地震加速度記録の積分における濾波 計算のアルゴリズム

AN ALGORITHM OF DIGITAL FILTER FOR INTEGRATION OF STRONG MOTION ACCELEROGRAMS

吉 田 裕*・岡 山 和 生**
By Yutaka Yoshida and Kazuo Okayama

1. はじめに

耐震工学の研究において、構造物のレスポンスを求めるために作用させる地震波として、さまざまなものが用いられるが、データとして最も生なものは実記録地震波である。

現在の記録計の性能から、測定が容易なため、加速度が測定される場合が多い。一方、多入力 of 構造応答、振動台の制御などのために変位記録を必要とする場合が生ずる。このような場合、加速度記録を 2 回積分して、変位記録を得ることが必要になるが、加速度記録には種々の原因による誤差（ドリフト）が含まれており、そのまま積分したのでは変位は発散し、その波形は見た目に非常識なものになってしまう（図—1 参照）。

加速度記録のドリフトの原因として考えられるのは、強震計の振動特性、記録紙のゆがみおよびデジタル記録化する際の読取り誤差などである。これらのドリフトを除くために、これまでに多くの方法がとられてきた。加速度記録の基準線を多項式で表わし、得られた速度の二乗平均が最小であるような条件を仮定したり¹⁾、低周波遮断フィルターをかけたり^{2), 4)} して、記録の基準線を補正する方法がその主なものである。基準線の補正に関連する諸要因のうちのいくつかは、振動台実験で同時に得た加速度記録と変位記録との比較によったり⁵⁾、強震計の振動特性に関する基本的な情報を、A-D 変換における統計処理の過程で考慮したり^{2), 3)} して、ある程度明確な形でとらえることができるが、誤差のすべてを正確に評価することは不可能である³⁾。しかし、変位入力の応答計算や、変位制御の振動台実験のための資料として、与えられた加速度波形の本質を失わず、妥当な形の

変位波形を得ることは工学上重要なことである。

ここでは、種々の原因の誤差評価に基づいた考察は一応別の問題として、加速度波形の積分に関する簡単なデジタル計算法を提案する。すなわち、加速度波形の積分過程が、はりの静力学系の解析過程と等価であることおよび力学系に挿入されたばねが、与えられた加速度波形の低周波成分を遮断するためのフィルターの役割を果たすことを説明し、弾性支持されたはりの解析のアルゴリズムを、加速度波形の積分計算に適用して、実際の強震記録に対して計算を行なった結果を示す。はりの解析のアルゴリズムを用いているために、濾波計算過程も数値積分の時間刻み幅を任意にとって、デジタル計算によって行なうことができ、また計算法が単純で明快である。

ここに使用した強震記録⁶⁾は、1940 年 Imperial Valley 地震の El Centro における記録波形の NS 成分であり、記録長さ 53.732 秒間の記録におけるピーク値をおさえるように、985 点の値を採って、デジタル記録化したものである。なお、この記録の基準線はすでに、加速度の二乗平均が最小値 (0.04876 g) をとるように直線で補正されている。

2. 加速度波形の積分とはりの静的解析とのアナロジー

はり理論における分布荷重 (p) → せん断力 (Q) → 曲げモーメント (M) が部材軸 (x) に関する積分過程になっており、加速度 (a) → 速度 (v) → 変位 (d) が、時間 (t) に関する積分過程になっているのに対応していることから、加速度 → 速度 → 変位の数値積分を、はりの分布荷重 → せん断力 → 曲げモーメントの計算に置換して行なうことができる。

すなわち、初期変位 d_0 および初速 v_0 のもとで、与

* 正 会 員 工博 東京工業大学助教授 工学部土木工学科

** 学生会員 東京工業大学大学院修士課程

えられた加速度波形 $a(t)$ を積分する過程は、先端が自由で終端が固定の片持ばりの先端に、 d_0 に対応する曲げモーメント M_0 および v_0 に対応するせん断力 Q_0 が与えられ、 $a(t)$ に対応する分布荷重 $p(x)$ が作用する

