ゲートの空気吸込みに関する一考察

ON INVESTIGATION OF THE AIR QUANTITY FOR THE GATE

中 島 康 吉*・巻 幡 敏 秋**

By Yasuyoshi Nakajima and Toshiaki Makihata

要 旨 放水路トンネルを有するゲートの空気吸込み現象については従来流れの跳水現象による空気吸込みが問題とされ、空気吸込みに関する実験式が示されている。しかしながら該式は筆者らが実験した模型実験および入手し得た実物実験などと十分な一致が認められなかったため、本論文ではトンネル内の流水面上に発達する境界層、あるいは噴流の拡散にもとづく空気吸込みを考え、理論的な解析を行なって実験結果と比較検討したものである。

1. 緒 論

放水路トンネルを有するダムではゲートの開閉にともない、ゲートからの流出水によってトンネル内の空気がダム外に運び去られ、トンネル内の気がいちじるしく低下する。このような気圧の低下はゲートに対して空洞現象や振動など操作上好ましくない原因となって現われる。このような危険を防止し、安全なゲート操作を可能ならしめるために空気管 (Air vent) が設置されている。

空気管の設計に必要な空気吸込量に関する従来の研究として二、三見受けられるが^{1), 2), 3)}, Kalinske & Robertson ならびに Campbell & Guyton らの論文に示されている実験式は空気吸込みの原因を流れの跳水現象によるものと考察して空気比 β^* ($\beta^* = \frac{Q_a^*}{Q_w^*}$, Q_a^* , Q_w^* はそれぞれ実験で得られる空気量および流量である) をフルード数をもとに整理されたもので、実物で得られた結果とある程度よく一致すると報告された例もあって⁴⁾, この実験式が空気管の設計に採用されている現状にある。ところが空気吸込量について筆者らが実験した二、三の模型実験および沓瀬ダム 1/15 模型⁵⁾ あるいは近畿地方建設局の好意により入手し得た大野ダムの実物実験などの結果は上述の実験式とは相当の差があらわれ、まったくその一致が認められなかった。また縮尺模型実験から実物の空気量を推定することも考えられるが、信頼できる換算方法も明確ではなく、空気吸込みの原因についても不明な点を多分に残しているようである。

そこで本論文では空気吸込み現象を Kalinske & Robertson が考察しているように流れの跳水現象と考え

ず、トンネル内の流水面上に発達する境界層、あるいは噴流の拡散によるものと考えて以下に検討を加えてみた。

2. 理論的考察

筆者らは 表-1、表-2 に示すような2種類の模型および条件のもとに実験して得られた結果ならびに大野ダムの実物実験 (計算に用いた当ダムの寸法を 表-3 に示す) で得られた結果からそれぞれの空気比 β^* を求め Kalinske らと同様な整理方法を試み図示してみると 図-1 のようになる。

図-1 $\beta^* \sim F-1$ との関係Fig. 1 Relation of β^* vs $F-1$.

表-1 (単位 m)

放水路形状	ゲート前方の取水口形状	水頭	放水路長さ	放水路幅	放水路高さ
水平長方形	通常形状障害物なし	2.30	1.70	0.04	0.225

表-2 (単位 m)

放水路形状	ゲート前方の取水口形状	水頭	放水路長さ	放水路幅	放水路高さ
水平長方形	ベルマウス状の障害物あり	2.50	0.70	0.133	0.133

表-3 (単位 m)

放水路形状	ゲート前方の取水口形状	水頭	放水路長さ	放水路幅	放水路高さ
放物線	通常形状障害物なし	34.4	34.0	3.4	5.1

なお、表-1 のものは単純化された模型 (Idealized Model) であり、表-2 のものは関西電力 K K 黒部川第 4 発電所洪水吐ゲートおよび放水路の 1/30 模型である。

* 工博 日立造船 K K 技術研究所

** 正員 日立造船 K K 技術研究所

この図から空気比 β^* は模型で得られた結果も実物で得られた結果も Kalinske の実験式との開きが大きくあらわれており、この実験式を実物の空気管の設計に採用することには問題があるように思われる。

ここにゲートの空気吸込みを運動量の拡散現象と考え、つぎのような単純化した手段を用いて考察してみる。その一つは大気の拡散係数に支配されて水平なトンネル内の流水面上に発達する境界層にもとづく拡散現象であるとして境界層理論を応用する方法、ほかの一つはゲートから流出する水流を噴流と考え噴流理論を応用する方法である。

