水で飽和されたモルタルの圧縮破壊および 疲労特性に関する基礎的研究

A FUNDAMENTAL STUDY OF FAILURE AND FATIGUE OF MORTAR IN WATER

田 政 範*・島 田 静 雄**

By Cheong-Beom CHEON and Shizuo SHIMADA

1. ま え が き

コンクリートは、巨視的にみると、セメント、砂、砂利の 3 つの相からなり、これらに水を含めていくつかの微視的な相が加わってできた集合体であると考えられるが、そのために、コンクリートの強度および変形特性はこれらの各成分に依存し、また、それらの成分によって形成される内部組織の特徴に深い関係があるものと思われる。

とりわけ、鋼などと比較して、コンクリートのきわだった組成的特徴を指摘するならば、その内部に多量の空隙と水分を含んでいるということであろう。また、この空隙は、実際に水中に置かれるコンクリート構造物を考えると、コンクリートの空隙は水中において多量の水分によって満たされていると考えられる。このような水によって空隙が満たされた（あるいは水で飽和された）コンクリートは、そうでない場合と比較して異なった力学的挙動を示すことが予想されるが、このような飽和水に注目した研究はほとんどみられない。ところが実際に、コンクリート橋脚のように、一部が水中に没している圧縮材では、同一部材でありながら上下が異なった環境にあり、強度および変形の性質が異なることは設計上も重要な問題になることが考えられる。

筆者らは、コンクリートの空中・水中の二種の環境がコンクリートの力学的挙動におよぼす影響を調べるために、モルタル円柱供試体を使って基礎的な実験を試みた。実験の方法は二種に大別され、一つは定荷重速度圧縮試験（これを静的試験とよぶ）および低周期繰り返し圧縮試験（これを繰り返し試験とよぶ）である。

実験結果の検討にあたっては、応力-ひずみ-時間関係つまり粘弾性的挙動（レオロジー）に注目するように整

理し、静的試験におけるモルタルの破壊（静的破壊）と繰り返し試験における破壊（疲労破壊）とが同じ理論モデルで説明できるような破損条件を提案した。

2. 実験方法

(1) 供 試 体

静的試験と繰り返し試験に使用した供試体は、直径 10 cm、高さ 20 cm の円柱形で、材料は普通ポルトランドセメントと粒径 5 mm 以下の川砂を Table 1 に示すように配合したモルタルである。

Table 1 Mix-Proportion of Mortar

Max. Size (mm)	Flow (mm)	W/C (%)	Weight of Unit Volume (kg/m ³)		
			W	C	S
5	180±5	55	300	545	1342

供試体の打込みは、実験設備の都合で 5 バッチに分けて行った。打込み後 24 時間で脱型し、材令 28 日まで水中で、その後材令 100 日まで空中（水温・室温 21±3°C、RH ≒ 90%）で養生して、特に水中で試験を行う供試体は試験する 7 日前に水中に戻すようにした。

また、モルタルの物理的性質、すなわち比重、空隙率、吸水率を知るために、供試体の水中重量、表面乾燥重量、絶対乾燥重量を測定した。ただし、水中重量とは供試体を水中に浸した状態の重量 (W_w) で、表面乾燥重量とは水中から取出したばかりの供試体の表面を布でふいて表面の水膜を去除いた状態の重量 (W_a) で、絶対乾燥重量とは電気乾燥炉にて 110°C でほぼ 3 日間乾燥させた状態の重量 (W_d) である。また、十分に炉乾燥したモルタルを乳鉢で完全に粉砕し、細骨材の比重試験に準じた方法によって測定した比重をモルタルの真比重 (r_m) とする。

* 正会員 工修 名古屋大学工学部土木学科 研究生

** 正会員 工博 名古屋大学助教授 工学部土木工学科

Table 2 Physical Properties of Mortar Specimens

Number of Batch	Gravity of Air-dry 100 days (g)	Gravity of Sur.-dry 28 days (g)	Gravity of Sur.-dry 100 days W_b (g)	Gravity in Water 100 days W_c (g)	Volume $V=W_b-W_c$ (cm ³)	Specific Gravity W_b/V	Absorption $(W_b-W_a)/W_a$ (%)	Porosity $(V-\frac{W_a}{2.52})/V$ (%)
1	3 315	3 373	3 359	1 797	1 562	2.15	11.0	23.2
2	3 289	3 358	3 334	1 772	1 562	2.13	10.2	23.2
3	3 317	3 386	3 377	1 813	1 564	2.16	11.6	23.2
4	3 308	3 375	3 361	1 796	1 565	2.15	11.1	23.3
5	3 280	3 349	3 339	1 773	1 567	2.13	10.4	23.4
Average	3 302	3 368	3 354	1 790	1 564	2.15	10.9	23.3

Table 3 Compressive Strength of Mortar at Age of 28 days

Batch	1	2	3	4	5
σ_{28} (kg/cm ²)	312	322	268	341	266
	299	285	255	316	326
	316	305	325	341	312
Ave.	309	304	282	333	301

Table 4 Analysis of Variances of Compressive Strength of Mortar at Age of 28 days

	df	ss	ms	F
Between	4	3 944	986	$1.64 <_{95} F_{10}^4$ = 3.48
Within	10	6 008		
Total	14	9 872		

Table 5 Compressive Strength Mortar at Age of 100 days

	Air	Water
σ_{100} (kg/cm ²)	407	360
	409	390
	416	364
	430	355
	400	346
	409	374
Ave.	412	365

すなわち、供試体の比重 (r)、空隙率 (p)、吸水率 (w) を次式のように表わすことにする。

$$\left. \begin{aligned} \text{比 重} \quad r &= W_a / (W_a - W_w) \\ \text{空隙率 (\%)} \quad p &= 100(V - W_d / r_m) / V \\ \text{吸水率 (\%)} \quad w &= 100(W_a - W_d) / W_d \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 V ：供試体のみかけの体積 ($W_a - W_w$)

式 (1) で表わされる物理的性質および材令 28 日、100 日の圧縮強度、また、バッチ間の強度のばらつきを分散分析によって検定した結果などを **Table 2~5** に示す。

(2) 測定方法

供試体への載荷は、100 t 万能試験機 (島津 RH-100 型) および自動負荷制御装置によって、荷重速度を一定に制御して行った。また、水中における供試体への載荷

