衝撃的荷重に対する飽和粘土の応答特性*

RESPONSE CHARACTERISTICS OF SATURATED CLAY TO IMPACT LOADING

赤井 浩一**・山内 勇喜男***

By Koichi Akai and Yukio Yamauchi

1. 序

一般に地盤をも含めて土構造物は長期間の外力をうけるほかに、地震力などのように急速な外力をうける機会も多いので、構造物の設計にさいしては静的な土の性質と同時に動的な挙動をも考慮せねばならない。すなわち外力の大きさだけでなく、それが加わっている時間も考え、その载荷時間に見合った土の性質を考慮して設計することが必要となる。たとえば、周期 0.1~1 秒の地震力が加わってきたとすると、荷重が 0 から最大になるまでの時間は 0.025~0.25 秒程度であり、この範囲の急速荷重をうけたときの土の性質を用いて耐震設計を行なうのが合理的であるとされている¹⁾。

地震の解析や理論的考察によると、地震動は周期的にくり返される周期荷重と考えられる面と、ランダムな衝撃荷重と考えられる面とがあるので、衝撃に近いような短期の振動荷重に対する土の変形や強度を調べることは、周期荷重に対する応答を調べることと同様に重要である。また地震の主要動はせん断波であり、このような荷重に対する検討も必要である。

この研究では、柔らかい飽和粘土が縦振動源としての衝撃荷重をうけた場合に示す力学的応答を調べるため、改良型三軸圧縮装置を用いて一連の実験を行ない、またせん断波に対する飽和粘土の応答を調べるためにねじり衝撃振動実験を行なった。そしてこのような動的荷重下における粘土の弾性ならびに減衰に関する定数を解析的に算出し、これらを定常調和振動波形を与える強制縦振動実験から得られたものと比較するとともに、とくに振動減衰の特性について理論的考察を試みた。

2. 縦衝撃による自由振動実験

(1) 実験試料、実験装置および実験方法

実験試料としては大阪沖積粘土と京都近郊の洪積粘土

図一 縦衝撃振動実験装置の概要

表一 粘土試料の物理的性質

試料番号	No. 1	No. 2
比重	2.67	2.73
粘土分	39%	23%
シルト分	44%	57%
砂分	17%	20%
含水比	40~50%	36~40%
液性限界	52.8%	48.9%
塑性指数	27.2%	24.4%

を用いた。前者を試料 No. 1, 後者を No. 2 とよび、それぞれの物理的性質を表一に示す。これらの試料はいずれも練り返してよく水で混ぜ、細かい気泡を除いて完全に水で飽和させ、これらを直径 25 cm, 高さ 15 cm の大型圧密容器に詰めて圧力 0.2~1.0 kg/cm² のもとで圧密した。

図一に実験装置の概要を示す。荷重 (M) を供試体 (直径 35 mm, 高さ 80 mm) に連なるピストン上に乗せ、それを糸で対重 (M') に結び両者を平衡させて供試体に荷重がかからないようにする。ある瞬間に Q 点で糸を切断して粘土供試体に瞬間的に载荷し、そのときの供試体の変位と加速度を電気回路により増幅して、電磁オシログラフに記録させる。加速度計 (A) は供試体と一体となって運動するのを確実にするため、三軸試験用キャップに内蔵するきわめて小型のもの (最大測定容量 ±2 g) を使用した。変位計 (T) は最大変位 25 mm まで測定が可能で、これを載荷台に片持ばり式にとりつけた。供試体は荷重の 1 段階ごとに、更新試料を用い、完全な破壊がみられるまで 0.4 kg ずつ荷重を増加させた。載荷ピストンと三軸セル上蓋との間の摩擦を避けるためにボール・プッシュ (B) を使用した。また試験中三軸供試体に一定の側圧をかけるため恒圧装置 (P) を用い、

* 土木学会第 21 回および第 22 回年次学術講演会 (昭 41.5.29 および昭 42.5.28) において一部を発表 [講演番号 III-106 および III-40]

** 正会員 工博 京都大学教授 工学部交通土木工学教室

*** 正会員 工修 建設省関東地方建設局首都国道工事事務所

載荷ピストンの貫入にさいして側圧の変化をできるだけ小さくするために、三軸セルと恒圧装置の間に空気溜め(R)を設置し、この中に圧さく空気を封入した。この装置は拘束圧のもとで動的試験をするのに必要なものである。

