多径間ラーメン隅角部の応力分布とその近似計算

正 員 山 本 稔*
正 員 井 上 広 胤**

STRESS DISTRIBUTION AND ITS CALCULATION IN CORNER OF RIGID-FRAME STRUCTURE WITH MANY PANELS

By Minoru Yamamoto, C.E. Member and Hirotane Inoue, C.E. Member

Synopsis : By the two dimensional photo-elastic experiments of Y- and T-type corners of rigid-frame structure, the authors were able to make clear the stress distribution in the sections which are important on the design of the corners. They commented on the approximate calculation which has been hitherto used and proposed its improved method.

要旨 Y型およびT型ラーメン隅角部の二次元光弾性実験によつて、設計上重要な断面の応力分布状態を明確にした。更にこの結果にもとづいて従来使用されてきた近似計算法を批判し、その改良策について提案した。

1. 緒 言

多径間ラーメンの中間節点の隅角部はY型またはT型の隅角部である。なおフィレンデル桁節点もT型ラーメン隅角部と同じ形状をなすからこの中に包含して考えることができる。これらラーメン隅角部の近似計算法についてはF. Bleichの著者^{1),2)}にかなり詳細に記述され、現在なお設計計算に利用されている。しかし計算法に一貫性がないばかりでなく公式の運用にあつても不明確な点がある。そこで筆者は光弾性実験によつて応力分布状態を調べるとともに、従来の計算法を検討し更に進んで曲梁理論³⁾による近似計算法の合理性とその運用法について考察したいと思う。

2. 実験とその結果

テストピースの形状寸法は図-1に示すとおりで、Y型のテストピースには図-2の(a)(b)(c)の3種の荷重を、またT型のそれには(a)(b)の2種の荷重を加えて試験し写真のごとき等色線と等傾曲線をえた。この等

図-1

図-2

* 東京都立大学講師，工学部土木工学教室， ** 東京都立大学講師，工学部土木工学教室

傾曲線は観測誤差をできるだけ少なくするため直接印画紙に撮影された陰画の二、三の例である。図-3はこのような等傾曲線を一まとめにしたもので等色線 写真-1(b) および 写真-2(a) の試験に対応するものである。

対称および逆対称荷重は設計上重要な断面の応力状態を明瞭に観察するために使用されたばかりでなく、これを組み合わせることによつて種々の荷重状態がえられるという便利さをもっている。片側荷重による実験は実験精度を知る目安として行つたが、これはなお単独の L 型ラーメンの実験¹⁾と比較して、近似公式としての曲梁公式の適合性を知るうえにやくだつた。

図-3(a) 写真-1(b) に対応する等傾曲線および主応力線図

図-3(b) 写真-2(a) に対応する等傾曲線および主応力線図

写真-1(a) 対称荷重

$P=7.83 \text{ kg}$ フリンジ応力 $=10.35 \text{ kg/cm}$

写真-1(b) 逆対称荷重

$P=2.43 \text{ kg}$ フリンジ応力 $=10.35 \text{ kg/cm}$

写真-1(c) 片側荷重

 $P=5.02\text{ kg}$ フリンジ応力 $=10.35\text{ kg/cm}$

写真-2(a)

 $P=5.55\text{ kg}$ フリンジ応力 $=8.08\text{ kg/cm}$

写真-2(b)

 $P=1.64\text{ kg}$ フリンジ応力 $=8.08\text{ kg/cm}$

写真-3(a)

 $P=6.43\text{ kg}$ フリンジ応力 $=8.02\text{ kg/cm}$

写真-3(b)

 $P=3.57\text{ kg}$ フリンジ応力 $=8.02\text{ kg/cm}$

写真-4(a) 写真-1(b) に対応する等傾曲線

 0° 45°

写真-4 (b) 写真-2 (a) に対応する等傾曲線

0°

45°

周辺応力の最大値は対称荷重のときには上側縁の中央あるいは左右側縁のハリと隅角部との接続点付近の隅角部側に発生する。一方逆対称荷重および片側荷重のときには左右の側縁上で柱と隅角部との接続点付近の隅角部側に生ずる。これら最大応力の発生点は r/h が大きくなるにしたがつて接続点に近づくことは写真からうかがわれるが、すでに L 型ラーメンの実験⁴⁾で認められた事実である。また縁応力が最大となる位置は設計上重要で近似計算の対象となる断面を与える。

