泥水密度流に関する基礎的研究

BASIC STUDY ON TURBIDITY CURRENTS

芦田 和 男*・江 頭 進 治**

By Kazuo ASHIDA and Shinzi EGASHIRA

1. 結 言

貯水池における微細粒子の流下過程は、最近各地で問題にされている貯水池による濁りの長期化現象や貯水池堆砂の問題と密接な関係があって、その解明は最近における重要な研究課題の一つとなっている。貯水池堆砂の問題についてみると、デルタより下流部の堆砂はほとんど 100μ 以下の微細粒子であって、堆砂による貯水池容量減少に対する微細粒子のしめる割合はかなり大きいことが知られる。

貯水池における微細粒子の流下形式には、全断面に拡散浮遊した流れと密度流とがあるが、従来、後者についての研究は十分でなく、実際の貯水池においてどのような条件のもとに密度流が形成されるのか。また、その時の密度流の速度、層厚、流砂量などがどの程度になるのかなどについては十分に明らかにされていない。さらに、この形式の流れはごく特別の場合に生じるものであって、貯水池における微細粒子の挙動を考える上でそれほど重要でないと考えられている向きもあるようである。しかしながら、著者らは、貯水池における濁りの問題や堆砂の問題に対して、こうした運動形式による土砂輸送がかなり大きな影響をもっており、泥水密度流の発生条件や流動特性を明確にすることは重要な問題であると考えている。

実際の貯水池では、一般に深さ方向に水温が変化し、また、躍層が存在する。また、池内の水と洪水時における流入水との水温差もあり、こうした水温差による密度差と、泥水による密度差とは同程度の場合も多く、両者の関係によって流入泥水は水深方向の中層、あるいは下層を流下したり、また、全断面に拡散したりする。したがって水温分布や水温差に起因した現象を考慮した取り

扱いが必要である。しかし、ここでは泥水密度流の基本的な特性を明らかにするため、水温の影響がない場合を対象として下層密度流の流動特性を述べることにする。

まず、下層密度流に関する従来の研究成果およびその問題点を明確にしよう。Ippen と Harleman¹⁾ は上層水深が無限に広がりを持ち、さらに下層流のレイノルズ数が 1000 以下の場合について、無限に広がった流体の境界面における層流境界層の発達に関する Keulegan²⁾ の理論を境界条件として、二次元流れに関する Navier-Stokes の運動方程式に基づいて等流状態での下層密度流を解析し、さらに塩水と清水を用いた実験によってその検討を行っている。土砂疎の輸送に関しては、規模が大きく、かつ乱流状態での流れが重要であるが、このような流れについては、水路底面から最大流速点までの厚さと主流層厚との比が一義的に決まると考えられている^{3), 4), 5)}。しかし、この考え方の不明確さが Middlton⁶⁾ や著者⁷⁾らの実験によって示された。また、Stefan⁸⁾ は上層厚が有限で、等流状態から二次元流れを対象として、層流境界層理論より導かれた境界面流速と平均流速との比、および境界面応力と水路床面応力との比をそのまま乱流状態の流れに適用できるものとして解析を行っているが、境界面において、粘性応力に比しレイノルズ応力が卓越するようになると Stefan の近似は成り立たなくなると考えられる。

一方、貯水池で直接密度流を観測した例として、Mead 湖における U.S. Bureau of Reclamation の調査研究があるが、これを引用した Howard⁹⁾ の報告によると、1939 年 3 月に VIRGIN CANYON で最大流速 2.71 ft/sec が観測され、さらに興味深いことに、貯水開始から 14 年間の堆砂総量は約 $1.7 \times 10^8 \text{ m}^3$ で、その約 65% が密度流によって輸送されたということである。また、深海底および古い年代に深海底であったと見なされる地層の地層底痕 (sole marks) や級化層 (graded bed) などを説明するため、密度流の輸送能力に注目した多

* 正会員 工博 京都大学教授 防災研究所

** 正会員 工修 京都大学助手 防災研究所

図-1 実験装置

くの研究¹⁰⁾がある。これらの文献によると、密度流によって輸送堆積されたと考えられる堆積層の中に数 cm から十数 cm といった大きな礫が含まれている。また、1929 年の Grand Banks 地震の際、ニューファンドランド島南海域で発生した密度流によって、時間の経過とともに十数本のケーブルが深海へ向って、その流体力のため順次切断されていったということが Holmes¹¹⁾ によって述べられている。

以上、泥水による下層密度流に関しての主要な研究ならびに野外での調査研究の一部を紹介したが、規模の大きな乱流状態での取り扱いが確立されておらず、層流状態での理論を拡張して推定しているのが現状である。したがって、土砂礫の輸送に関連した問題の解明にはさらに研究を進展させる必要がある。このような現状を踏まえ、本研究においては、まず、水路実験によって泥水密度流を発生させ、注意深い観察と濃度分布や流速分布などの測定とによって、その特性に関して種々の検討を加えた。次に、その結果に基づき泥水密度流の解析モデルを提案し、河道条件、流量、泥水と清水の密度差ならびに粒子沈降速度から密度流の層厚、流速分布および濃度分布などの諸特性を算定する式を導いた。さらに、実験結果を用いて、上記の諸式の適用性について検討を加えるとともに、実際の貯水池で形成される密度流の規模について若干の考察を行なおうとするものである。

2. 実験とその結果の考察

(1) 実験装置および実験方法

実験装置は 図-1 に示すように、水路本体、泥水を作るための混合水槽部および循環部からなっている。水路の幅、高さおよび長さはそれぞれ 0.5、0.55、20 m で、その上流端には流量測定用四角堰 ① があり、中央部 12 m 区間の側壁はガラス張り、下流端には泥水を定常的に循環させるためのスルースゲート ③ が取り付けられている。②、⑤ および ⑥ はそれぞれ流入泥水の減勢

図-2 パールクレイの粒度構成

工、流量設定用バルブおよび勾配設定用ジャッキである。

図-2 に示すような粒度構成^{注1)}のパールクレイ(比重 2.66)を用いて作った泥水を一定流量で、水位一定の条件を保持しながら清水中に流入させると特徴的な先端形状¹²⁾をもった下層密度流が形成されるが、先端がゲートに達するやいなやゲートを開けて泥水を循環させる。このようにして形成される下層流において、その流量、流速分布および濃度分布の測定が行われた。

流速の測定は塩水をトレーサーとし、それが通過する際の電気抵抗値の変化を記録する方法で行った。その受感部を 図-3 に示す。図中の A は塩水を適当な時間間隔で注入するための直径 1 mm のステンレス管で、注入時の慣性効果をなくするため管口は上流側に向け電極 B から 15 mm 離してある。上流側で受感された抵抗値の変化がそのまま下流側で受感されるように、肉厚 0.4 mm、内径 10 mm、長さ 30 mm の管で両電極をつ

図-3 流速計受感部

注 1) VA-Tube によって測定されたものであるが、分散処理されたものは 50% 粒径が 15.2μ になっている。

表-1 実験条件

Exp. No	δ_0	q	i	k	ω_0	Tem.	$\sqrt{\delta_0 g l / \rho}$	H
	g/cm ³	cm ² /s		cm	cm/s	°C	c.g.s	cm
1-1	0.00958	107.7	0.021	0.1	0.0851	23	0.444	32
1-2	0.00844	125.6	0.020	0.1	0.0851	23	0.407	32.5
1-3	0.00860	117.8	0.020	0.1	0.0851	23	0.411	32.5
1-4	0.00867	139.8	0.020	0.1	0.0851	23	0.412	32.5
1-5	0.00861	138.4	0.020	0.1	0.0813	21	0.411	32
1-6	0.00612	112.1	0.020	0.1	0.0813	21	0.346	32
1-7	0.00562	75.8	0.020	0.1	0.0813	21	0.332	28
1-8	0.00867	90.7	0.020	0.1	0.0813	21	0.412	29.2
1-9	0.00792	132.7	0.0106	0.1	0.0793	20	0.287	35.5
1-10	0.00680	109.2	0.0106	0.1	0.0663	13	0.266	35
1-11	0.0144	142.2	0.010	0.1	0.0594	9	0.376	32.4
1-12	0.0193	150.3	0.010	0.1	0.0608	9.8	0.435	26.8
1-13	0.0251	169.2	0.010	0.1	0.0646	12	0.496	30.5
2-2	0.0173	122.2	0.010	0.59	0.0832	22	0.412	27
2-3	0.0238	120.5	0.010	0.59	0.0832	22	0.483	26.9
2-4	0.0120	107.7	0.010	0.59	0.0832	22	0.343	29.6
2-5	0.0122	110.0	0.020	0.59	0.0871	24	0.489	21.4
2-6	0.0181	106.3	0.020	0.59	0.0871	24	0.596	24
2-7	0.0241	140.7	0.020	0.59	0.0871	24	0.687	27