なお加速度計で測定される振動加速度と実際に供試体に作用している軸方向応力との対応をみるため、一軸圧縮条件下の振動実験に対してロードセルを併用したが、これは供試体の底部に挿入して用いた。すべてピックアップ類のキャリブレーションは各実験ごとに行なった。実験装置の主要部を写真-1～写真-3に示す。

写真-1 縦衝撃振動実験装置

写真-2 三軸供試体キャップ内にセットされた加速度計

写真-3 変位計
(測定容量、左: 25 mm, 右: 5 mm)

(2) 実験結果と考察

実験は種々の含水比をもつ飽和粘土試料について載荷条件や側圧状態を変えて行なわれた。この実験で得られた加速度記録、応力記録、変位記録の一例が図-2に示されている。この図は一軸圧縮条件下で、含水比 39% の供試体に対し振動系質量を 1.925 kg とした場合のものに相当している。ここに振動系質量としては、後述のように供試体への上載荷重とピストン重量と供試体自身の重量の 1/3 との和に相当するものを採用している。いま静止位置から測った振動系質量の中心の変位を x とし、この場合の自由振動に対する運動方程式を考えると、

$$\left(M_0 + \frac{M_s}{3}\right)\ddot{x} = \left(M_0 + \frac{M_s}{3}\right)g - F \dots \dots (1)$$

図-2 縦衝撃振動実験における加速度、応力、変位記録の一例

となる。ここに M_0 はピストンをも含めた上載質量、 M_s は供試体質量、 F は粘土供試体の抵抗力である。対重 (M') を切った瞬間には抵抗力 $F=0$ と考えられるから、式(1)より時間 $t=0$ における加速度記録は $|\ddot{x}|=g$ でなければならない。しかるに図-2の記録は $t=0$ において $\ddot{x}=0$ から出発しており、これは加速度ピックアップおよび電磁オシログラフの精度による時間遅れのためであると考えられる。すなわち、加速度記録の第1波 a_1 は全くみかけ上のものであり、このことは応力記録との対応をみても明らかである。したがって最初の加速度振幅 a_1 は以後のデータ整理から除いた。

a) 動的応力-ひずみ曲線 従来の研究において粘土の応力-ひずみ特性がひずみの速さに密接な関係のあることが明らかにされている。すなわち急速な載荷においては応力-ひずみ曲線の立ち上がりが急であり、しかも極限強さも大きく出る。同様な結果が著者らの衝撃載荷実験からも得られている。

縦衝撃振動実験で得られた動的応力-ひずみ曲線を通常のひずみ制御の一軸圧縮試験の結果と比較したものが

図-3 飽和粘土の動的および静的応力-ひずみ曲線

図-3 である。後者の試験のひずみ速さは毎分 1.25% である。一方、動的試験では前に略述したように Rayleigh の方法を用いて、振動系質量としては外的荷重のほかに供試体重量の 1/3 を加えたものを取り、動的応力としては次式を採用した。

$$\sigma_d = \frac{1}{A_s} m(g + a_2) \dots\dots\dots (2)$$

ここに、 A_s は供試体の断面積、 $m = M_0 + M_s/3$ (式(1)参照) は振動系質量、 a_2 は加速度記録の第 2 波振幅である (図-2 参照)。そしてこれに対応する供試体の平均ひずみは、変位記録中の瞬時弾性変位 (図-2 の変位 x_i) から求めた。この場合の平均ひずみ速さは 500~2500%/min であるから、静的試験の場合の最大約 2000 倍の速さである。このような条件下において、同一の軸方向ひずみに対するせん断抵抗の大きさを比較してみると、動的せん断抵抗が静的なものの約 2~3 倍となっている。また究極強度は同じく静的なものの約 1.5~2 倍であり、動的なヤング率もかなり大きい。

つぎに荷重計を供試体底面に設置して振動時の粘土の応力を直接測定した実験記録と、加速度計の記録から、Rayleigh の方法による振動系質量と式(2)とを用いて算出した応力-ひずみ曲線との関係を図-4 について調べることにする。前者の実験記録では、得られた応力と平均ひずみから任意時刻に対して応力-ひずみ曲線上の点をプロットすることができ、図中ループを描いているもの (実線) が、それぞれの土上載荷重に対する単一の供試体から求められる。このループ状の曲線上の隣接する任意の 2 点間の時間間隔は同一で 5 m.sec (0.005 秒) であり、左端のループから右へ移るにつれて 0.4 kg ずつの荷重増加がある。これらの曲線の平均的ひずみ速さは、左からそれぞれ毎分 480%, 1260%, 1410% および 1500% である。また各ループに注目すると、除荷に相当する部分の傾斜は振動荷重が増加するにつれて鉛直

