杭頭固定度を考慮した組杭の 3 次元解法

THREE DIMENSIONAL ANALYSIS OF GROUP PILES
WITH ELASTIC RESTRAINTS AT THEIR HEADS

有 江 義 晴*・玉 置 脩**・矢 作 枢***・青 柳 史 郎****

By Yoshiharu Arie, Osamu Tamaki, Kaname Yahagi and Shiro Aoyagi

1. ま え が き

群杭, または斜組杭の設計計算には現在, 玉野の式¹⁾ または竹下の計算式²⁾ が広く用いられている。これらの計算式はいずれも杭頭での変形抵抗を弾性ばねに置換え, 剛なフーチングにおける力のつり合いを鉛直 1 平面内で考えて解いているもので, 杭頭とフーチングとの結合条件はヒンジ結合または剛結合であるとしている。これらの計算式は比較的簡潔な形にまとめられているが, 現実には手計算の労をさせて電子計算機を用いて設計に必要な断面力を求める場合が多いようである。電子計算機を用いることを前提とすれば計算の煩雑さは 2 次的な問題であり, 現実には種々の配慮を加えることが許される。たとえば次のような事項を考えることができよう。

(1) フーチングでの力のつり合いを 3 次元問題に拡張する。

杭基礎に偏心がある場合, 杭基礎に作用する外力は杭群中心軸まわりでの水平回転モーメントの成分をもつことが多い。従来の 1 平面内の力のつり合い式で, この回転モーメントの影響を厳密に考慮することはかなり困難である。また斜杭が放射状に配置された基礎では各杭の抵抗の主軸方向がそれぞれ異なるのでやはり 2 次元解法の適用は厳密性を欠くことになる。これらの問題はフーチングについての 3 次元のつり合い式をもとに解析することで解決できる。

(2) フーチングと杭頭の結合の不完全性を考慮する。

フーチングと杭頭との結合の不完全性について研究された報告書はほとんど見あらず, 実際にはヒンジ結合または完全な剛結合の条件のもとで, 杭頭部の設計が行

なわれているのが現状である。ただ筆者らの 1 人は杭頭の固定度を群杭効果のなかにとり入れた形で評価する方法を提案した³⁾。本報告では, 固定度を杭頭とフーチングの結合の不完全性という形で評価し, その不完全性が杭頭変位や断面力にどの程度影響をおよぼすかを, 杭軸方向の抵抗や杭配置との関連のもとに検討した。ただし固定度を設計上どのように設定すべきかの問題は今後に残されている。

(3) 変断面杭や短杭の場合, また杭の横抵抗に関与する地盤反力係数が深さによって変化する場合の計算も可能にする。

杭が線形的に挙動する一様でない半無限杭の場合, あるいは短杭の場合の解法も種々報告されているが⁴⁾, これらの計算を横方向地盤反力係数が一様な場合と同じく電子計算機内部で統一的に処理できれば設計計算上便利である。杭基礎の設計については上記以外にも検討を要する重要な問題が多い。たとえば

- (4) 杭挙動の非線形性の問題
- (5) 横方向地盤反力係数の設定の方法
- (6) 群杭効果および許容支持力などの設定の問題
- (7) ネガチーブフリクションの問題など

があげられる。杭挙動の非線形性は, 杭頭変位に応じて線形化した地盤反力係数を用いることによって実用的にはかなりの精度で考慮できるといわれている^{5), 6)}。電子計算機によれば, このことを利用して比較的容易に非線形性を考慮した解に収斂させることが可能である。しかし横方向地盤反力係数を実際の地盤に則してどのように設定すべきか⁷⁾, また群杭効果による支持力の低減をどのように見積るかは, ネガチーブフリクション, 特にそれが斜杭におよぼす効果などとともまだ十分には解明されていない問題であり, 今後の研究成果が期待される。ここでは (4)~(7) の問題を保留し先の (1)~(3) の事項について考慮した杭基礎の計算法を提供することにした。また 2, 3 の数値計算例を示し簡単な考察を加え

* 正会員 首都高速道路公団理事
** 正会員 首都高速道路公団工務部第 2 設計課長
*** 正会員 首都高速道路公団工務部第 2 設計課
**** 正会員 長大橋設計センター

た。すなわち異なる長さをもつ $3 \times 3 = 9$ 本の有限長杭からなる杭基礎について数値計算を行ない、従来の2次元解法の計算結果と比較した。2次元解法では荷重を各杭列にその剛度に応じて分配する方法をとったが、計算の数値としては本計算式による結果との間にあまり大きな違いは見られなかった。ただ2次元解法では荷重分配を別に求めなければならないのでこのような例題には不向きであるといえる。次に $2 \times 2 = 4$ 本の半無限長杭をもつ基礎について、杭の組み方や杭頭の固定度、杭軸方向のばねの効果が計算結果にどのように現われるかを見てみた。その結果杭頭固定度と杭軸方向ばねは同じような効果をもつこと、また斜杭が有効に作用するにはある程度以上の杭頭固定度と軸方向ばねが必要であることがわかった。

2. 計算式の誘導

組杭の計算に当たって次の仮定をおく。

(1) 杭頭のフーチングへの結合は弾性的であり、次式で定義される固定度 α が存在する。

$$\theta = \theta^* + \alpha(\theta_f - \theta^*) \quad \dots\dots\dots (1)$$

ただし、 α : 杭頭固定度、 θ : 杭頭回転角、 θ^* : ヒンジ結合 ($\alpha=0$) のときの杭頭回転角、 θ_f : フーチングの回転角。

(2) フーチングは剛体である。

(3) 杭は弾性体であり、地盤反力は線形性を有する。

(4) 杭の応力とひずみの関係は一方向にのみ意味を有する。すなわち相互に直交する方向の応力とひずみは互いに独立である。

(5) 杭の断面の主軸の一つは水平面内にあるものとする。

(6) 杭の断面剛性、および横方向地盤反力係数は有限個の不連続点間で一定である。

(7) 杭の軸方向変形抵抗(軸方向ばね)は杭頭で定義され、引抜きおよび押込みに対して同じ値とする。

(8) 杭のねじれ剛性は無視する。

(5), (8) の仮定は理論式を展開する上に必要な制約としておいたものでなく、現実の設計計算上の便を考慮しておいたものである。すなわち杭の主軸方向を表わすのに3方向の角度を必要とするようなケースは考えにくいし、また杭にねじり剛性を期待する設計もいまのところ少ないと考えた。