つんだものが ㊸ である。このため実際と相違する流速が計測されることが予想されたが、トレーサーとして用いた色素が 50 cm 区間を流下する時間から求めた流速と比較した結果、この方法は流速 5 cm/sec で 0.5% 小さく、20 cm/sec で 0.5% 大きく測定され、10 cm/sec ではほとんど誤差は認められなかった。そこで、この程度の誤差は微小とみなし、補正なしで実験値としている。なお記録された抵抗値の時間変化の模様も 図-3 に示しているが、それぞれ対応した位相間距離の平均値を用いて平均流速は算定されている。

濃度の鉛直分布^{注2)}の測定は 2×40(mm) の断面をもつ吸込口を上流側へ向けてポイントゲージに取り付け、これを上下に移動させながら注意深く採水することによって行われた。

現象を支配する水理変数として、流入泥水と清水との密度差 (δ_0)、単位幅流量 (q)、水路床勾配 (i)、水路床粗度高さ (k)、粒子沈降速度 (ω_0)、さらに、規模の小さい流れでは動粘性係数比および層厚比 (H/d , H : 全水深, d : 主流層厚) などが考えられる。本研究では規模

図-4 流下方向流れの模式図

注 2) 濃度分布と密度差分布は同じ意味で使用している。

の大きな流れを対象としているので後二者の変数を除外し、表-1 に示すような条件によって実験を行っている。VA-Tube を用いた 2 回の沈降実験の結果を 図-2 に示したが、2 回の平均粒度分布の 50% 粒径に対応する沈降速度が表-1 に示す ω_0 である。また、二種類の比較的均一な砂粒子を水路床面にはりつけ、完全粗面乱流域での開水路流実験を行い、流速分布の対数則成立の仮定から相当粗度を算定し、これを粗度高さ k としている。

(2) 実験結果の概要

上述の実験条件のもとで形成された密度流は、上流端における流入泥水の濃度および水路中央部の水路底面上方 4 cm の位置における流速および濃度の時間的変化の測定から、濃度および流速の鉛直分布の測定時間内においては十分定常的であると見なしてもよいことがわかった。したがって、このようにして形成された定常的な下層密度流は模式的に 図-4 のように示される。すなわち、泥水は一定流量の条件下で、ある距離を開水路流 (領域㊸) として流下した後清水下にもぐり、鉛直混合の激しい発達領域 (領域㊹) を経て、見かけ上鉛直混合がない領域 (領域㊺) を形成する¹³⁾。流速および濃度の測定は上記の

図-5 流速分布の測定結果

領域⑩と見なされるところで行われた。図—10には流速の鉛直分布の測定結果の一部を示しているが、分布の一般的形状は壁面噴流のそれに類似しており、最大流速点から上方へ向って速度勾配の絶対値がしだいに大きくなり、ある位置で最大値をとり、再び減少していく傾向が顕著に見られる。さらに上方へいくと流速0点が現われその位置から自由表面までは逆流が観察された。水路底面から最大流速点までの流速分布は図—5に示すように対数分布で表わされる。一方、濃度の鉛直分布は、図—11に示すように水路底面から最大流速点間の領域において、上方へ向って若干減少の傾向を示す。このように減少の割合が小さいことは粒子沈降速度の影響が微小であるためと推察される。したがって、この領域の濃度はほぼ一定と考えてよく、さらに、著者らのすべての実験結果^{(14),(15)}によると、流入泥水濃度とほぼ一致している。最大流速点上方における濃度分布は、流速分布形と同様な傾向を示し、両者の変曲点は、ほぼ同じ位置にある。また、濃度が無視できる位置は流速の0点近傍にある。

(3) 境界面の定義および境界面におけるプラントルの混合距離

両流体間で乱流混合がある場合の境界面の定義は従来まちまちであるが、ここでは Lofquist⁽¹⁶⁾と同様に、流速分布の変曲点の位置を境界面と定義する。流速および濃度分布形状の考察から、変曲点近傍においてせん断応力が極大値をとることが考えられ、さらに次式が近似的に成立することが実験的に認められた^{(14),(15)}。

$q=ud \dots\dots\dots (1)$

ここに、 q ：流入泥水の単位幅流量 (cm²/sec)， u ：主流層 ($0 \leq z \leq d$) の平均流速 (cm/sec)， d ：主流層厚。なお、水路底面から鉛直上向きに z 軸をとると、 $z=d$ は変曲点の位置である。これらのことから、 $z=d$ を境界面とする上の定義は妥当であると考えられる。

空気や塩水と清水を用いた実験および乱れのエネルギー式に基づいて、密度勾配を有する場における乱れ特性に関して定性的な考察がなされているが、各方向の乱れ強度や拡散係数の分布などの定量化のためには、さらに研究の進展が必要な段階にある。そこで、対象としている流れの定式化のために、境界面を通しての運動量および物質輸送の表現としてプラントルの混合距離 l_0 を考える。したがって、境界面におけるせん断応力を τ_d 、速度勾配を G とすると、これらの間には次式が成り立つ。

$\tau_d = \rho l_0^2 |G|G \dots\dots\dots (2)$

ここに、 ρ は $z=d$ における密度であるが、 ρ_f を清水密度とすると、 $\rho \div \rho_f$ と考えてよい。両流体間の乱流混合現象を支配する重要な無次元量として gradient

form Richardson 数 (R_i) があるが、これは式 (2) を用いて次のように表わされる。

$$R_i = \frac{-g \cdot d\rho/dz}{\rho G^2} \Big|_{z=d} \sim \frac{g \cdot \delta_2/d_2}{\rho (u_{*d}^2/l_0)^2} = \frac{\delta_2 g l_0^2/d_2}{\rho u_{*d}^2} \dots\dots\dots (3)$$

ここに、 $d\rho/dz \sim \delta_2/d_2$ 、 $u_{*d}^2 = \tau_d/\rho$ 、 g は重力加速度、 d_2 は最大流速点から境界面までの厚さ、 δ_2 はこの領域の泥水と清水との密度差である。

乱れによる連行係数と over-all Richardson 数 (R_{i*}) との関係について、Kato と Philips⁽¹⁷⁾ などの研究があるが、式 (3) において、 $l_0 = \beta d_2$ とおくと彼らの用いた R_{i*} と同型になる。 l_0 と連行係数との間には密接な関係があり、上述のことから l_0 と d_2 との間には強い相関があることが考えられる。実験値を用いて式 (2) から算定される l_0 と d_2 との間には図—6に示すような関係がある。 l_0/d_2 と内部フルード数やレイノルズ数などとの顕著な相関は認められず、 l_0 は d_2 のみによってほぼ規定されるようである。しかも、これらの間には次式に示されるような線形相関がある。

$l_0/d_2 = \beta = 0.068 \dots\dots\dots (4)$

同図には、塩水と清水を用いた Lofquist⁽¹⁶⁾の実験結果のうち、連行速度が 0.001 cm/sec 以上のものを選び、式 (2) で l_0 を算定した結果も記入してある。 β の値は著者らのものより小さく、約 1/4 程度の値を示している。この相違の原因は Lofquist の実験が著者らのものに比し、せん断応力の乱れによる成分 (τ_{dt}) と分子粘性による成分 (τ_{dv}) との比 τ_{dt}/τ_{dv} が小さく、分子粘性の影響がかなり大きな領域にあるためであろう。著者らの結果は分子粘性の影響が小さく、これが無視できる領域に対して一般的に成立するものであると期待しているが、これについてはさらに検討を要する。

