【討 議】

中川博次 共著 “On a New Eddy Model in Turbulent Shear Flow” への討議
 祢津家久

(土木学会論文報告集第 231 号・1974 年 11 月掲載)

▶ 討議者 (Discussion)

福岡捷二・石川忠晴 (東京工業大学)

By Shoji Fukuoka and Tadaharu Ishikawa

本論文は π 型渦モデルを用いて wall turbulence の特性を定量的に説明しようとするもので、意欲的な試みであり興味深い。しかしながら、式の誘導過程できわめてミクロな記述とマクロな記述とが混在しており、全体として理解しにくい点がいくつか見出されたので、以下の質問および意見を呈する次第である。

1. 前半において π 型渦モデルを提案し複雑な式の変形を行っているが、流れに直角方向に (p. 62, Fig. 3 の x 方向) 軸を持つ渦成分を無視しており、また後半での取り扱いにおいて Stretching による速度変動の項を落としているので (p. 65 式 (33))、結果的には流れ方向に平行でかつ鉛直な面内にある定常な渦管のみで乱流特性を説明していることになる。すなわち、p. 62 から p. 64 までの結果は最終的には活かされていないわけである。ところが Shear flow では現実には流れに直角方向に軸を持つ強い渦が明らかに存在しており、著者らが取り扱っているような渦もあるかもしれないが、それだけで乱流特性を説明するのは無理ではないであろうか。

2. スペクトル密度関数の誘導では p. 65 式 (32) が重要な意味を持っており、p. 66~p. 68 の結果を導く際の根幹となっていると考えられるが、この式の誘導の過程が不明確であるので提示願いたい。また mean effec-

tive viscosity of eddy が $(a^2 + b^2)\omega/2$ であるとの記述があるが (p. 65)、元来 eddy viscosity とは乱れの運動量輸送と平均流との関係を表わすのに用いられ、平均流を記述する際に乱れの効果を含める目的で導入されたものである。したがって、各スケールの乱れの影響の合成されたものについて定義されるのであるが、著者らはこれを個々の渦成分に対して定めようとしており、かなりの意味の拡張がなされている。このことに関して何らかの説明がなされるべきである。

3. π 型渦モデルを各波数について線形に重ね合わせてスペクトル密度関数を導いているが (p. 65 式 (36)~(39))、このような重ね合わせは妥当なものであろうか、乱流を無数の波または渦の合成として表示するのは、乱れを数式で記述する上での便法ではなからうか。すなわち、乱れが全体として力学的関係を満たしているからといって、数学的に分解された個々の波または渦が単独で力学的方程式を満足することにはならないからである。同様の理由により、個々の渦を求めておいて線形に重ね合わせるという著者らの方法には問題があるように思われる。

以上の諸点についてご教示願いたい。

▶ 回答者 (Closure)

中川博次・祢津家久 (京都大学)

By Hiroji Nakagawa and Iehisa Nezu

著者らの論文に対して有益なご討議をいただき、感謝しております。

本来、乱れ現象は強い非線形性の、ランダムな 3 次元変動流であるから、直接運動方程式を解くことは現段階では不可能であって、実験的研究から得られた知見をもとに適切な乱流モデルを考案し、乱れの諸特性をできるだけ説明したり、予測しようとしているのが現状であります。したがって、完全な乱流モデルはあり得ず、自ずと適用限界が存在し、しかも実験的研究が進むに従って

新たなモデルの考案が必要になってきます。著者らの論文は、Willmarth ら⁸⁾や Kline ら¹¹⁾によって定性的に示唆された馬蹄形渦を極度に単純化してその定式化を試みたものであり、多くの不十分な点や改良すべき点があるものと思われます。

以下において、討議内容順に著者らの考えを述べさせていただきます、回答と致したいと思います。

1. すでに存在している Townsend の “attached eddy model”³⁾ や Klebanoff らの “hairpin eddy

model²⁷⁾は流下方向(x 方向)のみに軸を持った渦で構成されており、 z 方向の渦成分は考慮されていないようである。また、Kimら¹⁴⁾の水素気泡法による乱れの可視化の結果でも x 方向の渦成分が z 方向の渦成分よりも顕著に発生するようである。

