会場内の観客流動モデル

A STOCHASTIC MODEL FOR TRAFFIC IN THE EXPOSITION FIELD

佐佐木 綱*・松 井 寛**

By Tsuna Sasaki and Hiroshi Matsui

1. 緒 言

遊園地や博覧会などの会場内の観客流動パターンを、定量的に把握することは、これら会場内の催し物や展示物の効果的配置ならびに連絡路など各種場内施設の計画に必要不可欠であるばかりでなく、観客流動の安全および円滑化を図るための管理・運営に重要な事項と考えられる。

各種会場内でわれわれが実際に経験するように、会場内の観客の動きは、きわめて確率的な要因に基づく場合が多い。これは一般に観客が明確な目的地を持たずに、いわばランダムウォーク的に行動するという事実によって裏付けされる。

会場内の観客流動を確率論的立場から眺めてみると、巨視的ではあるが理論的取り扱いがきわめて容易となる。本文では確率過程の一つである吸収マルコフ連鎖を用いて、会場内の観客流動を確率的に考察し、発生状態を会場入口と考え、吸収状態を出口にとることにより、会場内の各展示場を通過する人員を求める。新しく建設される会場内の観客流動を考えると、会場内における展示場の観客吸引力が投入建設資金に比例するとみなせば、会場内の連絡路の設計にも応用できる。この方法は万国博覧会場内の観客流動に利用すべく研究されたものであるが、会場内の最終的な展示配置の決定をみていないため、本文では適用されずに終わった。

2. 入場者に関する分析

会場内の観客流動を議論するまえに、前提となる入場者に関する 2, 3 の特性についてあらかじめ分析しておきたい。図-1 に示したのは、枚方パーク、京都植物園、京都岡崎動物園および奈良ドリームランドの月別入場者数に関する調査結果である。一方、時間帯別入場者数については、岡崎動物園とドリームランドの他に大阪天王寺動物園でとくに調査を実施した。その結果を図-2 に示す。入場者の月別および時間帯別分布は各会場それぞれ特有の形を成しており、たとえば図-1 を見

図-1 月別入場者数分布

ると、春・秋の入場者数のピークのうち春のピークが大きい会場（京都植物園、ドリームランド）、秋の方が大きい会場（枚方パーク）、および春・秋のピークが同程度の会場（岡崎動物園）とがあり、この他に夏に小さいピークを持つ会場（枚方パーク、ドリームランド）もある。

これは各会場の性格の違いによるものと考えられる。一方図-2で示された時間帯別入場者数分布は、天候の影響によって変動するようである。岡崎動物園の調査結果は、調査当日が快晴であったため、午前中にすで

図-2 時間帯別入場者数分布

* 正会員 工博 京都大学教授 工学部交通土木工学教室

** 正会員 工修 名古屋工業大学講師 土木工学教室

にピークを示し、以後午後2時頃まではば一定の入場者がある。同じく調査当日が晴れであった天王寺動物園が午後にピークを示しているのは、寒さが影響して入場者の出足が遅くなったためと思われる。ドリームランドでは、調査当日午後から雨模様となったため、午後からの出足が削がれている。なお天候以外の要因としては、図-2には明確ではないが、会場の地理的条件や交通の便の違いが考えられる。

われわれは観客流動の解析にあたって、入場者を家族連れ、友人連れ（単身を含む）、およびアベックの3種のグループに分類した。その理由は観客流動という面から考えると、グループ構成によってその行動に相違がみられると判断したためである。入場者のうち上記分類による3グループの割合と各平均構成人員は、岡崎動物園と天王寺動物園およびドリームランドで調査した結果、表-1に示す値を得た。各会場とも家族連れが圧倒的に多い（全グループの63.5～86.0%）ことには変わりないが、会場の規模や展示内容の違いによる顧客層の相違が、入場者のグループ構成やその構成人員数に影響していることがわかる。新しく建設される会場の入場者の諸特性を予測する上で、上述の調査結果は大いに参考になるものと思われる。