なお、本実験の測定結果をまとめて表—2に示す。本表において、 d_1 、 d_2 ：それぞれ水路底面から最大流速

図—6 境界面における混合距離 l_0 と層厚 d_2 との関係

表-2 実験結果

Exp. No	d ₁	d ₂	u ₁	u ₂	u _{*b}	u _{*d}	10 ² ε ₂	l ₀	u _{*b} ·k/ν	calculated	
	(cm)	(cm)	(cm/s)	(cm/s)	(cm/s)	(cm/s)	(g/cm ³)	(cm)		d ₁	d ₂
1-1	4.0	3.0	15.00	15.91	0.91	0.74	0.883	0.19	9.70	4.48	2.83
1-2	4.8	4.0	13.88	14.73	0.89	0.77	0.765	0.30	9.49	5.15	3.38
1-3	5.0	3.3	13.40	15.40	0.92	0.69	0.727	0.24	9.81	4.85	3.36
1-4	4.8	4.5	14.52	15.58	0.90	0.85	0.824	0.31	9.59	5.65	3.15
1-5	6.0	4.5	12.92	13.53	1.01	0.84	0.801	0.41	10.3	5.78	2.81
1-6	5.0	4.5	11.46	12.17	0.77	0.72	0.594	0.42	7.83	4.72	4.87
1-7	4.5	2.8	10.17	10.72	0.71	0.50	0.460	0.25	7.22	/	/
1-8	4.5	3.5	11.03	11.73	0.87	0.68	0.665	0.28	8.14	3.98	3.23
1-9	7.0	6.5	10.26	10.06	0.76	0.68	0.689	0.37	7.55	5.60	7.26
1-10	7.0	5.4	8.55	8.03	0.70	0.59	0.578	0.40	5.81	5.60	5.27
1-11	5.0	5.5	12.94	14.10	0.84	0.83	1.270	0.33	6.24	6.95	1.56
1-12	5.4	5.1	14.76	13.83	1.01	0.90	1.630	0.32	7.68	6.78	1.20
1-13	5.0	4.5	17.82	17.81	1.13	1.00	2.250	0.26	9.14	6.80	1.03
2-2	5.4	3.5	13.27	14.43	0.957	0.702	1.430	0.157	58.8	6.32	3.30
2-3	5.3	2.7	14.52	16.13	1.111	0.649	1.590	0.125	68.3	6.15	2.28
2-4	6.2	3.6	10.51	11.82	0.855	0.548	0.850	0.199	52.5	/	/
2-5	5.2	2.8	13.67	13.88	1.117	0.774	1.091	0.190	71.9	5.53	2.55
2-6	4.4	2.5	14.90	16.28	1.248	0.742	1.123	0.173	80.3	5.17	1.57
2-7	5.4	2.6	17.05	18.71	1.596	0.911	1.628	0.191	102.7	5.95	1.03

点までの厚さおよび最大流速点から境界面までの厚さ，
 u_1, u_2 ：それぞれ 前者に対応した 層内の平均流速， u_{*b} ，
 u_{*d} ：水路底面 および 境界面 における 摩擦速度， δ_2 は
 d_2 に対応する層の泥水と清水との密度差， ν ：動粘性係
数である。

3. 解析理論

(1) 基礎方程式

前述の実験の結果，流速分布 ($u(z)$)，濃度分布 ($c(z)$)
およびせん断応力の分布 ($\tau(z)$) を模式的に示すと 図一
7 のとおりである。主流層 ($0 \leq z \leq d$) での流れは二次
元的であるとし，かつ定常等流状態すなわち領域①のも

図-7 流速・せん断力・密度（濃度）分布の模式図

のであるとすると，水路底面に沿って 流下方向に x 軸
を取れば，適当な近似によって運動方程式は次のように
表わされる。

$$\rho F_x - \partial p / \partial x + \partial \tau / \partial z = 0 \dots\dots\dots (5)$$

ここに， ρ ：泥水密度， F_x ：物体力の x 成分， P ：流
体圧， τ ：せん断応力。 x, z 方向の乱れ成分をそれぞれ
 u', w' と書き，その相関を $\overline{u'w'}$ で表わし，分子粘性に
よる応力に比し，乱れによるそれが卓越するので τ は
次のように書ける。

$$\tau = -\rho \overline{u'w'} \dots\dots\dots (6)$$

さて，自由表面 ($z=H$) における 流速は 非常に小さ
く， $z=H$ は水平に近いので次式が成立する。

$$\partial(H-d)/\partial x = i \dots\dots\dots (7)$$

ここに， i は水路床勾配である。さらに， F_x は式 (8)
で， P は， $d < z$ の領域における 泥水と清水との密度
差は無視できるので式 (9) で表わされる。

$$F_x = gi \dots\dots\dots (8)$$

$$P(x, z) = \rho_f g (H-d) + g \int_z^d \rho(x, z) dz \dots\dots\dots (9)$$

領域①では濃度分布形および 層厚が x 方向に変化し
ないと考えられるので式 (9) より次式が導かれる。

$$\partial P / \partial x = \rho_f gi \dots\dots\dots (10)$$

ここに， g ：重力加速度， ρ_f ：清水密度
したがって，せん断応力 τ は，式 (8),(9) と式 (5)
から次のように表わされる。

$$\tau(z) = -gi \int_0^z \delta(z) dz + c_1 \dots\dots\dots (11)$$

ここに， $\delta(z) = \rho(z) - \rho_f$ である。積分定数 c_1 は， z
 $=0$ において $\tau(0) = \tau_b$ とすると， $c_1 = \tau_b$ になり，ま
た， $z=d_1$ において $du/dz=0$ であるから $\tau(d_1)=0$

となる。前章で考察したように、領域 $0 \leq z \leq d_1$ における密度差 δ は一定値 δ_0 で近似できるので、 $\tau(z)$ は次のように表わされる。

$$0 \leq z \leq d_1 :$$

$$\delta(z) = \delta_0 = \text{const.} \quad \dots\dots\dots (12)$$

$$\tau(z) = \delta_0 g d_1 i (1 - z/d_1) \quad \dots\dots\dots (13)$$

$$d_1 \leq z \leq d :$$

$$\tau(z) = -g i \int_{d_1}^z \delta(z) dz \quad \dots\dots\dots (14)$$

ここに、 δ_0 は流入泥水密度 ρ_0 と清水密度 ρ_f との差で、 $\delta_0 = \rho_0 - \rho_f$ である。 $z = d_1$ および $z = d$ は、それぞれ水路底面から最大流速点および境界面までの高さである。

(2) 主流層 ($0 \leq z \leq d$) における流速および密度分布

式 (6) を混合距離を用いて次式

$$\tau(z) = \rho l^2 |du/dz| (du/dz) \quad \dots\dots\dots (15)$$

で書き、密度勾配の存在しない領域 ($0 \leq z \leq d_1$) における混合距離の分布は従来からよく知られているように、底面近傍において次のように表わされる¹⁸⁾。

$$0 \leq z \leq d_1 :$$

$$l(z) = \kappa_1 z \quad \dots\dots\dots (16)$$

ここに、 κ_1 : カルマン定数。 $d_1 \leq z \leq d$ の領域では、密度勾配の存在のために混合距離の分布を推定することは困難であるが、ここでは前章で考察したように、境界面での混合距離 l_0 が d_2 ($d_2 = d - d_1$) と密接な関係にあることから、次のような分布形を仮定する。

$$d_1 \leq z \leq d :$$

$$l(z) = l_0 + \kappa_2 (d - z) \quad \dots\dots\dots (17)$$

ここに、 κ_2 は混合距離の分布を規定する係数である。

上述の τ および l の分布から式 (15) により流速分布および平均流速が求められる。いま、解の複雑さをさけるため、 τ として底面および境界面における値を用いて求めた流速分布形を最大流速点まで適用できるものとしている。このようにして導かれた式を列記すると次のようになる。

$$0 \leq z \leq d_1 :$$

$$\frac{u(z)}{u_{*b}} = A_r \left(\frac{u_{*b} \cdot k}{\nu} \right) + \frac{1}{\kappa_1} \ln \frac{z}{k} \quad \dots\dots\dots (18)$$

$$\frac{u_1}{u_{*b}} = A_r \left(\frac{u_{*b} \cdot k}{\nu} \right) + \frac{1}{\kappa_1} \left(\ln \frac{d_1}{k} - 1 \right) \quad \dots\dots\dots (19)$$

ここに、 A_r は粗面乱流の場合の定数で、 k は粗度高さである。また、 u_{*b} は水路底面における摩擦速度で次式で示される。

$$u_{*b} = (\delta_0 g d_1 i / \rho_f)^{1/2} \quad (\because \rho_f \doteq \rho_f + \delta_0) \quad \dots\dots\dots (20)$$

$$d_1 \leq z \leq d :$$

$$\frac{u(z)}{u_{*d}} = \frac{u_m}{u_{*d}} - \frac{1}{\kappa_2} \ln \frac{\beta + \kappa_2}{\beta + \kappa_2 (d - z)/d_2} \quad \dots\dots\dots (21)$$

$$\frac{u_2}{u_{*d}} = \frac{u_m}{u_{*d}} - \frac{1}{\kappa_2^2} \left(\kappa_2 - \beta \ln \frac{\beta + \kappa_2}{\beta} \right) \quad \dots\dots\dots (22)$$