場合の、せん断力および曲げモーメントの分布を計算する過程と等価である。

与えられた加速度波形（1940, El Centro, NS⁶⁾）を $d_0=v_0=0$ のもとでそのまま積分した結果を図-1 に示

図-1 El Centro における加速度記録とその積分結果

す。

3. 弾性床上のはり

ここで、後の展開および考察のために必要な事項を整理しておくことにする。ばね定数が k (一定) である弾性床上の、曲げ剛性が EI (一定) であるはりの基礎方程式は、はりのたわみを w とすると、周知の通り次の4階微分方程式で表わされる。

$$EI \frac{d^4 w}{dx^4} + kw = p(x) \dots\dots\dots (1)$$

式 (1) において $p(x)=0$ とおいた同次方程式の一般解 w_1 は $\beta^4=k/EI$ とおいて、次のように得られる。

$$w_1 = e^{\frac{\beta}{\sqrt{2}}x} \left(A \cos \frac{\beta}{\sqrt{2}}x + B \sin \frac{\beta}{\sqrt{2}}x \right) + e^{-\frac{\beta}{\sqrt{2}}x} \left(C \cos \frac{\beta}{\sqrt{2}}x + D \sin \frac{\beta}{\sqrt{2}}x \right) \dots\dots\dots (2)$$

分布荷重 $p(x)$ を次式のように三角級数に展開するとき、

$$p(x) = \frac{p_0}{2} + \sum_{m=1}^{\infty} p_m \cos \frac{m\pi}{l}x + \sum_{n=1}^{\infty} p_n \sin \frac{n\pi}{l}x \dots\dots\dots (3)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} p_m &= \frac{1}{l} \int_0^l p(x) \cos \frac{m\pi}{l}x dx, \quad m=0, 1, 2, \dots \\ p_n &= \frac{1}{l} \int_0^l p(x) \sin \frac{n\pi}{l}x dx, \quad n=1, 2, 3, \dots \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

式 (1) の特解 w_0 は、

$$w_0 = \frac{p_0}{2k} + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{p_m}{EI(m\pi/l)^4 + k} \cos \frac{m\pi}{l}x + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{p_n}{EI(n\pi/l)^4 + k} \sin \frac{n\pi}{l}x \dots\dots\dots (5)$$

と与えることができる。したがって、式 (1) の一般解 w は、式 (2) の w_1 と式 (5) の w_0 の和として、

$$w = w_0 + w_1 \dots\dots\dots (6)$$

と与えられ、式 (2) の定数 $A \sim D$ は、4 個の境界条件によって決められる。

ここで重要なのは、弾性床のばねによる反力 kw である。すなわち、はりが実際に負っている荷重は、 $p-kw$ であるから、弾性床の反力は加速度波形の補正基準線と対応しているということである。

4. 両端単純支持された弾性床上のはり

図-2 に示すような両端単純支持のはりの場合には、

図-2 両端単純支持された弾性床上のはりのモデル

両端で曲げモーメントが 0 であり、したがって、加速度波形の積分に対しては、初期変位 d_0 と最終変位 d_e が 0 であるという条件を強制していることに対応している。両端単純支持の境界条件を満足する変位形を、直接次のように表わすことができる。

$$w = \sum_{n=1}^{\infty} w_n \sin \frac{n\pi}{l}x \dots\dots\dots (7)$$

したがって、荷重分布、すなわち、加速度波形の分布を奇関数に仮定し、

$$p(x) = \sum_{n=1}^{\infty} p_n \sin \frac{n\pi}{l}x \dots\dots\dots (8)$$

ここに、

$$p_n = \frac{2}{l} \int_0^l p(x) \sin \frac{n\pi}{l}x dx \dots\dots\dots (9)$$

と展開するとき、変位 w は、

$$w = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{p_n}{EI(n\pi/l)^4 + k} \sin \frac{n\pi}{l}x \dots\dots\dots (10)$$

と得られる。したがって、ばねの反力は次式のように得られる。

$$kw = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\lambda}{\omega^4 + \lambda} p_n \sin \omega x \dots\dots\dots (11)$$

ここに、 $\omega = n\pi/l$, $\lambda = k/EI$ (以下 λ をパラメーターと呼ぶ) である。はりが実際に負っている荷重は $p-kw$ であるから、式 (11) から明らかなように、与えられた荷重分布 p の各周波数成分から、各周波数成分に重み関数 $\lambda/(\omega^4 + \lambda)$ を乗じた値を差引いた荷重が作用していることになる。

すなわち、弾性床上のはりの解析のアルゴリズムを、加速度波形の積分計算に適用することは、重み関数 $\lambda/(\omega^4 + \lambda)$ で示される低周波成分を基準線の補正量として除去して、積分を実行したことに等価である。重み関数 $\lambda/(\omega^4 + \lambda)$ の例を図-3 に示すが、 $\omega = \sqrt[4]{\lambda}$ において、50%遮断するフィルターの性質を持つものであることがわかる。