図-4 飽和粘土の応力-ひずみ曲線の特性

図-5 飽和粘土の動的応力-ひずみ曲線におよぼす拘束圧の影響

に近づいている。これは弾性的回復がなくなるためであって、粘土が降伏に近づいていることを暗示している。一方後者の方法、すなわち加速度計の記録と式(2)を用いて振動応力の最大値を算出する方法では、数個の上載荷重に対する実験結果から 1 本の動的応力-ひずみ曲線 (図-4 の 1 点鎖線) が描かれ、これは前者の方法によるものより若干上側に出ているが、さきのループ曲線を包絡する傾向がある。

図-5 には三軸装置で側圧 ($\sigma_3 = 1.0 \text{ kg/cm}^2$) をかけて行なった実験に対する動的応力-ひずみ曲線が一軸圧縮条件下のものと比較して示されている。この図から拘束圧の存在が粘土の動的非排水せん断強度を増すことが知られるが、その程度はあまり大きいものではない。また実験中の側圧変化も小さく、たかだか 20~30 g/cm² にすぎなかった。

b) 対数減衰率、ばね定数、粘性定数 粘土試料が Voigt のモデルで表わされると仮定すると、その自由振動の式は、

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0 \quad \dots\dots\dots (3)$$

で与えられる。ここに m は振動質量, c は粘性定数, k はばね定数, x は動変位を表わす。式 (3) の解は

$$x = C_1 e^{-\frac{c}{2m}t} \cos \left\{ \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{c^2}{4m^2}} t + \theta \right\} \quad \dots\dots\dots (4)$$

となる。ただし C_1 と θ は定数である。

式 (4) における x の極大値は,

$$x = C_1 e^{-\frac{c}{2m}t} \quad \dots\dots\dots (5)$$

で与えられ, これは時間 t に対して指数的に減少するという特性をもつ。したがって, 振動時の最大変位, すなわち変位振幅と時間との関係を半対数紙上にプロットすると直線となり, その傾斜から粘性定数 c が求められる。振動加速度 $\ddot{x}$ についても同様のことがいえるので, これと時間 t との関係を図示したものの一例が図-6 である。この図から加速度-時間曲線 (図-2 参照) の包絡線が半対数紙上ではほぼ直線であることがわかる。これは粘土を Voigt のモデルで近似してもよい理由の一つとなる。なお図-6 の直線の傾斜から求められた粘性定数の値を図中に記入したが, これらはつぎに示す別の方法で求めた値とほぼ等しくなっている。

図-6 縦衝撃振動実験における加速度波の包絡線

自由振動において, 対数減衰率 δ はつぎのように定義される。

$$\delta = \log_e \frac{x_n}{x_{n+1}} = \frac{c}{2m} T = \frac{2\pi c}{\sqrt{4km - c^2}} \quad \dots\dots\dots (6)$$

ここに T は振動周期であり, 変位 x につけた添字は自由振動の回数を表わす。この式で x の代わりに加速度 $\ddot{x}$ としてもよいことは, さきの式 (5) の場合と同様である。

加速度記録を用いて式 (6) の最初の等式から計算した対数減衰率 δ と振動系質量との関係を図-7 に示す。図-7 (a) は拘束圧がない場合の減衰振動であり, (b)

図-7 縦衝撃振動実験における対数減衰率と振動系質量の関係

は $\sigma_3 = 1.0 \text{ kg/cm}^2$ の側圧下の供試体に対するものである。なお前述した理由により, 記録紙上に現われた応答加速度の第1波 a_1 はデータとして用いず, 第2波以後の加速度振幅 $a_2, a_3, \dots$ をプロットした。このさい第2波と第3波の振幅比から $2 \log_e (a_2/a_3)$ として求めた対数減衰率 δ_1 は振動系質量とともに若干増加する傾向にあるが, 第3波と第4波または第4波と第5波を用い