ここに、 β は式 (4) で、 u_m および u_{*d} はそれぞれ、最大流速および境界面における摩擦速度で次式のように示される。

$$u_m = u_{*b} \left\{ A_r \left(\frac{u_{*b} \cdot k}{\nu} \right) + \frac{1}{\kappa_1} \ln \frac{d_1}{k} \right\} \quad \dots\dots\dots (23)$$

$$u_{*d} = (\delta_2 g d_2 i / \rho_f)^{1/2} \quad (\because \rho_f \doteq \rho_f + \delta_2) \quad \dots\dots\dots (24)$$

ここに、 δ_2 は領域 $d_1 \leq z \leq d$ における泥水と清水との平均密度差で次式で示される。

$$\delta_2 = \frac{1}{d_2} \int_{d_1}^d \rho(z) dz - \rho_f = \frac{1}{d_2} \int_{d_1}^d \delta(z) dz \quad \dots\dots\dots (25)$$

次に、密度分布^{注3)} および濃度分布式の誘導を行う。領域 $0 \leq z \leq d_1$ における密度分布は式 (12) で与えられることを示したが、この領域での濃度分布は δ_0 に定数を乗じて、次式で与えられる。

$$c(z) = c_0 \doteq \frac{\sigma}{\sigma - 1} \cdot \frac{\delta_0}{\rho_f} = \text{const.} \quad \dots\dots\dots (26)$$

ここに、 σ は粒子の比重である。

次に、領域 $d_1 \leq z \leq d$ における密度分布について考察する。流体の質量保存則と流体と浮遊粒子の相対速度のみを考慮した二次元流れかつ、平衡状態における濃度あるいは密度分布の基礎式は、渦動拡散係数と渦動粘性係数の関係に関するレイノルズ相似において、相似比を1とすると、渦動粘性係数 ε を用いて次のように書ける。

$$\varepsilon \cdot dc/dz + \omega_0 c = 0 \quad \dots\dots\dots (27)$$

あるいは、

$$\varepsilon \cdot d\delta/dz + \omega_0 \delta = 0 \quad \dots\dots\dots (27)'$$

ここに、 ω_0 は粒子沈降速度で ε は次式で示される。

$$\varepsilon = \frac{-\rho u' w'}{\rho (du/dz)} \quad \dots\dots\dots (28)$$

式 (27)' および (28) から Richardson 数 (R_i) は次式で与えられる。

$$R_i = - \frac{\delta g \omega_0}{\rho u' w' (du/dz)} \quad \dots\dots\dots (29)$$

ここに、

$$R_i = -g (d\delta/dz) / \rho (du/dz)^2 \quad (\because d\rho_f/dz = 0)$$

である。 R_i は重力に対してなす仕事とレイノルズ応力のなす仕事との比率を表現したものである¹⁹⁾が、式 (29) によると、粒子沈降によって失われる位置エネルギーと、それを補うための乱れの成生エネルギーとの比率を表現したものともいえる。いま、この比率が $d_1 \leq z \leq d$ の領域において、 z 方向に一定であると仮定して密度分布 $\delta(z)$ および平均密度差 δ_2 を求めると、それぞれ次のように表わされる。

注 3) ここでは、泥水と清水との密度差 $\delta(z) = \rho(z) - \rho_f$ を密度分布とよぶことにする。

$$\begin{aligned}\delta(z) &= \rho(z) - \rho_f \\ &= \delta_0 - \frac{R_i \rho u_{*d}^2}{g d_2 \kappa_2} \left(\frac{1}{\beta + \kappa_2 (d-z)/d_2} - \frac{1}{\beta + \kappa_2} \right) \\ &\dots\dots\dots (30)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\delta_2 &= \frac{1}{d_2} \int_{d_1}^d \delta(z) dz \\ &= \delta_0 - \frac{R_i \rho u_{*d}^2}{g d_2 \kappa_2} \left(\frac{1}{\kappa_2} \ln \frac{\beta + \kappa_2}{\beta} - \frac{1}{\beta + \kappa_2} \right) \dots (31)\end{aligned}$$

ここに、 δ_0 は $z=d_1$ における δ の値である。上式において密度分布を知るためには、 R_i の値を知る必要がある。 R_i は境界面における速度勾配と拡散係数を用いて求めることができる。すなわち、境界面における ε は前述の議論により次式で与えられる。

$$\varepsilon|_{z=d} = \frac{u_{*d}^2}{|du/dz|_{z=d}} = l_0 u_{*d} = \beta d_2 u_{*d} \dots\dots (32)$$

式 (27) において、 R_i を用いて $d\delta/dz$ を消去し、式 (32) と境界面における du/dz の値を用いると、境界面における R_i の値は、

$$\begin{aligned}R_i &= \frac{\delta_0 g \beta d_2}{\rho u_{*d}^2 \{1 + \kappa_2 \omega_0 / (\beta + \kappa_2) u_{*d}\}} \cdot \frac{\omega_0}{u_{*d}} \\ &\doteq \frac{\delta_0 g \beta d_2}{\rho u_{*d}^2} \cdot \frac{\omega_0}{u_{*d}} \dots\dots\dots (33) \\ &\left(\because \frac{\kappa_2}{\beta + \kappa_2} \cdot \frac{\omega_0}{u_{*d}} \ll 1 \right)\end{aligned}$$

となる。これまでの議論において密度の記号 ρ がほぼうでで使用されているが、 ρ が因数の形になっている場合、すべて清水密度 ρ_f に置きかえてよい。以後の議論も同様である。

(3) 領域 $d \leq z \leq H$ における密度分布および流速分布

簡単のために、新たに $\xi = z - d$ 軸を考える。浮遊粒子が存在して清水との密度差に重要な影響をおよぼす領域は、境界面上方へそれほど広がっておらず、その近傍を考えれば十分である。したがって、対象となる領域での拡散係数を一定と考え、その値として式 (32) で示される境界面における渦動粘性係数を用い、前節で示した式 (27)' にこれを代入すると、密度分布は次のように求められる。

$$\delta(\xi) = \delta_d \exp \left[-\frac{1}{\beta} \frac{\omega_0}{u_{*d}} \frac{\xi}{d_2} \right] \dots\dots\dots (34)$$

ここに、 δ_d は式 (30) において $z=d$ として得られる境界面における密度差で、次式で示される。

$$\delta_d = \delta_0 - \frac{R_i \rho u_{*d}^2}{g d_2 \beta (\beta + \kappa_2)} \dots\dots\dots (35)$$

式 (34) で示される密度分布式は浮遊物の存在しない自由表面 ($\xi = H' = H - d$) においてもある値をもつが、次節で述べるように、境界面から流速 0 点までの領域を考えれば十分であるので、適用上の不都合は生じない。

以上、2. および 3. 節で密度分布が求められたが、以後の展開を簡略にするため、これらの式から R_i を消去し簡単な形に変形すると、次のように表わされる。

$$\begin{aligned}d_1 \leq z \leq d : \\ \delta(z) &= \delta_0 \left\{ 1 - \frac{\beta}{\kappa_2} \frac{\omega_0}{u_{*d}} \left(\frac{1}{\beta + \kappa_2 (d-z)/d_2} - b_5 \right) \right\} \\ &\dots\dots\dots (36)\end{aligned}$$

$$\delta_2 = \delta_0 \left\{ 1 - \frac{\beta}{\kappa_2} \frac{\omega_0}{u_{*d}} (b_1 - b_5) \right\} \dots\dots\dots (37)$$

$$\begin{aligned}z = d : \\ \delta_d &= \delta_0 (1 - b_5 \omega_0 / u_{*d}) \dots\dots\dots (38)\end{aligned}$$

また、 δ_2 と δ_d との関係は次のように示される。

$$\delta_d = A \delta_2 \dots\dots\dots (39)$$

ここに、 $b_1 = 1/\kappa_2 \cdot \ln(\beta + \kappa_2)/\beta$ 、 $b_5 = 1/(\beta + \kappa_2)$ で、 A は次式で表わされる。

$$A = \frac{1 - b_5 \omega_0 / u_{*d}}{1 - \beta / \kappa_2 \cdot (b_1 - b_5) \omega_0 / u_{*d}} \dots\dots\dots (40)$$

次に、 $d \leq z \leq H$ の領域における流速分布を誘導する。この領域においては、乱れによるレイノルズ応力が卓越した領域と、渦動粘性と分子粘性がともに影響をもつ領域とがあると考えられるが、境界面から浮遊物が存在する上限までと、それから上方の自由表面までの領域に分けて議論する。領域 ① においては、次節で示すように、浮遊物の存在する上限を流速が 0 になる位置 ($\xi = Nd_2$) と考えるのが妥当である。したがって、領域 $d \leq z \leq H$ を、領域 $0 \leq \xi \leq Nd_2$ ($\xi = z - d$) と領域 $Nd_2 \leq \xi \leq H'$ ($H' = H - d$) とに分ける。