(1) 大気内の拡散現象

空気管の入口と空気管出口（ゲート室）における圧力降下がわずかでゲート室の気圧がほぼ大気圧に等しいと考えられる場合には放水路トンネル内の空気は非圧縮性流体、すなわち大気と同様な取り扱いができるので大気の運動方程式が適用できる。

古典的な大気の運動方程式は $\nu=0$ ($\nu=\frac{\mu}{\rho_a}$)、すなわち $\mu=0$ の理想流体についての Euler の運動方程式が採用されていた。これは空気の粘性として分子力による粘性が考えられ、大気の運動のような大規模の運動には全然きかないとしていたためである。ところが近年に至ってうず粘性なる分子粘性に比較して相当大きな作用をするものが、G.I. Taylor によって発見されて再び分子粘性 μ の代りにうず粘性係数 μ' を用いた粘性項が大気の運動方程式に採用されるようになった。うず動粘性係数（拡散係数ともいわれる） K ($K=\frac{\mu'}{\rho_a}$) を導入することによって大気の運動方程式はつぎのようになる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{Du}{Dt} &= -\frac{1}{\rho_a} \frac{\partial p}{\partial x} + K_x \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + K_y \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + K_z \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \\ \frac{Dv}{Dt} &= -\frac{1}{\rho_a} \frac{\partial p}{\partial y} + K_x \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + K_y \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + K_z \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \\ \frac{Dw}{Dt} &= -\frac{1}{\rho_a} \frac{\partial p}{\partial z} + K_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + K_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + K_z \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots(1)$$

また連続の方程式は

$$\frac{\partial \rho_a}{\partial t} + u \frac{\partial \rho_a}{\partial x} + v \frac{\partial \rho_a}{\partial y} + w \frac{\partial \rho_a}{\partial z} + \rho_a \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) = 0 \quad \dots\dots\dots(2)$$

となる。ここで式 (1) において $K_x=K_y=K_z=\nu$ とするならば周知のように層流状態の Navier-Stokes の運動方程式となる。なお u, v, w は x, y, z 軸方向の分速度、 ρ_a は空気の密度である。ただし簡単にするため地球の自転によって流体に働く Coriolis の力は省略している。

大気の運動方程式をダム放水路トンネル内の空気流の現象に適用するために2次元を考える。流水面からあま

り大きく離れていない距離のところでは空気の乱れは統計的に等方性になっていることが G.I. Taylor によって見出されている。この場合の運動方程式は式 (1) の2次元の Navier-Stokes の運動方程式、すなわち層流境界層内における運動方程式と同形になる。したがって得られる解は形式的には層流境界層の解とまったく一致する。式 (1) の2次元流を考えれば境界層の運動方程式と連続の方程式は

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} &= -\frac{1}{\rho_a} \frac{\partial p}{\partial x} + K \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \\ \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} &= -\frac{1}{\rho_a} \frac{\partial p}{\partial y} + K \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots(3)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad \dots\dots\dots(4)$$

となる。ただしここで $K=K_x=K_y$ である。

流水面を x 、その鉛直方向を y とし、トンネル内の流水表面を U ($U=\sqrt{2gH}$, H =ダム水頭) なる理論流速で動いている平板と考えると流水面上の空気は粘性のために流水面の流速と同一になろうとする現象、すなわち拡散現象が起こり流水面上の空気は u' の速度で運び去られることになる。またこの現象と同時に流水面は実は固体の平板でなく相当量の水の飛まつが流水面上の空気流に拡散されている。この拡散が空気の拡散に支配されているものとすれば、やはり空気の流速分布と同様に水の飛まつ濃度分布に境界層理論の解を適用することができる。この拡散において S.I. Pai⁹⁾ がガス拡散について取り扱っていると同様の方法を用い、空気による水の拡散と水による空気の拡散とが同程度であると考え、空気流に拡散されている水の飛まつに相当する空気量が水流内に拡散され水流とともに運び去られるとすると理論空気量 Q_a は次式によって与えられることになる。

$$Q_a = B \left\{ \int_0^\delta (1-\sigma) u' dy + \int_0^\delta \sigma u' dy \right\} \quad \dots\dots\dots(5)$$