図-8 縦振動実験における対数減衰率と含水比の関係

て算出した δ_2 , δ_3 は振動系質量に無関係にほぼ一定であり、粘土の含水量により 1.0 ないし 2.0 の値をとる。

粘土の含水量 w と平均的な対数減衰率 δ の関係を図-8 に示す。図において○印は拘束圧のない場合の両者の関係であり、●印は $\sigma_3=1.0 \text{ kg/cm}^2$ なる側圧を作用させた場合のものである。また●印は 4. で述べる強制縦振動実験の結果から算出したものである。いずれの場合にもかなりのばらつきがあるが、含水量が大きくなるにつれて対数減衰率は指数的に増加していることがわかる。換言すれば柔らかい粘土ほどエネルギー減衰が大きく、速やかに振動が終ることを意味している。また拘束圧下にある粘土試料では無拘束のものにくらべて対数減衰率は小さくなる。すなわちエネルギー減衰は小さく、より弾性的な挙動を示す。

つぎに式(6)を変形すると、

$$\left. \begin{aligned} c &= 2m \frac{\delta}{T} \\ k &= \frac{m}{T^2} (\delta^2 + 4\pi^2) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

が得られる。したがって対数減衰率 δ , 振動周期 T ならびに振動系質量 m を知れば、粘土構造の粘性定数 c とばね定数 k を求めることができる。このようにして求めた c および k と振動系質量との関係が、各含水量の試料について図-9 (a), (b) に示されている。この図で実線は拘束圧のない場合、破線は $\sigma_3=1.0 \text{ kg/cm}^2$ の側圧を与えた場合に相当する。図-9 (a) からわかるよう

図-9 飽和粘土の粘性定数およびばね定数と振動系質量の関係

に、同一の振動系質量に対しては粘土の含水量が高いほど大きい c が得られており、振動が早くとまることを示している。しかし若干でも拘束圧があれば c は相当小さくなり、粘土試料はより弾性的に挙動する。振動系質量が試料の降伏値を越えて増大すると、Voigt のモデルで表現される粘土の応答の直線性は消失し、式(7)の第1式も適用されなくなる。一方図-9 (b) からばね定数 k は試料の含水量とともに減少し、また拘束圧の存在により増大することがわかる。

図-10 は上述のようにして求められた粘性定数 c とばね定数 k が粘土の含水量によっていかに変化するかを示している。この実験の範囲内では、種々の振動系質量について平均化された c も k も含水量 w とともにほぼ直線的に減少することが知られる。正規圧密の状態にある粘土地盤では、粘土の含水量は深さとともに減少する傾向にあるので、ばね定数も粘性定数とともに地表からの深度に比例して増加することが推論される。

図-10 飽和粘土の粘性定数およびばね定数と含水量の関係

3. ねじり衝撃による自由振動実験

(1) 実験装置と実験方法

ねじり衝撃振動実験に用いた装置の概要は図-11 に

図-11 ねじり衝撃振動実験装置の概要

示されている。実験試料としては 2. の縦衝撃振動実験の試料 No. 2 を用いた。一軸円筒供試体（直径 35 mm, 高さ 80 mm）の上部にのせたキャップの中を通して真ちゅう棒がとりつけられ、その一端に変位計（T），他端にこれとつりあわせるための同質量の対重を設け、さらに電磁石で誘起される衝撃力をうけるための鉄片を対重側の棒端にとりつけた。供試体に最初ある大きさの支持荷重（M）をのせ、これによるクリープが終わった後に打撃または電磁石による衝撃力を棒端に水平に与えて自由振動させる。そのときの他の棒端の変位を変位計で測定し、増幅器を通して電磁オシログラフに記録させる。電磁的な衝撃力を入力として用いた場合には、入力電圧

写真-4 ねじり衝撃振動実験装置

50 V, 75 V および 100 V を作用させ、それぞれの振動変位記録をとった。写真-4 は実験装置の主要部を示している。

（2）ねじり振動の基礎理論

いま粘土を弾性体と考え、その円筒供試体に衝撃的なねじりトルクを与えてただちに除去すると、ねじりの自由振動を起こす。任意の時刻における角位置は、振動している供試体の半径が静止位置におけるその方向となす角 θ で定められる。この場合の粘土供試体のばね定数として、供試体を 1 ラジアンだけねじるのに要するトルク k で表わす。供試体が高さ h , 直径 d の円筒であれば、ねじり角に関する既知の式から

$$k = \frac{\pi d^4 G}{32 h} \quad \dots\dots\dots (8)$$

となる。ここに G はせん断弾性係数である。

振動中に軸が θ だけねじれたときには、この軸に関するトルクは $k\theta$ である。固定軸のまわりに回転する物体の運動方程式は、 I を軸まわりの慣性モーメントとすると、

$$I\ddot{\theta} = -k\theta \quad \dots\dots\dots (9)$$

となる。いま $p^2 = k/I$ とおけば上式より、

$$\theta = \theta_0 \cos pt + \frac{\dot{\theta}_0}{p} \sin pt \quad \dots\dots\dots (10)$$