Photo. 1 Method of Loading in Water

方法は、底板が鋼でできたアクリル樹脂容器に水を満たして、この中で荷重を加えるように工夫した (**Photo1** 参照)。

ひずみの測定は、供試体の側面の相対する中央 2 箇所に、電気低抗線ひずみゲージ (共和 KC-70-A 1) を接着剤 (PC 12, CC 15) によって張り付け、特に、水中の供試体に対しては防水性・絶縁性を考えて十分にコーティングを行った。ひずみの記録は、荷重速度が比較的速い場合を対象にしていること、また、応力-ひずみ-時間関係、特に破壊付近の様子を正確に知りたいことから、データーレコーダ (共和 RTP-100 A 型)、ストレインアンプ (三栄 W 613-試作型)、オシログラフ (三栄 FR-102 型) などの電子計測機器を使用して行った。

こうして、静的試験は、5 種類の荷重速度 (それぞれ毎秒 0.166, 2.49, 4.97, 9.94, 19.88 kg/cm²) について、それぞれ 3~4 個ずつの合計 35 個の供試体に対して、一方、繰返し試験は、静的試験の 5 種類の荷重速度のうち毎秒 19.88 kg/cm² を除いた他の 4 種類について、また、空中あるいは水中の圧縮強度の 80 および 90 % を上限とする荷重振幅について、合計 25 個の供試体に対して行った。特に、繰返し試験の一部の供試体については、超音波伝播速度測定器 (開発電子測器 SLS 1002-D 型) によって、疲労に伴う内部損傷の累積の様子を検討した。

3. 実験結果と考察

(1) 単軸圧縮応力-軸ひずみ-時間の関係

1) 圧縮強度, 最大圧縮ひずみ, ヤング係数

静的圧縮荷重下の軸ひずみと横ひずみをオシログラフに再生した結果の一例を **Fig. 1** に示す。これから、応力-ひずみ-時間の相互の関係を読み取り整理した。

圧縮強度 (σ_u) と破壊に至るまでの要した時間 (破壊時間 t_u) との関係は, **Fig. 2** に示すように, 相関性があると考えられる。この場合の実験式は **Table 6** の式 (1) に示す。ここに, 実験式を求める際には直交多項式による回帰分析を行って¹⁾, 物理量の間の相関性を検定して判断の目安とした。その際, 一部のものについては棄却されたものもあったが, 空中と水中との比較のためにあるいは図から直接判断して実験式を求めた。また, **Table 6** の左側は空中の場合で, 右側が水中の場合であり, 式の番号に付記した (a) は空中, (w) は水

Fig. 1 Strain Time Relationship during Loading (in Air)

Fig. 2 Relationship between σ_u and t_u

中の場合を示している。一次多項式を示した場合にはその信頼限界の定数部分を, その他の場合には平均値と標準偏差を示した。

Table 6 の式 (1) に関して, 圧縮強度を逆数で表わし変形すると,

$$\left. \begin{aligned} \text{空中: } 1/\sigma_u &= (2.291 + 0.098 \log t_u) \times 10^{-3} (\text{cm}^2/\text{kg}) \\ \text{水中: } 1/\sigma_u &= (2.711 + 0.185 \log t_u) \times 10^{-3} (\text{cm}^2/\text{kg}) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

である。すなわち, 圧縮強度と破壊時間との間には, ガラスの破壊に関して Glathart らが得た実験式あるいは Taylor, Eyring, Hodgdon らの速度過程論の立場に立った理論式²⁾などと同様な関係がある。このような関係についてはすでに畑野がコンクリートの実験から指摘している³⁾。

最大圧縮ひずみ (ε_f) とヤング係数 (静的ヤング係数 E_s) は, **Table 6** の式 (2), (4) に示されるように,

Table 6 Experimental Analysis of Mortar Specimens

In the Case of Tests in Air				In the Case of Tests in Water			
No.	Equations from Experiments	Conf. Limit	F-Test	No.	Equations from Experiments	Conf. Limit	F-Test
1-a	$\sigma_u = 438 - 17.8 \log t_u (\text{kg/cm}^2)$	± 6.62	$14.8 >_{99} F_{18}^1$	1-w	$\sigma_u = 370 - 23.8 \log t_u (\text{kg/cm}^2)$	± 9.60	$13.2 >_{99} F_{18}^1$
2-a	$\varepsilon_f = 3.323 \pm 484 (10^{-6})$	—	$0.08 <_{95} F_8^1$	2-w	$\varepsilon_f = 2.513 \pm 432 (10^{-6})$	—	$0.10 <_{95} F_8^1$
3-a	$t_u = 382 (\dot{\sigma}_u)^{-0.042} (\text{sec})$	± 0.170	$76.2 >_{99} F_8^1$	3-w	$t_u = 304 (\dot{\sigma}_u)^{-0.080} (\text{sec})$	± 0.182	$63.5 >_{99} F_8^1$
4-a	$E_s = 2.27 \pm 0.18 (10^3 \text{kg/cm}^2)$	—	$2.09 <_{95} F_{18}^1$	4-w	$E_s = 2.24 \pm 0.22 (10^3 \text{kg/cm}^2)$	—	$0.26 <_{95} F_{18}^1$
5-a	$\dot{\varepsilon}_z = 5.18 (\dot{\sigma}_u)^{0.062} (10^{-6}/\text{sec})$	± 194	$59.7 >_{99} F_8^1$	5-w	$\dot{\varepsilon}_z = 5.23 (\dot{\sigma}_u)^{0.023} (10^{-6}/\text{sec})$	± 0.229	$32.2 >_{99} F_8^1$
6-a	$\dot{\varepsilon}_r = 1.02 (\dot{\sigma}_u)^{1.001} (10^{-6}/\text{sec})$	± 0.202	$59.5 >_{99} F_8^1$	6-w	$\dot{\varepsilon}_r = 1.29 (\dot{\sigma}_u)^{0.939} (10^{-6}/\text{sec})$	± 0.252	$31.4 >_{99} F_8^1$
7-a	$\sigma_u = 415 + 0.368 (10^6 \dot{\varepsilon}_z) (\text{kg/cm}^2)$	± 12.1	$1.85 <_{95} F_8^1$	7-w	$\sigma_u = 352 + 0.401 (10^6 \dot{\varepsilon}_z) (\text{kg/cm}^2)$	± 17.0	$3.75 <_{95} F_8^1$
8-a	$\varepsilon_{zf} = 20.00 + 22.80 \dot{\sigma}_u (10^{-6}/\text{sec})$	± 33.1	$14.8 >_{99} F_8^1$	8-w	$\varepsilon_{zf} = 48.07 + 16.65 \dot{\sigma}_u (10^{-6}/\text{sec})$	± 30.0	$11.3 >_{99} F_8^1$
9-a	$K_s = 1.24 \pm 0.35 (10^3 \text{kg/cm}^2)$	—	$0.35 <_{95} F_{18}^1$	9-w	$K_s = 1.29 \pm 0.27 (10^3 \text{kg/cm}^2)$	—	$0.12 <_{95} F_{18}^1$
10-a	$G_s = 0.894 \pm 0.112 (10^3 \text{kg/cm}^2)$	—	$0.41 <_{95} F_{18}^1$	10-w	$G_s = 0.934 \pm 0.106 (10^3 \text{kg/cm}^2)$	—	$0.18 <_{95} F_{18}^1$
11-a	$e_{vf} = 1.135 \pm 132 (10^{-6})$	—	$0.01 <_{95} F_8^1$	11-w	$e_{vf} = 830 \pm 316 (10^{-6})$	—	$0.41 <_{95} F_8^1$
12-a	$\sigma_v/\sigma_u = 0.910 - 0.048 \log \dot{\sigma}_u$	± 0.032	$5.45 >_{95} F_8^1$	12-w	$\sigma_v/\sigma_u = 0.839 \pm 0.137$	—	$0.33 <_{95} F_8^1$
13-a	$\varepsilon_v/\varepsilon_f = 0.697 \pm 0.050$	—	$0.03 <_{95} F_8^1$	13-w	$\varepsilon_v/\varepsilon_f = 0.600 + 0.178 \log \dot{\sigma}_u$	± 0.137	$7.58 >_{95} F_8^1$
14-a	$e_v = 3.21 (\dot{\sigma}_u)^{0.967} (10^{-6}/\text{sec})$	± 0.352	$12.8 >_{99} F_8^1$	14-w	$e_v = 3.11 (\dot{\sigma}_u)^{0.951} (10^{-6}/\text{sec})$	± 359	$11.7 >_{95} F_8^1$
15-a	$\sigma_m = 142 + 0.148 (10^6 e_v) (\text{kg/cm}^2)$	± 4.0	$1.80 <_{95} F_8^1$	15-w	$\sigma_m = 116 + 0.256 (10^6 e_v) (\text{kg/cm}^2)$	± 4.4	$3.50 <_{95} F_8^1$