表-1 入場者のグループ構成と平均構成人員

会場名	家族連れ		友人連れ		アベック	
	割合 (%)	平均人員 (人)	割合 (%)	平均人員 (人)	割合 (%)	平均人員 (人)
岡崎動物園	86.0	3.22	10.1	2.55	3.9	2
天王寺動物園	70.0	3.04	18.2	2.20	11.8	2
ドリームランド	63.5	4.56	12.5	3.28	24.0	2

（団体を除く。調査日は図-2の場合と同じ）

3. 吸収マルコフ連鎖の性質¹⁾

観客流動モデルに適用される吸収マルコフ連鎖について簡単に説明しておきたい。

状態の集合 $S = \{S_1, \dots, S_m\}$ において、 $A = \{S_1, \dots, S_{m-r}\}$ の各状態が吸収点で、 $T = \{S_{m-r+1}, \dots, S_m\}$ が過渡的状态の集合のとき、各状態相互間の推移確率を

$$P = \begin{matrix} A \\ T \end{matrix} \begin{bmatrix} I & O \\ R & Q \end{bmatrix} \dots\dots\dots (1)$$

なる推移確率行列で表わし、これを吸収マルコフ連鎖という。ここで I は吸収状態を示すもので、 $(m-r) \times (m-r)$ の単位行列、 Q は $r \times r$ の正方行列で非吸収状態相互の推移確率を表わしている。吸収マルコフ連鎖の性質として、行列 P で表わされる推移確率行列は

$$P^n = \begin{bmatrix} I & O \\ R_n & Q^n \end{bmatrix} \dots\dots\dots (2)$$

なる関係がある。また I を $r \times r$ 単位行列とすると、 $I - Q$ は正則行列で

$$N = (I - Q)^{-1} = I + Q + Q^2 + \dots\dots\dots (3)$$

が存在する。 N は吸収マルコフ連鎖の基本行列と呼ばれる、つぎのような性質を持つ。行列 (1) において、 $S_i \in T$ から出発した点が、吸収されるまでに $S_j \in T$ を訪れる回数を n_{ij} とする。ただし $i=j$ のときは、 n_{ij} はもとの戻る回数で、それには初めのも含めて数えたものとする。すると $n_{ij} (i, j = m-r+1, \dots, m)$ の期待値の行列は

$$(E\{n_{ij}\}) = N \dots\dots\dots (4)$$

で与えられる。そこでいま $T = \{S_{m-r+1}, \dots, S_m\}$ からそれぞれ $U = \{U_{m-r+1}, \dots, U_m\}$ なる交通量が発生すれば、

$$UN = U(I - Q)^{-1} \dots\dots\dots (5)$$

が各地点を通る交通量を与える。

4. 吸収マルコフ連鎖を用いた観客流動モデル

吸収マルコフ連鎖を用いた観客流動モデルを、京都岡崎動物園を例に取って考察する。岡崎動物園の略図は図-3のとおりで、これをモデル化するにあたっては、図に示したように園内を10個の展示ゾーンに区分し、それぞれ展示ゾーン $i (i=1, \dots, 10)$ と呼ぶことにする。別に出入口に発生点 s 、吸収点 r を一つずつ設けて、計12ゾーン間の推移状態を考える。隣接ゾーン間の推移確率 $P_{ij} (i, j = s, r, 1, \dots, 10)$ の決定は調査によらねばならないが、そのため昭和41年11月3日に追跡調査を

図-3 京都岡崎動物園略図

表-2 家族連れの推移確率行列

r	s	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
		0.18	0.80	0.71	0.20	0	0.05	0.15	0	0.07	0.04
1				0.32	0	0.31	0.61	0		0.04	0.04
2					1						
3					0.13	0.60		0.27			
4					0.06	0.06	0.75	0.13			
5							0.17	0.33	0		
6							0.21	0	0		
7	0.50										
8	0.43	0.36									
9			0.14	0	0.29	0.14	0.07	0.36			
10			0.10	0.26	0.16	0		0.11	0.37		

