地盤の非線形的性質を考慮した組杭の 水平抵抗に関する一解法

AN ANALYSIS OF LATERAL RESISTANCE OF BUTTER PILES CONSIDERING NON-LINERLY PROPERTIES OF SOILS

勝 見 雅*
By Tadashi Katsumi

1. 緒 言

構造物の基礎として杭が採用される場合、単杭として用いられることはほとんどなく、通常全体として、鉛直、斜め、あるいは斜直組杭として使用される。しかし組杭に関する研究は単杭のそれと比較すれば初歩的な段階にあり、したがって設計計算法も現在のところ十分確立されるに至っていない。すなわち、Radosavljević¹⁾、竹下²⁾はいわゆる線形弾性地盤反力法を用いた解法を提案している。それらのうち、Radosavljević の計算法はフーチングは完全な剛体とし、杭の水平方向および鉛直方向の変位に対する線形ばね定数を仮定し、これが杭の深さ方向について一定であるとして力のつり合い条件から杭頭に生ずる杭軸方向力、せん断力および曲げモーメント、さらにフーチングの水平変位、回転角などを求めようとした。また、竹下は基本的な観点においては Radosavljević とほとんど同じであるが、Matlock・Seed が提唱した相対剛性係数 (Relative Stiffness Factor)³⁾ の概念を導入し、水平方向の地盤反力の分布を深さに対して一定とせず、平方根、直線、および 2 次曲線的に増加するものについても考察している。これらの方法はあくまで地盤を弾性と仮定しているので、当然実用設計に際してはおのずから限度があろうと考えられる。

これに対し結果的には地盤の非線形性を考慮している解法には、ごく最近のもので Reese・O'Neill・Smith⁴⁾ の方法がある。Reese らは組杭を構成している各杭頭の挙動に非線形性を考慮し、杭自体とこれらの剛性マトリックスを巧みに用いることにより組杭の水平抵抗を解明しようとしており、これは電子計算機の発達した今日非常に注目すべき方法ではあるが、難解であるために現在の段階では実用設計にはほど遠い感がする。ついで沢口・宮本⁵⁾は非線形弾性地盤反力法に基づく港研方式を組杭

の水平抵抗に適用するために考察を試みているが、この方法によると杭頭の軸方向の挙動については杭の載荷試験の結果を用いる必要があり、しかも 2 本の斜め杭の頭部をヒンジ結合とした 2 本組杭以外に関しては全然検討しておらず、一般的な組杭の解法とはいいいく。

そこで著者は地盤の非線形的性質を考慮した組杭の水平抵抗に関して、すでに論述した複合地盤反力法を用いた単杭の水平抵抗⁶⁾をそのままの形で適用する解法を提案した。また、一般的に組杭の解法に関しては、水平方向の地盤の特性のほかに、杭軸方向のばね特性、杭頭の剛結度などが大きく影響するものと考えられるが、ここでは杭頭方向のばね特性としては線形性、杭頭の剛結度に関しては杭頭とフーチングとが完全に剛結されている場合を対象とした。しかるのち室内模型実験を行い、その結果と比較することにより著者が提案する解法の妥当性について検討しようとするものである。

2. 理論式の誘導

複合地盤反力法を組杭に適用するに際し、特に問題となる点は塑性領域の深さ x_p を求めることにある。すなわち、一般的に多数の杭から構成され、しかもそれらが任意の傾斜角をもった組杭を取扱う場合組杭を単杭の集まりと考えれば、個々の杭の杭頭に生ずる杭軸直角方向力ならびに曲げモーメントが異なることになり、結局それぞれの杭に対する x_p も異なり、相当計算が面倒になる。そこで、ここでは組杭を構成しているすべての単杭に対する塑性領域の深さ x_p が等しい場合として、フーチングに対して平行に外力が作用する場合の対称斜め 2 本組杭と任意の方向に外力が作用する鉛直組杭に関する解法について述べることにする。このような特殊な場合を対象とした解法は、地盤の非線形的性質を考慮した一般的な組杭への有力な手がかりを与えるものであり、基礎工學上十分意義があるものと思われる。

* 正会員 工博 鳥取大学助教授 工学部土木工学科

さて、杭頭がフーチングなどによって剛結された組杭の水平抵抗を解析する通常の方法は、組杭に作用する外力によって組杭を構成している各杭の杭頭に生ずる分力、すなわち杭軸方向力、杭軸直角方向力、曲げモーメントを求めるとともに、杭頭に、このような分力が外力として作用するものと考えた単杭の水平抵抗の理論とを組合わせることにより導かれている。このような方法にしたがってここではまず外力として杭頭に水平力とモーメントが作用した場合の単杭について述べ、しかるのちその結果を使用して対称斜め2本組杭ならびに鉛直組杭に関する理論式の誘導について記述する。