ここに、 θ_0 , $\dot{\theta}_0$ はそれぞれ時間 $t=0$ における角変位と

角速度を表わす。したがって自由振動の周期 T は

$$T = \frac{2\pi}{p} = 2\pi \sqrt{\frac{I}{k}} \quad \dots\dots\dots (11)$$

となる。式（8）と式（11）により、

$$G = \frac{128 \pi h}{d^4 T^2} I \quad \dots\dots\dots (12)$$

が得られ、振動周期 T がわかれば、 h, d, I は既知であるから、せん断弾性係数 G が求められる。供試体の質量 m を Rayleigh の方法によって考慮すると、上式は、

$$G = \frac{128 \pi h}{d^4 T^2} \left(I + \frac{m}{6} d^2 \right) \quad \dots\dots\dots (12)'$$

として与えられる。

（3）実験結果と考察

実験は種々の含水比をもつ無拘束の飽和粘土試料について衝撃力を変えて行なわれた。衝撃に対する応答変位-時間曲線の典型例を図-12 に示した。この図からもわかるように、衝撃の方向に微小な永久変位（shift）が起こるが、変位振幅は時間とともに指数的に減少する。さきの式（12）' の誘導にさいして減衰は全然考慮しなかったが、減衰は自由振動の周期にそれほど影響をおよぼさないので、式（12）' は減衰のある場合に対しても近似的に成立するものと考えられる。

a) せん断弾性係数 衝撃ねじり振動実験における

図-12 ねじり衝撃振動実験における変位記録の一例

図-13 ねじり衝撃振動実験における周期およびせん断弾性係数と支持荷重の関係

周期と支持荷重の関係が図-13に示されている。さきの式(12)'によって粘土のせん断弾性係数 G が振動周期 T の平方に反比例するから、この図の縦軸に G の目盛をもあわせて付した。粘土供試体の振動周期は支持荷重だけでなく衝撃入力に対しても一定であり、また含水比の大きいものは周期も長くなる。したがってせん断弾性係数は当然含水比の大きいもののほうが小さくなる。

弾性論によると、一般に物質のせん断弾性係数 G とヤング率 E との間には

$$G = \frac{E}{2(1+\mu)} \quad \dots\dots\dots (13)$$

なる関係がある。ここに μ はポアソン比である。2. の縦衝撃振動実験より求められたばね定数 k から計算した E は、含水比 39% の試料に対して約 57 kg/cm^2 であったので、図-13に示されている G の平均値(約 45 kg/cm^2) は式(13)を考慮するとかなり大きいことが知られる。式(13)が粘性を考えた式でないことが、ねじり振動実験におけるせん断弾性係数を大きくした一つの原因となっているものと思われる。

図-13でみたように、種々の含水量の粘土試料に対してせん断弾性係数が支持荷重にかかわらずほぼ一定になることは非常に重要なことである。すなわち横方向の荷重に対する粘土の弾性的挙動は、降伏値以上の鉛直荷重をうけている場合でさえも低応力状態のものと同じであるとみなしてよい。これは飽和粘土にかぎった現象であると考えられるが、地震のさいの主要動がせん断波にもとづくものであることを想起すると、この現象は実際の地中構造物や基礎の設計にあたって注目さるべきものである。

b) 対数減衰率 前述したように、実験で得られた変位-時間曲線の原点は衝撃の方向に幾分移動したので、この記録から対数減衰率を求めるのにつぎの方法によった。すなわち、図-14のように変位-時間曲線の包絡線を引き、全振幅として変位記録の極大値に相当する点における包絡線間の距離 $d_1, d_2, \dots$ をとり、 $d_1/d_2, d_2/d_3, \dots$ の対数比からこれを算出した。