実施した。調査の方法は、入口からの入場者をランダムに選り、その客が入場してから退場するまでの行動を時刻を追って追跡し、その結果から推移確率を求める。入

表-3 友人連れの推移確率行列

r	s	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0.05	0.85						0	0.15		
2		0.05	0.86					0	0.09		0
3			0.05	0.45							0.50
4				0	0.15	0.65	0.05			0.05	0.10
5					1						
6					0.25		0.60		0.15		
7	0.53				0		0.11	0.78	0.11		
8	0.53		0				0.10	0.32	0.05		
9			0.18					0.23	0	0.06	
10				0.07	0.30	0.21	0.07	0.21		0.14	
		0	0.13	0.13	0.07			0.20	0.47		

表-4 アベックの推移確率行列

r	s	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0.13	0.75						0.10	0.15		
2		0.18	0.77					0	0.08	0	
3			0.07	0.29	0.60	0				0	0.04
4				1							
5				0.14		0.67			0.19		
6				0	0.15	0.75		0.10			
7	0.33	0.05				0.14	0.48	0			
8	0.59	0.23					0.12	0.06	0		
9			0		0.13	0.37	0.25	0.25		0	
10		0	0.50	0	0	0	0.50				

表-5 $(I-Q)^{-1}$ の発生点 (入口) の値

	s	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	$\sum_{i=1}^{10}$
家族連れ	1.00	1.39	1.24	1.15	0.36	0.75	0.81	0.90	0.70	0.70	0.95	8.95
友人連れ	1.00	1.05	1.00	1.00	0.15	1.01	0.90	0.94	0.84	0.70	0.75	8.34
アベック	1.00	1.19	1.10	1.39	0.40	1.04	0.99	1.04	0.85	0.40	0.11	8.51

滞留時間を乗じ、各展示ゾーンを合計する
 と、入場から退場までの平均見物所要時間
 t が計算できる。式で表わすと

$$t^k = \sum n_i^k \tau_i^k \dots\dots\dots (6)$$

場者全員の追跡調査を行なって得た推移確率を用いて各展示ゾーン間の観客数を計算した結果は、実際の観客数と完全に一致することがわかっている。しかし現実にはこのような調査は不可能なので、本調査では、家族連れ、友人連れおよびアベックをそれぞれランダムに20組選り、グループごとに追跡調査を行なった。その結果得られたグループ別のゾーン間推移確率行列は、表-2、表-3、表-4に示すとおりである。したがって $(I-Q)^{-1}$ が計算でき、とくに発生点 s に対応する要素に注目すると、各グループが入場してから退場するまでに各展示ゾーンを通過する回数の期待値が求められる。その結果を表-5にあげる。たとえば入口から入場した家族連れは展示ゾーン1に平均1.39回、友人連れは1.05回、アベックは1.19回通過していることがわかる。各展示ゾーンごとに平均通過回数が計算されると、これにグループ別入場者数(調査当日の入場者数は、家族連れ2777組8943人、友人連れ412組1051人、アベック203組406人である)を掛けると、展示ゾーンごとに終日延観客数が計算できる(表-6参照)。また各展示ゾーン間の推移確率がすでに与えられているので、各グループごとに各展示ゾーンの延観客数と対応する推移確率を掛けることにより、観客流動を展示ゾーン間OD観客数として表わすことができる。表-7は岡崎動物園の終日の観客流動をOD表で表わした結果である。

なお表-5で得られた通過回数に平均

滞留時間(単位:分)を乗じ、各展示ゾーンを合計すると、入場から退場までの平均見物所要時間

t が計算できる。式で表わすと

$$t^k = \sum_i n_i^k \tau_i^k \dots \dots \dots (6)$$

表-6 展示ゾーン別推定延観客数

(単位:人)

ゾーン グループ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	入場者数
家族連れ	13682	11089	10284	3543	7382	7244	8049	6260	6260	8496	8943
友人連れ	1104	1051	1051	158	1062	946	988	883	736	788	1051
アベック	483	447	564	162	422	402	422	345	162	45	406
計	15263	12587	11899	3863	8866	8592	9459	7488	7158	9329	10400