ここで B は放水路の幅、 δ は $x=L$ すなわちトンネルの出口における境界層の厚さ、 σ は単位体積中にふくまれる水の飛まつ濃度で、単位体積中にふくまれる空気は $1-\sigma$ になる。右辺の第1項は境界層内で運び去られる空気量であり、第2項は水の飛まつ量であるが、前述のように等量の空気が水流内に拡散されて運び去られると考えて加えたものである。ところが境界層理論から求められる δ よりもトンネル高さが小さい場合は

$$Q_a = B \left\{ \int_0^\phi (1-\sigma) u' dy + \int_0^\phi \sigma u' dy \right\} \quad (\delta > \phi) \quad \dots\dots\dots(6)$$

で近似的に空気量が与えられるものとする。ここで $\phi = s_0 - s$ で s_0 はトンネルの高さである。

U なる速度をもつ流れの中に置かれた平板上に発達する層流境界層内の流速分布 u は一般に $u = Uf(\eta) =$

$U(2\eta - \eta^2)$ なる値が採用されている。ただし $\eta = y/\delta$ である。この場合は逆に静止流体中を平板が運動する場合を考えているから $u' = U - u$ となり

$$u' = U(1 - 2\eta + \eta^2) \quad \dots\dots\dots(7)$$

で表わされる。また空気は拡散も水の飛まつは拡散も同じ式で表わされるべきものであるから

$$\sigma = 1 - 2\eta + \eta^2 \quad \dots\dots\dots(8)$$

となる。

つぎに理論流量は $Q_w = \sqrt{2gH} \cdot S \cdot B = U \cdot S \cdot B$ として示される関係から理論空気比 β は次式のようになる。

式 (5) から

$$\beta = \frac{Q_a}{Q_w} = \frac{1}{SU} \int_0^S u' dy \quad \dots\dots\dots(9)$$

式 (9) に式 (7) を代入して η の関係で置き換えると

$$\beta = \frac{\delta}{S} \left\{ \int_0^1 (1 - 2\eta + \eta^2) d\eta \right\} = A \frac{L}{S} R_K^{-1/2} \quad \dots\dots\dots(10)$$

式 (6) からは同様に

$$\beta = \frac{\delta}{S} \left\{ \int_0^{\delta/S} (1 - 2\eta + \eta^2) d\eta \right\} = A' \frac{L}{S} R_K^{-1/2} \quad \dots\dots\dots(11)$$

となる。ここで L は放水路の長さ、 R_K はうず動粘性係数を用いたレイノルズ数 $R_K = \frac{UL}{K}$ 、 A, A' は層流境界層内の流速分布を積分することによって得られる係数で $A = 1.83$ となる。

(2) 噴流の拡散現象

同種流体中（水対水あるいは空気対空気）に噴出される際に生ずる噴流の拡散を考え、この拡散にともなうゲートの空気吸込み現象を以下に検討してみる。

ゲートから流出する噴流は空気中へ水が噴出される場合で厳密には以下の考察は適当であるかどうか問題である。その理由として水面を境界としての対称拡散幅、飛まつは濃度分布あるいは噴流の流速分布などの定義はこの分野での最近の実験研究によれば適当でないようであるが、いまだに確立された理論がないように思われることから、ここでは従来の噴流理論がどの程度この現象に適用できるかを究明しようとしたものである。

まず流出水の境界面を x 軸、その鉛直方向に y 軸をとり流出水と放水路トンネル内の静止流体（空気）とが接触し始める点（ゲート設置箇所）を原点とする。2つの流体が接触するところには流出水の一様流速 U ($U = \sqrt{2gH}$, H = ダム水頭) より 0 に移り変わる層ができ、流速の速いものと遅いものとが入り混じる。いわゆる拡散現象をともなう層ができ、この拡散層の幅は下流に向い次第に増大する。その結果流水境界面にある空気の一部は流水に誘引されるので、静止流体の部分には U にくらべて小さいが y 軸方向の流れが生ずる。この流れが空気吸込みの原因となる。一般に噴流の運動方程式と連続の式はつぎのように与えられる。

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{\rho_w} \frac{\partial \tau}{\partial y} \quad \dots\dots\dots(12)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad \dots\dots\dots(13)$$

ここに u, v は境界層内の x 軸方向の流速および y 軸方向の流速、 ρ_w は水の密度、 τ は乱流せん断応力である。

式 (12) において乱流せん断応力 τ は Prandtl の混合距離を用いた式で示せば次式で与えられる。

$$\tau = k \rho_w l^2 \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right| \frac{\partial u}{\partial y} \quad \dots\dots\dots(14)$$