(1) 単杭の解析

組杭を構成する各杭について、その杭頭における換算ばね、すなわちフーチングとの結合点における断面力と変形の関係式を各杭に固有の座標系のもとで求める。座

図-1 一般座標と杭座標

図-2 断面力 の 方向

標系を 図-1, 図-2 のごとく定義するとき、杭断面の1主軸 ξ 方向の変位 u_ξ は i 番目の等断面の区間において次式を満足する。

$$EI_i \frac{d^4 u_\xi}{d\zeta^4} + K_i B_i u_\xi = 0 \quad \dots\dots\dots (2)$$

ただし、 EI_i : i 番目区間での杭の曲げ剛性、 K_i : 横方向地盤反力係数、 B_i : 杭幅、いずれも主軸 ξ 方向の値である。式 (2) の解は

$$u_\xi = e^{-\beta_i \zeta} (a_i \cos \beta_i \zeta + b_i \sin \beta_i \zeta) + e^{\beta_i \zeta} (c_i \cos \beta_i \zeta + d_i \sin \beta_i \zeta) \quad \dots\dots\dots (3)$$

ただし、 $\beta_i = \sqrt[4]{B_i K_i / 4 EI_i}$ 、 a_i, b_i, c_i, d_i は積分定数である。他の力学量も次式の定義によって得られる。

$$\left. \begin{aligned} \text{たわみ角} \quad \theta_\eta &= -\frac{du_\xi}{d\zeta} \\ \text{曲げモーメント} \quad M_\eta &= EI_i \frac{d^2 u_\xi}{d\zeta^2} \\ \text{せん断力} \quad Q_\xi &= \frac{dM_\xi}{d\zeta} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (4)$$

式 (3) と式 (4) とを用いて断面の不連続点 i と $i+1$ とでの力学量の間に次の式が得られる。

$$\mathbf{q}_i = \mathbf{B}_i \mathbf{q}_{i-1} \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$\mathbf{q}_i = \begin{Bmatrix} u_\xi \\ \theta_\eta \\ M_\eta \\ Q_\xi \end{Bmatrix}_i$$

$$B_i = \begin{pmatrix} r_{1i} & -\frac{1}{2\beta_i}r_{2i} & \frac{1}{2EI_i\beta_i^2}r_{3i} & -\frac{1}{4EI_i\beta_i^3}r_{4i} \\ -\beta_i r_{4i} & r_{1i} & -\frac{1}{2EI_i\beta_i}r_{2i} & -\frac{1}{2EI_i\beta_i^2}r_{3i} \\ -2EI_i\beta_i^2r_{3i} & -EI_i\beta_i r_{4i} & r_{1i} & \frac{1}{2\beta_i}r_{2i} \\ -2EI_i\beta_i^3r_{2i} & 2EI_i\beta_i^2r_{3i} & \beta_i r_{4i} & r_{1i} \end{pmatrix} \dots\dots\dots (6)$$

$$r_{1i} = \cosh \beta_i l_i \cos \beta_i l_i, \quad r_{2i} = \sinh \beta_i l_i \cos \beta_i l_i + \cosh \beta_i l_i \sin \beta_i l_i$$

$$r_{3i} = \sinh \beta_i l_i \sin \beta_i l_i, \quad r_{4i} = \sinh \beta_i l_i \cos \beta_i l_i - \cosh \beta_i l_i \sin \beta_i l_i$$

ただし、 l_i : 区間 i の ζ 方向長さ。区間 i が地面上にあれば $K_i=0$ であり、式(6)の伝達マトリックス B_i は良く知られたはりの式から次式になる。

$$B_i = \begin{pmatrix} 1 & -l_i & \frac{l_i^2}{2EI_i} & \frac{l_i^3}{6EI_i} \\ 0 & 1 & -\frac{l_i}{EI_i} & -\frac{l_i^2}{2EI_i} \\ 0 & 0 & 1 & l_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \dots\dots\dots (7)$$

杭頭を $i=0$ とし、そこで q_0 を定義すれば任意の不連続点 i での q_i は次式で表わされる。

$$q_i = B_i q_{i-1} = B_i B_{i-1} \dots B_1 q_0 = A_i q_0 \dots\dots\dots (8)$$

$$A_i = B_i B_{i-1} \dots B_1$$

杭が有限長のものであれば杭先端 $i=N$ において、2個の境界条件が成立つ。いまこれを次式で表わす。

$$Cq_N = 0 \dots\dots\dots (9)$$

ただし、 C は2行4列の異方マトリックスで境界条件に応じて次のような形をとる。

$$\left. \begin{array}{l} \text{杭先端自由: } M_{\eta N} = Q_{\xi N} = 0; \quad C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ \text{杭先端固定: } u_{\xi N} = \theta_{\eta N} = 0; \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \text{杭先端弾性支持: } M_{\eta N} = K_M \theta_{\eta N}, \quad Q_{\xi N} = K_Q u_{\xi N}; \quad C = \begin{bmatrix} 0 & -K_M & 1 & 0 \\ -K_Q & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{array} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

ただし、 K_M, K_Q は杭先端の回転および水平方向のばね。また杭長が半無限の場合半無限区間 $i=N+1$ において式(3)の積分定数 c_{N+1}, d_{N+1} が0でなければならぬことから、2個の条件式が得られる。すなわち最終不連続点 $i=N$ において次式を得る。

$$\left\{ \begin{array}{l} c \\ d \end{array} \right\}_{N+1} = Cq_N = 0;$$

$$C = \begin{bmatrix} 4EI_{N+1}\beta_{N+1}^3 & -2EI_{N+1}\beta_{N+1}^2 & 0 & -1 \\ 0 & -2EI_{N+1}\beta_{N+1}^2 & 2\beta_{N+1} & 1 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (11)$$

式(9)~(11)の関係から杭頭での q_0 について次式を得る。

$$CAq_0 = 0 \dots\dots\dots (12)$$

式(12)を応力と変形との関係に変換することによって

杭頭でのつり合い式が得られる。いまこれを次式で表わす。

$$\left\{ \begin{array}{l} u_{\xi} \\ \theta_{\eta} \end{array} \right\}_0 = \begin{bmatrix} f_{11}^{\xi} & f_{12}^{\xi} \\ f_{21}^{\xi} & f_{22}^{\xi} \end{bmatrix} \left\{ \begin{array}{l} Q_{\xi} \\ M_{\eta} \end{array} \right\}_0 \dots\dots\dots (13)$$

