} は式(4)の前項で交番磁気損失、 W_{rot} は後項で回転磁気損失とみなせる。ポインティングベクトル式から得られた磁気損失の式は、式(5)の関係にある。

$$\begin{aligned} W &= \frac{1}{\rho T} \int_0^T \mathbf{H} \cdot \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} dt = \frac{f}{\rho} \int_0^T \left(H_x \frac{\partial B_x}{\partial t} + H_y \frac{\partial B_y}{\partial t} \right) dt \\ &= W_x + W_y \\ &= W_{alt} + W_{rot} \end{aligned} \quad (5)$$

上式を使って、それぞれの磁気損失の関係を Fig. 18 に(a)無方向性電磁鋼板及び(b)方向性電磁鋼板について

(a) Non-oriented electrical steel sheet.

(b) Grain-oriented electrical steel sheet.

Fig. 18 Effect of axis ratio α on magnetic power loss.

て示す。磁気損失の測定は間接測定で磁束密度並びに磁界強度用の探りコイルの出力から積分演算される。

磁気損失を数式に従って損失分離を試み、それぞれの損失の挙動を知ることにより、電気機器の鉄心中の各素質分布を把握でき損失抑制に向けた鉄心構造の設計に寄与できる[7]。

6 結言

本論文において、交番磁束条件を回転磁束条件の一つとして統一のとらえ、 $\mathbf{B}$ ベクトルと $\mathbf{H}$ ベクトルの挙動に着目したベクトル磁気ヒステリシス特性を構築して従来の磁気ヒステリシス特性の見直しを行った。その結果以下の新しい知見が得られた。

1. $\mathbf{B}$ ベクトルと $\mathbf{H}$ ベクトルの間の空間的位相差角 θ_{BH} が各ベクトルの大きさと強く相互に関係しあったベクトル磁気ヒステリシスループを示した。
2. ベクトル磁気特性を回転磁束の視点から統一的に見直し、回転磁束によって回転磁束ベクトル磁気ヒ

ステリシスループを示した。そして $|\mathbf{B}|$ - $|\mathbf{H}|$ スカラーヒステリシス特性や θ_{BH} - $|\mathbf{B}|$ バタフライ特性を示し、回転磁束の軸比 α に対するバイアス値 $\Delta \mathbf{B}$, $\Delta \mathbf{H}$ が現れることを明らかにした。

3. 回転磁束の軸比や方向の変化によって $|\mathbf{H}|$ の大きさより θ_{BH} に及ぼす影響の方が大きく、磁気特性の改良や電気機器の鉄心形状設計に有用な手がかりとなる。
4. 磁気損失を交番磁気損失と回転磁気損失に分離が可能で、ベクトル磁気ヒステリシス化により、磁化過程と対応した把握ができる。

今後は、このベクトル磁気ヒステリシスループの構成要素と磁区を含めた磁化過程との関連を明らかにしていくことが望まれる。

謝辞

本研究は、JSPS 科研費基盤研究(A) (JSPS KAKENHI Grant Number JP17H01259) の助成を受けたものである。

参考文献

- [1] J. D. Sievert, "Two-dimensional magnetic measurements history and achievements of the workshop", *PRZEGLĄD ELEKTROTECHNICZNY (Electrical Review)*, ISSN 0033-2097, R. 87 No 9b/2011, pp. 2-10, 2011.
- [2] M. Enokizono, S. Kanao, J. Sievert, "Two-dimensional magnetic properties of silicon sheet subjected to a rotating field", *IEEE Trans. Magn.*, vol. 29, pp. 3550-3552, Nov. 1993.
- [3] M. Enokizono, "Two-dimensional (vector) magnetic property and improved magnetic field analysis for electrical machines", *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 108, Issue 2, pp. 225-231, 2001.
- [4] W. Salz, K.A. Hempel, "Which field sensors are suitable for rotating flux apparatus? ", 1st Int. Workshop on Magnetic Properties of Electrical Sheet Steel under Two-Dimensional Excitation, Braunschweig (ed. J. Sievert), PTB-Report PTB-E-43, pp. 117-126, 1992.
- [5] J. Sievert, "Studies of measurement of two-dimensional magnetic phenomena in electrical sheet steel" at PTB. 1st Int. Workshop on Magnetic Properties of Electrical Sheet Steel under Two-Dimensional Excitation. Proceedings of the 93th PTB-Seminar (ed. J. Sievert). PTB-E43 Braunschweig, April 1992, page 102 (ISBN 3-89429-170-2).
- [6] J. Sievert, H. Ahlers, M. Enokizono, S. Kauke, L. Rahf, J. Xu, "The measurement of rotational power loss in electrical sheet steel using a vertical yoke system", *J. Magn. Magn. Mater.* Vol. 112, pp. 91-94, 1992.
- [7] M. Enokizono, J. D. Sievert, "Magnetic field and loss analysis in an apparatus for the determination of rotational loss", *Physica Scripta*, Vol. 39, pp. 356-359, 1989.

