A MAGNETIC METHOD FOR MEASURING STRESS BASED ON LAW OF APPROACH TO SATURATION MAGNETIZATION

飽和漸近則による磁氣的応力測定法

Tomoaki UTSUNOMIYA*, Hidekazu NISHIZAWA*, Kiyoshi KANETA*, Hideaki KONDO**
 * Department of Architecture, Kyoto University, Yoshida-hommachi, Sakyo-ku, Kyoto, 606, JAPAN. TEL. 075-753-5780, FAX. 075-753-5748.
 ** Nikkoshi Co., Ltd., 2-18-18, Higashitabata, Kita-ku, Tokyo, 114, JAPAN. TEL. 03-894-8815, FAX. 03-810-2167.

(Received 24, August 1989)

(Accepted 14, September 1989)

At high fields, standard theoretical treatment leads to formulas, $I=Is(1-b/H^2-c/H^3-\dots)$ or $\mu_{rev}=1+Is(2b/H^3+3c/H^4+\dots)$, which are referred as laws of approach to saturation magnetization. Following Becker and Döring, the coefficient b for cubic crystals was deduced as

$$b=0.0762/Is^2[K+1.5(\lambda_{100}-\lambda_{111})\sigma]^2,$$

where σ was applied stress and others were magnetic constants. The values of reversible permeability μ_{rev} at biasing field H were measured for steel bars under applied stresses. The results showed that the square root of b was changed linearly with applied stress as theory predicted. The values of magnetic constants K and $(\lambda_{100}-\lambda_{111})$ were determined based on the theoretical formulas; they were affected by chemical composition of materials and heat treatment.

Key words; law of approach to saturation magnetization, magnetostriction, non-destructive testing, reversible permeability, steel, stress

1. 緒 言

磁気を利用した鋼材の応力測定法は、表層のみならず内部の応力も計測し得るため、その実用化が期待されている。高磁界域では、磁界 H と磁化 I および可逆透磁率 μ_{rev} の間に、飽和漸近則と呼ばれる次の関係、

$$I=Is(1-b/H^2-c/H^3-\dots) \quad (1)$$

$$\mu_{rev}=1+Is(2b/H^3+3c/H^4+\dots) \quad (2)$$

ただし、 Is : 自発磁化

が成立する。 b, c は結晶の磁気異方性により定まる係数で、Becker and Döring は立方結晶磁気異方性となる場合について、 b, c の値を理論的に得た 1)。

磁気異方性は、応力が結晶の特定の方向に与えられた場合にも生じ、これを磁歪異方性と呼ぶが、これにより係数 b, c が応力によって変化する。従ってこれらの係数を測定することで、応力を推定することが可能となる。

本研究では、磁気異方性として、立方結晶磁気異方性と磁歪異方性の両者を考慮した理論式を導き、次に炭素鋼(SS41, S45C) およびPC鋼棒を用いて、その実験的検証をおこなった。

2. 理 論

Becker and Döring は、自発磁化 Is の方向が磁界 H の方向に十分近いとして、摂動展開により次の理論式を導いた 1)。

$$I=Is(1-\eta^2 \frac{1}{2} \Sigma A_i^2 - \eta^3 \Sigma A_i B_i - \dots) \quad (3)$$

ここで、

$$\eta=1/HIs$$

$$\Sigma A_i^2 = \Sigma F_i^2 - v^2$$

$$\Sigma A_i B_i = -v \Sigma A_i^2 - \Sigma A_i A_k F_{ik}$$

$$v = -\Sigma F_i \beta_i; A_i = -F_i - v \beta_i$$

$$F_i = \left(\frac{\partial F}{\partial \alpha_i} \right)_{\alpha_i = \beta_i}; F_{ik} = \left(\frac{\partial^2 F}{\partial \alpha_i \partial \alpha_k} \right)_{\alpha_i = \beta_i} \quad (4)$$