* $_{99}F_{18}^1 = 4.41$, $_{99}F_{18}^1 = 8.28$, $_{95}F_{18}^1 = 4.67$, $_{95}F_{18}^1 = 9.07$, $_{95}F_8^1 = 5.32$, $_{99}F_8^1 = 11.26$

破壊時間との間に明瞭な相関性が認められない。ところで、これまでの解析においては破壊時間との関係に注目してきたが、Table 6 の式 (3) に示されるように、破壊時間は荷重速度 ($\dot{\sigma}_n$) との間に一定の関係が成立っているから、破壊時間を荷重速度に置き換えて考えることもできる。

一方、Spooner⁴⁾, Rüsch⁵⁾, Sparks と Menzies⁶⁾ らの実験によれば、荷重速度が最大圧縮ひずみに著しい影響をおよぼすことが示されている。また、畑野⁷⁾は破壊時間とヤング係数との間にも相関性のあることを示している。このような傾向は、上述した筆者の実験結果からは明らかではなかったが、その理由の一つとして、荷重速度の変化の範囲が他と比較して狭かったことが考えられる。実際に、荷重速度がきわめて遅い圧縮試験の代わりに実施したクリープ破壊試験の結果⁷⁾を合わせて考えると、荷重速度が小さくなると最大圧縮ひずみは大きくなり、ヤング係数は小さくなるといえる。

圧縮強度とこれに対応する最大圧縮ひずみをプロットすると Fig. 3 に示すとおりである。これをみると、圧縮強度および最大圧縮ひずみは、空中に比較して水中の方が小さく、それぞれの比率は 85%, 76% である。これらの値のばらつきをみると、水中の方が空中より大きく、最大圧縮ひずみの方が圧縮強度より大きい。水中における圧縮強度の低下は、Mills⁸⁾, Cook と Haque⁹⁾ らが明らかにした湿潤弱化的現象と類似しているが、実験方法が異なっている。すなわち、彼らは高温乾燥したコンクリートを再浸潤した場合の強度低下を明らかにしており、筆者らの場合は標準温度で養生した水中における実験である。しかしながら、強度低下の原因については、同様に、モルタルあるいはコンクリートの内部に吸着する水のために、その表面エネルギーが減少することが考えられる。

2) ひずみ速度

破壊応力のほぼ 60% 以下の範囲における軸ひずみ (ϵ_z) と横ひずみ (ϵ_r) の平均速度 ($\dot{\epsilon}_z, \dot{\epsilon}_r$) を実験値から求め、荷重速度に対してプロットすると Fig. 4 に示

Fig. 3 Relationship between σ_u and ϵ_f

すとおりである。これからひずみ速度 $\dot{\epsilon}_z, \dot{\epsilon}_r$ は、荷重速度との間にほぼ一定の関係が成立つといえるが、これらの実験式は、Table 6 の式 (5), (6) に示すように与えられる。Fig. 4 の直線の傾きは、水中の方が空中より小さく、横ひずみの方が軸ひずみより小さい。このように、荷重速度がひずみ速度におよぼす影響は、ひずみの成分あるいは飽和水によって異なっている。

上述した軸ひずみ速度に対して圧縮強度をプロットすると、Fig. 5 に示されるように、両者の間にはほぼ直線によって近似することのできる関係が成り立っているといえる。すなわち、このような関係を式で表わすと、Table 6 の式 (7) に示すとおりである。これらの関係

Fig. 4 Relationship between $\dot{\epsilon}$ and $\dot{\sigma}_n$

Fig. 5 Relationship between σ_u and $\dot{\epsilon}_z$

は圧縮強度がひずみ速度に比例することを意味している。

一方、破壊応力の 95~100% における軸ひずみ速度の平均値 ($\dot{\epsilon}_{zf}$) を、荷重速度に対してプロットすると、**Fig. 6** に示されるように、両者の間には **Table 6** の式 (8) によって表わされる関係が成り立つことがわかる。すなわち、破壊付近の軸ひずみ速度もまた、**Fig. 4** に示した破壊応力のほぼ 60% 以下の範囲におけるひずみ速度の場合と同様に、荷重速度との間に一定の関係が成り立っている。