なお、杭が地表への突出部および不連続点を有しない均質な半無限杭であれば $N=0$ 、 $A_0=E$ (単位マトリックス) において式(13)の f_{11}, f_{12} 等は式(11)よりよく知られた値となる。

$$f_{11}^{\xi} = \frac{1}{2EI\beta^3}, \quad f_{12}^{\xi} = f_{21}^{\xi} = \frac{1}{2EI\beta^2},$$

$$f_{22}^{\xi} = \frac{1}{EI\beta} \dots\dots\dots (14)$$

杭頭とフーチングとの結合は式(1)の仮定より弾性的であり、杭側の力学量に0をフーチング側での力学量に f の添字を付けて示すと仮定より次式の関係が示される。

$$u_{\xi 0} = u_{\xi f}, \quad \theta_{\eta 0} = \theta_{\eta 0}^* + \alpha_{\eta} (\theta_{\eta f} - \theta_{\eta 0}^*)$$

$$Q_{\xi 0} = Q_{\xi f}, \quad M_{\eta 0} = M_{\eta f}$$

$$\theta_{\eta 0}^* = f_{21}^{\xi} Q_{\xi f}$$

$$\therefore \left\{ \begin{array}{l} u_{\xi} \\ \theta_{\eta} \end{array} \right\}_f = \begin{bmatrix} f_{11}^{\xi} & f_{12}^{\xi} \\ f_{21}^{\xi} & f_{22}^{\xi}/\alpha_{\xi} \end{bmatrix} \left\{ \begin{array}{l} Q_{\xi} \\ M_{\eta} \end{array} \right\}_f \dots\dots\dots (15)$$

もし固定度 α が0であれば $M_{\eta f}=0$ になるので式(15)のマトリックスの第2列は省略される。なお固定度 α を定義することとフーチングと杭頭との間に回転ばね K_R を定義することは等価であり、両者は次の関係式で結ばれる。

$$M_{\eta f} = K_R (\theta_{\eta f} - \theta_{\eta 0}) = K_R \frac{1-\alpha}{\alpha} f_{22} M_{\eta f}$$

$$\therefore K_R = \frac{1}{f_{22}} \frac{\alpha}{1-\alpha} \dots\dots\dots (16)$$

以上は杭の一断面主軸 ξ 方向の関係式であるが、ほかの断面主軸 η 方向についても、各種定数を η 方向にとって同様の関係式が得られる。ただし図-1から明らかのように M_{ξ}, θ_{ξ} の定義が M_{η}, θ_{η} の場合と逆符号になっているので式(15)は次式になる。

$$\left\{ \begin{array}{l} u_{\eta} \\ \theta_{\xi} \end{array} \right\}_f = \begin{bmatrix} f_{11}^{\eta} & -f_{12}^{\eta} \\ -f_{21}^{\eta} & f_{22}^{\eta}/\alpha_{\eta} \end{bmatrix} \left\{ \begin{array}{l} Q_{\eta} \\ M_{\xi} \end{array} \right\}_f \dots\dots\dots (17)$$

一方、 ζ 方向のつり合い式は仮定により

$$v_{\zeta f} = \frac{1}{K_V} \cdot V_{\zeta f} \dots\dots\dots (18)$$

ただし, K_V : 杭頭で定義した ζ 方向(軸方向)のばね, $v_{\zeta f}$: ζ 方向の変位量, $V_{\zeta f}$: ζ 方向の荷重。また杭のねじり剛性を無視しているので, $M_{\zeta}=0$ であり θ_{ζ} は定義されない。式(15), (17), (18)をまとめて単杭の杭頭でのつり合い式を得る。

$$\mathbf{d}_P = \mathbf{F} \mathbf{P}_P \dots\dots\dots (19)$$

$$\mathbf{d}_P = \begin{Bmatrix} u_{\xi} \\ u_{\eta} \\ v_{\zeta} \\ \theta_{\xi} \\ \theta_{\eta} \end{Bmatrix}_f, \quad \mathbf{P}_P = \begin{Bmatrix} Q_{\xi} \\ Q_{\eta} \\ V_{\zeta} \\ M_{\xi} \\ M_{\eta} \end{Bmatrix}_f,$$

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} f_{11}^{\xi} & 0 & 0 & 0 & f_{12}^{\xi} \\ 0 & f_{11}^{\eta} & 0 & -f_{12}^{\eta} & 0 \\ 0 & 0 & 1/K_V & 0 & 0 \\ 0 & -f_{21}^{\eta} & 0 & f_{22}^{\eta}/\alpha_{\eta} & 0 \\ f_{21}^{\xi} & 0 & 0 & 0 & f_{22}^{\xi}/\alpha_{\xi} \end{bmatrix}$$

なお式(19)は $\alpha_{\xi}=\alpha_{\eta}=0$ のとき $\mathbf{F}$ を正則にするために3元に縮小される。

(2) 一般座標系への変換

各杭の杭頭における断面力と変形の関係式が, 各杭に固有の座標系 P のもとで式(19)のように得られた。次にこれをフーチングに固有な一般座標系 G での関係に変換する。図-1を参照して, η 軸が水平面 $X-Y$ 内にあり, ζ 軸が z 軸となす角度を ϕ_v , また η 軸が Y 軸となす角度を ϕ_h とすれば, 座標系 P の単位ベクトル $\mathbf{e}_P$ と座標系 G の単位ベクトル $\mathbf{e}_G$ との間に次の変換式がなり立つ。

$$\mathbf{e}_G = \bar{\mathbf{T}} \mathbf{e}_P \quad \bar{\mathbf{T}} = \begin{bmatrix} \cos \phi_h \cos \phi_v & -\sin \phi_h \cos \phi_v & -\sin \phi_v \\ \sin \phi_h & \cos \phi_h & 0 \\ \cos \phi_h \sin \phi_v & -\sin \phi_h \sin \phi_v & \cos \phi_v \end{bmatrix} \dots\dots\dots (20)$$

