NONLINEAR ION-ACOUSTIC WAVES IN A
MULTI-COMPONENT PLASMA WITH NEGATIVE IONS

負イオンを含む多成分プラズマ中の非線形イオン音波

Yoshiharu Nakamura

Institute of Space and Astronautical Science

3-1-1 Yoshinodai, Sagamihara, Kanagawa 229 :TEL0427-51-3911(ext.2517) FAX0427-59-4237

(Received 9, November 1989)

(Accepted 16, January 1990)

Propagation of nonlinear ion-acoustic waves in a three-component plasma which consists of electrons and positive and negative ions have been investigated theoretically and experimentally. The Korteweg-de Vries (K-dV) equation is obtained by the reductive perturbation of the plasma taking the ion temperature into consideration. The dispersion term of the K-dV equation is positive for the concentration r of the negative ion considered here. On the other hand, the coefficient of the nonlinear term becomes negative at a critical concentration r_c which depends on the mass ratio of the negative to positive ions and the temperature ratio of electrons to ions. Therefore, positive (electric potential), compressive (positive ion and electron density) solitons can exist when $0 < r < r_c$ and negative and rarefactive solitons can propagate when $r > r_c$. When $r = r_c$, the nonlinear term in the K-dV equation disappears so that a higher-order term should be considered, which results in the modified K-dV equation. The modified K-dV equation has also soliton solutions which are irrespective of the sign, i.e., both positive and negative solitons coexist. The K-dV and the modified equations are obtained under the assumption that the amplitude is small. When the amplitude is large, original fluid equations are integrated numerically. The result is that when $r_c < r < r_m$, positive solitary waves exist if the amplitude is larger than a threshold. Experiments were carried out in a multi-dipole double-plasma device. The inner diameter of the device is 40cm and its total length is 90cm. The device is separated into a driver and a target section with an electrically floating mesh grid. The chamber was evacuated to 1×10^{-6} Torr with a turbo-molecular pump. Argon and sulfur hexafluoride were introduced into the chamber under continuous pumping. Plasma parameters measured with a probe and a retarding energy analyzer were the electron density = $10^8 \sim 10^9 \text{ cm}^{-3}$, the electron temperature = $0.6 \sim 1 \text{ eV}$ and the ion temperature = $0.05 \sim 0.1 \text{ eV}$. Experimental results are compared with the theoretical results described above.

Key words; nonlinear phenomena, solitons, negative ion plasmas

1. 緒言

イオン音波ソリトンの実験的研究は、二重プラズマ装置を用いて一次元の平面ソリトンから開始された(1)。ソリトンの特長、例えば速度や幅の振幅依存性や再起現象が明かにされた。それらについてはいくつかの論文にレビューされている(2~5)。さらに研究は一次元から多次元に拡張され、円筒波や球面波、二個のソリトンの衝突により新しいソリトンが形成する共鳴現象も確認されている。上述のソリトン現象は、電子と正イオンからなる普通のプラズマを用いて研究された。正イオンが二種類の場合のソリトンも研究されているが(2)、物理的には新しい現象は起こらない。プラズマが不純物として負イオンを含むと、普通のプラズマでは起こらないイオン音波に関しての新しい現象が発生する。それらを列記すると

(1) 負電位で電子と正イオンについて希薄性のソリトンが、イオン音波の速いモード(Ref.6)で負

イオン濃度 r が、あるしきい値 r_c より大きい時に観測される(7)。普通のプラズマでは、正電位で圧縮性のソリトンだけが伝播できる。負電位のソリトンは、二電子温度プラズマでもある条件下で発生する(8)。

(2) 変形 Korteweg-de Vries (K-dV) ソリトンが $r = r_c$ で伝播する(9)。変形 K-dV ソリトンは、K-dV ソリトンと異なって、正負のソリトンが共存できる。