Fig. 6 Relationship between $\dot{\epsilon}_{zf}$ and $\dot{\sigma}_n$

(2) 等方成分と偏差成分に関する応力-ひずみ-時間の関係

1) 体積変形と形状変形

一般に、変形が弾性的であっても粘弾性的であっても線形重ね合わせを許せるくらいに十分小さく、かつ、材料が等方性であるならば、応力とひずみは等方成分と偏差成分に分解することができる。いま、単軸圧縮応力 (σ_n) と軸ひずみ (ϵ_z)、横ひずみ (ϵ_r) が与えられれば、これらの間には次のような関係が成立つ¹⁰⁾。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_n &= 3K e_v, & e_v &= \epsilon_z + 2\epsilon_r \\ \sigma_n &= 2G e_0, & e_0 &= \epsilon_z - \epsilon_r \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

ここに、

K, G : 体積弾性係数, せん断弾性係数

e_v, e_0 : 体積ひずみ, 形状ひずみ

また、ヤング係数 (E) とポアソン比 (ν) は、パラメーター K, G によって次のように表わすことができる。

$$\left. \begin{aligned} E &= 9KG/(3K+G) \\ \nu &= (3K-2G)/2(3K+G) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

実験結果の等方成分と偏差成分に関する応力-ひずみ関係 (便宜的に応力軸は単軸圧縮応力 (σ_n), ひずみ軸は体積ひずみ (e_v) と形状ひずみ (e_0) を示した) の代表的一例を **Fig. 7** に示す。図中で丸印が実験値であり、

Fig. 7 Comparison between Experimental Datas and Visco-elastic Models

実線は後述する計算値を表わしている。実験値をみると、体積変形は破壊応力のほぼ 90% 付近まで直線的であり、その付近に達すると体積ひずみが膨張側に急に大きくなる特異点 (体積降伏点と便宜的によぶ) を経て膨張しながら破壊に至っている。一方、形状変形は全体的に軸ひずみの場合と類似した傾向を示し、体積降伏点付近から形状ひずみが一層大きくなる傾向がみられる。

このような体積変形における特異点について、Brandtzaeg¹¹⁾ はコンクリートの内部組織のゆるみを示すものであると説明しており、Rüsch⁹⁾、横道と角田¹²⁾ はクリープ破壊や疲労破壊との関連性を指摘している。また、Spooner¹³⁾ は膨張計を考案し、これによる測定値と電気抵抗線ひずみゲージによる測定値を比較して、両者に大きな差異がないことを示している。

次に、体積弾性係数とせん断弾性係数 (K_s, G_s , ここに添字 s は静的を意味する) をヤング係数を求める一般的方法と同様にして、**Fig. 7** に示される応力-ひずみ図から求める。これらの弾性係数と荷重速度との間には、ヤング係数の場合と同様に、相関性は認められなかった。**Table 6** の式 (9), (10) をみると、空中と水中との間に大きな差異は認められないといえる。

Table 6 の式 (9), (10) に示した K_s と G_s の平均値を式 (4) に代入してヤング係数とポアソン比を計算すると、空中の場合 $E_s = 2.16 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$, $\nu = 0.21$, 水中の場合 $E_s = 2.26 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$, $\nu = 0.21$ である。これらの値を応力-ひずみ図から直接に求めた値と比較するとほぼ一致している。このことから、モルタルの体積変形と形状変形に関する Hooke の法則は、比較的応力度の低い範囲において近似的に成り立つものと思われる。

体積降伏点に関して検討するならば、体積ひずみ (e_{vf}) は荷重速度によらず空中と水中のそれぞれにおいてほぼ一定であるとみなすことができる (**Table 6** の式 (11) 参照)。すなわち、 e_{vf} をこれに対応する圧縮応力 (σ_v) に対してプロットすると **Fig. 8** に示すとおりであ

Fig. 8 Relationship between σ_v and e_{vf}

Table 7 Volumetric Yield Point

	σ_v (kg/cm ²)	e_{vf} ($\times 10^{-6}$)	ν_v
in Air	378 $\pm$ 17	1135 $\pm$ 132	0.259 $\pm$ 0.017
in Water	318 $\pm$ 63	830 $\pm$ 316	0.260 $\pm$ 0.045
Wat./Air	0.84	0.73	1.0

る。また、これらの値の平均値と標準偏差を Table 7 に示す。Fig. 8 と Table 7 から σ_v と e_{vf} の平均値は空中の方が大きく、そのばらつきは水中の方がかなり大きいことがわかる。一方、体積降伏点に関するポアソン比 (ν_v) をみると、Table 7 に示したように、空中と水中との間にほとんど差異がないといえる。

次に、体積降伏点における圧縮応力 (σ_v) および軸ひずみ (ϵ_v) と、破壊時の圧縮応力 (σ_u) および軸ひずみ (ϵ_f) との比、すなわち σ_v/σ_u および ϵ_v/ϵ_f は、荷重速度との関係において空中と水中とでそれぞれ異なっている (Table 6 の式 (12), (13) 参照) が、それらの値は、 σ_v/σ_u : 76~97% (空中および水中)、 ϵ_v/ϵ_f : 60~75% (空中)、50~90% (水中) であった。一方、横道と角田ら¹²⁾によれば、コンクリート (空中) に対して σ_v/σ_u はほぼ 85% であるとしている。この値は筆者らの値のほぼ平均値に相当している。

2) 粘弾性的挙動

一般に、クリープコンプライアンスを $J(t)$ とすると、変動応力 $\sigma(t)$ が作用する際の粘弾性体の応力-ひずみ-時間の関係は、履歴積分の表現を用いて次のように表わされる¹⁴⁾。

$$\epsilon(t) = \sigma(t)J(0) + \int_0^t \sigma(t') \frac{dJ(t-t')}{d(t-t')} dt' \dots (5)$$