まず、領域 $0 \leq \xi \leq Nd_2$ においては、速度勾配は渦動粘性係数を用いて次式で与えられる。

$$du/d\xi = \tau(\xi) / \rho \varepsilon \dots\dots\dots (41)$$

せん断応力 τ を次式で示すような直線分布で近似する。

$$\tau(\xi) = \tau_d + \frac{\xi}{Nd_2} \int_0^{Nd_2} g i \delta(\xi) d\xi \dots\dots\dots (42)$$

ここに、 τ_d は境界面におけるせん断応力である。また、 ε は密度分布の議論と同様一定とし、上の諸式と式 (34) とから、微小項を省略して次のように流速分布が求まる。

$$\begin{aligned}0 \leq \xi \leq Nd_2 \quad (d \leq z \leq d + Nd_2) : \\ \frac{u(\xi)}{u_{*d}} &= \frac{u_d}{u_{*d}} - \frac{1}{\beta} \frac{\xi}{d_2} + \frac{A}{2N} \cdot \frac{u_{*d}}{\omega_0} \left(\frac{\xi}{d_2} \right)^2 \\ &\dots\dots\dots (43)\end{aligned}$$

ここに、 u_d は境界面における流速で式 (44) により、 A は (40) で、 N は $u(Nd_2) = 0$ を満足する値で式 (45) によって示される。

$$u_d / u_{*d} = u_m / u_{*d} - b_4 = u_2 / u_{*d} + b_1 - b_4 \dots\dots (44)$$

$$\begin{aligned}N &= \frac{u_d / u_{*d}}{1/\beta - 1/2 \cdot A u_{*d} / \omega_0} = \frac{u_2 / u_{*d} + b_1 - b_4}{1/\beta - 1/2 \cdot A u_{*d} / \omega_0} \\ &\dots\dots\dots (45)\end{aligned}$$

ここに、 $b_1 = 1/\kappa_2^2 \{ \kappa_2 - \beta \ln(\beta + \kappa_2) / \beta \}$ である。

次に、領域 $Nd_2 \leq \xi \leq H' = H - d$ における流速分布形について考察する。この領域では流速がおそく、分子粘性 μ と渦動粘性 η とがともに影響をもつと考えられるが、その分布に関する情報が得られていないので、ここでは、 $\mu + \eta$ を ξ に無関係に一定と仮定し、平均流に關してのレイノルズの運動方程式において、非線形項を一定とみなし、オダーリングによって微小項を無視すると、流速分布は次のような放物線形になる。

$$u(\xi) = a_1 \xi^2 + a_2 \xi + a_3 \quad \dots\dots\dots (46)$$

上式の係数は、

- ① $\xi = Nd_2$ において、 $u(Nd_2) = 0$
- ② 自由表面 $\xi = H'$ において、 $du/d\xi = 0$
- ③ 領域 $0 \leq \xi \leq H'$ において、流量が 0

の 3 つの条件によって決定され、結局、流速分布は次式のように示される。

$$Nd_2 \leq \xi \leq H' \quad (d + Nd_2 \leq z \leq H) :$$

$$\frac{u(\xi)}{u_{*d}} = \frac{N^2}{4} \cdot \frac{3 \omega_0 / u_{*d} - 2 \beta A}{\beta \omega_0 / u_{*d}} \cdot \frac{(\xi - Nd_2) d_2}{(H' - Nd_2)^2} \cdot \left(\frac{\xi - Nd_2}{H' - Nd_2} - 2 \right) \quad \dots\dots\dots (47)$$

(4) 泥質輸送の連続式および境界面での抵抗

これまでの展開によって流速および密度分布が誘導された。ここでは、泥質輸送の連続式に、これらの式を適用して導かれる流速係数 u_2/u_{*d} と ω_0/u_{*d} との関係について考察する。

領域 ㉑ では、見かけ上、泥質粒子の鉛直拡散および水路底面への堆積はない。したがって、流れ方向の濃度および流速の変化もなく、 $\xi = Nd_2$ を粒子が存在する上限と考えるのは妥当である。領域 ㉒ (図-4 参照) において堆積がないとすると、流入泥質の総量 $q \cdot \delta_0$ と領域 ㉑ を通過する泥質の総量 (単位幅) とは等しいはずである。したがって、連続式は次式で表現される。

$$\begin{aligned} q \cdot \delta_0 &= \int_0^{d+Nd_2} u(z) \delta(z) dz \\ &= q_{s1} + q_{s2} + q_{s3} \\ &\dots\dots\dots (48) \end{aligned}$$

ここに、

$$\begin{aligned} q_{s1} &= \int_0^{d_1} u(z) \delta(z) dz, \\ q_{s2} &= \int_{d_2}^d u(z) \delta(z) dz, \\ q_{s3} &= \int_0^{Nd_2} u(\xi) \delta(\xi) d\xi \end{aligned}$$

である。各領域に対応した流速および密度分布の式を適用し

て、 q_{s1} 、 q_{s2} および q_{s3} を求め、式 (1) で示された単位幅流量 q が

$$q = u_1 d_1 + u_2 d_2 \quad \dots\dots\dots (49)$$

で表わされることから、これらの結果を式 (48) に代入し、 $\delta(Nd_2)/\delta_d$ を微小項とみなしこれを省略すると、流速係数 u_2/u_{*d} が次式に示すように ω_0/u_{*d} の関数として求められる。

$$\frac{u_2}{u_{*d}} = \frac{c_2 + \sqrt{(-c_2)^2 - 4 c_1 c_3}}{2 c_1} \quad \dots\dots\dots (50)$$

ここに、 c_1 、 c_2 および c_3 は ω_0/u_{*d} の関数で、次のように示される。

$$\begin{aligned} c_1 &= \frac{2 \beta \omega_0 / u_{*d}}{2 \omega_0 / u_{*d} - \beta A} \left(1 - \frac{b_2}{\kappa_2^2} \cdot \frac{(\omega_0 / u_{*d})^2}{1 - b_5 \omega_0 / u_{*d}} \right) \\ c_2 &= \frac{2 \beta \omega_0 / u_{*d}}{2 \omega_0 / u_{*d} - \beta A} \left\{ 2(b_4 - b_1) - \frac{b_2(b_4 - b_1)(\omega_0 / u_{*d})^2 + (b_3 - b_1 b_2)(\omega_0 / u_{*d})^2}{\kappa_2^2 (1 - b_5 \omega_0 / u_{*d})} + \frac{u_{*d}}{\omega_0} \right\} \\ c_3 &= \frac{2(b_4 - b_1) \beta \omega_0 / u_{*d}}{2 \omega_0 / u_{*d} - \beta A} + \beta^2 A \left(\frac{u_{*d}}{\omega_0} \right)^3 \end{aligned}$$

ここに、 b_1 、 b_2 、 b_3 、 b_4 および b_5 は、それぞれ、

$$\begin{aligned} b_1 &= \left(\kappa_2 - \beta \ln \frac{\beta + \kappa_2}{\beta} \right) / \kappa_2^2, \\ b_2 &= \ln \frac{\beta + \kappa_2}{\beta} - \frac{\kappa_2}{\beta + \kappa_2}, \\ b_3 &= \left\{ \frac{1}{2} \left(\ln \frac{\beta + \kappa_2}{\beta} \right)^2 + \frac{\beta}{\beta + \kappa_2} \ln \frac{\beta + \kappa_2}{\beta} - \frac{\kappa_2}{\beta + \kappa_2} \right\} / \kappa_2, \\ b_4 &= \frac{1}{\kappa_2} \ln \frac{\beta + \kappa_2}{\beta} \\ b_5 &= \frac{1}{\beta + \kappa_2} \end{aligned}$$

と表わされる。

境界面上方において、流下方向の泥質輸送が存在する条件、すなわち $q_{s3} > 0$ の条件から、

図-8 u_2/u_{*d} と ω_0/u_{*d} の関係

$c_1 > 0 \dots\dots\dots (51)$

が導かれる。さらに、 u_2/u_{*d} は実数であることから、

$(-c_2)^2 - 4c_1c_3 \geq 0 \dots\dots\dots (52)$

が成りたたねばならない。式 (51) および式 (52) を同時に満たす ω_0/u_{*d} の変域は次のように示される。

$D_1 \leq \omega_0/u_{*d} < D_2 \dots\dots\dots (53)$

この領域が u_2/u_{*d} の存在域である。上式の D_1 および D_2 は κ_2 および β の関数であるが、実験的考察から本研究の実験領域においては一定値と考えてよい。したがって、 $\kappa_2 = 0.18$ とし、2. 章で考察したように、 $\beta = 0.068$ とすると、 $D_1 \div 0.094$ および $D_2 \div 0.15$ となる。