式(20)の座標変換マトリックスを用いて各杭頭で定義された式(19)の力学量 $\mathbf{d}_P, \mathbf{P}_P$ も一般座標系 G に変換できる。すなわち,

$$\mathbf{d}_P = \mathbf{T} \mathbf{d}_G, \quad \mathbf{P}_P = \mathbf{T} \mathbf{P}_G$$

$$\mathbf{d}_G = \begin{Bmatrix} u_X \\ u_Y \\ v_Z \\ \theta_X \\ \theta_Y \\ \theta_Z \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{P}_G = \begin{Bmatrix} Q_X \\ Q_Y \\ V_Z \\ M_X \\ M_Y \\ M_Z \end{Bmatrix},$$

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} & 0 & 0 & 0 \\ \bar{\mathbf{T}} & 0 & 0 & 0 \\ & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos \phi_h \cos \phi_v & -\sin \phi_h \cos \phi_v & -\sin \phi_v \\ 0 & 0 & 0 & \sin \phi_h & \cos \phi_h & 0 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (21)$$

式(19)に定義した $\mathbf{d}_P, \mathbf{P}_P$ は5元のベクトルであり, $\theta_{\zeta}, M_{\zeta}$ が含まれていないのに対して一般座標 G での $\mathbf{d}_G, \mathbf{P}_G$ は θ_Z, M_Z を含む6元のベクトルである。これは, M_{ξ}, M_{η} の射影として M_Z が存在し, それに応じて θ_Z も便宜的に定義できる(一次独立な量でない)からである。したがって式(21)の座標変換マトリックス $\mathbf{T}$ は3元のマトリックス $\bar{\mathbf{T}}$ を対角においた6元のマトリックスから6行目を省略した異方マトリックスとなっている。 $\alpha_{\xi}=\alpha_{\eta}=0$ のとき式(2)は, さらに, 4, 5行目も省略される。式(19)と式(21)とから, 次の一般座標系 G でのつり合い式が得られる。

$$\mathbf{P}_G = \mathbf{T}^T \mathbf{F}^{-1} \mathbf{T} \mathbf{d}_G = \mathbf{K} \mathbf{d}_G \dots\dots\dots (22)$$

式(22)は6元の連立方程式であるが, 互いに独立な式は5個であり, 次の従属関係が成り立っている。

$$\cos \phi_v \cdot M_Z = -\cos \phi_h \sin \phi_v \cdot M_X \\ + \sin \phi_h \sin \phi_v \cdot M_Y \dots\dots\dots (23)$$

また, $\alpha_{\xi}=\alpha_{\eta}=0$ のとき次式が成り立ち互いに独立な式は3個となる。

$$M_X = M_Y = M_Z = 0 \dots\dots\dots (24)$$

(3) フーチング上でのつり合い式

式(22)が各杭の杭頭において求まったとして, これに杭番号 j を添え, また添字 G を省略して次式で置く。

$$\mathbf{P}_j = \mathbf{K}_j \mathbf{d}_j \dots\dots\dots (25)$$

また杭頭の座標を (X_j, Y_j, Z_j) で表わす。フーチングの重心 g の変位 $\mathbf{d}_g$ と j 番目の杭頭の変位 $\mathbf{d}_j$ との間には次の幾何学的関係が成り立つ。

$$\mathbf{d}_j = \mathbf{D}_j \mathbf{d}_g \dots\dots\dots (26)$$

$$\mathbf{d}_j = \begin{Bmatrix} u_X \\ u_Y \\ v_Z \\ \theta_X \\ \theta_Y \\ \theta_Z \end{Bmatrix}_j, \quad \mathbf{d}_g = \begin{Bmatrix} u_X \\ u_Y \\ v_Z \\ \theta_X \\ \theta_Y \\ \theta_Z \end{Bmatrix}_g,$$

$$\mathbf{D}_j = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -Z_j & Y_j \\ 0 & 1 & 0 & Z_j & 0 & -X_j \\ 0 & 0 & 1 & -Y_j & X_j & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

またフーチング重心に作用する外力 $\mathbf{P}_g$ は各杭の杭頭に作用する外力 $\mathbf{P}_j$ の合力に等しいので次式が得られる。

$$\mathbf{P}_g = \sum_j \mathbf{D}_j^T \mathbf{P}_j \dots\dots\dots (27)$$

式(27)に式(25), (26)を代入してフーチング重心に関するつり合い式を得る。

$$\left. \begin{aligned} P_g &= K_g d_g, & d_g &= F_g P_g \\ K_g &= \sum_j D_j^T K_j D_j, & F_g &= K_g^{-1} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (28)$$

式 (28) を解くことにより与えられた外力 P_g に対する変形 d_g を得る。この解を逆に式 (26), (25), (21) に代入して各杭頭での断面力と変形が求まり、さらに式 (8) に準じて杭中での断面力と変形も決定できる。すなわち組杭の計算は完了する。

3. 数値計算例

具体的な組杭の計算例を示すに先立ち、ここで突出長を有しない均一な単杭における杭長の影響、および杭先端の境界条件の違いの影響をみておくことにする。すなわち式 (13) に示した単杭の単位荷重による変形 f_{11} , f_{12} , f_{22} と杭長との関係を無次元化した形で図-3 に示す。図は横軸に無次元化した長さ βl (l は杭長) をとり、縦軸には f_{11} , f_{12} , f_{22} を杭長が半無限のときの値すなわち式 (14) で除して得られる無次元量をとって示した。

図-3 単杭の変形

杭長 l が π/β 以上のとき、半無限杭とみなして良いことは知られているが、図-3 からみて杭先端がヒンジまたは固定の条件にあるとき、杭頭の変形に関しては βl が2程度以上でもほぼ半無限杭に近いことがわかる。

(1) 不等長杭からなる組杭の計算

比較的浅いところに強固な支持層があり、しかもその支持層が大きく傾斜するとき、1つの杭基礎を構成する各杭の長さはそれぞれ異なることになる。たとえば図-4 に示す杭径 1.5 m の場所打ち杭を用いた基礎について考える。

図-4 不等長杭基礎

杭先端はすべらない程度に支持層に根入されていて、杭先端はヒンジの条件が満足されているものとみなす。また、杭長以外の諸定数は各杭に共通で、以下のように与えられているものとする。

杭径 $B=1.5$ m

杭のヤング率 $E=2.1 \times 10^6$ t/m²

横方向地盤反力係数 $K=1.5 \times 10^3$ t/m³

杭軸方向ばね定数 $K_V=1.5 \times 10^6$ t/m

杭頭固定度 $\alpha=1$ (完全剛結)