(3) $r_c < r < r_m$ の時 r_m は負イオン濃度の上限値、振幅がある範囲で、正の孤立波が存在する

(10, 11)。この場合には、Sagdeev または疑似ポテンシャル法を用いて議論する。

(4) イオン波の変調不安定は、普通のプラズマでは理論的にはランダウ減衰の大きい短波長でしか起こらない。しかし負イオンを含むプラズマにおいては、長波長でも可能になり実験がやりやすくなる(12)。

この論文の目的は、理論的に予言されている上記の現象を実験で検証することである。

2. 理論

単一電荷の正イオンと負イオンと電子から構成される三成分プラズマを考える。両イオンの温度を零とし、電子はボルツマン分布に従うとすると、イオンの運動方程式、連続の式とポアソンの式は、以下ようになる。

$$\frac{\partial v_+}{\partial \tau} + v_+ \frac{\partial v_+}{\partial \xi} = -\frac{\partial \psi}{\partial \xi}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial v_-}{\partial \tau} + v_- \frac{\partial v_-}{\partial \xi} = \frac{\partial \psi}{\mu \partial \xi}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial n_+}{\partial \tau} + \frac{\partial n_+ v_+}{\partial \xi} = 0, \quad (3)$$

$$\frac{\partial n_-}{\partial \tau} + \frac{\partial n_- v_-}{\partial \xi} = 0, \quad (4)$$

$$(1-r) \frac{\partial^2 \psi}{\partial \xi^2} = (1-r) \exp \psi + n_- - n_+, \quad (5)$$

ここで、+と-の符号は、正と負を意味し、 v_+ と v_- は $C_0 = (\kappa T_e / M_+)^{1/2}$ で規格化した流体速度、 n_+ と n_- は変位のない時の正イオン密度で規格化したイオンの密度である。また

$$\tau = \omega_{pi} t, \quad \xi = x / \lambda_e, \quad \omega_{pi} = (4\pi n e^2 / M_+)^{1/2}, \quad \lambda_e = (\kappa T_e / 4\pi n e^2)^{1/2},$$

で T_e は電子温度、 $\phi = e\phi / \kappa T_e$ 、 ϕ は静電ポテンシャル、 $\mu = M_- / M_+$ 、 M はイオンの質量、 n は変位のないときの電子密度である。(1)~(5)式を線形化し、 $\exp[i(\kappa\xi - \Omega\tau)]$ の変位を仮定することにより、次の分散式を得る。

$$(1-r)(1 + \frac{1}{K^2}) = \frac{1}{\Omega^2} (1 + \frac{r}{\mu})$$

ここで $K = k\lambda_e$ 、 $\Omega = \omega / \omega_{pi}$ 、 ω は周波数、 k は波数、 $r = n_- / n_+$ は負イオン濃度。電荷中和、すなわち $n_+ = n_- + n$ 、 n_+ と n_- は変化のない時の正イオンと負イオンの密度、を仮定している。それ故、 $K \ll 1$ での音速(C_0 で規格化)は $(1+r/\mu)^{1/2} / (1-r)^{1/2}$ となる。

上式(1~5)から、小振幅と長波長を仮定し、減縮摂動法により次の非線形方程式がえられる(9)。

$$\frac{\partial \psi}{S \partial \tau} + (1 + a\psi + p\psi^2) \frac{\partial \psi}{\partial \xi} + \frac{\partial^3 \psi}{2\partial \xi^3} = 0, \quad (6)$$

$$S = \left(\frac{1+r/\mu}{1-r} \right)^{1/2}, \quad (7)$$

$$a = \frac{3}{2(1-r)S^4} \left(1 - \frac{r}{\mu^2} \right) - \frac{1}{2}, \quad (8)$$

$$p = \frac{15}{4(1-r)S^6} \left(1 + \frac{r}{\mu^3} \right) - \frac{1}{4}. \quad (9)$$

S 、 a と p を異なった質量比 μ で計算した例をFig. 1に示す。軽い負イオンを加えて行くと音速 S が増加する。これは、等価的な質量 M_{eff} が

$$\frac{1-r}{M_{eff}} = \frac{1}{M_+} + \frac{r}{M_-}$$

となることによる。(6)式で $\rho\phi^2$ の項を無視すると、K-dV方程式に帰着する。それは次のソリトン解を有する。

$$\psi = \psi_0 \operatorname{sech}^2 \left[\left(\frac{a\psi_0}{6} \right)^{1/2} \left(\xi - S\tau - \frac{a\psi_0 S\tau}{3} \right) \right], \quad (10)$$