図-8 には、 $\kappa_2 = 0.18$ 、 $\beta = 0.068$ とし、式 (53) の条件下において、 u_2/u_{*d} と ω_0/u_{*d} との関係を示している。本図によると、 ω_0 が一定の場合、 u_{*d} が増大するにしたがって、流速係数 u_2/u_{*d} が小さくなる傾向をよく示している。また、 ω_0/u_{*d} が $D_2 \div 0.15$ に近づくと流速係数は無限に大きくなる。

上記のように、 u_2/u_{*d} と ω_0/u_{*d} との理論的な関数が導かれたが、以後の展開を容易にするため、式 (50) あるいは 図-8 に示す関係を、次式に示すように関数表現にしておく。

$u_2/u_{*d} = F(\omega_0/u_{*d}) \dots\dots\dots (54)$

(5) 流れの特性量について

前節までの議論によって、水理条件として流入泥水流量 q 、流入泥水と清水との密度差 δ_0 、粒子沈降速度 ω_0 、水路勾配 i および粗度高さ k が与えられると、流れの特性量、すなわち流速 u_1 および u_2 、泥水密度流の層厚 d_1 および d_2 、水路底面および境界面における摩擦速度 u_{*b} および u_{*d} 、さらに密度分布が算定される。すなわち、未知量 6 個に対して、次に列記するような 6 個の独立な式によって流れの特性量が求められる。

$u_1/u_{*b} = A_r + (\ln d_1/k - 1)/\kappa_1 \dots\dots\dots (19)$

$u_2/u_{*d} = u_m/u_{*d} - b_1 \dots\dots\dots (22)'$

$u_{*b} = \alpha d_1^{1/2} \dots\dots\dots (20)$

$u_{*d} = \left\{ 1 - (b_4 - b_5) \frac{\beta}{\kappa_2} \frac{\omega_0}{u_{*d}} \right\}^{1/2} \alpha d_2^{1/2} \dots\dots (24)'$

$u_1 d_1 + u_2 d_2 = q \dots\dots\dots (49)$

$u_2/u_{*d} = F(\omega_0/u_{*d}) \dots\dots\dots (54)$

ここに、

$u_m = (A_r + 1/\kappa_1 \cdot \ln d_1/k) \alpha d_1^{1/2} \dots\dots\dots (23)'$

$\alpha = (\delta_0 g i / \rho_f)^{1/2} \quad (\because \delta_0 / (\rho_f + \delta_0) \div \delta_0 / \rho_f) \dots\dots\dots (55)$

である。なお式番号に ()' をつけたものはもとの式を若干変形したものである。

まず、式 (23)' を用いて式 (22)' から u_m を消去し次に、式 (20)' を用いて u_{*b} を消去する。さらに、

式 (24)' を用いて d_2 を消去すると、水路底面から最大流速点までの厚さ d_1 および境界面における摩擦速度 u_{*d} に関する 2 つの方程式が導かれ、それぞれ次のように示される。

$$\left(A_r + \frac{1}{\kappa_1} \ln \frac{d_1}{k} \right) \alpha d_1^{1/2} = \{ F(\omega_0/u_{*d}) + b_1 \} u_{*d} \dots\dots\dots (56)$$

$$\left\{ A_r + \frac{1}{\kappa_1} \left(\ln \frac{d_1}{k} - 1 \right) \right\} \alpha d_1^{3/2} + \frac{(u_{*d}/\alpha)^2 \cdot F(\omega_0/u_{*d})}{1 - \beta(b_4 - b_5) \omega_0 / (\kappa_2 u_{*d})} = q \dots\dots\dots (57)$$

この両式において、完全粗面乱流の場合を想定し、 $A_r = 8.5$ 、さらに、 $\kappa_1 = 0.4$ とすれば、流れの特性量がすべて求まることになる。すなわち、式 (53) ($\kappa_2 = 0.18$ 、 $\beta = 0.068$) で示される ω_0/u_{*d} の変域内において、式 (56) および式 (57) を満たすように ω_0/u_{*d} の値を適当に仮定して d_1 および u_{*d} を求める。次に、これらの値を用いると、前記の式から他の特性量が求められる。

なお、単位幅量 q などの水理条件と流れの特性量との関係は 4. 章で述べる。

(6) 定常等流域の形成条件について

泥水密度流の流下方向流れを模式的に、図-4 に示したが、等流領域 ㉑ が形成されるために必要な条件に関して若干の考察を行う。

第一の条件は、流下方向への濃度および泥質輸送量が変化しないことである。水路底面への泥質の堆積がないと仮定すると、境界面を通して、みかけ上泥質の輸送があってはならない。したがって、みかけ上、連行速度は 0 でなければならない。連行モデルと、二次元移流拡散モデルとの比較から、みかけ上の連行速度が 0 という条件は、式 (58) で与えられる注4)。

$$\left. \begin{aligned} W_e &= 0 \\ \omega_0 c_d + \epsilon \frac{\partial c}{\partial z} \Big|_{z=d} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (58)$$

ここに、 W_e : 連行速度、 c_d : 境界面における濃度である。式 (58) は連行あるいは、拡散による層厚の増加と泥質の沈降とのつり合いにより層厚が変化しないことを意味する。

領域 ㉑ の形成のための第二の条件は、ある値以上の水深が必要なことである。水深が十分あれば、主流域の流れは水深の影響を受けないが、水深がしだいに減少すると、その影響が現われてくる。このように、水深の影響が現われる領域は、図-4 の領域 ㉒ に相当する。水深の影響を受けないためには、境界面近傍の流れが主流域の流れの特性から規定される必要がある。したがって

注 4) 厳密な式の展開は、何らかの形で発表する予定である。

境界面での速度勾配は,

$$\left. \frac{du}{d\xi} \right|_{\xi=0} = -\frac{u_{*d}}{l_0}$$

でなければならない。一方, $\xi = Nd_2$ における速度勾配は, 式 (47) より,

$$\left. \frac{du}{d\xi} \right|_{\xi=Nd_2} = -\frac{N^2}{4} \frac{3\omega_0/u_{*d} - 2\beta A}{\beta\omega_0/u_{*d}} \cdot \frac{2d_2}{(H' - Nd_2)^2}$$

与えられる。上記の2つの速度勾配の間には, せん断力の直線分布を仮定すると, 次式の条件が必要である。

$$\left| \left. \frac{du}{d\xi} \right|_{\xi=0} \right| > \left| \left. \frac{du}{d\xi} \right|_{\xi=Nd_2} \right| \dots (59)$$

上式より, 次式が導かれる。

$$H > H_{\min} = d_1 + \left\{ 1 + N + \frac{N}{\sqrt{2}} \cdot \left(3 - \frac{2\beta A}{\omega_0/u_{*d}} \right)^{1/2} \right\} d_2 \dots (60)$$

水深が $H_{\min}$ より小さくなると, H が十分大きいときに形成される密度流の形状注5)を保持し, かつ, $0 \leq \xi \leq H'$ において流量が0という条件および境界面において速度勾配の絶対値が最大という定義を満足することが不可能になる。このことは, $H_{\min} > H$ においては, 水深によって密度流の形状が変化することを意味する。したがって, 領域⑩が形成されるためには式 (60) の条件が必要である。

第三の条件は, 領域⑩の流れを維持するために, 泥質を水路床へ堆積させないための流量が必要なことである。式 (53) で示される ω_0/u_{*d} の変域において, 単位幅流量 q は ω_0/u_{*d} の増加関数であり, $D_1 = \omega_0/u_{*d} = 0.094$ ($\kappa_2 = 0.18$, $\beta = 0.068$) のとき, 流量は最小 $q_{\min}$ になる。一方, ω_0/u_{*b} は q の減少関数で, 流量が $q_{\min}$ のとき, ω_0/u_{*b} は最大値をとり, 開水路流れにおける浮遊砂の底面付近の濃度に対して ω_0/u_{*b} が重要なパラメーターであることから類推すると, $q < q_{\min}$ において, 泥質を流れの中に完全浮遊の状態で維持しにくくなることが推察される。このことに関して若干の考察を行なおう。式 (57) において, $\omega_0/u_{*b} = 0.094$, $A_r = 8.5$, $\kappa_1 = 0.4$ とすると, α , ω_0 および k の関数として, $q_{\min}$ は式 (61) のように求まる。

$$q_{\min}(\alpha, \omega_0, k) = \left(6.0 + 2.5 \ln \frac{d_1}{k} \right) \alpha d_1^{1/2} + 17600 \left(\frac{\omega_0}{\alpha} \right)^2 \omega_0 \dots (61)$$