ただし k は定数で Prandtl の運動量輸送理論によれば $k = 1$, G.I. Taylor のか（渦）度輸送理論によれば $k = \frac{1}{2}$ となるもので、一般に噴流理論においては後者が採用されている。

$kl^2 \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right|$ は 2. (1) で用いた拡散係数 K と同じ性質のものであるから、これを常数 K' として取り扱うことも考えられるが、ここでは従来の噴流理論をそのまま採用する。すなわち噴流理論を適用すれば式 (14) での混合距離 l は噴流の拡散幅 b に比例し、しかも b は流れの境界面に沿う距離 x に比例することになり式 (14) はつぎのようになる。

$$\tau = \frac{1}{2} \rho_w c^2 x^2 \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right| \frac{\partial u}{\partial y} \quad \dots\dots\dots(15)$$

ここに c は拡散幅を定義する定数である。

式 (12) の運動方程式を解くために y/x に比例する ξ なる変数を導入する。また u, v を求めるために流水関数 ψ をつぎのように定義する。

$$\psi = \int u dy = Ux \int f(\xi) d\xi = Ux F(\xi) \quad \dots\dots\dots(16)$$

ここに U は流出水の一様流速である。式 (16) から u, v はそれぞれ

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y} = U F'(\xi)$$

$$v = - \frac{\partial \psi}{\partial x} = U \{ \xi F'(\xi) - F(\xi) \} \quad \dots\dots\dots(17)$$

として算出される。

式 (15) の τ を ξ の関数に置き換えると

$$\tau = \frac{1}{2} \rho_w c^2 U^2 F'^2(\xi) \quad \dots\dots\dots(18)$$

となり、式 (17) から求められる $\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y}$ および式

$$(18) \text{ から誘導される } \frac{\partial \tau}{\partial y} \text{ を式 (12) に代入して噴流}$$

の境界条件を与えることによって $F(\xi), \{F'(\xi)\}$ が求まる。すなわち

$$F(\xi) = c_1 e^{-\alpha \xi} + c_2 e^{\alpha \xi/2} \cos \frac{\sqrt{3}}{2} \alpha \xi$$

$$+ c_3 e^{\alpha \xi/2} \sin \frac{\sqrt{3}}{2} \alpha \xi \quad \dots\dots\dots(19)$$

$$F'(\xi) = -c_1 \alpha e^{-\alpha \xi} + c_2 \alpha e^{\alpha \xi/2} \cos \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \alpha \xi + \tan^{-1} \sqrt{3} \right)$$

$$+c_3\alpha e^{\alpha\xi/2}\sin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\alpha\xi+\tan^{-1}\sqrt{3}\right)\dots\dots(20)$$

となる。噴流の境界条件として $u=U, v=0$ となる $\xi=\xi_1$ では、 $F'(\xi_1)=1, F(\xi_1)=\xi_1$ および $F''(\xi_1)=0, u=0, v=v$ となる $\xi=\xi_2$ では $F'(\xi_2)=0$ および $F''(\xi_2)=0$ である。

式 (19), 式 (20) あるいは式 (20) をさらに微分した $F''(\xi)$ の式に上記の境界条件を代入して数値解析を試みて得られた c_1, c_2, c_3, α 値⁷⁾ を示せばそれぞれ $c_1=0.0062, c_2=0.987, c_3=0.577, \alpha=11.8$ となっている。また式 (15) に示した拡散幅を定義する定数 c は実験の結果によれば $c=0.255$ となっている。

つぎに噴流にともなう水の飛まつ濃度分布であるが、ここで水の飛まつ濃度分布は噴流の拡散に支配されているものとすれば噴流の流速分布を求めたと同様に噴流理論の解を適用することができる。すなわち式 (20) の関係を拡散幅 b を用いた ζ の関数 $\left(\zeta=\frac{2y}{b}=\frac{2y}{cx}, \xi=\frac{c}{2}\zeta\right)$ に置き換えると濃度分布 σ はつぎのように与えられる。

$$\begin{aligned}\sigma=F'(\zeta) &= -\frac{c_1\alpha c}{2}e^{-\alpha c/2\zeta} \\ &+ \frac{c_2\alpha c}{2}e^{\alpha c/4\zeta}\cos\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\alpha c\zeta+\tan^{-1}\sqrt{3}\right) \\ &+ \frac{c_3\alpha c}{2}e^{\alpha c/4\zeta}\sin\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\alpha c\zeta+\tan^{-1}\sqrt{3}\right) \\ &\dots\dots\dots(21)\end{aligned}$$