杭先端条件 ヒンジ

以上の諸定数を用いるとき、 $\beta l=0.906 \sim 2.356$ となり、図-3 からみて各杭は有限長杭とみなさなければならぬ範囲にある。数値計算の結果、式 (28) のマトリックス F_g は次のように得られた。

$$\mathbf{F}_g = 10^{-9} \times \begin{pmatrix} 9.4321 & 0.0173 & 0 & 0.003 & 0.2052 & -0.0962 \\ 0.0173 & 9.4219 & 0 & -0.2059 & -0.0007 & -0.0721 \\ 0 & 0 & 0.7407 & 0 & 0 & 0 \\ 0.0003 & -0.2059 & 0 & 0.0655 & -0.0000 & -0.0013 \\ 0.2052 & -0.0007 & 0 & -0.0000 & 0.0655 & 0.0038 \\ -0.0962 & -0.0721 & 0 & -0.0013 & 0.0038 & 0.4010 \end{pmatrix} \dots\dots\dots (29)$$

フーチングに作用する外力が与えられたとき、フーチングの変形はこの $\mathbf{F}_g$ を用いて計算できる。また、杭頭の断面力も式 (19), (21) から得られる。

この問題を玉野や竹下の式などの 2 次元解法によって解く場合、まず杭基礎の各行および各列にそれぞれ単独に単位荷重を作用させて解き、各行または列の剛性に応じて荷重の分配を行ない、分配された荷重に対してあらためて各杭の断面力を求めることになろう。この例題の場合、各行、各列の単位荷重による変形は表一のごとく得られる。表一には鉛直荷重 V_Z による変形を省略

表一 2 次元解法による変形と荷重分配

対 象	単位荷重による変形 ($\times 10^{-9}$)			荷重分配 ($\times 1/3$)	
	u_{H_I}	$u_{M_I} = \theta_{H_I}$	θ_{M_I}	水平力 H_I	回転力 M_I
第 1 行	8496.4	239.8	66.0	1.038	0.993
2	10258.6	194.1	65.3	0.924	1.005
3	9742.7	178.3	65.4	1.038	1.002
平 均	9499.2	204.1	65.6	1.000	1.000
第 1 列	8802.8	216.7	65.7	1.010	0.997
2	9641.5	205.5	65.5	0.980	1.001
3	9892.6	195.0	65.4	1.010	1.002
平 均	9445.6	205.7	65.5	1.000	1.000

u_{H_I} : 単位水平力の 1/3 による水平変位

θ_{H_I} : 単位水平力の 1/3 による回転角

u_{M_I} : 単位回転力の 1/3 による水平変位

θ_{M_I} : 単位回転力の 1/3 による回転角

したが、 K_V を各杭に共通としているので鉛直荷重が均等に分配されることは自明である。なお表一の変形に関する数値は式 (28) のマトリックス要素と比較するために単位荷重の 1/3 が作用した場合の数値で示した。

荷重の分配は、剛なフーチングの幾何学的条件を満足するようになされなければならないが、2 次元解析においては鉛直軸まわりの回転を無視しているため、厳密な分配は得られない。いま各杭の各行または列間の相対的なずれは許すとして分配の近似解を求めることとすれば、次のような方法がとられよう。

$$\left. \begin{aligned} H_I &= (\kappa_{11} u + \kappa_{12} \theta)_I, \quad M_I = (\kappa_{21} u + \kappa_{22} \theta)_I, \quad I=1, 2, 3 \\ \sum_I H_I &= 1, \quad H_1 = H_3, \quad \sum_I M_I = 1 \\ u_3 - u_2 &= u_2 - u_1, \quad \theta_1 = \theta_2 = \theta_3 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (30)$$

ただし、

$$\begin{bmatrix} \kappa_{11} & \kappa_{12} \\ \kappa_{21} & \kappa_{22} \end{bmatrix}_I = \begin{bmatrix} u_H & u_M \\ \theta_H & \theta_M \end{bmatrix}_I^{-1}$$

ただし、添字 $I=1, 2, 3$ は杭の各行または各列の区別を表わし、 H_I, M_I は水平力、回転力の分配を表わす。式 (30) を解いて分配 H_I, M_I が決まるが、この決定にはかなりの労力を要する。しかし $u_M = \theta_H = 0$ とおけば式 (30) は簡略化できて分配も比較的容易に求まる。表一にはこのような簡略化のもとで得られた分配の近似解を示しておいた。なお比較を容易にするために分配 H_I, M_I は 3 倍した値で示した。ここで荷重 H_X, M_Y, V_Z が具体的に次のように与えられた場合の変形と断面力とを求めてみる。

水平力 $H_X = 300 \text{ t}$

回転モーメント $M_Y = 3000 \text{ tm}$

鉛直力 $V_Z = 1200 \text{ t}$

式 (29) を用いて得られる本計算法の 3 次元解と、表一の荷重分配から計算される 2 次元解とを比較して表二、三に示す。表二はフーチングの変形の比較であり、表三は杭頭断面力の比較である。2 次元解は前

表二 不等長杭基礎、フーチングの変形

着 目 量	単 位	3 次 元 解	2 次 元 解
変 位			
X 方 向 u_{gX}	mm	3.445	3.428
Y 方 向 u_{gY}	mm	0.003	—
Z 方 向 u_{gZ}	mm	0.889	0.889
回 転 角			
X 軸 回 り θ_{gX}	$\times 10^{-4} \text{ rad}$	0.001	—
Y 軸 回 り θ_{gY}	$\times 10^{-4} \text{ rad}$	2.582	2.713 ~ 2.506
Z 軸 回 り θ_{gZ}	$\times 10^{-4} \text{ rad}$	-0.174	-0.255