いま、体積変形を Kelvin 体によって、形状変形を Maxwell 体によって表わし、作用する応力の履歴を一定速度の単調増加荷重、すなわち、 $t=0$ のとき $\sigma(t)=0$ 、 $t=t$ のとき $\sigma(t)=\sigma_1 t/t_1$ (ここに、 σ_1 は $t=t_1$ のときの応力である) とすれば、体積変形および形状変形はそれぞれ次のように表わされる。

$$\left. \begin{aligned} e_v(t) &= \frac{\sigma_1}{q_0} \left[1 + \frac{q_1}{q_0 t_1} 1(-e^{q_0 t/t_1/q_1}) e^{-q_0 t/q_1} \right] & \text{(対積変形)} \\ e_0(t) &= \frac{\sigma_1}{q_1 t_1} \left(p_1 t + \frac{t^2}{2} \right) & \text{(形状変形)} \end{aligned} \right\} \dots (6)$$

ここに、

$$q_0 = 3 K_K, \quad q_1 = 3 \zeta_K$$

K_K, ζ_K : Kelvin 体の体積弾性係数, 体積粘性係数

$$P_1 = \eta_M / G_M, \quad q_1 = 2 \eta_M$$

G_M, η_M : Maxwell 体のせん断弾性係数, せん断粘性係数

式 (6) による計算値を Fig. 7 に示した実験値と比較すると体積変形は体積降伏点付近までよく一致しており、形状変形は十分であるとはいえないが類似した挙動を示しているといえる。

次に、体積降伏点に至るまでの体積ひずみ速度の平均値 ($\dot{e}_v$) と荷重速度との関係を見ると、Fig. 4 に示したように、軸ひずみおよび横ひずみの場合とほぼ同様な傾向がみられ、その実験式は Table 6 の式 (14) のように表わされる。この体積ひずみ速度に対して圧縮強度をプロットすると Fig. 9 に示すとおりである。両者の関係は Table 6 の式 (15) のように表わされる。ただし、Table 6 の式 (15) の σ_m は平均応力を意味し $\sigma_m = \sigma_n/3$ である。これは Table 6 の式 (7) と同じ形をしているが、M. Reiner が導いている Kelvin 体の破壊時の応力-ひずみ-時間の関係を表わす式¹⁰⁾と同じ形であるといえる。ここに、M. Reiner の式は次のようである。

$$\sigma_f = \sigma_{fs} + \zeta_K \dot{e}_v, \quad \sigma_{fs} = \sqrt{2 E_f K_K} \dots (7)$$

ここに、

σ_f : 破壊応力 (等方成分)

σ_{fs} : 静的負荷時 ($\dot{e}_v=0$) の破壊応力

Fig. 9 Relationship between σ_u and $\dot{e}_v$

E_f : 破壊に抗するひずみエネルギー

式(7)の記号は体積変形に関するものを示しているが、必要ならば他の変形成分に関する記号によって表わすことができる。筆者らの実験式(Table 6の式(15))と式(7)を比較すると、体積粘性係数(ζ_k)は空中と水中に関しそれぞれ 1.48×10^5 , 2.56×10^5 (kg・sec/cm²)のように与えられる。 ζ_k の大きさはFig. 9の直線の傾きの大きさを表わすものであるが、これから、水中の方が空中に比較して ζ_k が大きくひずみ速度の影響を大きく受けることがわかる。

(3) 繰り返し荷重下の応力-ひずみ履歴

繰り返し圧縮荷重下の軸ひずみと横ひずみの履歴をオシログラフに再生した一例をFig. 10に示す。また、繰り返し試験の条件と結果の一部をTable 8に示す。ここに、周期(T)、空中あるいは水中の区別、振幅、疲労破壊の起きた繰り返し回数(疲労寿命 N_f)、圧縮強度(σ_f は疲労破壊の起きた応力度を示し、他方は100回を越えても疲労破壊を生じなかったため荷重を上げて破壊させた時の応力度を示している)右端に示した記号は図中において試験条件の区別をするために用いる。

Table 8の供試体番号20の場合を例に取って応力-ひずみ関係の履歴を図示すると、Fig. 11に示すとおりである。ここに、(a)は単軸圧縮応力-軸ひずみの関係($\sigma_n - \varepsilon_z$)、(b)は体積変形($\sigma_n - e_v$)、(c)は形状変形

Fig. 10 Description of Longitudinal and Lateral Strain during Cycle Load

($\sigma_n - e_v$)、ただし (b), (c) の縦軸には便宜的に単軸圧縮応力をとっている。これらの図を比較すると、形状変形に関する履歴図は軸ひずみの場合と同様な傾向を示しているが、体積変形に関する履歴図はこれらとは異なっており、3サイクル以後は体積ひずみが膨張側に増大する特異現象がみられる。この現象は静的圧縮荷重下にみられた特異点と同様な性質のものであると考えられる。次に、このような履歴特性についてさらに検討してみる。

1) ヤング係数と体積弾性係数

1サイクルのヤング係数($E_{d1} = E_s$)で任意のサイクルのヤング係数(E_{dN})を割った値(E_{dN}/E_{d1})を縦軸

Table 8 Details of Fatigue Test

Specimens No.	Test Condition		Load Amplitude (kg/cm ²)		Cycles to Failure N_f	Comp-Strength (kg/cm ²)		Symbols
	minute cycle T	Air or Water	Lower Limit	Upper Limit		Fail σ_f	did not Fail	
1	4	Air	33	331	95	331		○
2	4	Air	33	331	(683)		427	○
3	4	Water	33	331	20	306		●
4	4	Water	33	331	22	327		●
5	2	Air	33	331	(635)		432	○
6	2	Air	33	331	(200)		415	○
7	2	Water	33	331	31	331		●
8	2	Water	33	331	35	329		●
9	1	Air	33	331	(556)		455	△
10	1	Air	33	331	(754)		407	△
11	1	Water	33	331	9	319		▲
12	1	Water	33	331	19	331		▲
13	1	Water	33	331	6	329		▲
14	0.5	Air	33	331	(794)		442	▽
15	0.5	Air	33	331	(794)		424	▽
16	0.5	Water	33	331	5	329		▼
17	0.5	Water	33	331	3	322		▼
18	0.5	Water	33	331	5	255		▼
19	2.25	Air	33	369	31	338		□
20	2.25	Air	33	369	21	345		□
21	2.25	Air	33	369	10	368		□
22	2.25	Air	33	369	1	358		□
23	2	Water	33	331	13	310		■
24	2	Water	33	331	7	312		■
25	2	Water	33	331	1	259		■