附録

従来のヒステリシスループは磁束密度波形並びに磁界強度波形が一次的に測定されるので、それらの二つの波形から構成されるリサージュ図形がヒステリシスループとなる。これをベクトル磁気特性の視点から見ると、空間的位相差角 $\theta_{BH}=0^\circ$ である。この場合の表記は従来法を踏襲し、 $H=H_x, H_y=0, B=B_x, B_y=0, \theta_B=0^\circ$ で表すことになる。

しかしながら、任意方向の磁気特性や回転磁束下の磁気特性はベクトル関係で表されねばならず、ベクトル $\mathbf{H}, \mathbf{B}$ 間の位相角を θ_{BH} とする。通常のヒステリシスループはリサージュ図形で表されたので、同方向成分の $B_x - H_x, B_y - H_y$ の二つヒステリシスループで表すことができるが、 θ_{BH} の特性が隠れてしまい、特性全体をとらえきれない。本論では、従来の $\mathbf{B}=|\mathbf{B}|$ と $\mathbf{H}=|\mathbf{H}|$ の関係を $\alpha=0$ の場合と考えて統一的に交番磁束条件は回転磁束条件の一部と考えてヒステリシスループの表記方法を提案した。また、工学的に重要な磁気損失（鉄損）に着目すると、磁気損失は次式(1)で表される。

$$W = \frac{1}{\rho T} \int \left(\mathbf{H} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \right) dt = \frac{1}{\rho T} \int \left(H_x \frac{\partial B_x}{\partial t} + H_y \frac{\partial B_y}{\partial t} \right) dt \quad (1)$$

他方、ベクトル $|\mathbf{B}|, |\mathbf{H}|$ と位相角 θ_{BH} を使って表すと、式(2)となる。

$$\begin{aligned} W &= \frac{1}{\rho T} \int \left(\mathbf{H} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \right) dt \\ &= \frac{1}{\rho T} \int |\mathbf{H}| \left| \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \right| \cos \theta_{BH} dt + \frac{1}{\rho T} \int \omega_B |\mathbf{H}| |\mathbf{B}| \sin \theta_{BH} dt \end{aligned} \quad (2)$$

ベクトル関係において、各磁気量は

$$|\mathbf{H}| = \sqrt{H_x^2 + H_y^2}, |\mathbf{B}| = \sqrt{B_x^2 + B_y^2} \quad (3)$$

ベクトル関係をヒステリシスループとして表すため、波形処理して得られた値を

$$\pm |\mathbf{H}|, \pm |\mathbf{B}|$$

の表記によってベクトル量と区別し、波形処理によって得られる 3 次元リサージュ図形の 3 象限を、 $-|\mathbf{B}|, -|\mathbf{H}|$ で表すことにした。これは $\mathbf{B}$ が楕円軌跡を描くとして、 $|\mathbf{B}|$ は短軸方向で最小値 $|\mathbf{B}|_{\min}$ をとる。 $\pm |\mathbf{B}|$ とは $|\mathbf{B}|_{\min}$ を境にして $|\mathbf{B}| - |\mathbf{B}|_{\min}$ の値を折り返したものと考えられるが、後述の波形に示すように θ_{BH} の非線形性により単純な絶対値の折り返しは難しい。

Waveform of $\pm |\mathbf{B}|, \pm |\mathbf{H}|, \theta_{BH}$ Characteristic

Fig. A Each waveform of arbitrary direction under alternating flux conditions ($\alpha=0$) of non-oriented electrical steel sheet.

Fig. B Each waveform of arbitrary direction under rotational flux conditions ($\alpha=0.2$).

Fig. C Each waveform of rolling direction $\theta_B=0^\circ$ under rotational flux conditions ($\alpha=0 \sim 0.08$).

Fig. D Each waveform of transverse direction $\theta_B=90^\circ$ under rotational flux conditions ($\alpha=0 \sim 0.08$).

Fig. A は交番磁束条件下 ($\alpha=0$) の任意方向の $\mathbf{B}$ ベクトルと $\mathbf{H}$ ベクトルの関係を波形処理した $\pm |\mathbf{B}|$ と $\pm |\mathbf{H}|$ 及び θ_{BH} の各波形を示している。Fig. B は $\alpha=0.2$ の楕円磁束下の波形では、正負の非対称性が現れる。Fig. C 及び Fig. D は圧延方向並びに圧延直角方向について、回転磁束条件の軸比 α を 0 から 0.8 までの変化による各波形の変化を示す。 α の増加に伴い上下非対称性が増し、偏磁現象を示す。

以上の 4 種類の波形から $\pm |\mathbf{B}| - \pm |\mathbf{H}| - \theta_{BH}$ の関係として三次元リサージュ図形をベクトルヒステリシスループとした。