表三 不等長杭基礎、杭頭断力

() 内: 2 次元解

杭 番 号	1	2	3
第 1 行			
$Q_{\xi} \text{ (t)}$	43.2 (42.0)	33.3 (32.5)	30.0 (29.3)
$Q_{\eta} \text{ (t)}$	- 1.2	0.0	0.9
$V_{\zeta} \text{ (t)}$	-21.6 (-29.5)	133.3 (133.3)	288.2 (296.1)
$M_{\xi} \text{ (tm)}$	- 4.5	0.2	3.0
$M_{\eta} \text{ (tm)}$	-145.3 (-140.1)	-100.1 (-95.8)	-77.3 (-73.5)
第 2 行			
杭 番 号	4	5	6
$Q_{\xi} \text{ (t)}$	30.2 (30.3)	30.6 (30.7)	31.4 (31.5)
$Q_{\eta} \text{ (t)}$	- 0.8	0.0	0.8
$V_{\zeta} \text{ (t)}$	-21.6 (-17.0)	133.3 (133.3)	288.2 (283.7)
$M_{\xi} \text{ (tm)}$	- 2.4	0.1	2.4
$M_{\eta} \text{ (tm)}$	-68.7 (-69.7)	-63.7 (-64.7)	-62.4 (-63.3)
第 3 行			
杭 番 号	7	8	9
$Q_{\xi} \text{ (t)}$	33.1 (33.9)	33.8 (34.6)	34.3 (35.2)
$Q_{\eta} \text{ (t)}$	- 0.8	0.0	0.9
$V_{\zeta} \text{ (t)}$	-21.5 (-18.0)	133.3 (133.3)	288.3 (284.6)
$M_{\xi} \text{ (tm)}$	- 2.1	0.1	2.4
$M_{\eta} \text{ (tm)}$	-65.2 (-68.1)	-66.6 (-69.5)	-68.2 (-71.1)

述のごとく荷重分配の近似値によったので各行でのフーチングの回転角は一致せず、また水平変位も直線上にはおられない。表-1には第2行目の水平変位と各行の回転角の最大、最小を示しておいた。また鉛直軸まわりの回転角 $\theta_{\theta z}$ は第1行と第3行との変位差から求めた値である。3次元解との比較では両者はほぼ一致しているといえよう。表-3に示した杭断面力において、2次元解は第1行目の杭断面力を過小に評価し、第2、3行目の断面力を過大評価した結果になっている。ただ杭の軸力については逆の傾向にある。しかし両者の差は微小であり、ここにとりあげた例題では2次元解でも十分正しいとしてよいであろう。フーチ

図-5 4本組杭

断面2次モーメント $I=6.28 \times 10^{-3} \text{ m}^4$
 横方向地盤反力係数 $K=1.5 \times 10^3 \text{ t/m}^3$
 杭長 l : 半無限

杭の組方としては図-5に示す4形式を採用した。すなわち、(i) 鉛直組杭、(ii) 外力に直交する鉛直面内に組まれた直交斜組杭、(iii) 外力を含む鉛直面内にある平行斜組杭、(iv) 放射状の斜組杭。

これら4形式の比較計算において、杭の斜角 ϕ_v は 15° に統一したが別に斜角の影響をみるために (iii) の形式において ϕ_v を $0 \sim 15^\circ$ に変化させた計算も行なってみた。杭頭固定度 α と軸方向ばね K_V とを変化させてその影響をみたが、 $\alpha=0 \sim 1$ は前述のごとく、杭頭とフーチングとの間に仮想できる回転ばね $K_R=0 \sim \infty$ と等価である。同様な意味で軸方向ばね K_V も $0 \sim 1$ の間に変化する無次元量 k_v に置換が可能である。

$$k_v = \frac{K_V}{K_V + K_{V_0}} \dots \dots \dots (30)$$

式 (30) の K_{V_0} は、計算結果を整理する上での基準ばねであるが、これをどのように設定すべきかについては以下のような考察が成り立つ。杭に固有な座標系での力と変形との関係式が各杭に共通に式 (13) のごとく得られたとすると、図-5に示した (iii) の場合には比較的容易に外力 H_X, M_Y に対する解が得られて、フーチングの変形は次式で表わせる。

(2) 4本組杭の計算

4本の半無限長杭からなる杭基礎において、杭の組方や杭頭固定度 α 、軸方向ばね K_V などの影響をみる目的で一連の計算を行なってみた。計算に用いた杭の諸元は次のとおりである。

杭径 $B=1.0 \text{ m}$

杭のヤング率 $E=2.1 \times 10^7 \text{ t/m}^2$

$$\left. \begin{aligned} u_{Xg} &= \frac{(f_{11}f_{22}/\alpha - f_{12}^2)K_V \cos^2 \phi_v + f_{11} + f_{12}\lambda \sin \phi_v + f_{22}\lambda^2 \sin^2 \phi_v / 4\alpha}{(f_{11} \sin^2 \phi_v + f_{12}\lambda \sin \phi_v + f_{22}\lambda^2 / 4\alpha)K_V + \cos^2 \phi_v} \frac{H_X}{2} \\ &\quad - \frac{(f_{11}f_{22}/\alpha - f_{12}^2)K_V \sin \phi_v \cos \phi_v - (f_{22}\lambda \sin \phi_v / 2\alpha + f_{12}) \cos \phi_v}{(f_{11} \sin^2 \phi_v + f_{12}\lambda \sin \phi_v + f_{22}\lambda^2 / 4\alpha)K_V + \cos^2 \phi_v} \frac{M_Y}{2} \\ \theta_{Yg} &= - \frac{(f_{11}f_{22}/\alpha - f_{12}^2)K_V \sin \phi_v \cos \phi_v - (f_{22}\lambda \sin \phi_v / 2\alpha + f_{12}) \cos \phi_v}{(f_{11} \sin^2 \phi_v + f_{12}\lambda \sin \phi_v + f_{22}\lambda^2 / 4\alpha)K_V + \cos^2 \phi_v} \frac{H_X}{2} \\ &\quad + \frac{(f_{11}f_{22}/\alpha - f_{12}^2)K_V \sin^2 \phi_v + f_{22} \cos^2 \phi_v / \alpha}{(f_{11} \sin^2 \phi_v + f_{12}\lambda \sin \phi_v + f_{22}\lambda^2 / 4\alpha)K_V + \cos^2 \phi_v} \frac{M_Y}{2} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (31)$$

図-7 回転力 $M_F=1\text{tm}$ による4本組杭の応答 (軸方向ばね K_F の影響) 図-8 水平力 $H_X=1\text{t}$ による4本組杭の応答 (軸方向ばね K_F の影響)

図-9 回転力 $M_r=1\text{tm}$ による4本組杭の応答 (固定度 α の影響)

図-8 水平力 $H_x=1\text{t}$ による4本組杭の応答 (固定度 α の影響)