(a) $\sigma_n - \varepsilon_z$ diagram (b) $\sigma_n - \varepsilon_v$ diagram (c) $\sigma_n - \varepsilon_\theta$ diagram

Fig. 11

に、サイクル比 (N/N_f) を横軸にとって、実験値をプロットすると Fig. 12 に示すような図が得られる。ここに、添字 d は繰り返し試験（あるいは動的）を意味する。Fig. 12 に示した実験値は Table 8 のうちの一部の供試体に関するもので、No. 1, 20 (空中), No. 3, 23 (水中) の合計 4 つの場合である。疲労破壊に至るまでのヤング係数の変化を表す曲線形は、水中の方が空中に比較して疲労寿命の前半期における低下が著しい。しかしながら、疲労破壊直前のヤング係数は空中で

Fig. 12 Relationship between E_{dN}/E_{d1} and N/N_f

$1.60 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$ ($E_{dN}/E_{d1} = 0.71$), 水中で $1.59 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$ ($E_{dN}/E_{d1} = 0.73$) であり、両環境における差異はほとんどないといえる。

繰り返し荷重によるヤング係数の変化について、これまでに高周期の場合に 50~60% に低下することが示されており、低周期の場合には、都築と成岡が軽量コンクリートに対し 90~93% に低下することを示している¹⁵⁾。これらの実験結果と筆者らのものを比較すると、実験条件の相違のために断定することは避けなければならないが、高周期の場合に比較して低周期の場合の方がヤング係数の低下が少ないようである。

次に、体積弾性係数に関して、ひずみ軸に対する角度 $\theta = \tan^{-1}(K_{dN} \times 10^{-6})$ を縦軸に、横軸にサイクル数をとって図示すると Fig. 13 に示すとおりである。空中の場合には、体積弾性係数は疲労破壊に近づくとき θ が 90° 以上になって、 K_d が負の値になってしまう。水中の場合には空中に比較して θ あるいは K_d の変化は小さいようである。

2) 軸ひずみ, ポアソン比, 体積ひずみ

$$\theta = \tan^{-1}(K_d \times 10^{-6})$$

Fig. 13 Relationship between θ and N

Fig. 14 Relationship between ϵ_{Nmax} and N

各サイクルにおける軸ひずみの最大値 (ϵ_{Nmax}) をサイクル数に対してプロットすると、Fig. 14 に示すとおりである。Fig. 14(a) は荷重振幅 (A) 33~331 kg/cm² (80%) の場合であるが、疲労破壊を生じた場合 (No. 1) をみると、この曲線形はクリープ破壊曲線と類似しており、疲労破壊を生じなかった他の場合には、100 サイクル付近でほぼ一定値 (2400×10^{-6}) に集まる傾向を示している。一方、Fig. 14 (b) は荷重振幅 (A) の水中の場合 (90%) であるが、すべて疲労破壊を生じており疲労破壊時の軸ひずみの最大値の比較が可能である。すなわち、軸ひずみの最大値は荷重の周期が大きくなる (荷重速度が小さくなる) と大きくなる傾向を示し、これを式で表わすと次のとおりである。

$$\epsilon_f = 2712 + 1157 \log T, T \times 10^{-6} \dots \dots \dots (8)$$

$$0.5 \leq T \leq 4 \text{ min/cycle}$$

疲労破壊時の軸ひずみの最大値は、荷重振幅 (B) 33~369 kg/cm² の空中の場合 (90%) に $3579 \pm 283, \times 10^{-6}$ であり、これは1サイクルのほぼ 1.6 倍、静的破壊時のほぼ 1.1 倍である。水中の場合について平均値

を求めると 2773×10^{-6} であり、これは1サイクルのほぼ 1.6 倍、静的破壊時のほぼ 1.1 倍である。また、水中の疲労破壊時の軸ひずみの最大値は空中のほぼ 78% であるが、これは静的破壊時の水中と空中の最大値の比 (76%) と比較してほとんど差異はないといえる。

一方、畑野¹⁶⁾、都築と成岡¹⁵⁾らは静的破壊と疲労破壊における軸ひずみの最大値はほぼ一致するとしている。しかしながら、筆者らの実験結果からは静的破壊よりも疲労破壊の方が軸ひずみの最大値が大きく、また、荷重速度が小さい (あるいは荷重周期が大きい) ほどその値は大きいといえる。すなわち、一般に破壊に至るまでに荷重を受けている時間が長くなるほど、破壊時のひずみが大きくなると考えられる。このことはすでに述べたように、Spooner⁴⁾、Rüsch⁵⁾、Sparks と Menzies⁶⁾ らの実験結果とも一致した傾向であると思われる。

次に、各サイクルにおける圧縮強度の 40% 付近のポアソン比 (ν_d) のサイクル数に対する変化をみると、Fig. 15 に示すとおりである。Fig. 15 は空中の振幅 (A) の場合 (80%) であるが、100 サイクルをこえても疲労破壊を生じなかった場合にはポアソン比の変化はほとんどみられなかったのに対して、疲労破壊に近づくポアソン比の変化が著しくなることを示している。このようなポアソン比の変化は、横ひずみに注目することが疲労破壊に近づいたことすなわち疲労寿命を知る目安を与えてくれることを示していると思われる。

Fig. 15 Relationship between ν_d and N

各サイクルにおける体積ひずみの最大値 (e_{VNmax}) をサイクル比に対してプロットすると、Fig. 16 に示すように空中と水中との間において異なった曲線が得られる。Fig. 16 には疲労破壊を生じた供試体の一部の場合を示しているが、これから、空中の場合には体積ひずみが最大値に達する時期は水中の場合より早い (疲労寿命に対する比) ことがわかる。Fig. 11 と Fig. 16 にみられる変形の特異点 (静的破壊の場合と同様に体積降伏点とよぶ) に関する体積ひずみ (e_{vf})、軸ひずみ

Fig. 16 Relationship between $e_v N_{\max}$ and N/N_f

Table 9 Volumetric Yield Point

	in Air	in Water	W/A
e_{vf} ($\times 10^{-6}$)	1244 ± 220 (1.1)	1069 ± 355 (1.3)	0.86
e_v ($\times 10^{-6}$)	2277 ± 414 (1.0)	2221 ± 443 (1.0)	1.00
ν_v	0.243 ± 0.026 (1.0)	0.265 ± 0.043 (1.0)	1.10

(ϵ_v), ポアソン比 (ν_v) は, Table 9 に示すような値をとり, 静的破壊の場合と比較すると () 中の数字によって示されるように e_{vf} の水中の場合を除いてあまり差異はないといえる. 一方, 体積降伏点が現われるサイクル数 (N_v) は疲労寿命 (N_f) に対してほぼ一定であるとみなされ, その比は空中の場合 0.126 ± 0.003 , 水中の場合 0.421 ± 0.283 である. したがって, 比較的早い時期に現われる体積降伏点を利用して途中打ち切りデータの疲労寿命を推定することが可能であると考えられる. このようにして推定した疲労寿命を Table 8 に示した. これらの疲労寿命と荷重周期との関係を見ると, 疲労寿命は荷重周期が大きくなると短くなる傾向がみられる. このことは Sparks と Menzies⁶⁾, 畑野ら¹⁷⁾の実験結果と同様な傾向であると思われる.