それ故、 $a\phi_0 > 0$ 、即ち $a > 0$ の時、正のソリトンが、 $a < 0$ の時、負のソリトンが存在する。 a の計算例をみると、 $\mu = 0.5$ の時には、 $r = r_c = 0.1$ 、即ち負イオン密度が、正イオンの10%で a の符号が正から負となる。 $a = 0$ の時即ち $r = r_c$ 、(6)式は変形K-dV方程式と呼ばれ、この式もつぎに示すソリトン解を有する。

$$\psi = \psi_0 \operatorname{sech} \left[\left(\frac{1}{2} p \right)^{1/2} \psi_0 \left(\xi - S\tau - \frac{1}{2} p S \psi_0^2 \tau \right) \right]. \quad (11)$$

この変形K-dVソリトンはK-dVソリトンとは異なった性質を有するが、特に大きな違いは変形K-dV方程式では、 ϕ が正でも負でも、摂乱の伝播速度が大きくなるという非線形性のため、どちらでも分散と釣り合ってソリトンとなるという点である。K-dV方程式も変形K-dV方程式も振幅が小さい場合しか適用できない。それが大きくても、速度が MC_s で動く座標系で定常なら、すなわち $\phi = \phi(x - MC_s t)$ なら解がもとまる。これを仮定すると(1~4)式から

$$v_+^2 = -2\psi + M^2 S^2, \quad (12)$$

$$\mu v_-^2 = 2\psi + \mu M^2 S^2, \quad (13)$$

$$n_+ v_+ = -MS, \quad (14)$$

$$n_- v_- = -rMS, \quad (15)$$

が簡単に得られる。ここで、遠くの $\phi = 0$ で、 $v_+ = -MS$ 、 $n_+ = 1$ 、 $v_- = -MS$ 、 $n_- = r$ である。(14)と(15)式から v_+ と v_- を求めて、それぞれ(12)と(13)式に代入し、 ϕ を n_- で表したものを(5)式に代入して、次の関係式が得られる。但し、 $\phi = 0$ で $V = 0$ となるように積分定数を選んだ。

$$d^2 \psi / dx^2 = -dV/d\psi,$$

$$V = 1 - e^\psi + \frac{M^2 S^2}{1-r} [1 - (1 - 2\psi / M^2 S^2)^{1/2}] + \frac{\mu r M^2 S^2}{1-r} [1 - (1 + 2\psi / \mu M^2 S^2)^{1/2}],$$

Figure 1. Examples of S , a and $p\psi$ when $\phi=0.1$ as a function of r . Solid curves, $\mu=0.3$; Dashed curves, $\mu=0.4$; Dash-dotted curves, $\mu=0.6$.

Figure 2. Regions of compressive or positive ($\phi>0$) solitary waves (C) and rarefactive or negative ($\phi<0$) solitary waves (R). $\mu=0.476$.

これは、 ϕ を変位、 t を時間と考えると、ポテンシャル $V(\phi)$ での質量1の質点の運動を表している。それ故 V がFig.2のCの領域のような形であれば、孤立波解を有することになる。また、 $\phi\approx 2$, $r=0.2$ の場所を書いてあるような V では孤立波解はない。こうして得た孤立波解の存在領域がFig.2である。例えば $r=0.3$ の時、 $0<\phi<1$ では、正のソリトンは、Fig.1でみたように存在しない。しかし、 ϕ を大きくして $\phi\approx 0.8$ にすると、孤立波が可能となる。これは物理的には、以下のように考えられる。正の変位 ϕ のなかの正イオンと電子の密度は周囲よりも大きい、負イオン密度は小さい。それ故大きな ϕ のなかでは、負イオンの影響が、少なくなり正の孤立波ができる。これは、小振幅の時負イオン密度 r にしい値があるのと同じである。 $r=0.3$ の時、 $\phi\approx 1.5$ に上限があるのは、孤立波にぶつかってくる正イオンが、 ϕ をのりこえられないためで $r=0$ の時、臨界マッハ速度($=1.6$)として知られているものと同じ理由である。