(1) 杭頭に水平力とモーメントが作用した場合の単杭の理論解

図-1 (a) に図示したように、組杭を構成している各杭が地表面から h の高さ突出しており、しかも第 i 番目の杭の杭頭に水平力 H_i およびモーメント M_i が作用した場合の地中部における杭の挙動に関しては、図-1 (b) のように地表面において水平力 H_i 、モーメント $\bar{M}_i = M_i + H_i h$ が作用したものとして解けばよい。このように考えれば単杭の水平抵抗に関してすでに著者が述べた理論式⁷⁾を少し書きかえることによりそのままの形で適用することができる。すなわち、両領域における杭の挙動に関する基礎微分方程式は、 EI を杭の曲げ剛性としてこれらの各項を無次元表示するために、 $\beta_1 = n + \sqrt[3]{b\rho_f/EI}$, $\beta_2 = \sqrt[3]{bk/4EI}$, $z_1 = \beta_1 x_1$, $z_2 = \beta_2 x_2$, $z_p = \beta_1 x_p$, $Y_1 = \beta_1 y_1$, $Y_2 = \beta_2 y_2$ などとおけば次式で与えられる。

$$\text{塑性領域：} \frac{d^4 Y_1}{dz_1^4} + z_1^n = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\text{弾性領域：} \frac{d^4 Y_2}{dz_2^4} + 4 Y_2 = 0 \quad \dots\dots\dots (2)$$

式 (1), (2) の一般解を求め、杭は無限長であるとの通常の考えによれば、次のような式 (3), (4) が得られる。

$$Y_1 = -\frac{1}{(n+1)(n+2)(n+3)(n+4)} z_1^{n+4} + \frac{1}{6} C_1 z_1^3 + \frac{1}{2} C_2 z_1^2 + C_3 z_1 + C_4 \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$Y_2 = e^{-z_2} (C_5 \cos z_2 + C_6 \sin z_2) \quad \dots\dots\dots (4)$$

さらに、図-1 (b) に示した境界条件と弾、塑性領域の接続条件より積分定数 $C_1 \sim C_6$ は次のように定まる。

$$\left. \begin{aligned} C_1 &= \frac{H_i}{EI\beta_1^2} (\equiv Q), \quad C_2 = \frac{M_i + H_i h}{EI\beta_1^2} (\equiv P) \\ C_3 &= \frac{1}{2\beta^2} \left[\left\{ \frac{1}{n+1} z_p^{n+1} - Q \right\} \right. \end{aligned} \right\}$$

図-1 弾、塑性領域と地盤反力

$$\left. \begin{aligned} &+ 2\beta \left\{ \frac{1}{(n+1)(n+2)} z_p^{n+2} - Q z_p - P \right\} \right] \\ &+ \frac{1}{(n+1)(n+2)(n+3)} z_p^{n+3} - \frac{1}{2} Q z_p^2 - P z_p \\ C_4 &= \frac{1}{2\beta^3} \left[\left\{ \frac{1}{n+1} z_p^{n+1} - Q \right\} (\beta z_p + 1) \right. \\ &+ \beta \left\{ \frac{1}{(n+1)(n+2)} z_p^{n+2} - Q z_p - P \right\} \\ &\cdot (2\beta z_p + 1) \left. \right] - \frac{1}{(n+1)(n+2)(n+4)} z_p^{n+4} \\ &+ \frac{1}{3} Q z_p^3 + \frac{1}{2} P z_p^2 \\ C_5 &= -\frac{1}{2\beta^2} \left[\left\{ \frac{1}{n+1} z_p^{n+1} - Q \right\} \right. \\ &+ \beta \left\{ \frac{1}{(n+1)(n+2)} z_p^{n+2} - Q z_p - P \right\} \left. \right] \\ C_6 &= \frac{1}{2\beta} \left[\frac{1}{(n+1)(n+2)} z_p^{n+2} - Q z_p - P \right] \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (5)$$

結局この場合は、前論文⁹⁾の式 (8) における積分定数 C_1, C_2 のみを式 (5) のように書きかえることにより、塑性領域の深さ、地中部における曲げモーメント、最大曲げモーメントを生ずる深さとその値、曲げモーメントの第1ゼロ点、地表面における杭の水平変位、ならびに回転角などは、それぞれ前論文⁹⁾の式をそのまま用いて算出することができる。すなわち、それらはそれぞれ次式で表わされる。

$$\frac{\beta}{(n+1)(n+2)} z_p^{n+2} + \frac{1}{(n+1)} z_p^{n+1} + \frac{1}{2\beta} z_p^n - \beta Q z_p - Q - P = 0 \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$M_i = -EI\beta_1 \frac{d^2 Y_1}{dz_1^2}$$

$$\left. \begin{aligned} &=EI\beta_1\left\{\frac{1}{(n+1)(n+2)}z_1^{n+2}-C_1z_1-C_2\right\} \\ M_2 &=-EI\beta_2\frac{d^2Y_2}{dz_2^2} \\ &=2EI\beta_2e^{-z_2}(C_6\cos z_2-C_5\sin z_2) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