以上を参考にして、平衡領域以上($y^+ > 100$)³⁰⁾では、 z 方向の渦成分は存在しても、それが乱れ強度に果たす役割は小さいものと考えて簡単のために無視した。渦の成長段階と考えられる壁面領域では³⁰⁾、平均流速勾配(z 方向の平均渦度)も大きく、本論文中的2.(1)で示したようにvortex stretchingに z 方向の渦が貢献していると示唆され、またClark¹⁶⁾の可視化による観察でも z 方向の渦(従来の研究¹¹⁾から $\overline{BC} \equiv \lambda$ とすれば、 $\lambda^+ \approx 100$)の存在が示されている。したがって、討議者らが指摘されたように、 z 方向の渦成分をも考慮に入れた渦モデルの方が優れているのは明らかであるが、本論文はすでに渦が成長して平衡状態に達した場合を取り扱ったものであるから、著者らの簡略化もある程度許されるものと考えられる。

2. および 3. 2. および 3. の討議内容は相互に関連のある基本的な問題であるから、以下一括して著者らの考えを明らかにしたい。

素粒子が「粒子」と「波動」の両面性を持っているのと同様に、乱れも「渦」と「波動」の両面性を保持していると概念上考えた方が取り扱いやすい。しかし、この乱れの性質はあくまでも概念上のものであって、厳密な実体があるわけではなく、討議者らも指摘されているように一種の便法であろう(たとえば、Prandtlの混合距離理論の難点の一つもこれに基づいている)。

しかしながら、前述のように、乱流の運動方程式を解くことができない現状では、たとえ「渦」あるいは「波動」の定義がある程度あいまいなものであっても³⁰⁾、一つのモデルとして容認されるものと考ええる。

さて、渦あるいは波の数学的表現は従来から調和解析を連続量へと拡張したフーリエ解析で行われるのが普通であり²⁴⁾、本研究でもこれを踏襲している。すなわち、乱れを無限フーリエ級数で表わし、その正規直交性を利用して、パワースペクトルに関する限り線形操作を行っても良いと思われる。しかし、フーリエ解析でスペクトルを表現することは、波数間の非線形な相互作用が強い乱流場に対しては自ずと不適当となって、たとえば三

角形状衝撃波でそれを表現しようとする³¹⁾ような試みが必要となるであろう。

ところで、Richardson以来、低波数部と高波数部との相互作用は比較的弱く、考えている波数の前後で主に強い相互作用すなわちエネルギー輸送があるというカスケード概念が一般的に認められているようである¹⁹⁾。

以上のことから、少なくともカスケード・プロセスが存在すると認められる波数間では、ある波数前後(dk) (概念的には一つの渦)の調和解析からその積分を行ってパワースペクトルを求めようとする方法は近似的に妥当であると考えられる。

次に、「大きな渦から小さな渦へのエネルギー輸送はあたかも小さな渦が大きな渦に対して粘性として働く結果生じる仕事であろう」としたHeisenbergの有効粘性の概念²⁴⁾が本論文で使われている。いま、ある渦 ω の有効渦動粘性は $L^2\omega$ (ここで、 L は渦の代表径)であるから、その平均的なものとして $\nu_T \equiv (a^2 + b^2)/2 \cdot \omega$ を採用した。また、円柱形の渦管が ν_T に抗する力は、Oseen則を適用して²⁹⁾ $4\pi\nu_T\vartheta$ (ここで ϑ は渦の代表速度)と近似されるものとする、 ν_T に抗してなされる仕事 W は近似的に $4\pi\nu_T\vartheta^2$ で与えられる。さらに、 $\vartheta^2 = (\bar{u}^2 + \bar{v}^2 + \bar{w}^2)/3$ とその代表速度を表わせば、式(32)が得られる。

そして、この仕事 W が、Heisenbergの概念にしたがって、この渦を通過するエネルギー輸送率 $T(T \approx \epsilon)$ にほぼ等しいと考えて、しかも上述の仮定に伴う不確さを含めて比例定数 K を導入し、式(33)が得られた。なお、以上の仮定の妥当性を直接証明することはできないが、式(48)および(48)'から $K=2.88$ となってそれほど不合理ではないと考えられる。

本論文で扱った π -eddy modelは多くの簡略化があり、改良すべき点も多い。今後、討議者らの有益なご指摘を参考にして、最も興味あるbursting現象などを説明し得るような渦モデルの開発に努めていきたいと考えている。

参 考 文 献

- 30) Nakagawa H., Nezu I. and Ueda H.: Turbulence of open channel flow over smooth and rough beds, Proc. of JSCE, No. 241, pp.155-168, 1975
- 31) Tatsumi T. and Kida S.: Statistical mechanics of the Burgers model of turbulence, Jour. of Fluid Mech., Vol. 55, 1972, pp. 659-675