(昭.41.11.3)

表-7 岡崎動物園内観客流動推定値

(単位:人)

D O	出 口	ゾーン1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	計
入 口		8352						488	1560			10400
ゾーン1	2581		11045						1096		547	15269
2		2351		4365							5871	12587
3			39		3510	7294	53			464	539	11899
4				3863								3863
5				1285			5349			2232		8866
6				435		599		6473		1086		8592
7	4688	21					1526		3175	49		9452
8	3364		2413					1559		21	53	7488
9				928		242	2030	969	634		2357	7158
10		850	2334	1461		55			1093	3536		9329

(昭.41.11.3)

ここに、

n_i^k : グループ k が展示ゾーン i を訪れる回数

τ_i^k : グループ k が展示ゾーン i で費やす滞留時間

k : 家族連れ, 友人連れ, アベック

表—8 グループ構成別各展示ゾーン滞留時間

(単位: 分)

ゾーン グループ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
家族連れ	9.2	6.7	5.8	8.3	12.6	5.2	11.0	2.1	4.3	17.4
友人連れ	7.9	6.9	4.0	9.5	10.3	4.1	7.4	2.2	3.6	3.2
アベック	5.6	7.7	5.0	13.1	9.3	2.7	9.3	2.3	1.0	1.5

(昭.41.11.3 調べ)

岡崎動物園の場合
は、 τ_i^k がグループ構
成別に各展示ゾーンで
観測されて表—8 に示
すように得られたの
で、上式によって計算
すると、表—9 に示す

表—9 入場から退場までの
平均所要時間

	計算値	実測値
家族連れ	75.3 分	75.3 分
友人連れ	48.5	51.0
アベック	51.9	55.7

(実測値は昭.41.11.3 調べ)

結果を得た。表—9 に記載されているように、計算値は
追跡調査から得られた実測値にきわめて近い値を示して
いる。このように平均見物時間からみて、実測値を十分
な精度で説明できることは、吸収マルコフ連鎖を用いた
観客流動モデルの実用性を十分証明しているものと考え
られる。したがって会場内の連絡路設計などには、十分
実用性があるものと思われる。新しく建設される会場内
の観客流動を考えるときは、推移確率 p_{ij} をなんらかの
方法によって与える必要がある。推移確率はたとえば順
路標識により順路を指定したり、通路設計を工夫するこ
とにより、ある程度人為的に決定することは可能である
し、またそうすることが効果的な場合が多い。一般的に
は各展示場の観客吸引力に基づいて推移確率を推定した
り、あるいは決定することが妥当であろう。そのために
観客吸引力についてつぎに分析してみたい。

5. 観客吸引力の分析

会場内の観客の行動は、ランダムウォーク的な性格
を多分に持ってはいるが、観客が会場内に均等に分布し

ているわけではなく、各展示場の観客数に差が見られる
のが普通である。これは各展示場の立地条件や魅力度
に差異があるためと考えられる。そこで相対的な観客吸
引力なるものを検討するため、岡崎動物園を例にとり
て、まず表—10 に示すように午前 10 時から午後 4 時まで、
午後 1 時を除いて 1 時間ごとに、園内 10 ゾーンに滞留
している見物客数をいっせいに観測した。この観測値は
時刻ごとの各展示ゾーンの観客吸引力を表わすものと考
えてよい。各展示ゾーンの観客吸引力は時刻によって多
少変動しているが、平均的にみると、展示ゾーン 10 の
観客吸引力が最大である。その理由は、展示ゾーン 10
が園内のほぼ中央に位置し、また面積的に大きいという
立地条件のほかに、このゾーンには子供用の各種遊技施
設があって、入場者の 8 割強を占める家族連れの多くを
吸引するからであろう。展示ゾーン 5 は立地条件からみ
れば必ずしも良い条件ではないが、人気のある動物が多
いため滞留時間が長くなって、結果的には展示ゾーン 10
について大きい観客吸引力を示している。