図-10 鉛直力 $V_Z=1\text{ t}$ による4本組杭の応力

式 (31) において H_X , M_Y にかかる係数の分母はすべて同じである。そのほかの杭断面力などの解でも係数の分母はやはり同じとなる。このことから任意の着目量 f が次式の形で表わせることがわかる。

$$f = \frac{cK_V + d}{aK_V + b} = \frac{d}{b} + k_v \left(\frac{c}{a} - \frac{d}{b} \right) \quad \dots (32)$$

$$k_v = \frac{K_V}{K_V + K_{V_0}},$$

$$K_{V_0} = \frac{b}{a} = \frac{\cos^2 \phi_v}{f_{11} \sin^2 \phi_v + f_{12} \sin \phi_v + f_{22} \lambda^2 / 4 \alpha} \quad \dots (33)$$

この式 (32) を固定度 α の定義式 (1) と比較して両者が形式的に一致していることがわかる。すなわち式 (32) の c/a は $K_V = \infty$ のときの f であり d/b は $K_V = 0$ のときの f を意味する。このことから式 (33) で定義される基準値 K_{V_0} は構造に固有な特性値とみなすこともできよう。1行 n 本の鉛直杭からなる組杭の場合式 (31) は簡単になるがやはり係数の分母はすべての着目量について同じであり、次のような K_{V_0} が定義できる。

$$K_{V_0} = b/a = n \alpha / f_{22} \sum X_i^2 \quad \dots (34)$$

ただし、 X_i : i 番目の杭の座標

いま、この計算例において、(i) の鉛直組杭での固定度 $\alpha = 0.5$ のときの K_{V_0} をもって K_V を無次元化することとすると、 $f_{22} = 1/EI \beta = 3.284 \times 10^{-5}$ であるので式 (33) または式 (34) より $K_{V_0} = 0.9744 \times 10^4 \text{ t/m}$ と得られる。以下では計算結果をこの K_{V_0} に対する k_v を用いて整理することにする。数値計算は水平力 H_X ,

図-11 水平力 $H_X=1\text{ t}$ による平行斜杭の応答
(斜角 ϕ_v の影響)

回転モーメント M_Y , 鉛直力 V_Z をそれぞれ単独に作用させて行なった (図-6~12)。図-6 は単位水平力 $H_X=1\text{ t}$ に対する結果である。各組杭形式ごとにそれぞれ横軸に無次元化した杭軸方向ね k_v をとり、固定度 α をパラメータとして示したものである。図-7 は単位回転モーメント $M_Y=1\text{ tm}$ に対する結果を同じ要領で示したものであるが、単位 M_Y による水平変位 u_g は単位 H_X による回転角 θ_g に同じであるので省略した。図-8, 9 は横軸に固定度 α をとり、 k_v をパラメータにした形に書き直したものである。図-10 は単位鉛直力 $V_Z=1\text{ t}$ に対する斜組杭の杭頭断面力を示したもので、この場合直杭での解は、 α , k_v の影響をうけないので省略した。また斜角 ϕ_v が同じで、しかも対称構造であれば、杭の組方いかんによらず、杭頭断面力は同じとなるので、組杭形式間の比較も省略した。図-11, 12 は平行斜杭における斜角 ϕ_v の影響をみたもので、図-11は単

図-12 回転力 $M_Y=1 \text{ tm}$ による平行斜杭の応答
(斜角 ϕ_v の影響)

位水平力 $H_X=1 \text{ t}$ に対する解を、また 図-12 には単位回転モーメント $M_Y=1 \text{ tm}$ に対する解を示した。いずれも横軸に斜角 ϕ_v をとり、 $\phi_v=0 \sim 15^\circ$ の範囲での変化を示した。 $\phi_v=0$ は (i) の直組杭の場合に一致する。なお組杭を構成する各杭の断面力はそれぞれ符号を異にする場合があるが、図-6~12 では原則として応力の絶対値を示した。ただ符号が正から負へ連続的に変化する断面力の場合だけ負値をも示した。また図示しなかった変位や断面力は完全に 0 か、無視できる程度に小さな値である。

図-6~12 の比較から次の考察ができる。軸方向ばね k_v と杭頭固定度 α は、組杭の変形と断面力に対してほぼ同様な効果をもつ。すなわち、 k_v 、 α を大きくすることは杭頭の変形を小さくし、杭断面力を大きくする。ただし水平力 H_X によるフーチングの回転角 θ_g と回転モーメント M_Y による水平変位 u_g は固定度 α を大きくすることによって同時に大きくなり、また M_Y による杭頭モーメント M_g は k_v を大きくすると逆に小さくなる。

平行斜杭は、本来水平力 H_X に対する抵抗をある程度杭軸力に期待することによって水平変位 u_g や杭頭せん断力 Q などの低減をはかることを目的とするものであるが、図-6, 11 からみて、 k_v 、 α がある程度以上の値をとる場合でなければその効果を期待できない。また斜杭の効果は回転モーメント M_Y に対して逆の形であられる。すなわち 図-12 において M_Y に対する杭軸力は斜角 ϕ_v によって減少し、回転角、杭頭モーメント、せん断力は増加する。また 図-11 の回転角 θ_g もその絶対値は k_v が 1 に近いとき増加する傾向にある。斜杭の効果は必ずしも水平力 H_X による杭軸力 V_g を大きくするという形では現われない。図-11 にみられるごとく k_v 、 α がともに 1 に近いとき平行斜杭での V_g は斜角 ϕ_v によって若干減少する傾向にある。

平行斜杭の基準ばね K_{V0} は式 (33) からわかるように、斜角 ϕ_v によって小さくなる。このことは同じ軸方向ばね K_V に対して無次元量 k_v を大きくするので、斜杭においては軸方向ばね K_V のききがよくないといえよう。たとえば $\alpha=0.5$ 、 $\phi_v=15^\circ$ のとき、 $f_{11}=1/2 EI \beta^3=30.789 \times 10^{-5}$ 、 $f_{12}=1/2 EI \beta^2=7.110 \times 10^{-5}$ であるので K_{V0} は式 (33) から $K_{V0}=0.5513 \times 10^4 \text{ t/m}$ となる。これは直杭に対して得られた値 $K_{V0}=0.9744 \times 10^4 \text{ t/m}$ の 50% 強でしかない。この K_{V0} を用いるとき 図-6, 7 の平行斜杭についてグラフは $\alpha=0.5$ に対して直線となる。また同じく $\alpha=1$ に対するグラフを直線とするためには $K_{V0}=0.7911 \times 10^4 \text{ t/m}$ でよい。軸方向ばね K_V の影響について吉田⁸⁾は「 $K_H: K_V=1:10$ を越えて K_V が大きい時には K_V の絶対値が計算結果におよぼす影響度は小さい」といつている。 K_H は式 (14), (33) などにおける $1/f_{11}$ に相当すると考えられるが、筆者らの方法によればこの K_V の影響について、無次元化量 k_v がある程度以上大きければ K_V の計算結果への影響度は小さいといえる直すことも可能である。 K_V が K_{V0} の 10 倍以上であれば k_v は 0.5 以上となり、 K_V が k_v に与える影響は比較的小さい。この関係を軸方向ばね K_V の影響についての判断基準にしてよいと考える。