α_i : 自発磁化 Is の結晶軸に関する方向余弦

β_i : 磁界 H の結晶軸に関する方向余弦

$F(\alpha_i)$: 磁気異方性エネルギーの関数

異方性エネルギー $F(\alpha_i)$ として立方結晶磁気異方性エネルギーおよび磁歪異方性エネルギーを考慮すると次式の様になる 2)。ただし、応力 σ は磁界 H と同方向に与えられるとした。

$$F(\alpha_i) = K(\alpha_1^2 \alpha_2^2 + \alpha_2^2 \alpha_3^2 + \alpha_3^2 \alpha_1^2) - 1.5\sigma[\lambda_{100}(\alpha_1^2 \beta_1 + \alpha_2^2 \beta_2 + \alpha_3^2 \beta_3) + 2\lambda_{111}(\alpha_1 \alpha_2 \beta_1 \beta_2 + \alpha_2 \alpha_3 \beta_2 \beta_3 + \alpha_3 \alpha_1 \beta_3 \beta_1)] \quad (5)$$

ただし、K：立方異方性定数

λ_{100} ， λ_{111} ：磁歪定数

σ ：応力

これを計算し、次式を得る。

$$\Sigma A_i^2 = 4[K + 1.5(\lambda_{100} - \lambda_{111})\sigma]^2 (S_6 - S_4^2) \quad (6)$$

$$\Sigma A_i B_i = 8[K + 1.5(\lambda_{100} - \lambda_{111})\sigma]^2 [K(3S_8 - 7S_4 S_6 + 4S_4^3) + 1.5(\lambda_{100} - \lambda_{111})\sigma(S_8 - 3S_4 S_6 + 2S_4^3) - 1.5\lambda_{111}\sigma(S_6 - S_4^2)] \quad (7)$$

ただし、 $S_4 = \Sigma \beta_i^4$ ； $S_6 = \Sigma \beta_i^6$ ； $S_8 = \Sigma \beta_i^8$

多結晶の場合には、あらゆる結晶方向に対して平均すればよい。その結果は、

$$b = 0.0762 / Is^2 [K + 1.5(\lambda_{100} - \lambda_{111})\sigma]^2 \quad (8)$$

$$c = 0.0384 / Is^3 [K + 1.5(\lambda_{100} - \lambda_{111})\sigma]^2 [K - 4.67(\lambda_{100} - \lambda_{111})\sigma - 11.9\lambda_{111}\sigma] \quad (9)$$

3. 実験方法

試験片は、直径10mm、長さ900mmのSS41磨棒鋼とS45C磨棒鋼について、それぞれ入手状態のもと、650℃90minの応力除去焼鈍を施したもの、および直径9.1mm、長さ900mmのPC鋼棒2種の、計6本とした。その化学成分をTable 1に示す。

Table 1. Chemical composition of materials.

Material	C	Si	Mn	P	S (wt%)
SS41	0.18	0.27	0.75	0.014	0.016
S45C	0.44	0.14	0.77	0.017	0.018
PC(A)	0.30	1.65	0.52	0.012	0.005
PC(C)	0.30	0.26	0.83	0.010	0.006

測定装置の概要をFig. 1に示す。直流バイアス磁界を与えたもとで、2次コイルのインダクタンスをLCRメーターにより測定する。測定範囲は、バイアス磁界がほぼ均一(4%以内)な中央100mmの範囲とした。また、測定周波数は1.02kHzとした。

測定方法は、以下のとおり。所定の応力値となるよう試験片に張力を与えた状態にて、バイアス磁界Hb=1260, 1000, 874, 794, 737, 693(Oe)それぞれに対してインダクタンスを測定する。なお、これらの値は $1/Hb^3 = 0.5 \sim 3.0$ ($\times 10^{-9} \text{Oe}^{-3}$)の等間隔な値に

Fig. 1. Setup for measuring reversible permeability of specimen under applied stress.