このように観客吸引力は一般に展示ゾーンを訪れる観
客数と平均滞留時間の積で表わせると考えられるので、
つぎの式で展示ゾーン i の相対的観客吸引力 ω_i を定義
する。

$$\omega_i = \frac{\sum_k T_k n_i^k \tau_i^k}{\sum_i \sum_k T_k n_i^k \tau_i^k} \dots\dots\dots (7)$$

ここで、

T_k : グループ k の入場者数

n_i^k : グループ k の展示ゾーン i での通過回数

τ_i^k : グループ k の展示ゾーン i での滞留時間

k : 家族連れ, 友人連れ, アベック

T_k と τ_i^k は調査によって与えられるものであり、 n_i^k
は吸収マルコフ連鎖の性質から得られる。岡崎動物園の
場合の ω_i を上式によって計算すると表—11 に示す結
果を得た。

表—11 で示した計算値は、前記(表—10)の観測値と
比較してかなり近い値を示している。出入口に近い展示
ゾーンで計算値と実績値の差が大きくなったのは、出入

表—10 時刻別展示ゾーン内観客数

観測時間 ゾーン	10 時 人 (%)	11 時 人 (%)	12 時 人 (%)	14 時 人 (%)	15 時 人 (%)	16 時 人 (%)	計 人 (%)
1	58 (12.2)	284 (14.3)	410 (14.8)	386 (11.0)	258 (9.8)	148 (12.7)	1544 (12.3)
2	96 (20.3)	451 (22.8)	300 (10.8)	441 (12.6)	271 (10.3)	124 (10.6)	1683 (13.4)
3	31 (6.5)	285 (14.3)	477 (17.2)	385 (11.0)	231 (8.7)	76 (6.5)	1485 (11.8)
4	13 (2.7)	139 (7.0)	185 (6.7)	135 (3.8)	139 (5.3)	40 (3.4)	651 (5.2)
5	55 (11.6)	247 (12.4)	362 (13.0)	600 (17.1)	471 (17.7)	183 (15.7)	1918 (15.2)
6	21 (4.4)	94 (4.7)	181 (6.5)	274 (7.8)	226 (8.6)	47 (4.0)	843 (6.7)
7	34 (7.2)	104 (5.2)	175 (6.3)	330 (9.4)	310 (11.7)	150 (12.9)	1103 (9.0)
8	7 (1.5)	30 (1.5)	83 (3.0)	140 (4.0)	85 (3.2)	43 (3.7)	383 (3.1)
9	18 (3.8)	42 (2.1)	33 (1.2)	214 (6.1)	160 (6.1)	86 (7.4)	553 (4.4)
10	141 (29.8)	309 (15.7)	568 (20.5)	607 (17.2)	492 (18.6)	270 (23.1)	2387 (18.9)
計	474 (100.0)	1985 (100.0)	2774 (100.0)	3512 (100.0)	2643 (100.0)	1167 (100.0)	12550 (100.0)

表-11 相対的観客吸引力(計算値)

ゾーン 吸引力	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
w_i	0.169	0.114	0.089	0.041	0.133	0.057	0.134	0.021	0.040	0.202

口自身の影響によるものと考えられる。したがって出入口に隣接する展示ゾーンにいくぶん問題が残されているが、吸収マルコフ連鎖を用いた観客流動モデルから、十分観客吸引力が推計できることがわかった。ただ上で述べた観客吸引力は絶対的なものではなく、位置や広さに影響されるいわばみかけの吸引力であることに注意したい。新しく建設された会場内の観客吸引力については、投入建設資金に比例すると考えることは、計画の建て前から考えて妥当な仮定であろう。つぎに観客吸引力から逆に推移確率を推定する方法について考えてみる。