図-3 重み関数

5. 初期変位と最終変位を零として拘束した場合の計算例

弾性床上のはり (図-2 参照) の解析のアルゴリズム

EL CENTRO NS 1940

PARAMETER
 $\lambda=0.100$

INITIAL VALUES
V= -12.153 (OBTAINED)
D= 0.000 (SPECIFIED)

CORRECTED VERSION
OF ACCELEROGRAM

図-4 両端単純支持された弾性床上的のりによる計算例 ($\lambda=0.1$)

図一6 両端自由の張出しのある弾性床上のはりによる計算例 ($\lambda=0.01$)

EL CENTRO NS 1940

PARAMETER
 $\lambda=0.100$

INITIAL VALUES
 $V_0 = -8.076$ (OBTAINED)
 $D_0 = -2.538$ (OBTAINED)

CORRECTED VERSION
OF ACCELEROGRAM

RESULTING VELOCITY

RESULTING DISPLACEMENT

CORRECTED ZERO-BASELINE
OF ACCELEROGRAM

図一7 両端自由の張出しのある弾性床上のはりによる計算例 ($\lambda=0.1$)

図—8 両端自由の張出しのあるある弾性床上のはりによる計算例 ($\lambda=1$)

図—9 両端自由の張出しのある弾性床上のはりによる計算例 ($\lambda=10$)

を用い、初期変位と最終変位を0として拘束して、実際の地震の加速度記録（前掲）から、速度、変位波形を求めた一例を図-4に示す。力学系で言えば、最下段に示すのが弾性床の反力、最上段が、はりが実際に負っている荷重、二、三段目が、それぞれはりのせん断力、曲げモーメントである。すなわち、最下段が加速度波形の補正基準線、最上段が補正後の加速度波形、二、三段目がそれぞれ得られた速度、変位波形である。ここに示した例は、パラメーター λ を0.1としたときのものであり、最大変位は15.6 cmである。図-1と比べて、妥当な速度、変位波形が得られたといえる。

6. 初期値および最終値がすべて未定である場合

はりの端部支持条件が加速度波形積分の過程において対応する条件は、たとえば、端部の鉛直変位を解放する場合、その点に対応する時刻の速度が0であるように規定することと等価である。また、端部の回転変位を解放する場合、初期変位あるいは最終変位が0であるように規定することと等価である。弾性床上的のはりの力学系においては、両端で曲げモーメントもせん断力も0となるような場合も含めて、これらの境界条件の設定は容易である。

一方、実際の地震時の現象から考えてみると、与えられた加速度記録は、地震動を感じて記録計が始動することを考えてもわかるように、限られた時間長さに対する記録であり、その始点および終点に現象的な意味が与えられず、それらの点における速度、変位の値が、いずれも未定である場合が多い。このような場合には、与えられた記録範囲の前後にばねで拘束された張出し部分を設定した系を対応させることが考えられる。このようなはりのモデルを用いた場合、与えられた記録の前後で、速度、変位のみでなく、加速度の補正基準線も連続な値をとり、記録の始点および終点において得られる速度および変位の値は、初期値および最終値の推定値としての意味を持つものと考えることができる。

7. 計算結果

記録範囲の前後にばねで拘束された張出し部分を設けた弾性床上的のはり（図-5 参照）に対して、パラメーター λ がそれぞれ、0.01、0.1、1、10 の場合について、

図-5 張出しのある弾性床上的のはりのモデル

前掲の実記録、強震波形から速度、変位を計算した結果を図-6～9に示す。図-4と同様、補正された加速度記録、速度、変位、補正基準線を上から順に並べたものである。

計算は、マトリックス剛性法によるはりの解析プログラムによって行なった。図-10に示すように、節点変

図-10 はり要素のモデル図

位は、鉛直変位と回転変位の2自由度だけを取り、ピーク値をとったデジタル加速度記録の測点ごとに節点を設け、測点間の加速度分布は、直線分布と仮定した。ここで用いたフォートラン・プログラムをフローチャートとともに付録に掲げておく。

8. 加速度波形の補正基準線のスペクトル解析

図-6～9に結果を示した計算過程において、与えられた加速度記録を、どのように補正したかを検討するために、加速度波形の補正基準線のスペクトル解析を行なった結果を図-11に示す。与えられた加速度記録のスペクトルも図中に示したが、この地震の卓越周期がこの