このようにして得られた対数減衰率 δ と支持荷重との関係を図-15に示す。ただしこの図の δ の値は、図-

図-14 変位振幅の決定法

図-15 ねじり衝撃振動実験における対数減衰率と支持荷重の関係

14の変位-時間曲線の全振幅 $d_1, d_2, \dots, d_i$ から求めたものの平均値である。図-15の上方の鎖線は2.の縦衝撃振動実験で得られた対数減衰率の平均値を示している。図からわかるように、ねじり衝撃振動では減衰は支持荷重にかかわらずほぼ一定である。これはa)で述べたせん断弾性係数の特性と一致している。なおこの図では、ねじり振動実験において含水量の低い試料の減衰率が大きく出ているが、これは与えた衝撃が過大であったことによると判断される。また縦振動の場合にくらべてねじり振動ではかなり小さい値が得られているが、その理由は粘土の減衰に応力振幅依存性があることによると考えられる。これらについてはあとで若干の理論的考察を試みることにする。

4. 強制縦振動実験

(1) 実験装置と実験方法

定常調和振動波形を与える強制縦振動実験に用いた装置の概要は図-16に示すとおりであり、その主要部を写真-5に示す。実験試料としては2.の縦衝撃振動実

写真-5 強制縦振動実験装置

図-16 強制縦振動実験装置の概要

験の試料 No. 1 を用いた。この装置はつぎのような機構により供試体に正弦波振動荷重を与える。すなわちモーターで駆動されるカムによって鉛直方向の振動を発生し、これをペローズ (B₁) で水圧の振動に変え、もう一つのペローズ (B₂) で再び鉛直振動に直して、ロードセル (L) と载荷ピストンを介して三軸供試体に作用させる。軸方向力を発生させるペローズとペローズガイドは同一わくに固定され

図-17 振動軸圧発生装置

てあり、膜型圧力計 (最大測定容量 5 kg/cm^2) をペローズ底面に設置して軸方向応力を測った。振動軸圧を発生する装置は図-17 に示すような機構を有しており、ばねでペローズを押つけて水圧を生ぜしめ、ついでペローズの底部にあるカムを回転させる。カム軸は $1/12$ のテーパ付きの円筒であり、ハンドルを回転してカム軸の偏心距離を変えることによって圧力振幅を変えることができる。モーターの回転が2つのギヤを通してカム軸に伝えられるが、このさい側圧の変化を極力小さくするために、三軸セルと恒圧装置の間を長いビニールパイプで連結した。

上記の方法で発生した振動荷重を飽和粘土の三軸供試体 (直径 35 mm , 高さ 80 mm) に与え、応答の定常状態が出現するまで待って軸方向の振動応力と振動変位をそれぞれロードセルと変位計でピックアップし、電磁オシログラフに記録させた。すべての実験を通じて側圧変化は期待どおりわずかであった。

(2) 実験結果と考察

強制縦振動実験における応力と変位の典型例が図-18 に示されている。試験機自体にノイズとひずみがあるので、図-18 の曲線は正確な正弦曲線にはなっていない。

図-18 強制縦振動実験における応力・変位記録の一例

すなわち変位記録のノイズは結線の不良によるものであり、また応力記録のひずみは管内気泡の存在によると考えられる。

図-18 のような記録から求めた応力-ひずみ曲線が図-19 (a), (b) に示すものである。これらはいずれも含水比 45% の試料を用い、軸方向応力を 10 cps の振動数で载荷した場合に相当しており、側圧の有無によるヒステリシスループの相違が現われている。

軸方向応力振幅と軸方向ひずみ振幅の比をみかけのヤング率と定義することにする。つぎに対数減衰率は減衰エネルギーから近似的に計算することができる。相対減衰 (specific damping) ψ は最大ポテンシャルエネルギー

図-19 周期的荷重のもとにおける飽和粘土の応力-ひずみ曲線

ギー W_0 に対するくり返し1サイクル間の消散エネルギー (すなわち比減衰エネルギー) D の比として定義される²⁾。この相対減衰 ψ はまた自由振動において1サイクルに対する振動エネルギーの減少として定義することもできる。すなわち、

$$\psi = \frac{D}{\Delta N} \frac{1}{W_0} = \frac{d \log W_0}{\Delta N} \dots\dots\dots(14)$$