6. 推移確率の理論的推定²⁾

新しい会場に観客流動モデルを適用する場合に、あらかじめ推移確率行列を推定しておかねばならない。その一方法として、推移確率が出入口付近を除いて観客吸引力に大きく関係していることに注目して、まず展示ゾーンの相対的な観客吸引力を与え、これから推移確率を推計する方法を考えた。この方法は、会場内の観客流動パターンのうち、確率的に最も起こりやすいパターンを求め、それから推移確率を計算する方法である。すなわちある観客1人を取り出したとき、この客が展示ゾーン i から j に行く先験的な確率 p_{ij} を次式で与える。

$$p_{ij}' = \alpha p_i c_j t_{ij}^{-r} \dots\dots\dots (8)$$

ここに、

p_i : 展示ゾーン i の相対的観客数

c_j : 展示ゾーン j の相対的観客吸引力

t_{ij} : 展示ゾーン $i-j$ 間の距離

α, r : 定数

なお入口と出口は一応除外している。さて展示ゾーン間の観客移動数が $\{x_{ij}\}$ となるようなパターンの生起確率はつぎのようになる。

$$P = \frac{T!}{\prod_{ij} (x_{ij}!)} \prod_{ij} (p_{ij}')^{x_{ij}} \dots\dots\dots (9)$$

ここで $T = \sum_{ij} x_{ij}$ である。このとき展示ゾーン i にいる観客がつぎに j (隣接ゾーンに限らない) に行く確率を p_{ij}^* とすると、 x_{ij} が十分大きいとき $x_{ij} = T p_{ij}^*$ が成立する。そこで式 (10) を最大にする $\{p_{ij}^*\}$ が確率的に最も起こりやすいパターンを与えることになる。そこでまず観客吸引力 c_j とゾーン $i-j$ 間の距離を与え、 r を適当に仮定して式 (9) を最大化する。なお条件式は、 $\sum_j p_i p_{ij}^* = p_i$, $\sum_j p_{ij}^* = 1$, $\sum_i p_i = 1$ である。

上記の方法で求めた $\{p_{ij}^*\}$ を各隣接展示ゾーンを順次連結している会場連絡路に流してやり、それを重

ね合わせた結果から、改めて隣接ゾーン間の推移確率 p_{ij} を計算する。以上の p_{ij} 推定法は、展示ゾーンを目的地に持つものと単に通過するだけのものから合成された値であるから、比較的現実に近い推定法であるが、入口と出口に関する推移確率については別に考慮しなければならないと思われる。以上の方法により新しく建設された会場内の観客流動も十分推定が可能である。ただ各展示ゾーンの観客吸引力については、そのゾーンの滞留時間と密接な関係があるものであるから、つぎに滞留時間を考慮に入れたモデルについて検討してみたい。

7. 滞留時間に依存する観客流動モデル³⁾

前述の観客流動モデルは、吸収マルコフ連鎖を用いたモデルであるので、観客はある一定時間間隔ごとに、つぎつぎと各展示場間を移動していると見なされた。しかし現実の観客流動を考えてみれば、ある展示場に滞留している時間はランダムであり、したがって展示場間の推移時間はそれぞれ異なっている。とくに会場内の観客流動パターンを終日交通量として巨視的に捉えるのではなく、時間関数として過渡状態を問題とする場合は、各展示場の滞留時間を一定と仮定することはできない。そこである展示場に滞留する時間をランダムとし、その分布関数は現在の展示ゾーンとつぎに訪れる展示ゾーンに從属していると考え、滞留時間を組み入れた観客流動はセミマルコフ過程によってモデル化することが可能となる。まず会場内を発生点(入口)、吸収点(出口)および場内展示場を m ゾーンに分けて考える。観客はゾーン i で τ_{ij} 時間滞留してからつぎのゾーン j ($j \neq i$) に移っていくとする。 τ_{ij} の密度関数を $h_{ij}(\tau)$ 、分布関数を $F_{ij}(t) = p\{\tau_{ij} \leq t\}$ とし、ゾーン i からつぎのゾーン j に移る確率を p_{ij} とする。 p_{ij} , h_{ij} , F_{ij} はつぎの関係を満たす。

$$\left. \begin{aligned} \sum_j p_{ij} &= 1 \quad p_{ij} \geq 0 \\ F_{ij}(t) &= \int_0^t h_{ij}(\tau) d\tau \\ F_{ij}(0) &= 0 \quad \lim_{t \rightarrow \infty} F_{ij}(t) = 1 \quad 0 \leq F_{ij} \leq 1 \quad t \geq 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