$$\left. \begin{aligned} [x_1]_{M\max} &=\frac{[z_1]_{M\max}}{\beta_1}=\left\{\frac{(n+1)H}{b p_f}\right\}^{1/(n+1)} \\ [x_2]_{M\max} &=\frac{1}{\beta_1}\left(\frac{[z_2]_{M\max}}{\beta}+z_p\right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

$$\left. \begin{aligned} [M_1]_{\max} &=-\frac{n+1}{n+2}H\left\{\frac{(n+1)H}{b p_f}\right\}^{1/(n+1)} \\ [M_2]_{\max} &=2EI\beta_2e^{-[z_2]_{M\max}} \\ &\cdot(C_6\cos [z_2]_{M\max}-C_5\sin [z_2]_{M\max}) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (9)$$

$$l_{M1}=\frac{1}{\beta_1}\left(\frac{[z_2]_{M1}}{\beta}+z_p\right) \dots\dots\dots (10)$$

$$y_0\equiv\frac{1}{\beta_1}(Y_1)_{z_1=0}=\frac{1}{\beta_1}C_4 \quad (C_4: \text{式 (5)}) \dots\dots (11)$$

ならびに、

$$\theta_0\equiv-\left(\frac{dY_1}{dz_1}\right)_{z_1=0}=-C_3 \quad (C_3: \text{式 (5)}) \dots\dots (12)$$

また、杭頭の水平変位 δh_i 、回転角 ϕ_i は y_0, θ_0 をそれぞれ地表面における杭の水平変位、回転角として式 (11)、(12) を用いて次のように求まる。

$$\begin{aligned} \delta h_i &=y_0+\theta_0h+\frac{H_ih^3}{3EI}+\frac{M_ih^2}{2EI} \\ &=\bar{A}_iH_i+\bar{B}_iM_i+\bar{C}_i \dots\dots\dots (13) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \phi_i &=\theta_0+\frac{H_ih^2}{2EI}+\frac{M_ih}{EI}=\bar{D}_iH_i+\bar{E}_iM_i+\bar{F}_i \\ &\dots\dots\dots (14) \end{aligned}$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} \bar{A}_i &=\frac{1}{6EI\beta_2^3}\{2(1+\beta_2h+\beta z_{pi})^3+1\} \\ \bar{B}_i &=\bar{D}_i=\frac{1}{2EI\beta_2^2}(1+\beta_2h+\beta z_{pi})^2 \\ \bar{C}_i &=\frac{1}{2\beta_2\beta^2(n+1)(n+2)(n+3)(n+4)}z_{pi}^{n+1} \\ &\times\{2(n+3)\beta^2z_{pi}^3+2(n+4) \\ &\times(n+3+\beta_2h)\beta^2z_{pi}^2+(n+3)(n+4) \\ &\times(n+3+2\beta_2h)\beta z_{pi}+(n+2)(n+3) \\ &\times(n+4)(1+\beta_2h)\} \\ \bar{E}_i &=\frac{1}{EI\beta_2}(1+\beta_2h+\beta z_{pi}) \\ \bar{F}_i &=\frac{1}{2\beta^2(n+1)(n+2)(n+3)}z_{pi}^{n+1} \\ &\times\{2\beta^2z_{pi}^2+2(n+3)\beta z_{pi}+(n+2)(n+3)\} \\ &\frac{\beta}{(n+1)(n+2)}z_{pi}^{n+2}+\frac{1}{n+1}z_{pi}^{n+1}+\frac{1}{2\beta}z_{pi}^n \\ &-\frac{1}{EI\beta_1^2}(1+\beta_1h+\beta z_{pi})H_i \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} &-\frac{1}{EI\beta_1}M_i=0 \\ &\dots\dots\dots (15) \end{aligned} \right\}$$

(2) 対斜斜め 2 本組杭の解法

図-2 (a) に示すように外力 R が剛なフーチングに剛結されている対称 2 本組杭のフーチングに平行に作用する場合、これを図-3 のような 2 つの成分に分けて考えることができる。そして組杭を構成している 2 本の杭の各杭頭に生ずる 杭軸方向力、杭軸直角方向力、曲げモーメントをそれぞれ、 $V_1, V_2, H_1, H_2, M_1, M_2$ とし、フーチングと両杭とをその結合部で切断して力の要素を示すと図-2 (b) のようになる。同図よりフーチング下面中心 O 点に関する力のつり合いを考えれば、 $c=\cos \theta, s=\sin \theta$ と略記して、次のような条件式が得られる。

(a) 外力 R を受ける 2 本組杭

(b) 力のつり合い

(c) 変形

図-2 対称斜め 2 本組杭に生ずる力と変形

図-3

$$\left. \begin{aligned} \Sigma V=0: & V_1c+V_2c+H_1s-H_2s=0 \\ \Sigma H=0: & -V_1s+V_2s+H_1c+H_2c=H \\ \Sigma M_0=0: & -V_1lc+V_2lc-H_1ls-H_2ls \\ & +M_1+M_2=M \end{aligned} \right\} \dots (16)$$