3) 超音波伝播速度

一般に, 物質中を通過する音波(縦波の弾性波)の速度 (v) と音吸収係数(減衰定数 α) は, 物質の密度 (ρ), 体積弾性係数 (K), せん断弾性係数 (G), 体積粘性係数 (ζ_s), せん断粘性係数 (η), 音の振動数 (ω) などによって, それぞれ次のように表わされる¹⁸⁾.

$$\left. \begin{aligned} v &= \sqrt{\left(K + \frac{4}{3}G\right) / \rho} \\ \alpha &= \frac{2\pi^2\omega^2}{\rho v^3} \left(\zeta_s + \frac{4}{3}\eta\right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (9)$$

Table 10 Material Constants and Coefficients

	Bulk Modulus, K (kg/cm^2)	Shear Modulus, G (kg/cm^2)	Density ρ ($\text{g}\cdot\text{s/cm}^3$)	Frequency of Super Sonic ω (c/s)	Velocity of Super Sonic v (cm/s)	Solid Volume Viscosity, ζ_s ($\text{kg}\cdot\text{s/cm}^2$)	Coefficient of Shear Viscosity, η	Coefficient of Sonic Absorption, α
in Air	1.24×10^5	0.915×10^5	2.19×10^3	50×10^3	3.99×10^5	3.44×10^5	4.80×10^5	3.49×10^5
in Water	1.29×10^5	0.879×10^5	2.19×10^3	50×10^3	4.09×10^5	7.69×10^5	5.00×10^5	4.72×10^5

式 (9) に筆者らが実験的に得た物理定数 (K, G, ζ_s, η) を代入して, v と α を計算すると, Table 10 に示すように, 空中と水中の両者において, 超音波伝播速度測定器によって直接測定した値 (Fig. 17 において $\epsilon_{zr} = 0$ の時の v の値) よりやや小さいが, 比較的良く一致している. 一方, 空中と水中とを比較すると, v は水中の方が大きい, これは音波の速度が空中より水中において速いためであり, また, α は水中の方が大きい, これは粘性係数 (ζ_s, η) が空中より水中において大きいという実験結果と一致するものであると考えられる.

Fig. 17 Relationship between v and ϵ_{zr} Fig. 18 Relationship between v and e_{vr}

次に, 任意のサイクルにおいて荷重を除荷して測定した超音波伝播速度とこれに対応する残留ひずみ (ϵ_{zr}, e_{vr}) とをプロットすると, Fig. 17, 18 に示すとおりである. ここに, プロットした値は Table 8 の供試体 No. 19~25 に関するものである. 軸ひずみの場合には,

Fig. 17 にみられるように両者の間に直線的関係が認められる。一方、体積ひずみの場合には、Fig. 18 にみられるように $v=0.388$ 付近を境にして2つの異なった曲線形を示している。これは体積降伏点の存在によるものであるが、体積ひずみの増加（圧縮側へ）にもかかわらず、超音波伝播速度が低下していることから、体積降伏点は Brandtzaeg¹¹⁾ の指摘したようにモルタルの内部組織のゆるみを表わしていると思われる。また、超音波伝播速度の低下率は静的破壊の場合にはほぼ97%であり、疲労破壊の場合にはほぼ89%である。このことは疲労破壊時の内部損傷が静的破壊時に比較して大きいということを示していると考えられる。

(4) 動的強度理論を適用した破壊条件

これまで示してきたように、静的荷重および繰り返し荷重下のモルタルの破壊は、巨視的な応力-ひずみ、特にそれらの等方成分と偏差成分に注目することによってよく説明することができるとと思われる。応力-ひずみの等方成分と偏差成分に注目する見方は Huber-Hencky の静的強度理論と同じ立場に立つものである。ここに、静的強度理論というのは変形速度の影響を考慮していないことを意味し、これに対し、変形速度の影響を考慮したものを動的強度理論とよんでいる¹⁰⁾。

変形速度（あるいは荷重速度）がモルタルの破壊に関する応力-ひずみに影響をおよぼすことを考えると、静的強度理論によっては十分説明することはできないと思われる。一方、等方成分と偏差成分に関する応力-ひずみ-時間の関係は、Kelvin 体と Maxwell 体によってそれぞれ近似的に表わされることが示されている。したがって、Reiner の動的強度理論¹⁰⁾を適用することが考えられる。すなわち、等方成分と偏差成分を Kelvin 体と Maxwell 体によって近似し、保存仕事の極限值として Huber-Hencky の示した体積変形と形状変形に関するひずみエネルギーを考えた破壊条件が考えられる。これを式で表わすと次のとおりである。

$$\left. \begin{aligned} \int_0^{e_{vf}} K e_v d e_v &= W_v - \int_0^t \zeta_K (\dot{e}_v)^2 dt \geq E_v && \text{(体積変形)} \\ \int_0^{e_{of}} G e_o d e_o &= W_o - \int_0^t \eta_M (\dot{e}_o)^2 dt \geq E_o && \text{(形状変形)} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

ここに、

W_v, W_o : 体積変形、形状変形に関する応力仕事の和

E_v, E_o : 体積変形、形状変形に関する破壊に抗するひずみエネルギー

e_{vf}, e_{of} : 体積ひずみ、形状ひずみの最大値（圧

縮側）

式(10)の右辺第2項は散逸仕事を表わし、供試体になされた応力仕事の和から散逸仕事を除いた残りの部分、すなわち保存仕事であるひずみエネルギーが極限值に達すると破壊に至ることを示している。