図-11 加速度記録と補正基準線の振幅スペクトル

図の右外にあることは図を見ても明らかである。これと比較して、補正基準線により除去された部分はごく低周波成分だけであり、与えられた地震波の本質を失わない程度のものであるといえる。与えられた加速

度記録と補正基準線の 図-11 に示されたスペクトルの比を、図-3 に示した重み関数のグラフと対応してプロットしたものが 図-12 である。図-12 から、フィルターの効果は明らかであるが、図-3 の重み関数に対して

図-12 加速度記録のスペクトルと補正基準線のスペクトルの比と重み関数

必ずしも一致しているとはいえない。これは、ここで用いた力学系に対応して、式 (2) に示した同次方程式の一般解が生きてくるためである。

この点を実証するために、両端単純支持のはりの場合について、 $\lambda=0.01, 0.1, 1, 10$ の4つの場合の、図-4に対応する計算結果から得られた補正基準線と、与えられた加速度波形を、それぞれ式 (11)、式 (8) に対応する正弦波で展開したスペクトルの比を、図-12 と同様に 図-13 の重み関数のグラフと対応してプロットしたものを 図-13 に示す。図-13 から明らかなように、両端単純支持の場合のように条件のはっきりしている場合には、フィルターの効果は明確である。

図-13 両端単純支持ばりの場合のスペクトルの比と重み関数

9. おわりに

ここでは、測定および記録機器の特性や地震学的考察からの誤差評価は一応別の問題として、補正操作を含んだ加速度波形の積分計算法として、はりの解析のアルゴリズムを適用することを提示し、計算法の基礎的な考察および実際の計算例を示した。本法は、前節のスペクトルに見るように、データのドリフトを除去する補正方法として妥当である。また、数値積分の時間刻み幅を任意にとって、デジタル計算によって行なうことができ、計算法が単純で明快である。ここで、補正の程度を決め

る唯一のパラメーター λ のとり方が問題となる。 λ の影響は、スペクトル上では 図-12 および 図-13 に示すように明確であるが、波形への影響を知る一手段として、図-14 に最大変位との関係を示した。予測される

図-14 パラメーター λ による最大変位の変化

とおり反比例するが、一般にいわれているように、El Centro 波形の最大変位が 20 cm 程度であるということが事実であるとすれば、この場合には、パラメーターの値は、0.01 から 0.1 程度とするのが妥当であることになる。

しかし、図-6~9 に示された計算結果としての変位の、非常に大きな違いが、最大加速度 351.87 cm/sec^2 の記録に対して、ただか 15 cm/sec^2 程度の範囲の基準線の補正によって生ずるという事実は、この範囲の記録に対する強震計による記録の信頼性との対応で、十分な検討が必要となるところである。

参考文献

- 1) Berg, G.H., Howsner, G.W. : Integrated Velocity and Displacement of Strong Earthquake Ground Motion, Bulletin of the Seismological Society of America, Vol. 51, No. 2, pp. 175-189, April, 1961
- 2) Trifunac, M.D. : Zero Baseline Correction of Strong-Motion Accelerograms, Bulletin of the Seismological Society of America, Vol. 61, No. 5, pp. 1201-1211, October, 1971
- 3) Schiff, A., Bogdanoff, J.L. : Analysis of Current Methods of Interpreting Strong-Motion Accelerograms, Bulletin of the Seismological Society of America, Vol. 57, No. 5, pp. 857-874, October, 1967
- 4) 鈴木浩平・佐藤寿芳 : On a Method to Obtain Displacement Wave Form from the Record of Earthquake Acceleration, 東京大学生産技術研究所所報「生産研究」, Vol. 22, No. 1, Jan. 1970
- 5) 栗原千鶴子・桜井彰雄 : 地震加速度波形の積分, 電力中央研究所 技術研究所報告, No. 68077, June, 1969
- 6) CIT, Earthquake Engineering Research Laboratory : Strong Motion Earthquake Accelerograms, Digitized and Plotted Data, Vol. 1, Part A, July, 1969