またフーチングの回転角 ϕ は 図-2 (c) に示すように、各杭頭の杭軸方向変位を $\delta v_1, \delta v_2$ とし、杭軸直角方向変位を $\delta h_1, \delta h_2$ とすれば次式の関係で示される。

$$2l\phi = (\delta v_2c - \delta h_2s) - (\delta v_1c + \delta h_1s) \dots (17)$$

さらに、通常フーチングの回転角は微小であると考えられるので、両杭の水平移動量が等しいとみなせば次式が得られる。

$$-\delta v_1s + \delta h_1c = \delta v_2s + \delta h_2c \dots (18)$$

ここで両単杭の性質ならびに両杭の周辺地盤も等しいと考え、杭軸方向ばね定数 k_v を

$$k_v = V_1/\delta v_1 = V_2/\delta v_2 \dots (19)$$

のように定義すれば、 $\phi = \phi_1 = \phi_2$ なるゆえ、(1) の単杭の理論解で示した式 (14) より次のような関係が成り立つ。

$$\phi_1 - \phi_2 = (\bar{D}_1H_1 - \bar{D}_2H_2) + (\bar{E}_1M_1 - \bar{E}_2M_2) + (\bar{F}_1 - \bar{F}_2) \equiv 0 \dots (20)$$

ここに、 $\bar{D}_i, \bar{E}_i, \bar{F}_i$ ($i=1, 2$) は式 (15) の関係で示されるので、それらは H_i, M_i の関数として表現できる。すなわち、

$$\left. \begin{aligned} \bar{D}_i &= f(H_i, M_i) \\ \bar{E}_i &= g(H_i, M_i) \\ \bar{F}_i &= h(H_i, M_i) \end{aligned} \right\} \dots (21)$$

ゆえに、式 (20) が恒等的に 0 となるには次の関係が満足されなければならない。

$$H_1 = H_2, \quad M_1 = M_2 \dots (22)$$

$$\bar{D}_1 = \bar{D}_2 = \bar{D}, \quad \bar{E}_1 = \bar{E}_2 = \bar{E}, \quad \bar{F}_1 = \bar{F}_2 = \bar{F} \dots (23)$$

よって、

$$\bar{A}_1 = \bar{A}_2 = \bar{A}, \quad \bar{B}_1 = \bar{B}_2 = \bar{B}, \quad \bar{C}_1 = \bar{C}_2 = \bar{C} \dots (24)$$

ついで式 (13), (14), (17), (19), (23), (24) などより次式が得られる。

$$\frac{1}{k_v}(V_1 - V_2)c + \{\bar{A}(H_1 + H_2) + \bar{B}(M_1 + M_2) + 2\bar{C}\}s + 2(\bar{D}H_1 + \bar{E}M_1 + \bar{F})l = 0 \dots (25)$$

結局、式 (16), (22), (25) の計 6 つの関係式より $V_1, V_2, H_1, H_2, M_1, M_2$ が求められ、それらはそれぞれ次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} V_1 &= -V_2 = \Delta V / \Delta \\ H_1 &= H_2 = \Delta H / \Delta \\ M_1 &= M_2 = \Delta M / \Delta \end{aligned} \right\} \dots (26)$$

ここに、 $\Delta V, \Delta H, \Delta M, \Delta$ は次式で示される。

$$\left. \begin{aligned} \Delta V &= -\{(\bar{B}s + \bar{E}l)ls + (\bar{A}s + \bar{D}l)\}H \\ &\quad - (\bar{B}s + \bar{E}l)cM - 2(\bar{C}s + \bar{F}l)c \\ \Delta H &= \{1/k_v + (\bar{B}s + \bar{E}l)\}cH \\ &\quad - (\bar{B}s + \bar{E}l)sM - 2(\bar{C}s + \bar{F}l)s \\ \Delta M &= \{s/k_v - (\bar{A}s + \bar{D}l)\}lcH \\ &\quad + \{c^2/k_v + (\bar{A}s + \bar{D}l)s\}M - 2(\bar{C}s + \bar{F}l)l \\ \Delta &= \{c^2/k_v + (\bar{B}s + \bar{E}l)l + (\bar{A}s + \bar{D}l)s\} \end{aligned} \right\} \dots (27)$$

式 (26), (27) を用いてフーチングの水平移動量 δ は式 (18) の左辺または右辺から、フーチングの回転角 ϕ は式 (14) などから次のように導かれる。

$$\left. \begin{aligned} \delta &= -\frac{s}{k_v}V_1 + \bar{A}H_1 + \bar{B}M_1 + \bar{C} \\ \phi &= \bar{D}H_1 + \bar{E}M_1 + \bar{F} \end{aligned} \right\} \dots (28)$$