ここに, d_1 は式 (57) より, 次のように求められる。

図-9 ω_0 および α と最小流量との関係

$$\left(8.5 + 2.5 \ln \frac{d_1}{k} \right) \alpha d_1^{1/2} = 169 \omega_0 \dots (62)$$

式 (61) の意義を明確にするため, k を固定し, $q_{\min}$ と α および ω_0 との関係を表わしたのが 図-9 である。図から明らかなように, 泥質の沈降速度が大きくなると $q_{\min}$ は大きくなる。一方, 濃度と勾配の積が増加すると, $q_{\min}$ は減少する。このことは, ω_0 が大きくなると, それだけ大きな流量が必要であり, また, 濃度と勾配の積が増加すると, 流量は小さくてもよいということと対応している。

また, 流量が $q_{\min}$ のとき, 沈降速度と水路底面の摩擦速度との比は, 式 (62) において $\alpha d_1^{1/2} = u_{*b}$ であるから, 次式のようになる。

$$\frac{\omega_0}{u_{*b}} \Big|_{q=q_{\min}} = \left(8.5 + 2.5 \ln \frac{d_1}{k} \right) / 169 \dots (63)$$

上式からも明らかなように, $\omega_0/u_{*b}|_{q=q_{\min}}$ は一定値ではなく, α , ω_0 および k によって若干変化するが, 顕著な変化はみられず, たとえば, 図-9 の ω_0 および α の変化範囲に対して, 次式で示すような範囲で変化する。

$$\omega_0/u_{*b}|_{q=q_{\min}} = 0.08 \sim 0.17 \dots (64)$$

細砂を用いた Durand の二相流の管路実験によると²⁰⁾, 体積濃度 0.15, 0.10 および 0.05 に対して,

$$0.024 \leq \omega_0/u_{*} \quad (u_{*}: \text{管壁の摩擦速度})$$

の場合, Homogeneous Suspension になっている。管路実験と比較するには若干の問題があるが, Durand の結果から考えて, 式 (64) は泥質を流れの中に Homogeneous Suspension の状態で保持する限界に対応しているとみなしてよい。したがって, 領域⑩が形成されるための単位幅流量 q は, 式 (61) の $q_{\min}$ より大きいことが必要である。すなわち,

$$q_{\min} \leq q \dots (65)$$

であり, ω_0/u_{*b} の条件で書き換えると,

$$\omega_0/u_{*b}|_{q=q_{\min}} \leq \omega_0/u_{*b} \dots (66)$$

となる。

注 5) 層厚, 流速および濃度分布形などの意味。

以上、領域⑩の形成のために必要と考えられる条件について考察したが、このほかにも必要な条件が存在するかどうかについては、さらに検討を進めたい。

4. 理論の適用

(1) 水路実験への適用

前章の理論を用いて、 d_1 および d_2 を算定した結果を表-2 に示している。本表によると、実験値と計算値とはかなりよい対応を示しているが、 d_1 に関しては若干大きく、 d_2 に関しては若干小さく算定されている結果が多い。これらの原因として、前者については、完全粗面乱流の条件が満たされていないこと、後者については、領域⑩の流れが達成されていなかったことが考えられる。なお、実験 1-7 および 2-4 は $q < q_{min}$ の条件であった。

u_2/u_{*d} と ω_0/u_{*d} との関係に関する理論値と実験値は図-8 に示すとおりで、両者はかなりよい対応を示しているが、曲線より下方にプロットされたデータが多い。これは d_2 が小さめに算定されていることと同じ原因によるもので、流れが発達領域にあったものと考えられる。特に、実験 1-11、1-12、1-13 および 2-7 は発達初期の段階にあったものと考えられ、いずれも $\omega_0/u_{*d} < 0.094$ であった。したがって、前述の実験 1-7 および 2-4 のデータおよびこれらのデータは図-8 から除かれている。

図-10 および 図-11 には、領域⑩の流れが達成されていると考えられる流速および濃度分布の実験値と理論値との比較が示されている。図-10 に示す実験 1-1、1-2 および 1-6 に関しては、境界面までの両者の対応は非常によいが、境界面より上方では理論値の方が小さな流速を与えている。実験 2-2、2-3 および 2-

図-10 流速分布に関する理論値と実験値との比較

5 に関しては、前者のものよりかなりよく一致している。図-11 に示す濃度分布の比較においても流速分布の場合とほぼ同じような傾向、すなわち、水路底面から境界面間の理論値と実験値とはよく一致しているが、上方へいくと共に理論値の方が小さくなる傾向がある。この原因として、中央粒径よりも小さな粒子が境界面上方に多量浮遊し、流速や濃度分布に影響を及ぼしていることや、拡散係数および渦動粘性係数の値が若干小さめに

図-11 濃度分布に関する理論値と実験値との比較

推定されている可能性、また、主流層厚の推定の問題、さらに、実験値の精度の問題などが考えられる。

以上、理論値と実験値との比較検討を行ったが、細かい問題点を除けば、ほぼ満足すべき結果が得られたものと考えられる。

(2) 貯水池規模での泥水密度流の略算

実際の貯水池での泥水密度流を論ずるには、流入、流出および流れの場の条件などを考慮しなければならない。

洪水流は短時間を対象にすれば、定常的であるとみなしてもよい場合が少なくなく、また、密度流が形成された場合、その先端がダムに到達し、その影響が上流側のある地点まで影響を及ぼす時間内においては、前章の理論を適用して流れの規模を推定しても大きな誤りはないものと考えられる。

本節においては、大きな洪水を念頭におき、上記の制限条件を満たす範囲で、貯水池規模における泥水密度流の一部の特性に関して述べる。

水理および場の条件として、昭和 44 年 8 月の豪雨による黒部湖の災害に関する調査報告²¹⁾を参考にして、次のようなものを用いる。

- ① 水温を 15°C とし、粒子径を 100μ とすると、沈降速度はストークスの式から、 $\omega_0 = 0.787\text{ cm/sec}$ となる。
- ② 流入泥水濃度は体積比 5% とする。この場合、水温分布の影響は無視できる。
- ③ 流水断面を長方形断面とし、考えている地点での全水深は 80 m 以上とし、河床勾配 $i = 0.0167$ とする。また、河床粗度は浮遊粒子径の 10 倍とし、 $k = 0.1\text{ cm}$ とする。

図—12 単位幅流量と流れの特性量との関係

さて、①, ②, ③の条件を用いて、単位幅流量と流速、層厚および摩擦速度との関係に前章の理論を適用した結果を図—12 に示す。図から明らかなように、 q が大きくなるとともに、 d_2 および u_{*d} は若干減小するが、さらに大きくなると一定値に近づく。一方、 d_1 , u_1 , u_2 および u_{*b} は q の増加とともに増大し、 q が無限に大きくなると、これらの特性量も無限に大きくなるが、これらの上限値は必要最小全水深 $H_{\min}$ によって規定される。また、流量の下限値は $q_{\min}$ によって規定される。

黒部湖において、洪水時に洗掘領域となった断面の単位幅流量を、洪水継続時間の平均をとり、 $q = 2.96 \times 10^4$ とすると、これに対応したおのおのの特性量は、図示のごとく、

$$u_1 \approx 250, u_2 \approx 268\text{ cm/sec}, u_{*b} \approx 11,$$

$$u_{*d} \approx 5.6\text{ cm/sec}, d_1 \approx 90, d_2 \approx 28\text{ cm}$$

となる。かりに、このような規模の密度流が短時間でも形成されたとすれば、土砂輸送に関して泥水密度流の果たす役割は非常に重要であろう。

5. 結 語

以上、泥水密度流に関して、理論的・実験的研究を行い、定常等流状態の下層密度流が形成される条件ならびにその流れ特性に関して考察を行った。得られた主要な結果および今後に残された問題と発展の方向を記して結語とする。

(1) 泥水のような沈降速度を持った浮遊物を多量含むことによって形成される密度流では、塩水密度流の場合と異なり、乱流混合が支配的な流れにおいても連行加入現象がほとんどない等流状態が形成される。これは境界面における粒子の沈降と拡散のつり合いのために生ずるものであって、泥水密度流の大きな特徴である。

(2) 上述の等流密度流が形成される条件は、式 (58), (60) および式 (65) で与えられることを明らかにした。

(3) gradient form Richardson 数が z 方向に一定という仮定と混合距離理論を用いて等流密度流の理論解析を行うとともに、境界面における混合距離 l_0 と d_2 の関係ならびに混合距離の分布を実験的に求めて、流速分布や密度分布を算定する式を提案し、これが実験値と比較的よく一致することを示した。