単位体積にふくまれる空気は $1-\sigma$ となるから、噴流の拡散によって運び去られる理論空気量 Q_a は次式で与えられる。

$$Q_a = B \int_{-b/2}^{b/2} u(1-\sigma)dy \dots\dots\dots(22)$$

式 (22) での積分の上限、下限は従来の噴流理論による水面を境界としての対称拡散幅であり、空気吸込量を求める場合はちょうど放水路トンネルの頂部の壁に噴流が接触する際の拡散幅を採用すべきであるが、ゲートの開きによっては積分の上限、下限のうち、特に下限境界がトンネル底面に達する場合は $-b/2$ の採用はできなくなり、ゲート開き s となる。このようなゲート開きは対称拡散と考えれば $s < s_0/2$ ($\phi > s_0/2, \phi = s_0 - s, s_0$ はトンネルの高さ、 s はゲートの開きである) となる。またこのようなゲート開きでは下限境界が底面に達しているため噴流の流速 U は境界層内の流速となり、下流に向うにしたがって次第に減少する。そこで簡化のためにトンネル底面に発達する境界層を省略し、噴流の中心をトンネル底面と考えて、R.G. Folsom⁹⁾ が同種流体中への軸対称噴流に対して求めた噴流中心部の流速 U_c の関係式 $\left(\frac{x}{S} \geq 8 \text{ または } b=0.255x, b=2\phi \text{ から } 7.85\frac{\phi}{s} \geq 8\right)$ に対して $U_c=5.13(s/x), U=0.654(s/\phi)U$ を引用して

トンネル底面での流速の境界条件、すなわち $s \geq s_0/2$ の場合のゲート開きで流速 U_c は U 、また $s=0$ で $U_c=0$ を満足する関係式として簡単に $U_c=(s/\phi)U$ とおく。すると式 (22) の積分の上限、下限、噴流の流速分布および濃度分布はゲート開きが $s < s_0/2$ か $s > s_0/2$ かによってそれぞれつぎのように表わされる。

$s < s_0/2$ ($s_0/2 - \phi < 1$) の場合は

$$Q_a = B \int_{-s/\phi}^{b/2} u^*(1-\sigma^*)dy \dots\dots\dots(23)$$

ここに $u^*=U_c F'(\xi), \sigma^*=\frac{U_c}{U}\sigma$ である。

$s > s_0/2$ ($0 < \phi < s_0/2$) の場合は式 (22) がそのまま適用できる。式 (22), 式 (23) を ζ の関係で置き換えるとつぎようになる。式 (23) からは

$$\begin{aligned}Q_a &= \frac{b}{2}BU_c \int_{-2s/\phi}^1 F'(\zeta) \left\{1 - \frac{U_c}{U}F'(\zeta)\right\} d\zeta \\ &= SBU \int_{-s/\phi}^1 F'(\zeta) \left\{1 - \frac{s}{\phi}F'(\zeta)\right\} d\zeta \dots\dots(24)\end{aligned}$$

式 (22) からは、

$$Q_a = \frac{b}{2}BU \int_{-1}^1 F'(\zeta) \{1 - F'(\zeta)\} d\zeta = 0.25\phi BU \dots\dots\dots(25)$$

ここに B は放水路トンネルの幅、 $b=2\phi(\phi=s_0-s)$ である。

つぎに理論流量は $Q_w=S \cdot B \cdot U$ として表わされるので、理論空気比 β はそれぞれつぎようになる。式 (24) からは

$$\beta = \frac{Q_a}{Q_w} = \int_{-s/\phi}^1 F'(\zeta) \left\{1 - \frac{s}{\phi}F'(\zeta)\right\} d\zeta \quad s < s_0/2 \dots\dots\dots(26)$$

式 (25) からは

$$\beta = \frac{Q_a}{Q_w} = 0.25\frac{\phi}{s} \dots\dots\dots(27)$$

がそれぞれ得られる。

3. 実験値との比較

2. で境界層の理論 (噴流理論をもふくむ)、すなわち運動量の拡散現象から出発して理論空気量、空気比を定義してきたのであるが、この考え方が妥当であるかどうか実物実験および模型実験で得られた結果などをとに考察してみる。