結局式 (27) の関係を用いて式 (26) より対称斜め 2 本組杭を構成している両杭の杭頭に生ずる杭軸方向力 V_i 、杭軸直角方向力 H_i 、曲げモーメント M_i ($i=1, 2$) を求めることができる。すなわち、この場合の算出方法は、まず H_i, M_i を適当に仮定することにより式 (6) に代入して z_p を求め、以下仮定した値と式 (26), (27) より算出された値が近似的に等しくなるまで同様の計算を繰返す、いわゆる逐次近似法を用いればよい。

一方、式 (19) のように定義した杭軸方向ばね定数 k_v は Radosavljević の方法、あるいは見かけの杭長 L' の概念を導入し、次式より求める竹下の方法などから推定することができる。

$$k_v = \frac{EA}{L'} \dots (29)$$

ここに、 E, A : それぞれ杭の弾性係数、実断面積、 L' : 見かけの杭長で、それは相等しい弾性係数を有する等断面をもった単純圧縮材としての長さに換算して求められ、この値はその杭が摩擦杭か支持杭かによっても異なるが、通常実杭の長さの 70~90% 程度となることが多いとされている。

(3) 鉛直組杭の解法

図-4 (a) に示すような剛なフーチングに剛結されて

いる N 本の杭よりなる鉛直組杭に任意の方向に外力が作用する場合、これを図—5 のような3成分に分けて考えることができる。そして組杭を構成している各杭の杭頭に生ずる杭軸方向力、杭軸直角方向力、曲げモーメントを図—4 (b) のようにそれぞれ $V_i, H_i, M_i, (i=1, 2, \dots, N)$ とし、杭群の重心軸から各杭までの距離を l_i 、しかも重心軸から左にある杭までの距離を正、逆のものを

を負とすればフーチング下面と重心軸との交点Oに関する力のつり合いより次の関係式が書ける。

$$\left. \begin{aligned} \sum V &= 0: \sum_{i=1}^N V_i = V \\ \sum H &= 0: \sum_{i=1}^N H_i = H \\ \sum M_0 &= 0: \sum_{i=1}^N (M_i - V_i l_i) = M \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (30)$$

ここに、第 i 番目の杭から重心軸までの距離 l_i は次式より決定できる。

$$l_i = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N (l_i - l_j) \dots\dots\dots (31)$$

次に、対称斜め2本組杭で述べたと同様に杭軸方向ばね定数 k_v を定義すれば、外力として作用する鉛直力 V とフーチングの鉛直変位 δv との間には容易に次の関係が成り立つ。

$$Nk_v = \frac{V}{\delta v} \dots\dots\dots (32)$$

さらに、式 (20), (21) などに記述したと同様にして次の関係式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} H_1 &= H_2 = \dots = H_N \\ M_1 &= M_2 = \dots = M_N \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (33)$$

また、 δ_i は下向きを正として、フーチングの回転角 ϕ をそれらで表わせば、図—4 (c) より次式が書ける。

$$l_i \phi = -(\delta v_i - \delta v); (i=1, 2, \dots, N) \dots\dots\dots (34)$$

ここに、 $\phi = \phi_1 = \phi_2 = \dots = \phi_N$ なるゆえ式 (14), (19), (32) などを用いて式 (34) を書きあらためれば、

$$\left. \begin{aligned} l_i k_v (\bar{D} H_i + \bar{E} M_i + \bar{F}) &= -V_i + \frac{V}{N} \\ (i=1, 2, \dots, N) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (35)$$

となる。

よって、式 (30), (33), (35) から V_i, H_i, M_i が求められ、それらはそれぞれ次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} V_i &= \frac{V}{N} - \frac{l_i k_v}{N + k_v \bar{E} J} (\bar{D} H + \bar{E} M + \bar{N} F) \\ H_i &= \frac{H}{N} \\ M_i &= -\frac{k_v}{N(N + k_v \bar{E} J)} \cdot \left(\bar{D} J H - \frac{M}{k_v} + \bar{F} J \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (36)$$

ここに、

$$J = \sum_{i=1}^N l_i^2$$

式 (36) を用いてフーチングの水平移動

図—4 鉛直組杭に生ずる力と変形

図—5

量 δ 、回転角 ϕ はそれぞれ前述の式 (13)、式 (14) で求められる。

3. 乾燥砂を用いた室内模型実験

前節で述べた地盤の非線形的性質を考慮した組杭の水平抵抗に関する理論式の妥当性を検討する目的で室内模型実験を行った。使用した模型杭は対称斜め2本組杭、鉛直組杭に対し、それぞれ図-6 (a)、(b) に示すよう

に、 $30 \times 200 \times 100$ mm、 $30 \times 250 \times 100$ mm のフーチング板に、矩形断面杭の長辺(作用幅) 40 mm、20 mm、短辺 8 mm、杭長 425 mm (メタクリル酸樹脂製)を剛結した組杭で、杭軸方向のひずみ分布を測定するために、すべての杭に対し同図に示した位置の両側面に抵抗線ひずみ計 (PL-5、東京測器 K.K. 製) を貼付した。この場合対称斜め2本組杭については図-6 (a) に示した斜角 θ を 0° 、 5° 、 10° および 15° とした4種を同一砂槽に取り付けたものを、また鉛直組杭に関しては図-