(4) 泥質の連続式と濃度の平衡条件式から、 u_2/u_{*d} が ω_0/u_{*d} に規定されることを導くとともに、諸式を整理して、単位幅流量、流入泥水とまわりの流体との密度差、粒子沈降速度、水路勾配および河床粗度高さを既知量として、密度流の特性量すなわち、 d_1 , d_2 , u_{*b} , u_{*d} ,

u_1 および u_2 を算定する方法を明らかにした。

このように、定常等流状態での泥水密度流の特性がかなり明らかにされたが、今後さらに研究すべき問題および発展の方向をまとめると、次のとおりである。

(1) 本論で明らかにした境界面における混合距離 l_0 と d_2 との関係が、さらに広い範囲の水理条件について適用できるかどうか検討することが必要である。また、混合距離の分布や κ_1 に関しても同様な検討が必要である。こうした点については密度勾配を有する流れの乱れ特性を直接測定して検討することが望ましい。

(2) $u_{*b} < u_{*d}$ の条件では、領域 $0 \leq z \leq d_1$ においても沈降速度の影響が現われる可能性があるため、本論で示した $\delta(z) \equiv \delta_0$ ($0 \leq z \leq d_1$) の適用限界についての考察が必要である。

(3) 実際の貯水池では温度躍層の存在や境界条件の影響ならびに非定常性の影響などが現われて、非常に複雑な流れになることが予想される。したがって、それぞれの影響を究明していくことが必要である。

泥水密度流の研究は比較的少ないが、最近問題になっている貯水池における濁りの問題や堆砂の問題と密接な関係を持っていると考えられるので、今後さらに研究を進めていきたい。

最後に、本研究に対して種々討議していただいた京都大学防災研究所 高橋 保助教授、実験および資料整理に御協力いただいた吉田義則技官に深謝する。

記 号

A : δ_d と δ_2 との比 ($A = \delta_d / \delta_2$) を示し、 ω_0 / u_{*d} の関数であり、本文式 (40) で表わされる。

A_r : 粗面上の対数型流速分布式において、 $u_{*b} \cdot k / \nu$ の関数値

G : 境界面における速度勾配

H : 全水深で、水路底面から自由表面までの高さ。

H' : $H' = H - d$

Ⓜ: 泥水層と清水層との鉛直混合が存在する領域

N : $\xi = Nd_2$ は流速 0 点の位置であり、 N は本文式 (45) で表わされる。

Ⓞ: 泥水が自由表面をもって流下する領域

R_f : gradient form Richardson 数で、本文式 (33) で表わされる。

Ⓢ: 定常等流状態の下層密度流が形成される領域 b_1, b_2, b_3, b_4, b_5 : 流速および密度分布の積分操作による平均化過程で生ずるところの定数

c_0 : 流入泥水の微細粒子の重量濃度

c_d : 境界面における微細粒子の重量濃度

d : 主流層厚で、水路底面から境界面までの厚さ

d_1 : 水路底面から最大流速点までの厚さ

d_2 : 最大流速点から境界面までの厚さ

g : 重力の加速度

i : 水路底面勾配

k : 水路床面の粗度高さ

l_0 : 境界面におけるプラントルの混合距離

q : 流入泥水の単位幅流量

$q_{\min}$: 定常等流状態が形成されるための最小流量

u : 領域 $0 \leq z \leq d$ における平均流速

u_1 : 領域 $0 \leq z \leq d_1$ における平均流速

u_2 : 領域 $d_1 \leq z \leq d$ における平均流速

u_d : 境界面 $z = d$ における流速

u_m : 最大流速、すなわち $z = d_1$ における流速

u_{*b} : 水路底面における摩擦速度

u_{*d} : 境界面における摩擦速度

x : 水路底面に沿って流下方向を正の向きにとった座標軸

z : 水路底面から鉛直上向きを正にとった座標軸で $z = 0$ は水路底面になる。

α : $\alpha = (\delta_0 g i / \rho)^{1/2}$

β : $\beta = l_0 / d_2$

δ_0 : 流入泥水と清水 (まわりの流体) との密度差

δ_2 : 領域 $d_1 \leq z \leq d$ における流水 (泥水) と清水との密度差

δ_d : 境界面における流水と清水との密度差

ε : 渦動粘性係数

κ_1 : カルマン定数

κ_2 : 領域 $d_1 \leq z \leq d$ におけるプラントルの混合距離の分布を規定する係数

ν : 動粘性係数

ξ : 境界面から鉛直上向きにとった座標軸で、 $\xi = z - d$ である。 $\xi = 0$ は境界面の位置である。

ρ : ある位置の流水の密度

ρ_f : 清水 (まわりの流体) の密度

σ : 粒子比重

τ_b : 水路底面におけるせん断応力

τ_d : 境界面におけるせん断応力

ω_0 : 粒子沈降速度

参 考 文 献

- 1) Ippen, A.T. and D.R.F. Harleman: Steady-State Characteristics of Subsurface Flow, Gravity Waves Symposium, Circular No. 521, N.B.S., pp. 79~93, 1952.
- 2) Keulegan, G.H.: Laminar Flow at the Interface of two Liquids, RP 1591, N.B.S., Vol. 32, pp. 303~327, 1944.
- 3) Geza, B. and K. Bogich: Some Observation on Density Currents in the Laboratory and in the Field, Porc. Minesota International Hydraulics Convention,

- Univ. Minnesota-Minneapolis, Minnesota, pp. 387~400, 1953.
- 4) Task Committee : Sediment Transport Mechanics, Density Currents, Jour. Hydraulics Div. Hy 5, Vol. 89, pp. 77~87, 1963.
 - 5) Harleman, D.R.F. : Stratified Flow, Hand Book and Fluid Dynamics, Section 26, pp. 26-1~26-21, McGraw-Hill, 1961.
 - 6) Middleton, G. V. : Experiments on Density of Turbidity Currents, II. Uniform Flow of Density Currents, Canadian Jour. Earth Sciences, Vol. 3, pp. 627~637, 1966.
 - 7) 芦田和男・高橋 保・江頭進治 : 泥水密度流に関する基礎的研究(第2報), 第28回年次学術講演会, pp. 365~366, 昭和48年10月.
 - 8) Stefan, H. : High Concentration Turbidity Currents in Reservoirs, Proc. 15th Con. of IAHR, Vol. 1, pp. A 44-1~A 44-12, 1973.
 - 9) Howard, C.S. : Density Currents in Lake Mead, Proc. Minnesota International Hydraulics Convention, Univ. Minnesota-Minneapolis, Minnesota, pp. 355~368, 1953.
 - 10) Komar, P.D. : The Competence of Turbidity Current Flow, Geol. Soc. of American Bull. Vol. 81, pp. 1555~1562, 1970.
 - 11) Holmes, A. : Marine Sediment and the Ocean Floor, Principles of Physical Geology, pp. 864~870, Nelson, 1965.
 - 12) たとえば Simpson, J.E. : Effects of the Lower boundary on the head of a gravity current, Jour. of Fluid Mech, Vol. 53, P. 4, pp. 759~768, 1972.
 - 13) 芦田和男・江頭進治 : 泥水密度流に関する基礎的研究(第3報)―発生条件について―, 昭和49年度関西支部年次学術講演会, pp. II-26-1~26-2, 昭和49年5月.
 - 14) 江頭進治 : 泥水密度流に関する基礎的研究, 京都大学修士論文, 昭和48年3月.
 - 15) 芦田和男・高橋 保・江頭進治 : 泥水密度流に関する基礎的研究(第1報), 昭和48年度関西支部年次学術講演会, pp. II-29-1~29-4, 昭和48年6月.
 - 16) Lofquist, K. : Flow and Stress near an Interface between Stratified Liquids, The Phy. of Fluids, Vol. 3, pp. 158~175, 1960.
 - 17) Kato, H. and O.M. Phillips : On the penetration of a turbulent Layer into Stratified Fluids, Jour. of Fluids Mech., Vol. 37, pp. 643~655, 1969.
 - 18) Yalin, M.S. : Mechanics of Sediment Transport, pp. 25~36, Pergamon Press, 1972.
 - 19) Lumley, J.L. and H.A. Panofsky : The structure of Atmospheric Turbulence, pp. 59~75, John Wiley & Sons, 1964.
 - 20) Mih, W.C. : Sedimentation, Symposium to Prof. H. A. Einstein, pp. 24-1~24-23, Edited and Published by H.W. Shen, Colorado State Univ., P.O. Box 606 Fort Collins, Colorado, U.S.A., 1972.
 - 21) 京都大学防災研究所, 富山地区災害調査グループ, 昭和44年8月水災害の総合的調査研究, 研究報告, 2. 富山地区災害, pp. 39~93, 1970.

(1974.7.16・受付)