(1) 空気量について

2. (1) の大気内の拡散現象のところで採用した大気のうず動粘性係数は気流にふくまれるうずの性質に支配されるものと考えられ、したがって測定された結果も気象条件はもちろん、物体の大きさや位置によっても大きく左右されるようである。その一例として佐々木技官が東海村で行なった小規模の拡散実験^{9), 10)} で得られた数値を示せば、 $K_x=2.9 \times 10^{-1} \sim 1.5 \times 10^2 \text{ m}^2/\text{s}$, $K_y=5.3 \times 10^{-3} \sim 6.7 \times 10^{-2} \text{ m}^2/\text{s}$ となっていて、いかにその数値が

ばらついているかがわかる。しかしながら放水路トンネル内においては気象条件によってほとんど左右されないと考えられるので、 K の値はそれほど大きくばらつかないであろう。

式 (10) を用いて実験値を整理しそれぞれの実験結果について K を求めてみると模型では $K=6.44\sim 9.07\times 10^{-3}\text{m}^2/\text{s}$ 、実物では $K=9.45\times 10^{-2}\text{m}^2/\text{s}$ が得られる。Richardson は多くの測定値を整理した結果、大気のうち動粘性係数 K と現象の大きさ D との間に $K=0.2\sim 0.6 D^{4/3}\text{cm}^2/\text{s}$ (D は物体の大きさ cm で拡散の程度の大小を示すもので放水路トンネルではトンネル高さと考えられる) なる関係を見出している。また Sutton は $K\propto t^{3/4}$ なる関係を求めている。ただし t は拡散現象の行なわれる時間であり、 t と物体の大きさとは比例すると考えられるので Richardson の式も Sutton の式も似通った関係を示すものといえよう。Richardson, Sutton らが導き出している関係と実験結果から得られた K とを比較してみると図-2 のようになる。実物および模型における K 値は Sutton が導き出している関係にあるようである。Sutton の式を $K=\alpha D^{3/4}$ と置き換えて実験結果から α を求めてみると図-2 にも示してあるように $\alpha=8$ が得られる。ゆえに放水路トンネル内における大気のうち動

粘性係数 K は一応模型、実物に対して $K=8 D^{3/4}$ の式で推定できる。しかしながら少ない実験結果からの結論であるので、なおこれらの関係については検討を要するものと考えられる。

式 (10) を用いて実験値を整理して得られた K 値を

図-3 $Q_a\sim s/s_0$ との関係

Fig. 3 Relation of Q_a vs s/s_0 .

図-2 $K\sim D$ との関係

Fig. 2 Relation of K vs D .

図-4 $Q_a\sim s/s_0$ との関係

Fig. 4 Relation of Q_a vs s/s_0 .

図-5 $Q_a\sim s/s_0$ との関係

Fig. 5 Relation of Q_a vs s/s_0 .

もとに筆者らが行なった模型実験および実物 (大野ダム) の理論空気量を計算し実験値と比較したのが図-3, 図-4 および 図-5 の実線である。

つぎに五十里ダム³⁾ の現地で計測された空気量を示したのが図-6 であるが、五十里ダムにおいてはゲート室の気圧が大幅に低下したことが報告されており、図-6 からわかるように $s/s_0=0.1\sim 0.8$ の間は空気量はほぼ一定となっていて、村技官も指摘しているように圧縮性流体としての影響が多分に現われていることが認められる。

そこで圧縮性流体としての取り扱いから空気量を求め

図-6 $Q_a\sim s/s_0$ との関係

Fig. 6 Relation of Q_a vs s/s_0 .

てみる。圧縮性流体の基礎方程式，すなわち断熱変化および Bernoulli の方程式と連続の条件式から空気量 Q_a^0 は周知のように次式で与えられる。

$$Q_a^0 = f \left(\frac{2}{\kappa - 1} \right)^{1/2} a_0 \left\{ \left(\frac{p}{p_0} \right)^{2/\kappa} - \left(\frac{p}{p_0} \right)^{\kappa+1/\kappa} \right\}^{1/2} \quad \dots\dots\dots (28)$$

式 (28) において最大空気量となる条件は $p/p_0 = 0.527$ である。ここに f は空気管の断面積， $a_0 = \kappa p_0 / \rho_a$ (音速)， p_0 は大気圧， ρ_a は大気圧下における空気密度， $\kappa = C_p / C_v$ (空気では $\kappa = 1.40$ である。 C_p = 等圧比熱， C_v = 等積比熱)， p は任意の点の気圧であるが，ここではゲート室内の気圧となる。