図-6 模型杭とひずみ計貼付箇所

図-7 模型実験装置の概略図 (対称斜め2本組杭)

表-1 載荷荷重段階

サイクル	機型杭	
	B-1, V-2 (H(kg))	V-1 (H(kg))
I	0-2.5-5-2.5-0	0-2-4-2-0
II	0-5-7.5-10-5-0	0-4-6-8-4-0
III	0-10-12.5-15-5-0	0-4-8-10-12-6-0
IV	0-15-17.5-20-10-0	0-6-12-14-16-18-8-0
V	0-20-22.5-25-10-0	
B-2 (H(kg))		
	0-2.5-5-7.5-10-12.5-15-17.5-20-22.5-25-10-0	

B: 対称斜め2本組杭, V: 鉛直4本組杭

6 (b) にみるように杭間隔の等しい4本組杭を採用した。

一方、模型地盤としては滋賀県愛知川産の乾燥砂 (粗粒率 F.M. = 2.69、最大寸法: 3 mm) を $50 \times 80 \times 100$ cm の木製砂槽内に5層に分け、各層ごとに MDV-300 型振動発生機 (1/2 HP、八千代製作所 K.K. 製) によって、500 rpm 加振を約 10 分間作用させて十分締め固めたものを用いた。

実験の実施に際しては図-7 に示すように重錘荷重を滑車を用いて水平力に変換して作用させ、この場合の載荷荷重段階は表-1 に掲げたとおりである。次に表-1 に示した各荷重段階ごとに図-7 におけるダイヤルゲージ取付け位置2点

の水平変位からフーチングの水平変位と回転角を求め、さらに杭体に貼付した抵抗線ひずみ計により杭の軸方向ひずみと曲げひずみが合成されたひずみの値を測定した。この場合フーチングの変位量増加が5分間で 1/100 mm 以下になれば、変位量が停止したものとみなして次の荷重段階に進んだ。

また杭先端は一応ヒンジ結合としたが、これは完全な支持杭を想定し、結局杭先端が押込み、引抜き両者に対してまったく移動しない状態を考えたわけである。この場合先端のヒンジの状態は鋼棒と杭先端ならびにアングル材にけた穴とを同径にしたので、またまわりの砂もかみ合って完全なヒンジとはならず、どちらかといえば固定に近い状態と考えられる。これは通常頭部固定杭の水平抵抗を取扱う場合は杭長が地中部における曲げモーメントの第2ゼロ点の深さの1.5倍以上あれば無限長の杭と考えてよいとされているので、このような結果を参考とすれば杭先端がヒンジであっても固定でも結果に影響を及ぼさないと考えたわけである。

4. 実験結果とその考察

2. において 水平力を受ける 杭の周辺地盤が荷重の増

図—8 降伏地盤反力と地盤反力係数の測定結果 (B-1)

大に伴い地表面からしだいに降伏状態に達するものと考えた。いわゆる複合地盤反力法としての組杭の解法について述べ、引き続き 3. で述べたように対称斜め 2 本組杭ならびに鉛直 4 本組杭に関して乾燥砂地盤を用いた模型実験を行った。そこでこの 4. ではこれらの実験結果について述べるとともに、2. で求めた著者の理論式による計算結果、ならびに 1. で紹介した地盤を完全弾性体とした竹下の解法において地盤反力係数 k を深さに対して一定として計算した結果についても述べ、これらをそれぞれ比較検討する。

模型実験に使用した乾燥砂の地盤反力はすでに著者が述べた単杭の水平抵抗に関して使用した地盤反力測定装置を用いて測定⁹⁾したが、図—8 はその結果の一例を図示したものである。同図によると降伏地盤反力 p_F の深さ方向における分布は 2 次曲線的な増加を示していると考えられ、以下の計算においては同図に示したように B-1 に関しては $p_F = 0.01 x^2 \text{ kg/cm}^2$; $k = 5 \text{ kg/cm}^3$ を採用した。この場合地盤反力係数 k は深さ方向に一次直線的な増加がみられるが、これは単杭の水平抵抗に関して著者がすでに述べた理由⁹⁾で一定とみなした。さらに B-2, V-1 および V-2 に関しても同様な図からそれぞれ $p_F = 0.035 x^2 \text{ kg/cm}^2$; $k = 14 \text{ kg/cm}^3$, $p_F = 0.035 x^2 \text{ kg/cm}^2$; $k = 10 \text{ kg/cm}^3$ および $p_F = 0.035 x^2 \text{ kg/cm}^2$; $k = 10 \text{ kg/cm}^3$ が得られ、以下の計算にはこれらの値を採用した。3. で前述したように同じように振動締固めを行ったにもかかわらず、このようにそれぞれの実験に対して異なった p_F , k などの値が得られたのは、この種の実験の再現性のむずかしさが顕著に現われたものではなかろうかとも考えられる。

