海の波の波長計算プログラム

A FORTRAN PROGRAM FOR THE COMPUTATION
OF WATER WAVE LENGTH合 田 良 実*
By Yoshimi Goda

近年は電子計算機の普及につれて、数多くの問題が計算機で処理されるようになってきたが、海の波に関する計算では、まず波長を求めなければならない。いま、水深を h 、波の周期を T とすると、微小振幅波の理論により波長 L は次式で与えられる。

$$L = \frac{g}{2\pi} T^2 \tanh \frac{2\pi h}{L} \dots\dots\dots (1)$$

有限振幅波の理論では、波高によって波長が式(1)の値から最大20%程度変化するけれども、その場合でも基準値として式(1)の L を求めることが必要である。

ところで、式(1)は L に関する超越方程式であるから、解析的にその解を求めることはできず、数値計算によって所要の精度内で L の近似値を求めることになる。このための方法については、実際に計算する人がいろいろに工夫をこらしておられるところであるが、波長の計算は最も基本的な作業であるので、標準的なプログラムを提示するのもまた意味のあることではないかと考え、筆者の用いているプログラムを紹介する次第である。

式(1)において、 h/L が十分大きければ $\tanh 2\pi h/L \rightarrow 1$ で漸近されるから、このときの波長を L_0 と書けば、

$$L_0 = \frac{g}{2\pi} T^2 \dots\dots\dots (2)$$

となり、この L_0 を用いて式(1)が

$$a = x \tanh x \dots\dots\dots (3)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} a &= 2\pi h/L_0 \\ x &= 2\pi h/L \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

と書き改められる。したがって、波長 L を求める操作は、式(3)で x を解くことに等しい。

式(3)の解は、適当な級数表示で計算することもできるが、その場合は近似精度が不明確となる懸念があるので、ここではニュートンの逐次近似法で求めることに

する。この際、変曲点の出現を避けるため

$$y(x) = x - a \coth x \dots\dots\dots (5)$$

と書き換えると、第1次近似値 x_1 を与えたときの第2次近似値 x_2 が、

$$\begin{aligned} x_2 &= x_1 - \frac{y(x_1)}{y'(x_1)} \\ &= x_1 - \frac{x_1 - a \coth x_1}{1 + a(\coth^2 x_1 - 1)} \dots\dots\dots (6) \end{aligned}$$

で求められる。

第1次近似値としては、 $a = 2\pi h/L_0$ が大きければ $x_1 = a$ とし、 a が小さければ $\tanh x \approx x$ の近似を用いて $x_1 = \sqrt{a}$ を与えれば良く、この境界として $a \approx 1$ を用いれば、誤差が最も小さくなる。

以上の計算手順を FORTRAN で書けばつぎのようになる。ただし、変数記号は $a=D$, $x_1=X$, $x_2=XX$ である。

```

FUNCTION WAVE (D)
  IF(D-10.0) 2, 2, 1
1  XX=D
  GO TO 6
2  IF(D-1.0) 3, 4, 4
3  X=SQRTF(D)
  GO TO 5
4  X=D
5  COTHX=1./TANHF(X)
  XX=X-(X-D*COTHX)/(1.+D*(COTHX**2-1.))
  E=1.-XX/X
  X=XX
  IF(ABSF(E)-0.0005) 6, 5, 5
6  WAVE=XX
  RETURN
END

```

このプログラムは汎用性を考えて FUNCTION にしている。

* 正会員 運輸省港湾技術研究所 水工部

式(6)の逐次近似は、回を追うごとに収束が早まり、 x_2 と x_1 の相対誤差を $E=|1-x_2/x_1|$ で表わすと、計算の実績では

$$E_{n+1} \doteq (0.7 E_1)^{2^n} \dots \dots \dots (7)$$

の関係にある。上記のプログラムでは $E_1 < 0.2$ となっているから、ここで用いている0.05%の精度は、最大2回の逐次近似で得られることになる。

具体的に水深 DEPTH (m)、周期 PERIOD (sec)を与えて波長 WAVE (m)を求めるには、主プログラムの計算部分をつぎのように書けば良い。

$$PI2 = 2 * 3.14159$$

$$D = PI2 * DEPTH / (9.8 * PERIOD ** 2 / PI2)$$

$$WAVE = PI2 * DEPTH / WAVE (D)$$

(1970. 2. 18・受付)