先に示した不等長杭からなる組杭の場合、仮に杭長を半無限と考えれば $K_{V0}=0.8865 \times 10^4 \text{ t/m}$ となる。したがって計算に用いた $K_V=1.5 \times 10^5 \text{ t/m}$ に対して、近似的に $K_V/K_{V0}=16.9$ 、 $k_v=0.944$ を得る。すなわち K_V は十分に大きい値であってその若干の違いが、杭の変形と断面力におよぼす影響は小さいとしてよいであろう。

次に杭頭の固定度 α について考える。 α についての研究はこれまでほとんど報告されていない。ただ終局強度の意味では慣用的に用いられている現行の定着工法で相

当の固定度が期待できるといわれている⁹⁾。しかし、ここで問題としているのは、フーチングと杭頭との相対変形を支配する固定度であり、終局強度上の固定度とは別に定義されねばならない。この固定度 α は図—6～12にみられるように組杭の変形や応力にかなりの影響を与えるので今後の研究成果が期待される。固定度 α を定義することは、フーチングと杭頭間に回転ばね定数 K_R を仮想することと等価であることは先に述べたが、この K_R についても軸方向ばね K_V におけるのと同様の意味で基準ばね K_{R0} を定義できる。すなわち式(16)を変形して、

$$\alpha = K_R / (K_R + K_{R0}), K_{R0} = 1/f_{22}$$

の関係式が成り立つので基準ばね K_{R0} を杭頭の回転剛性 $1/f_{22}$ に等しくとるとき、 α と K_R/K_{R0} との関係には図—13がそのまま利用できる。フーチングと杭頭間

図—13 $k_v \sim K_v/K_{v0}$ 関係

の回転ばね K_R が杭頭の回転剛性 K_{R0} に比べて十分大きければ、軸方向ばねと同様、固定度 α が杭頭変位や断面力に与える影響は小さいとしてよいであろう。

4. ま と め

杭頭固定度を考慮した組杭の計算法を提案し、数値計算例を示した。計算式には、杭頭結合の不完全性を杭頭とフーチングとの回転角に、杭頭モーメントに比例する差を生じるといってとり入れた。そのために0～1の範囲で変化する固定度 α を定義し、 $\alpha=0$ が杭頭完全ヒンジ、 $\alpha=1$ が杭頭完全剛結に対応とした。現実の杭基礎において、 α がどの程度の値をとるかは、いまのところ明らかではないが、筆者らもこの問題について実験を計画中であり、別の機会に報告できよう。

以下に本論文で明らかにし得たことをまとめる。

(1) 固定度 α は杭の変形と断面力に対して軸方向ばね K_V と同様の効果をもつ重要な因子である。またこの α は、杭頭とフーチング間に介在する回転ばねと杭頭

の回転剛性との比から決まるもので、両者の比が十分大きければほぼ完全剛結としてよい。

(2) 杭軸方向ばね K_V も固定度 α と同様0～1間で変化する無次元量 k_v に変換できる。すなわち、別に基準ばね K_{V0} を設定して $k_v = K_V / (K_V + K_{V0})$ と定義する。 K_{V0} を構造に固有な値式(33)または式(34)にとるとき、杭の断面力や変形と k_v との間に直線関係がなりたつ。 K_V が K_{V0} より十分大きければ k_v は1に近く、そのとき K_V の若干の違いの影響は無視できる。

(3) 斜杭を用いることは、杭に作用する水平力に対して変形と杭軸力以外の断面力を低減する効果をもつが、この効果は k_v および α がある程度の以上の値であることを前提とする。また k_v 、 α がともに1に近づけば、斜杭の軸力も小さくなる。ただ斜杭の効果は回転モーメントに対して逆に現われるので注意を要する。

なお地盤の性質の不確定要素などから判断して、厳密な計算は意味がないという見方もできよう。しかし一方では計算法自体は種々の要因を考慮できるように作り、数値計算によって杭基礎の挙動に影響をおよぼす各種要因の重要度を判定することも十分有意義であると考ええる。この重要度判定を通して、逆に杭基礎計算上解明しなければならない問題が抽出されるのではないだろうか。本報告に導いた計算法もまだ完成されたものとはいえない。今後も杭挙動の非線形性の考慮など改善を重ねて、杭基礎の設計に寄与したいと考えている。最後に本研究に当って貴重なご意見を寄せられた首都高速道路公団第1建設部長 玉野治光氏と、報告書のとりまとめに種々の協力を戴いた長大橋設計センター 大月哲氏に感謝の意を表します。

参 考 文 献

- 1) 玉野治光：変位を制限される基礎の設計について、第6回日本道路会議論文集
- 2) 竹下 淳：組ぐい計算法，土木技術，Vol. 19, No. 8, 9, 10
- 3) 玉置 脩・三橋晃司・今井常雄：水平抵抗における群杭効果の研究，土木学会論文報告集，No. 192
- 4) たとえば，佐藤 昭：短くぐいの一計算法，土質工学会鋼杭研究委員会第4部会報告
- 5) 吉田 厳：ぐいの設計に用いる横方向地盤係数について(Ⅱ)，土木技術資料，Vol. 6, No. 11
- 6) 今井常雄：地盤の横方向K値の研究(3)，土と基礎，Vol. 17, No. 11
- 7) 有江義晴・岡田哲夫・矢作 枢：荒川放水路における鋼グイの水平抵抗について(1)，(2)，土と基礎，Vol. 18, No. 9, 11
- 8) 吉田 厳：土木における基礎工の設計，全日本建設技術協会
- 9) たとえば，土質基礎工学ライブラリー 6，鋼グイ，土質工学会

(1971.11.30・受付)