3. 主要断面における応力分布

設計上重要と考えられる断面の記号および座標軸は 図-4 に示してある。前述のごとく A-A', C-C' 断面は縁応力が最大となりうる断面である。E-E' 断面は対称荷重で縁応力が大きな値をとることもあるし、また逆対称荷重で最大せん断応力が生じる断面である。B-B', D-D' 断面は荷重の状態によつては大きい応力が発生するから検算すべき断面である。これらの諸断面の応力解析は等色線と等傾曲線とからせん断応力差積分法を用いて行われた。自由周辺によつて限られた断面においては応力の合力と外力とは釣合うことから解析結果の誤差を推定できる。本実験における A-A', C-C' 断面のこの誤差は 5% 以下であった。また周辺の応力はかなり精度よく求められるから解析断面の延長上に自由周辺が存在する場合（例えば B₂-B₂' 断面）とか応力値の明らかな点（例えば E-E' 断面に対する C-C' 断面の中央点）がある場合には解析をこれらの点まで実施し、両者を較べて計算誤差の累積をできるだけ少なくするように心がけた。かくしてえられた応力分布は $P=4 \text{ kg}$ の場合に換算して 図-5~7 に示してある。A₂-A₂', B₃-B₃', C₂-C₂' および D-D' 断面の応力分布は他から類推できるし、またその近似計算の精度も例示したものと同様なため省略することにした。片側荷重による応力分布は対称荷重と逆対称荷重のその平均値であるから、これを念頭において考察すれば実験結果は比較的良好な精度をもつと考えられる。

4. 近似計算法

ラーメン隅角部の近似計算における曲梁公式の優位性はすでに L 型ラーメン⁴⁾および Y 型ラーメン⁵⁾で例証することができた。多径間ラーメン隅角部においても周辺の応力集中現象が曲梁のそれと類似しているから、この公式の採用が好ましいことは容易に了解される。一方 F. Bleich 氏^{1), 2)}および大野氏⁶⁾もこの隅角部の計算法にふれているが、それはかなり大胆な仮定をしたりまた利用上明確さに欠けたりしている。そこで実験値と比較してこれら計算法の精度を調べるとともに曲梁公式による筆者の近似計算法について述べることにする。近似計算は A-A', C-C' 断面、B-B', D-D' 断面および E-E' 断面の 3 つに分類して取扱うのが便利である。

(1) A-A', C-C' 断面 F. Bleich 氏および大野氏はこれら接続断面については単にそれに接続する辺縁の半径を内半径とするハリ高 h の曲梁で置換して計算するよう提案している。すなわち 図-4 で A-A' 断面の計算には ABCC'B'A' または AEE'A' なる扇形の曲梁に A-A' 断面の断面力が作用するとして計算するのである。しかしこの断面の応力は両側の辺縁の影響をうけるから合理的な計算法とはいえない。そこで筆者は断面力が ABCC'B'A' および AEE'A' なる 2 つの曲梁に分配されて作用するとの仮定のもとに上記の 3 種のラーメン隅角部および

図-4

$\gamma/h = 0.2$ の場合は断面力を 2 等分して 3 点に作用する。A-A' の場合は、

図-5

図-6

図-7

$r_1/h=0.5$, $r_2/h=0.5$ の Y 型ラーメン隅角部⁵⁾ について実験し、断面力は辺縁の曲率に関係なく等分に分配されるという結論をえた。これはまた C-C' 断面にも適用される。したがって一般的にかかる断面の応力分布は断面力を 2 等分し、それらがこの断面に接続すると考えられる曲梁に各作用するとして公式から計算した応力の和を求めればえられることになる。この計算値は大野氏のものとともに 図-5 および 図-6 に示してある。 σ_y については筆者の計算は非常によい精度をもっている。しかし τ_{xy} , σ_x はその大きさが σ_y に比して小さいとはいえ、いずれも近似度がよくない。これは直梁の応力分布から、近似的にみて曲梁の応力分布に移る過渡的な断面のために、局部的に発生する応力によると考えられる⁷⁾。

(2) B-B', D-D' 断面 F. Bleich 氏はこの断面の計算法にはふれず、大野氏は L 型ラーメンと同じく $h+r(1-\cos\theta)^*$ のハリ高を持つ曲梁について計算するよう提案⁶⁾しているが、断面力の算定についてはふれていない。筆者もラーメン隅角部内の断面の応力計算では断面を補足すべきであると考え大野氏の提案を踏襲することにする。しかし T 型ラーメンの E-E' 断面を考える場合には $\theta=0$ で補足断面がえられず不合理となる。かかる場合は例を 図-9 にとって説明するに $A_2'E_2'F_2'D_2B_2'A_2'$ を補足して考えればよいことがわかった。そこで補足断面のとり方に更に次のような考え方をつけ加えた。これを便宜的に B-B' 断面の計算で説明する。