このときゾーン i に移ってから t 時間後につぎのゾーン j に移る条件付確率 $A_{ij}(t)$ は

$$A_{ij}(t) = p_{ij} F_{ij}(t) \dots\dots\dots (11)$$

で表わせる。またゾーン i に移ってから t 時間後にまだつぎのゾーン j に移らずにゾーン i に滞留している条件付確率を $A_{ii}(t)$ とすると、

$$A_{ii}(t) = \sum_{j(j \neq i)} p_{ij} (1 - F_{ij}(t)) = 1 - \sum_{j(j \neq i)} A_{ij}(t) \dots\dots\dots (12)$$

なる関係が成立する。また $a_{ij}(t) = dA_{ij}(t)/dt = p_{ij} h_{ij}(t)$ とおけば

$$a_{ii}(t) = - \sum_{j(j \neq i)} a_{ij}(t) \Rightarrow \sum_j a_{ij}(t) = 0 \dots\dots (13)$$

が導ける。以上の準備のもとで、会場内の展示ゾーン i に注目して、時刻 t における観客数の変動を考える。展示ゾーン i の隣接ゾーン（吸収点を含む）を $k=(k_1, \dots, k_i)$ とし、また隣接発生点を $s=(s_1, \dots, s_i)$ とする。各発生点の時刻 t における入場者数を $Q_s(t) (s=s_1, \dots, s_i)$ とし、ゾーン i の時刻 t における観客数を $N_i(t)$ で表わせば、時刻 t における観客数の変化率 $N_i'(t)$ はつぎの式で表わされる。

$$\begin{aligned} N_i'(t) = & \sum_{k(k \neq i)} p_{ki} \int_0^t N_k(t-u) h_{ki}(u) du \\ & - \sum_{k(k \neq i)} p_{ik} \int_0^t N_i(t-u) h_{ik}(u) du \\ & + \sum_s p_{si} \int_0^t Q_s(t-u) h_{si}(u) du \dots (14) \end{aligned}$$

上式で右辺第1項は吸収点を除く隣接ゾーンからゾーン i への単位時間当りの流入観客数。第2項は同じくゾーン i からの流出観客数を表わし、第3項は発生点からの単位時間当りの入場者数を表わす。 $a_{ij}(t)=p_{ij}h_{ij}(t)$ から上式はつぎのように書き直せる。

$$\begin{aligned} N_i'(t) = & \sum_k \int_0^t N_k(t-u) a_{ki}(u) du \\ & + \sum_s \int_0^t Q_s(t-u) a_{si}(u) du \dots (15) \end{aligned}$$

$$(k=k_1, \dots, k_i, \quad s=s_1, \dots, s_i)$$

ラプラス変換を行なうと、

$$sn_i(s) - N_i(0) = \sum_k n_k(s) a_{ki}(s) + \sum_s Q_s(s) a_{si}(s) \dots (16)$$

上式をベクトル表示すれば、

$$sn(s) - N(0) = n(s)a(s) + Q(s)a^*(s) \dots (17)$$

ここで、

$n(s) : n_i(s) (i=1, \dots, m)$ を成分とする $1 \times m$ 行列
 $a(s) : a_{ij}(s) (i, j=1, \dots, m)$ を成分とする $m \times m$ 行列

$Q(s) : Q_s(s) (s=s_1, \dots, s_m)$ を成分とする $1 \times m$ 行列

$a^*(s) : a_{si}(s) (s=s_1, \dots, s_m \quad i=1, \dots, m)$ を成分とする $m \times m$ 行列

$$\begin{aligned} n(s) = & N(0)(sI - a(s))^{-1} \\ & + Q(s)a^*(s)(sI - a(s))^{-1} \dots (18) \end{aligned}$$