ここに、 N は载荷の全回数であり、 $\Delta N=1$ となる。いまエネルギーが応力振幅の平方に比例して変化すると考えると、対数減衰率 δ との間には、

$$\psi = 2\delta \dots\dots\dots(15)$$

なる関係がある。

周期力 $p = p_0 \sin \omega t$ が作用し、合成最大変位速度が v_0 のとき、エネルギー損失の割合は、

$$\dot{D} = \frac{1}{2} p_0 v_0 \sin \theta \dots\dots\dots(16)$$

ここに、 θ は粘弾性材料に正弦载荷をしたとき周期的ひずみベクトルが応力ベクトルに遅れる位相角である。また速度 v_0 と変位振幅 A_0 の関係は次式で与えられる。

$$v_0 = \omega A_0 = 2\pi n A_0 \dots\dots\dots(17)$$

ここに、 n は正整数であって、载荷サイクルの数を表わす。したがって式 (16) は θ が小さいとき、

$$\dot{D} = \frac{1}{2} \omega p_0 A_0 \sin \theta \approx \frac{1}{2} \omega p_0 A_0 \theta = n \pi p_0 \theta \dots\dots\dots(18)$$

さらに1サイクルあたりの損失エネルギーと最大貯留エネルギーはそれぞれ次式で示される。

$$D = \pi p_0 A_0 \theta \dots\dots\dots(19)$$

$$W_0 = \frac{1}{2} p_0 A_0 \dots\dots\dots(20)$$

したがって式 (14), (15), (19), (20) からつぎの関係式を得る。

$$\delta = \frac{\psi}{2} = \pi \theta = \frac{D}{p_0 A_0} \dots\dots\dots(21)$$

ここに、 p_0 は軸方向応力の全振幅、 A_0 は軸方向変位の振幅、 D は比減衰エネルギーすなわち図—19 のような応力-ひずみヒステリシスループの面積を表わす。

強制縦振動実験から得られたみかけのヤング率 E と対数減衰率 δ の例を表—2 に総括した。表中のヤング率 $E \approx 80 \sim 170 \text{ kg/cm}^2$ は 2. の縦衝撃振動実験から求めたもの (たとえば含水比 39% の試料に対して約 57 kg/

表—2 強制縦振動実験から求められた飽和粘土 (試料 No. 1, $w \approx 45\%$) のヤング率 E と対数減衰率 δ

側圧 (kg/cm^2)	振動数 (cps)	応力振幅 (kg/cm^2)	E (kg/cm^2)	δ
1.0	10	0.127	84	1.45
1.0	10	0.214	129	2.49
1.0	10	0.204	119	1.62
0	10	0.110	152	1.59
0	10	0.147	113	1.90
0	5	0.118	171	1.51

cm^2) にくらべて幾分大きい。これは自由振動と強制振動とでヤング率の定義が異なるためと考えられる。一方対数減衰率の値 $\delta \approx 1.5 \sim 2.5$ もさきに図—8 に示したように縦衝撃振動実験から得られる値 (含水比 45% の試料に対して $\delta \approx 1.2 \sim 2.0$) より若干大きい。これは粘土試料がくり返し応力をうけて、構造的に幾分乱されたためと推察される。

つぎに強制縦振動実験から得られた応力-ひずみ曲線から飽和粘土の減衰特性を考察してみよう。図—20 は

図—20 強制縦振動実験における最大応力振幅と比減衰エネルギーの関係

この振動実験の結果得られた図—19 のヒステリシスループを用いて、最大応力振幅 σ_d とそれに対応する比減衰エネルギー D_d の関係を両対数紙上にプロットしたものである。図中○印は振動数 10 cps, ●印は 5 cps の実験に対応する。これらの点が1本の直線上にあるとみなすと、その直線の傾斜から実験式

$$D_d = J \sigma_d^n \quad (J: \text{定数}) \dots\dots\dots(22)$$

のべき数 n の値を計算することができる。すなわち、式 (22) より、

$$\log D_d = n \log \sigma_d + \log J$$

$$\therefore n = \frac{\Delta \log D_d}{\Delta \log \sigma_d} \approx 2.8$$

この強制縦振動実験に用いた試料 (No. 1) はねじり衝撃振動実験のもの (No. 2) と物性が異なっている (表—1 参照) ので、 n の値を両実験について直接比較することはできないが、Taylor ら³⁾ は 1.82~2.15 という値を求めている。したがって今回の強制縦振動実験の結果としての $n=2.8$ は、飽和粘土の減衰特性が応力振幅に若干依存することを示している。結局粘土の振動減衰は完全な線型減衰ではなく、それに近い非線型性をもつと考えるのが妥当であろう。