図—9 鉛直 4 本組杭の鉛直載荷試験結果の一例

また、式 (19), (32) で定義した杭軸方向ばね定数 k_v は式 (29) を用いて算出することにする。この式 (29) に含まれる見かけの杭長 L' を求めるために同じ模型杭に対して別に鉛直載荷試験を行った。その結果の一例を示したのが図—9 である。この場合杭の先端は図—7 にみたように完全な支持杭としての働きの示したものと考えられ、その影響として図—9 には残留沈下が現われていない。また同図より鉛直荷重 V とフーチングの沈下量 δv の関係は直線的であり、しかも $V = 30 \text{ kg}$ に対して $\delta v = 5.6 \times 10^{-3} \text{ cm}$ である。これらの値を用いて式 (32) より k_v を求めると $k_v = 30 / (4 \times 5.6 \times 10^{-3}) \cong 1.339 \times 10^3 \text{ kg/cm}$ となる。一方、この k_v を用いて式 (29) より L' を求めると $L' = (0.8 \times 2.0 \times 3.0 \times 10^4) / 1.339 \times 10^3 \cong 35.85 \text{ cm}$ をうる。よって $L'/L = (35.85/40) \times 100 \cong 89.6\%$ となり、結局本実験に関する限りにおいては竹下が定義した見かけの杭長 L' は杭長 L の約 90% であることがわかる。以上は押込み杭に対する杭軸方向ばね定数であり、引抜き杭に関するそれは一般的に異なるものとも思われようが、今回使用した模型杭の材料ならびに杭先端の支持状態などを考えれば、それらの間にはそれほど大きな差異はないと思われる。また、押込み杭と引抜き杭に対する軸方向ばね定数に異なった値を採用することは、むやみに組杭の解法を複雑にするだけで、工学的な意味においてそれほど重要な要素ではなかろうと考えて、押込み杭に対する結果を引抜き杭にも適用した。そこで、以下の計算ではすべての組杭に対して便宜的に $L'/L = 90\%$ を採用した。

このようにして、図—10~13 は対称斜め 2 本組杭ならびに鉛直 4 本組杭の水平載荷実験で得られた測定結果と、竹下の解法ならびに著者の解法による理論計算結果の一例を図示したものである。これらのうち図—10, 11 は表—1 に掲げた第 II, IV サイクルの最大荷重に対して得られた杭の両側面にはり付けた測定ひずみ ϵ_1 , ϵ_2 から

図-10 (a) 曲げモーメントの測定結果と理論計算曲線 (B-1)

図-11 曲げモーメントの測定結果と理論計算曲線 (V-1)

(c) $\theta = 10^\circ$

(d) $\theta = 15^\circ$

図-10 (b) 曲げモーメントの測定線果と理論計算曲線 (B-1)

図-12 フーチングの水平移動量に関する測定結果 (B-1)

図—13 フーチングの回転角に関する測定結果 (B-1)

曲げひずみを求め、さらに曲げモーメント $M=EW\epsilon$ を算出して、それらの 杭軸方向の分布を示したものである。同図より第Ⅳサイクル最大荷重に対する測定値は第Ⅱサイクルのものと比較して、全体的にみて杭頭に生ずる曲げモーメントおよび地中部における最大曲げモーメントは2倍以上の値が測定され、曲げモーメントの第2ゼロ点の位置も深くなっている。これは明らかに地盤が非線形的な性質を有していることを裏づけている。また対称斜め2本組杭の測定値は、b 杭すなわち out-batter 杭のほうが a 杭すなわち in-batter 杭よりもやや大きい、あるいは地中部における最大曲げモーメントを生ずる位置がやや深くなっており、結局塑性的な性状が強く現われている。しかしながら、いずれにしても今回の実験においては両者の間にそれほど明瞭な差異は認められない。一方、竹下の解法による計算曲線は測定値と比較してかなり小さな結果を与えており、これに対し著者の解法による結果は測定値と比較的良好な対応を示している。

表—2 杭頭に生ずる杭の曲げモーメントの測定結果と計算結果 (B-1)

斜角度 θ	水平力 H (kg)	測定値			竹 下	著 者
		a 杭	b 杭	(a+b)/2		
0°	5	-11.0	-12.5	-11.75	-10.10(0.86)	-13.54(1.15)
	10	-24.5	-29.0	-26.75	-20.20(0.76)	-29.91(1.12)
	15	-39.5	-48.0	-43.75	-30.30(0.69)	-48.05(1.10)
	20	-58.0	-70.0	-64.00	-40.40(0.63)	-67.58(1.06)
5°	5	-10.0	-11.0	-10.50	-9.73(0.93)	-12.57(1.20)
	10	-25.5	-28.0	-26.75	-19.46(0.73)	-27.41(1.02)
	15	-42.0	-46.5	-44.25	-29.20(0.66)	-43.64(0.99)
	20	-60.5	-68.0	-64.25	-38.93(0.61)	-60.93(0.95)
10°	5	-10.5	-10.5	-10.50	-9.28(0.88)	-11.60(1.10)
	10	-23.5	-23.0	-23.25	-18.56(0.80)	-25.01(1.08)
	15	-37.5	-37.0	-37.25	-27.84(0.75)	-39.50(1.06)
	20	-53.0	-52.0	-52.50	-37.12(0.71)	-54.81(1.04)
15°	5	-9.5	-8.5	-9.00	-8.78(0.98)	-10.66(1.18)
	10	-22.0	-19.0	-20.50	-17.55(0.86)	-22.76(1.22)
	15	-34.5	-29.5	-32.00	-26.33(0.82)	-35.70(1.12)
	20	-49.0	-40.5	-44.75	-35.10(0.78)	-49.29(1.10)