応している。測定されたインダクタンスより表皮効果の補正をおこなって、試験片の可逆透磁率 μ_{rev} を算出する(3),4)。その際、試験片の抵抗率が必要となるが、JIS C 2525に準拠しダブルブリッジにより実測した(Table 2)。載荷は、弾性範囲内において、2回載除荷を繰り返した。

4. 実験結果および考察

初載荷時の各応力における $1/Hb^3$ と μ_{rev} の関係をFig. 2に示す。尚、これを $1/H^3$ 図と称することにする。 $1/Hb^3$ と μ_{rev} の間には良好な直線関係が成立する。また、その傾きMは応力と共に単調増加するが、 μ_{rev} 切片はほぼ一定値となっている。いずれの試験片においても極端な非線形性は見られず、 $1/Hb^3$ に関して直線回帰できた。

Fig. 2. Relation between biasing field and reversible permeability. ($1/H^3$ diagram)

$1/H^3$ 図の傾きMの平方根 $\sqrt{M}$ を負荷応力に対してプロットしたものをFig. 3に示す。良好な直線関係を有しており、またヒステリシスも見られない。 M (Oe^3)と b (A^2/m^2)の間には、

$$b = 0.3166M / Is \quad (10)$$

Fig. 3. Relation between applied stress and square root of slope of $1/H^3$ diagram, $\sqrt{M}$.

Fig. 4. Relation between carbon content and magnetostriction constant, $\lambda_{100} - \lambda_{111}$.

なる関係が成立するから、 $\sqrt{M}$ と σ が直線関係にあることは、(8)式により理論的に裏付けられたものである。

実験の結果得られた $\sqrt{M}$ の初期値と応力感度より、立方異方性定数 K および磁歪定数 $\lambda_{100} - \lambda_{111}$ を(8)式、(10)式により求めたものをTable 2に示す。なお自発磁化 I_s は、電磁誘導法により実測した。 K 、 $\lambda_{100} - \lambda_{111}$ のいずれも、同表中に示した鉄の標準値に近い値が得られており、(8)式は本実験により検証されたと考えられるが、その値は試験片により異なっている。特に、応力感度に関連する磁歪定数において著しいが、 Si が多く、また抵抗率が特に大きいPC(A)を除いて、焼鈍の有無と炭素量に関して良くまとめられる⁵⁾。これを、Fig. 4に示す。

以上、本方法を用いて、鋼の応力測定が一次校正式により可能である。

最後に、実験遂行に当たり協力頂いた、京都大学大学院小澤智広氏、京都大学技官澤村秀夫氏に感謝致します。本研究は、文部省科学研究費補助金奨励研究(A)(01790397、平成元年度)の助成を得た。

References

- 1) R. Becker and W. Döring, "Ferromagnetismus", Chap. 13(1939) Springer, Berlin.
- 2) R. Becker and W. Döring, "Ferromagnetismus", Chap. 11(1939) Springer, Berlin.
- 3) J. Iwayanagi, Rep. Ship Res. Inst., 12(1975) 67. (in Japanese).
- 4) S. Abuku and B. D. Cullity, Exp. Mech., 11 (1971) 217.
- 5) J. Iwayanagi and S. Abuku, Proc. 10th Jpn. Cong. Test. Matr. (1967) 47.
- 6) S. Chikazumi, "Physics of Ferromagnetism, vol. I" (1978) Syokabo, Tokyo. (in Japanese).
- 7) S. Chikazumi, "Physics of Ferromagnetism, vol. II" (1984) Syokabo, Tokyo. (in Japanese).

Table 2. Resistivity and magnetic constants of specimen.

Specimen	Resistivity ρ ($\mu\Omega m$)	Spontaneous magnetization $I_s(T)$	Cubic anisotropy constant $K(J/m^3)$	Magnetostriction constant $\lambda_{100} - \lambda_{111}$
SS41(as received)	0.196	2.03	4.01×10^4	38.6×10^{-6}
SS41(annealed)	0.190	2.02	3.97	45.4
S45C(as received)	0.202	1.98	4.26	28.4
S45C(annealed)	0.188	1.97	4.10	33.8
PC(A)	0.387	1.95	3.82	16.5
PC(C)	0.210	2.02	3.46	35.0
Standard value	—	$2.12^{6)}$	$4.72^{7)}$	$41.9^{7)}$