すでに 3. (3) b) で述べたように、飽和粘土のねじり振動における対数減衰率 δ は支持荷重に無関係である。これは粘土の減衰特性が支持荷重に左右されないことを意味している。また 3. (3) a) で知られたように、粘土のせん断弾性係数も支持荷重に関係しない。これらのことをあわせ考慮すると、地震のさいの主要動がせん断波 (横波) にもとづくものであるから、この現象は地中構

造物や基礎の設計にあたってかなり重要視するべきであると結論づけられる。

5. 結 論

地震のさいの外的擾乱の主要部分が周期的な振動よりも、むしろ一連の衝撃荷重に類するランダムな振動からなるとの立場から、このような短期の不規則な振動荷重に対する飽和粘土の動的応答特性を調べるべく、三軸装置を用いて二、三の型の実験を行ない、つぎのような結果を得た。

(1) 動的三軸試験(ひずみの速さ 500~2500%/min)から得られた飽和粘土の非排水せん断強度は、静的な試験(ひずみの速さ 1.25%/min)のもの 1.5 倍ないし 2 倍の大きさを示し、動的弾性係数もかなり大きい。

(2) Rayleigh の方法を用いて求めた一連の振動系質量と加速度記録より軸方向応力を計算し、即時変位の記録から軸方向ひずみを算出して描がいた応力-ひずみ関係は、単一供試体に対する振動試験で荷重と変位の記録から求めたものとほぼ一致する。

(3) 自由振動における加速度は時間に対し指數的に減衰し、対数減衰率や周期は粘土の含水比の増加とともに増大する。拘束圧のもとでは減衰は幾分減少する傾向がみられる。

(4) 粘土を Voigt 型のモデルと仮定して対数減衰率および振動周期から算出したばね定数と粘性定数は、いずれも降伏値以下の振動系質量に対してはほぼ一定となる。またこれらはこの実験の範囲では含水比とともにほぼ直線的に減少するが、同一含水比の供試体では拘束圧の影響はあまりうけないようである。

(5) ねじり振動実験で得られた飽和粘土のせん断弾性係数と対数減衰率は、いずれも支持荷重に影響されない。この点は縦振動の場合と異なっており、結局粘土の

減衰は振動方向に作用している応力には依存するが、それに直交する方向の応力には無関係であると推論することができる。

(6) 縦衝撃振動実験とねじり衝撃振動実験の両者から求められた対数減衰率の値は一般に一致しない。これは粘土の減衰が単純な線型粘性減衰からいくぶんはずれることを意味している。

(7) 定常調和振動波形を与える強制縦振動実験から求めた比減衰エネルギーと応力振幅の間には、対数紙上で直線的な関係が存在する。この直線の傾斜 n は振動減衰の応力依存性を表わすが、著者らの飽和粘土に対する実験では $n=2.8$ が得られた ($n=2$ の場合が線型粘性減衰に相当する)。

(8) 上に述べたことをあわせ考慮すると、結局飽和粘土の構造として近似的には Voigt のモデルをとることができるが、その構成要素のうち少なくともダッシュポットは作用応力に対してある程度非線型性を示すものと考えられる。

この一連の研究に対し昭和 40 年度および 41 年度文部省科学研究費(総合研究)の交付を受けた。また実験には京都大学工学部学生 徳田峯夫、塩見哲両君の助力を得た。さらに強制縦振動三軸試験装置の使用について京都大学防災研究所村山朔郎教授の配慮をいただいた。いずれも付記して深甚の謝意を表するものである。

参 考 文 献

- 1) 土質工学会編：土質工学ハンドブック，技報堂，1965，p. 289.
- 2) Freudenthal, A.M. : Building Materials……Their Elasticity and Inelasticity, Edited by M. Reiner, Chap. 3, North-Holland, 1954, pp. 80-86.
- 3) Taylor, P.W. & Hughes, J.M.O. : Dynamic Properties of Foundation Subsoils as Determined from Laboratory Tests, Proc. 3rd World Conf. Earthquake Eng., Vol. 2, 1965, pp. 1-14.

(1967.6.6・受付)