【付 録】

フローチャート

プログラム・リスト

[illegible]

```

      DO 701 I=1,NOP
      XT(NL+I-1)=XT,NL+X(I)
701  CONTINUE
      NLP=NL+NOP-1
      XT,NLP=XT(NLP)
      DO 702 I=1,NR
      XT(NLP+I-1)=XT,NLP+XNR*DFLOAT(I-1)
702  CONTINUE
C
C      ***** TOTAL LOAD *****
C
      DO 800 I=1,NQJ
      PT(I)=0.0
800  CONTINUE
      DO 801 I=1,NOP
      PT(NL+I-1)=P(I)
801  CONTINUE
C
C      ***** EQUIVALENT LOAD (LINEAR) *****
C
      DO 400 I=1,NQE
      PEQ(I)=0.0
      PEQE(I)=0.0
400  CONTINUE
      DO 401 I=1,NOP-1
      AL=X(I+1)-X(I)
      P1=P(I)
      P2=P(I+1)
      I1=(NL+I-2)*2
      PEQ(I1+1)=PEQ(I1+1)-(7.0*P1+3.0*P2)*AL/20.0
      PEQ(I1+2)=PEQ(I1+2)+(3.0*P1+2.0*P2)*AL**2/60.0
      PEQ(I1+3)=PEQ(I1+3)-(3.0*P1+7.0*P2)*AL/20.0
      PEQ(I1+4)=PEQ(I1+4)-(2.0*P1+3.0*P2)*AL**2/60.0
      PEQE(I1+1)=-((7.0*P1+3.0*P2)*AL/20.0
      PEQE(I1+2)=(3.0*P1+2.0*P2)*AL**2/60.0
401  CONTINUE
      IF(NR.NE.1) GO TO 403
      I1I=(NL+NOP-3)*2
      PEQE(I1I+3)=(3.0*P1+7.0*P2)*AL/20.0
      PEQE(I1I+4)=(2.0*P1+3.0*P2)*AL**2/60.0
403  CONTINUE
      CALL CLOCK(KKL,3)
      WRITE(6,10) KKL
C
C      ***** STIFFNESS MATRIX *****
C
      DO 201 I=1,NQF
      DO 200 J=1,4
      TSM(J,I)=0.0
200  CONTINUE
201  CONTINUE
      DO 202 N=1,NQJ-1
      AL=XT(N+1)-XT(N)
      CALL MATRIX(AL,EI,FL)
      IF(N.NE.1) GO TO 207
      IF(KL.EQ.0) GO TO 210
      DO 208 I=1,KL
      DO 209 J=1,4
      SM(I,J)=0.0
      SM(J,I)=0.0
209  CONTINUE
      SM(I,I)=1.0
      PEQ(I)=0.0
208  CONTINUE
      GO TO 210
207  IF(N.NE,NQJ-1) GO TO 210
      IF(KR.EQ.0) GO TO 210
      DO 211 I=3,KR+2
      DO 212 J=1,4
      SM(I,J)=0.0
      SM(J,I)=0.0
212  CONTINUE
      SM(I,I)=1.0
      PEQ(NQE-4+I)=0.0
211  CONTINUE
210  CONTINUE
      DO 203 JJ=1,4
      I=5-JJ
      DO 204 I=1,L
      J=I+JJ-1
      I1=(N-1)*2+I
      TSM(JJ,I1)=TSM(JJ,I1)+SM(I,J)
204  CONTINUE
203  CONTINUE
202  CONTINUE
      CALL CLOCK(KKL,3)
      WRITE(6,10) KKL
C
C      ***** DISPLACEMENT ( CHOLESKY METHOD ) *****
C
      CALL CHOLSK(NQE,3)
      CALL CLOCK(KKL,3)
      WRITE(6,10) KKL