ただし、上式で I は $m \times m$ の単位行列。

式 (18) において初期条件として $N(0)$ および入場者分布 $Q(s)$ を、また展示ゾーン相互の推移を表わす $a(s)$ と入口と展示ゾーン間の推移を表わす $a^*(s)$ を与えることによって $n(s)$ が求まり、これを逆変換すれば、各展示ゾーンの時刻 t における観客数 $n(t) = \{n_1(t), \dots, n_m(t)\}$ が計算できる。定常状態を問題にする場合は、 $\lim_{t \rightarrow 0} n(t) \Rightarrow \lim_{s \rightarrow 0} sn(s)$ の関係から、

$$\begin{aligned} \lim_{s \rightarrow 0} sn(s) = & \lim_{s \rightarrow 0} sN(0)(sI - a(s))^{-1} \\ & + \lim_{s \rightarrow 0} Q(s)a^*(s)(sI - a(s))^{-1} \end{aligned}$$

$$= \lim_{s \rightarrow 0} sQ(s)a^*(s)(-a(0))^{-1} \dots (19)$$

となる。上式によれば、定常状態では初期条件に無関係に決まることが明らかである。

なお $a_{ij}(t)=A_{ij}'(t)$ の関係から、これらをラプラス変換したものの中には、つぎの関係が満たされている。

$$a(s) = sA(s) - A(0) = sA(s) \dots (20)$$

上式を式 (18) と式 (19) にそれぞれ代入すると、

$$\begin{aligned} n(s) = & N(0)(sI - sA(s))^{-1} \\ & + Q(s)a^*(s)(sI - sA(s))^{-1} \dots (18)' \end{aligned}$$

$$\lim_{s \rightarrow 0} sn(s) = \lim_{s \rightarrow 0} sQ(s)a^*(s)(-P)^{-1} \dots (19)'$$

ここで $P = \lim_{s \rightarrow 0} sA(s)$ で p_{ij} を成分とする $m \times m$ 行列。

以上の結果、入場者分布 $Q_s(t) (s=s_1, \dots, s_m)$ を与えて、式 (18) ないしは式 (18)' から過渡状態の観客流動を一般的に解くことができる。ただし滞留時間分布 $h_{ij}(t)$ の与え方によってかなり面倒な計算となる。たとえば $h_{ij}(t) = \lambda_{ij} e^{-\lambda_{ij} t}$ なる指数分布を仮定すれば、比較的計算は楽になると思われる。本モデルを岡崎動物園に適用することは、時間の関係で本研究では行なわなかったが、観客流動をマルコフ特性を持つ流れと考える点では、吸収マルコフ連鎖を用いた場合と本質的な違いはないので本モデルも十分実用性があるものと確信できる。

8. 結 論

本文では、会場内の観客流動モデルとして、二つの方法について検討を加えた。その一つは吸収マルコフ連鎖による方法で、この方法の特徴は比較的計算が容易で、観客流動を巨視的に捉えるには十分有効であることが明らかとなった。第二の方法はセミ マルコフ過程を用いたモデルで、このモデルでは、各展示ゾーンの滞留時間分布を導入して、時間関数として観客流動を捉えているので、会場内の観客の1日の動きを時間を追って捉えることが可能となる。しかしこのモデルでは、計算が複雑になることは避けられないので、電子計算機の利用によって十分実用性があると考えられる。

以上の二つの方法は目的によって使い分けが必要であるが、いずれのモデルもあらかじめ推移確率を与える必要があるので、新設の会場などの観客流動に適用する場合には、観客吸引力から推移確率を推定するモデルを組み合わせる利用することが必要である。

参 考 文 献

- 1) 北川敏男編：マルコフ課程，情報科学講座，A.5.1，共立出版，昭和42年9月
- 2) 飯田恭敬・今坂一郎：会場内の流動に関する確率論的考察，昭和42年度土木学会関西支部年次学術講演会概要，昭和42年11月
- 3) 松井 寛：滞留時間を考慮した観客流動モデル，第23回土木学会年次学術講演会で発表の予定

(1968. 2. 15・受付)