図-6 において鎖線で示した値は式 (28) に $p/p_0 = 0.527$ を代入して求められる最大空気量である。放水路トンネル内の大気のうず動粘性係数は図-2 にも示してあるように $K = 8 D^{3/4}$ で求められるので，五十里ダムの K 値を算出してみると $K = 4.3 \times 10^{-2} \text{m}^2/\text{s}$ が得られ，この値をもとに理論空気量を計算して示したのが実線である。

以上の理論式は境界層理論を用いて空気の拡散と水の拡散とを考慮して導いたものであるが，ゲート開度の小さなときは，水流のほとんど全部が飛まつ状となって拡散されているため理論式を導く際に採用した種々の仮定を満足しなくなるので，計算値と実験値は一致しないのは当然である。ゆえにこの理論式は境界層の厚みがちょうどトンネル頂部に接触するような状態およびそれ以上のゲート開度の場合に適用されるべきものである。

つぎにゲートから流出する水流を噴流と考察して噴流の拡散とこれともなう水の飛まつ濃度分布とを考慮して誘導した式 (24)，(25) を用いて筆者らが行なった模型実験および実物 (大野ダム) についての理論空気量を算出し実験値との比較を試みたのが 図-3，図-4 および 図-5 の点線である。計算値と実験値との数値的な一致の悪い一つの原因として考えられるのは，噴流理論は空気中に空気を噴出せしめたときの実験値から定数を定めているため，ここで考えているような空気中に水が噴出される場合にそのまま適用できないためであり，また寸法効果についてもなら考慮されていないためのものと考えられる。しかしゲート開度の小さい場合には定性的には境界層理論を適用するよりもすぐれているように考えられる。ゲート開度の大きい場合には境界層理論を適用して考察するほうが実験値とのよい一致が認められる。なお 図-4 の実験値はゲート開度が増大するにしたがって差が現われているのは 表-2 にも示してあるようにゲート前方にバルマウス状の障害物があり，このため流出水は遠心流のような流れとなってゲート下部での流れの縮流が大きく， $s/s_0 = 1.0$ においてもトンネル頂部と流水面とにかなりのすきまを生じており，空気吸

込みの現象をともなっていたことによる。

(2) 空気比について

大気内の拡散現象から求められる理論空気比，噴流の拡散現象から求められる理論空気比をそれぞれ式 (10)，(11)，(26)，(27) から算出し実験値の空気比と比較したのが 図-7 である。実線と鎖線は式 (10)，(11) によ

図-7 $\beta - s/s_0$ との関係

Fig. 7 Relation of β vs s/s_0

Proto Model — Theory of the diffusion
Cal. Prote Model } - - - Theory of the jet

ったものでそれぞれ実物，模型についてのものである。点線は式 (26)，(27) によったものである。

β と β^* との関係は式 (9)，(26)，(27) などから明らかのように， $\beta^* = \beta / c_q$ と表わされる。流量係数 $c_q = c_c c_v$ となるので， $c_v \approx 1.0$ とおくと $c_c \approx c_q$ となる。図中での計算値と実験値との相違は $1/c_q$ の差に等しくなる。ゆえに流量係数 c_q の小さくなるような流れを生ずるゲートにおいてはその差が大きく現われている。

図からわかるように計算値と実験値との間にはなおその差が認められるが傾向としてはよく一致しているので，理論式の近似度を考察すれば本論文で試みた考察は妥当であるといえる。

4. 結 論

ゲートの空気吸込みを運動量の拡散現象と考え，大気内の拡散現象あるいは噴流の拡散現象として解析し，その妥当性について考察を加えた。その結果ゲート開度の小さい場合の空気吸込みについては噴流理論のほうが定性的によく一致するが，ゲート開度の大きいときは大気のうず動粘性係数を導入して誘導した境界層理論を適用したほうが妥当である。

大気のうず動粘性係数を適確に推定することができれば，2. (1) で考察した理論によって空気吸込量を実用的には十分の精度で計算できるものと考えられ，したがってまず大気のうず動粘性係数の値をさらに明確にするための実験が数多く行なわれることが望まれる。しかしながらこの現象を根本的に解明して行くためには流速分