3. 実験方法

実験は多重極ダブルプラズマ装置を用いた(13)。内径40cm、長さ90cmで透過率85%の絶縁されたメッシュグリッドにより、ターゲット(右側)とドライバー部にわかれていた。陰極は直径0.1mmのタングステンフィラメントで、陽極から6cm離して、合計30本張ってある。チェンバーはターボ分子ポンプにより、 1×10^{-6} Torrまで排気し、連続排気しながらArとSF₆ガスを導入した。Arの分圧は $(1\sim 2)\times 10^{-4}$ Torr、SF₆の分圧は $(0\sim 2)\times 10^{-5}$ Torrである。放電電圧40~50V、放電電流50~100mAで、プラズマ諸量は密度 $10^{18}\sim 10^{19}\text{cm}^{-3}$ 、電子温度0.6~1eV、イオン温度<0.1eV。イオン音波の攪乱は正また負のサイン波形の電圧パルスドライバープラズマの陽極に印加して励起した。信号の受信は軸方向に可動の平板プローブを用いた。それをプラズマ電位より、3V程正にバイアスして、流れる電子飽和電流の変動を観測した。

4. 実験結果と考察

上述の放電条件では、プラズマは、Ar⁺, SF₅⁺, SF₃⁺, F⁻やSF₆⁺などの正イオンや負イオンを含んでいる。質量分析を行ってみると、Ar⁺とF⁻が主成分であった。またイオン音波は軽いイオンによって支配されるので、プラズマは、等価的にAr⁺, F⁻と電子から構成されているとする。それ故 $\mu=0.476$ である。等価的な r はラングミュア探針により電子密度、電子温度と測定また分散関係を干渉法により測定し、それに最も合う r を選ぶ事により決定した(14)。

$r>r_c$ での、負パルスを初期波形としたときの観測信号の例をFig.3に示す。グリッド近くでは(3.7, 5.8cm),負の非線形性のためたち下がり急峻化が起こりこれにより増大した分散効果と釣り合って負のソリトンができていく。最初の負のピークに注目し、その速度を振幅を変化して測定した。ソリトンのマッハ数 M とすると、測定結果は $M-1$ が振幅 $\delta n/n$ に比例したので、その比例定数を r に対してプロットした。理論的には(10)式によって与えられるので、それと比較すると、ほぼ一致した(13)。特に実験的に得た $r_c\approx 0.1$ で理論値

Figure 3. Electron density perturbations versus time for different distances from the grid. $r=0.23$. The top trace is the applied signal.

と一致している。 $r=r_c \approx 0.1$ の時の観測波形をFig.4に示す。初期のパルス幅は λ_e に比べて非常に大きいので、分散効果は、非線形効果よりも小さい。Fig.4に見られるように、正でも負でも、前面で急峻化が起こっている。これは、非線形性が、正負の符号によらない、即ち変形K-dV型の非線形であることを示唆している。前面にできる鋭い正と負のピークの速度と幅を測定して、(11)式と比較すると、定量的にほぼ一致した。

$r=0.25$ での、グリッドから4.3cmで観測された信号をFig.5に示す。負パルスが励起されたとき($-1.5V$)には $r=0.25 > r_c$ のため、希薄ソリトンが励起されている。正パルスが励起された時($1.5V$)には、負の非線形のため後面で急峻化が起こり、そこで分散効果のため波束が出来ている。正パルスの振幅を増大して行くと(3,4と5V)、あるしきい値($\delta n/n=0.76$)から前面で急峻化がおこるようになる。これはここで負から正の非線形へ変化したことを意味する。このしきい値は、初期パルスとして、Fig.5の5Vのような大きいパルスを励起して、孤立波を生成し、それを追いかけて行くと減衰してゆき、ある振幅で後面に急峻化が起こり、孤立波が壊れることから測定出来た(16)。 r を変えてこのしきい値を測定し、Fig.2の理論値と比較するとほぼ一定した。理論値はイオン温度を無視したがそれを考慮すると、一致は良くなるという報告がなされた(17)。

Figure 4. Electron density perturbations observed at 14.8cm from the grid. The positive and negative voltages are the height of the applied positive pulse (top trace) and the depth of the applied negative pulse which is the reverse of the top trace. $r=r_c=0.1$.