() 内の値は測定平均値を1とした場合の計算結果との比率

る。このことは代表的に B-1 において各サイクルごとの最大荷重に注目した杭頭に生ずる曲げモーメントのみをとりだし、その実験測定値と理論計算結果を掲げた表—2 をみればは認められる。すなわち、水平荷重が大きくなるにつれて竹下の解法による結果は測定値よりはなれていく傾向が認められるが、著者の解法による結果は水平荷重の大小にかかわらず測定値と比較的良好な対応を示している。

ついで、対称斜め2本組杭におけるフーチングの水平移動量に関する測定結果を示したのが 図—12 であり、これらの 図より 斜め杭の斜角度 θ が大きくなるほど水平移動量が小さくなる傾向が認められる。さらに 図—13 はフーチングの回転角に関する測定結果を示したものであり、回転角の符号は水平力を左から右に向かって加えた場合に時計方向の回転を正、逆のものを負とした。これらの 図によると対称斜め2本組杭の杭頭、すなわちフーチングの下面に水平荷重が作用した場合 $\theta=0^\circ\sim5^\circ$ の間に回転角が0になる斜角度が存在し、この値より大きくなれば回転角は負になり、しかも斜角度が大きくなるにつれて回転角の絶対値も大きくなる傾向を示している。このように斜角度の値によりフーチングの回転角が負になる原因は、水平力の作用により、 図—10 (a) に示した b 杭すなわち out-batter 杭は起き上り、これに対し a 杭すなわち in-batter 杭は下方へ移動することにより生じたものと考えられる。

4. 結 語

本文では以上のように、組杭の解法に関して地盤反力をどのような形で表現し、しかも工学的な判断より数学的な取扱いをできるだけ簡単にしたいという点に注目した理論的な研究を進め、しかるのち乾燥砂地盤による室内模型実験の結果との比較検討を行った。その成果を要約すると次のようである。

(1) 対称斜め2本組杭に関する理論ならびに模型実験結果から、フーチングの回転角が0になる斜角度が存在し、このような斜角度のもとに組杭を施工すれば、その上部構造に与える悪影響が極力減少されるものと期待される。

(2) 前論文⁶⁾で得られた単杭における成果をそのまま適用することにより、地盤の非線形的な性質を考慮した組杭の解法を導くことができた。ここでは対称斜め2本組杭と鉛直組杭の2者を対象としているが、このような成果は一般的な組杭の解法に対して有力な手がかりを与えるものとして有意義であると考えられる。

(3) 室内模型実験の結果より、組杭の解法においても地盤の非線形的性質を考慮する必要が認められた。

謝 辞：論文を終えるにあたり、多大のご指導とご高配をいただいた、京都大学工学部の後藤尚男教授に深甚なる謝意を表する次第である。

参 考 文 献

- 1) Radosvljević, Z. : Calcul et Essais des Pienx en Groupe, Proc. 4th, I.C.S.M.F.E., II, pp. 56-60, 1957.
- 2) 竹下 淳：組杭計算法 (I), (II), (III), 土木技術, Vol. 19, (I) : No. 8, pp. 54-60, 1964.8, (II) : No. 9, pp. 75-80, 1964.9, (III) : No. 10, pp. 71-79, 1964.10.
- 3) Matlock, H. and Reese, L.C. : Generalized Solutions for Laterally Loaded Piles, Proc. A.S.C.E., Vol. 86, SM 5, Oct., pp. 63-91, 1960.
- 4) Reese, L.C., O'Neill, M.W. and Smith, R.E. : Generalized Analysis of Pile Foundation, Proc. A.S.C.E., Vol. 96, SM 1, pp. 235-250, January, 1970.
- 5) 沢口正俊・宮本六男：組グイの水平抵抗について, 第5回土質工学研究発表会, II-22, pp. 213-216, 昭 45.6.
- 6) 勝見 雅：地盤の非線形的性質を考慮した単杭の水平抵抗に関する研究, 土木学会論文報告集, 第 223 号, pp. 39-49, 昭 49.3.
- 7) 上掲 2), (I), p. 55.
- 8) 上掲 6), p. 42.
- 9) 上掲 6), pp. 42-43.

(1974.2.18・受付)