式(10)に従って、体積降伏点に至るまでの体積ひずみエネルギー (E_v)、破壊に至るまでの形状ひずみエネルギー (E_o)、体積降伏点に至るまでの形状ひずみエネルギー (E_{ov}) を計算すると、それらの平均値は Table 11 に示すとおりである。これを見ると、水中は空中に比較して静的破壊と疲労破壊の両者においていずれの値もかなり小さくて、一方、疲労破壊の場合は静的破壊に比較して空中と水中の両者において大きいといえる。特に E_{ov} に関する疲労破壊と静的破壊との比が大きい、これは疲労破壊においては体積降伏点に達した後から破壊に至るまでの間の形状変形が、静的破壊の場合に比較してかなり大きいことを示していると考えられる。水中の E_v, E_o が空中に比較して小さいのは、水分の吸着によってモルタルの表面エネルギーが減少し、そのために静的破壊応力が低下するのであると考えられるが、同様な理由によって水中の疲労寿命が、同じ荷重振幅の空中の場合より短くなることについて説明することができると思われる。

Table 11 Isotropic and Deviatoric Components of Stain Work

	Static, g·cm/cm ³		Fatigue, g·cm/cm ³		Fatigue/Static	
	in Air	in Water	in Air	in Water	in Air	in Water
E_v	74	44	87	73	1.18	1.66
E_{ov}	191	133	455	320	2.32	3.32
E_o	751	616	1131	666	1.51	1.08

ところで、Table 11 に示した値は、荷重速度の範囲を筆者らの実験より大きくとった場合（たとえばクリープ破壊に近い状態）には一定値で表わすことはできないように思われるし、また、モルタル以外の材料の場合には異なった値をとることが考えられるのであるが、このような場合についてはさらに検討する必要があると思われる。

4. 結 語

本研究の結論を整理すると次のとおりである。

(1) 水中において単軸荷重を受けるモルタルの強度と変形の性質は、空中における場合と比較して異なったところがみられる。静的試験における単軸圧縮強度と軸ひずみをみると、いずれも水中の方が空中より小さい。また、繰り返し試験における疲労寿命をみると、荷重振幅の絶対値が等しい場合には水中の方が空中よりかなり

小さい。これらの結果は、水中においては水分の吸着によってモルタルの表面エネルギーが減少することが理由として考えられる。

(2) 圧縮強度、ひずみの最大値、疲労寿命などにみられるように、モルタルの強度と変形は荷重速度あるいは時間変数に影響される性質を有している。また、応力とひずみの等方成分と偏差成分に注目することによって、静的破壊と疲労破壊について、両者を関連させて巨視的に説明することができる。このようなことから、単軸圧縮荷重下のモルタルの破壊について、体積変形と形状変形に関するひずみエネルギーを極限值とみなし、変形速度を考慮した破損条件を提案することができると考えられる。

5. あとがき

終りに、本研究にあたって、終始協力して下さった山田岩雄 技官、片山健一、市川治徳氏をはじめ研究室の方々に、また、計算にあたって名古屋大学計算機センターの利用に対し、謝意を表する次第です。

参 考 文 献

- 1) 田口玄一：実験計画法下，丸善，昭和 43-10.
- 2) 森 芳郎：レオロジー，共立出版，昭和 39-8.
- 3) 畑野 正：コンクリートの破壊強度，ひずみ能力，弾性率と破壊時間との関係，土木学会論文集，第 73 号，1961-3，pp. 24-7.
- 4) Spooner D.C. : Stress-strain-time relationships for concrete, Magazine of Concrete Research, Vol. 23, No. 75-76, June-Sept. 1971, pp. 127-131.
- 5) Rüschi H. : Research towards a General Flexural Theory for Structural Concrete, Jour. ACI, Vol. 57, July 1960, pp. 1-28.
- 6) Sparks P.R. and J.B. Menzies : The effect of rate of loading upon the static and fatigue strengths of plain concrete in compression, Magazine of Concrete Research, Vol. 25, No. 83, June 1973, pp. 73-80.
- 7) 市川治徳：モルタルの持続荷重下における変形と破壊に関する実験的研究，名古屋大学工学部土木工学科，1975-2.
- 8) Mills R.H. : Strength-maturity Relationships for Concrete which is allowed to dry, RILEM Sym. Haifa, 1960, pp. 1-15.
- 9) Cook D.J. and M.N. Haque : The effect of Sorption on the Tensile Creep and Strength Reduction of Desiccated Concrete, Cement and Concrete Research, Vol. 14, No. 3, 1974, pp. 367-379.
- 10) Reiner M. : Deformation, Strain and Flow, London, H.K. LEWIS Co. Ltd. 1969. (山田・柳沢訳：レオロジーの基礎理論，コロナ社，昭和 46-6).
- 11) Brandtzaeg A. : Wirkungs weise umschnurter Betondruckkörper Beton und Eisen 31, Jahrgang H. 15, Aug. 1932.
- 12) 横道・角田・鮎田：コンクリートの変形における特異点について，セメント技年 XXIII, 1969, pp. 231-235.
- 13) Spooner D.C. : A dilatometer for measuring the volume changes of concrete under load, Magazine of Concrete Research, Vol. 25, No. 84, Sept. 1973, pp. 173-176.
- 14) Flügge W. : Viscoelasticity, Blaisdell Publishing Company, A Division of Ginn and Company, 1967 (堀 幸夫訳：粘弾性学，培風館，昭和 48-11).
- 15) 都築・成岡：低サイクル荷重下における軽量コンクリートの累積損傷の検討，土木学会論文報告集，第 206 号，1972-10, pp. 125-133.
- 16) 畑野 正：コンクリートの如き脆性体のひずみに立脚した破壊論，土木学会論文集，第 153 号，1968-5, pp. 31-39.
- 17) 畑野 正：周期的圧縮荷重によるコンクリートの挙動，土木学会論文集，第 84 号，1962-8, pp. 19-26，周期的圧縮荷重によるコンクリートの疲労破壊，土木学会論文報告集，第 185 号，1971-1, pp. 51-60.
- 18) 中川・神戸：レオロジー，みすず書房，1970-11.
- 19) 小林昭一：コンクリートの破壊機構，コンクリート工学，Vol. 13, No. 2, Feb. 1975, pp. 1-11.

(1974.7.12・受付)