Figure 5. Observed electron density perturbations at 4.3 cm from the grid for different applied voltages. $r=0.25$

$r=0.1$ の時、包絡線がサイン波である初期パルスに対する応答の例をFig.6に示す。搬送波の周波数のイオンプラズマ周波数に対する比は0.34である。入力信号の振幅が小さいときには当然のことながら、入力波形に近い信号が伝播している。入力波形を大きくすると、包絡ソリトンの波形に発展する。Fig.6にもみられるように、振幅が大きいほど幅が狭いというソリトンの特長を有している。

Figure 6. Observed signals at 21.2cm from the grid for initial signals of a sinusoidal envelope. $f=320\text{KHz}$. $r=0.1$.

5. 結論

負イオンを含む多成分プラズマでの非線形イオン音波についての一連の実験を行った。負電位ソリトン、変形 k - δV ソリトン、大振幅孤立波と包絡線ソリトンが、このプラズマを用いて初めて観測された。負イオンは理論的には一種類と考えた

が、実験的には多成分であるので、多成分性や(Ref.18)ここで無視した高次の項(Ref.19)を考慮すればより良い一致が得られると考える。

References

- 1) H. Ikezi, "Solitons in Action" edited K. E. Lonngren and A. Scott (Academic, 1978) 153.
- 2) M. Q. Tran, Phys. Scripta, 20 (1979) 317.
- 3) Y. Nakamura, IEEE Trans. Plasma Sci., PS-10(1982)180.
- 4) K. E. Lonngren, Plasma Phys. 25 (1983) 943.
- 5) H.L. Pecseli, IEEE Trans. Plasma Sci., PS-13(1985) 53.
- 6) N. D'Angelo, S.V. Goeler and T. Ohe, Phys. Fluids, 9 (1966) 1605.
- 7) G. C. Das, Plasma Phys., 21(1979) 257.
- 8) M. Tajiri and K. Nishihara, J. Phys. Soc. Japan, 54 (1985) 572.
- 9) S. Watanabe, J. Phys. Soc. Japan, 53 (1984) 950.
- 10) M. Tajiri and M. Tuda, J. Phys. Soc. Japan, 54 (1985) 19.
- 11) S. Baboolal, R. Bharuthram and M. A. Hellberg, J. Plasma Phys., 41 (1989) 341.
- 12) M. Saito, S. Watanabe and H. Tanaka, J. Phys. Soc. Japan, 53 (1984) 2304.
- 13) G. O. Ludwig, J. L. Ferreira and Y. Nakamura, Phys. Rev. Lett., 52 (1984) 275; Y. Nakamura, J. L. Ferreira and G. O. Ludwig, J. Plasma Phys., 33 (1985) 237.
- 14) Y. Nakamura, Proc. XVIII Int. Conf. Phenomena in Ionized Gases (Swansea, U.K., 1987), Invited Papers, p.116.
- 15) Y. Nakamura and I. Tsukabayashi, Phys. Rev. Lett., 52 (1984) 2356; J. Plasma Phys., 34 (1985) 401.
- 16) Y. Nakamura et al., Phys. Lett., 113A (1985) 155; J. Plasma Phys., 38 (1987) 461.
- 17) S. Bhattacharyya and R. K. Roychoudhury, Can. J. Phys., 66 (1988) 467.
- 18) F. Verheest, J. Plasma Physics, 39 (1988) 71.
- 19) S. G. Tagare and R.V. Reddy, J. Plasma Physics, 35 (1986) 219.