```

```

C
C
C      **** SHEAR FORCE AND BENDING MOMENT ****
C
      DO 500 N=1,N0J-1
      AL=XT(N+1)-XT(N)
      CALL MATRIX(AL,EI,EL)
      S1=0.0
      S2=0.0
      DO 501 I=1,4
      I1=(N-1)*2+I
      S1=S1+SM(1,I)*DIS(I1)
      S2=S2+SM(2,I)*DIS(I1)
501  CONTINUE
      SF(N)=S1-PEQE(N*2-1)
      BM(N)=S2-PEQE(N*2)
500  CONTINUE
      S11=0.0
      S22=0.0
      DO 502 I=1,4
      I1=N0E-4+I
      S11=S11+SM(3,I)*DIS(I1)
      S22=S22+SM(4,I)*DIS(I1)
502  CONTINUE
      SF(N0J)=-S11-PEQE(N0E-1)
      BM(N0J)=-S22-PEQE(N0E)
      CALL CLOCK(KKL,3)
      WRITE(6,10) KKL

C
C      **** RESULT OUTPUT ****
C
      DO 599 I=1,N0J
      I1=2*I-1
      DIS(I)=DIS(I1)
599  CONTINUE
      WRITE(6,600)
600  FORMAT(1H1,/,/,7X1HJ,10X4HX(1),10X4HP(1),16X5HSF(1),15X5HBM(1)
1      ,15X6HDIS(1),/)
      WRITE(6,601) (I,XI(I),PT(I),SF(I),BM(I),DIS(I),I=1,N0J)
601  FORMAT(1(2X15,5(5X,D15.7)))
      DO 22 I=1,N0P
      I1=NL-1+I
      SF(I)=SF(I1)
      BM(I)=BM(I1)
      DIS(I)=DIS(I1)*EL
22  CONTINUE
      WRITE(7,20) NCASE
20  FORMAT(///,4HCASE,I5,/)
      WRITE(7,21) (X(I),P(I),SF(I),BM(I),DIS(I),I=1,N0P)
21  FORMAT(8D14.5,4HELNS,I4)
      CALL CLOCK(KKL,3)
      WRITE(6,10) KKL
1  CONTINUE
      STOP
      END

SUBROUTINE MATRIX(AL,EI,EL)

C
C      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
C
      COMMON      SM(4,4)
1      ,TSM(4,6000),PEQ(6000),DIS(6000)

C
C      **** CALCULATE STIFFNESS MATRIX ****
C
      E1=12.0*EI/AL**3
      E2=6.0*EI/AL**2
      E3=4.0*EI/AL
      E4=2.0*EI/AL
      B1=(13.0/35.0)*EL*AL
      B2=(11.0/210.0)*EL*AL**2
      B3=(1.0/105.0)*EL*AL**3
      B4=(9.0/70.0)*EL*AL
      B5=(13.0/420.0)*EL*AL**2
      B6=(1.0/140.0)*EL*AL**3
      SM(1,1)= E1+B1
      SM(2,1)=-E2-B2
      SM(3,1)=-E1+B4
      SM(4,1)=-E2+B5
      SM(1,2)=-E2-B2
      SM(2,2)= E3+B3
      SM(3,2)= E2-B5
      SM(4,2)= E4-B6
      SM(1,3)=-E1+B4
      SM(2,3)= E2-B5
      SM(3,3)= E1+B1
      SM(4,3)= E2+B2
      SM(1,4)=-E2+B5
      SM(2,4)= E4-B6
      SM(3,4)= E2+B2
      SM(4,4)= E3+B3
      RETURN
      END

```

```

      SUBROUTINE CHOLSK(NEQT,NDIF)
      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
      COMMON      SM(4,4)
1      ,A(4,6000),B(6000),X(6000)
      C      ***** CALCULATE DISPLACEMENT BY CHOLESKY METHOD *****
      C
      XDG=1.0D-30
      NN=0
      LIM=NDIF+1
      4 IF(NN+1,GE,NEQT) GO TO 10
      NN=NN+1
      DIAG=A(1,NN)
      IF(DIAG,LT,XDG) GO TO 20
      DIAG=SQRT(DIAG)
      DO 2 J=1,LIM
      2 A(J,NN)=A(J,NN)/DIAG
      DO 6 J=1,NDIF
      I=NN+J
      IF(L,GT,NEQT) GO TO 4
      AA=A(J+1,NN)
      IF(AA,EQ,0.0D0) GO TO 6
      DO 3 K=J,NDIF
      M=J+K-J
      A(M,L)=A(M,L)-2*AA*A(K+1,NN)
      3 CONTINUE
      6 CONTINUE
      GO TO 4
      20 WRITE(6,1) NN
      1 FORMAT(1H1,/////,10H SINGULAR ,:5)
      RETURN
      10 CONTINUE
      NN=0
      11 IF(NN+1,GE,NEQT) GO TO 14
      NN=NN+1
      B(NN)=B(NN)/A(1,NN)
      DO 12 J=1,NDIF
      L=NN+J
      IF(L,GT,NEQT) GO TO 11
      AA=A(J+1,NN)
      IF(AA,EQ,0.0D0) GO TO 12
      B(L)=B(L)-AA*B(NN)
      12 CONTINUE
      GO TO 11
      14 X(NEQT)=B(NEQT)/A(1,NEQT)
      NP=NEQT-1
      DO 15 L=1,NP
      K=NEQT-L
      SUM=0.0D0
      DO 16 J=1,NDIF
      M=J+K
      IF(NEQT,LT,M) GO TO 15
      16 SUM=SUM+A(J+1,K)*X(M)
      15 X(K)=(B(K)-SUM)/A(1,K)

      RETURN
      END

```

(1973.8.20・受付)