図-8 を参照して一方では $h+r(1-\cos\theta)$ のハリ高の曲梁 $A_1'I_1J_1K_1C_1'C_1'B_1'A_1'A_1'$ を考えると同時に他方では隅角部の縁 $A_1'E_1F_1$ および $C_1D_1F_1'$ の中点 E_1, D_1 を結び、これに接するような縁 $A_1'B_1'C_1'$ の同心円でかぎられた曲梁を考える。そしてこれら 2 つの曲梁の外縁のうち外側にある方が近似計算に使う曲梁の外縁であるとする。図では前者に対応する $I_1J_1K_1$ がこれにあたる。次にかくして決定された弧に接する D_1E_1 の平行線を引き隅角部の縁との交点を G_1, H_1 とする。そして G_1-H_1 断面に働く断面力を図のごとく直梁の応力公式によつてこの断面上に分布させ、これを外力とみなして $B_1'-J_1$ 断面の断面力を算出し、曲梁公式から応力分布を求めればよい。T 型ラーメン隅角部についても同様である。図-5 および 図-6 はこの計算法がよい精度をもつことを示している。

(3) E-E' 断面 E-E' 断面は縁応力の大きくなる断面であるばかりでなく、板の厚さを決定する断面で設計上きわめて重要な断面である。

F. Bleich 氏がその書著で扱っている計算法も主にこの断面のセン断応力にかんするものである。T 型ラーメン隅角部は Y 型ラーメン隅角部の特殊な場合と考えられるが、氏はこれを区別して取扱っている。そこで氏の考え方を 図-9 の T 型ラーメンに適用すると、そのセン断応力の計算順序は次のごとく比較される。

フィレンデル桁節点の計算法 ¹⁾ * ₁	多径間ラーメン中間節点の計算法 ²⁾ * ₂
(a) $A_2'-F_2'$ 断面の断面力が C_2CC_2' 断面の直梁に作用するとして応力を求め、これを C_2CC_2' 断面の $A_2'-F_2'$ 面への投影 C_2E_2'/C_2' 上に分布する外力とみなして E_2-E_2' 断面の断面力を算出し、	(a) C_2CC_2' 断面に直梁公式による応力分布を考え、これを外力とみなして E_2-C 断面の断面力を算出し、
(b) 直梁公式でこの断面のセン断応力を求める。	(b) 直梁公式でこの断面のセン断応力を求める (公式は曲梁公式の特別な場合として使用しているのではない)。

かくのごとく断面のとり方および応力公式の利用法に統一がみられない。そこで筆者はここにも前項で説明した方法を提案したい。これを 図-9 で説明する。 $\theta=0$ のため置換すべき曲梁(直梁)の外縁は $B_2'-D_2$ で、 $B_2'-D_2$ 断面に働く断面力を図のごとく直梁の公式によつてこの断面上に分布させ、これを外力とみなして E_2-E_2' 断面の断面力を算出し、直梁公式(曲梁公式の特別な場合として)から応力分布を求める。

* $r(1-\cos\theta)$ は補足すべきハリ高で、 r は 図-1 に θ は 図-8 に示すごとし。

*₁, *₂ この計算による応力分布は 図-7 で各 Bleich ①, ② として示してある。

図-7 にはこれら 3 方法による計算応力が示されている。Bleich 氏の多径間ラーメンの中間節点に関する計算法も結果的には実験結果をよく説明しているようにみえる。

5. 結 言

矩形断面をもつ多径間 ラーメン 隅角部の実験から、この種の隅角部の応力計算には曲梁公式を利用した上記の方法が合理的であることを知った。そして計算応力は一般に安全側にあるから、この計算法は設計にも利用できよう。しかし I 型断面をもつ隅角部の計算については推定の域をでない。更に研究を進めて確証をえたいと考えている。

参 考 文 献

- 1) F. Bleich: Theorie und Berechnung der eisernen Brücken s. 506~510.
- 2) F. Bleich: 鉄骨構造 下巻, pp. 703~705.
- 3) I. Ōno: Formula for stress of curved beam Memo. of Fac. of Tech. Tokyo Met. Univ. No. 4, 1954.
- 4) 大野 諫, 山本 稔: ラーメン隅角部の応用分布の光弾性的研究, 土木学会年次講演会にて発表, 1954 年 5 月
- 5) M. Yamamoto and H. Inoue: Distribution and Calculation of Stress in Corner of Y-type Rigid Frame Memo. of Fac. of Tech. Tokyo Met. Univ. No. 8, 1958.
- 6) 大野 諫: 鋼ラーメン隅角部及び節点の構造と計算に対する諸注意, 道路, 1954 年 7 月
- 7) I. Ōno: Stress Distribution in Corner of Rigid Frame Proc. of the 4th Jap. Nat. Congr. App. Mech. 1954.

(昭. 33. 8. 26)