凹形円曲面上の射流

SUPERCRITICAL FLOW ON THE CIRCULARLY CURVED FACE

渡部 儀三郎*

By Gisabro WATANABE

1. ま え が き

スキージャンプ減勢工の凹形円曲面上の流れは、遠心力の影響を大きく受けるものと考ええる。

水深 h_0 と円曲面の半径 R との比 h_0/R を、水深比とよぶものとする、たとえば、ダムに設けるスキージャンプ減勢工においては、水深比が比較的小さいが、海岸堤防の護岸上部に設けられるパラペットウォール¹⁾ 上の流れは、水深比が大きい場合が多い。

平均流速を v 、水深を h 、水平に対する曲面接線の傾斜角を θ_* 、断面平均の比エネルギーを E とするとき、Jeager は曲面上の流れについて、次式を提案している²⁾。

$$E = \frac{\alpha v^2}{2g} + \lambda h \cos \theta_*$$

ここに、 λ は Jeager の圧力分布補正係数で、凹形曲面のときは $\lambda > 1$ としている。

$\alpha \div 1$ とすると、曲面上の平均流速は次式で表わされる。

$$v = \sqrt{2g(E - \lambda h \cos \theta_*)}$$

本実験においては、水深比の大きい円曲面上の流れの平均流速について実験し、また、円曲面から空中への射出水の射出角についても検討した。

本研究により、水深比の大きい円曲面上の流れの平均流速は、次式で表わされることを提案した。

$$V_m = K\xi \sqrt{2g(E - h \cos \theta_*)}$$

ここに、

ξ : 遠心力係数

K : 平均流速補正係数

上式において $\sqrt{2g(E - h \cos \theta_*)}$ は、水平との傾斜角 θ_* の直線水路床上的流れの平均流速を表わし、これに補正係数 $K\xi$ を乗じ、円曲面上の平均流速とする。また、円曲面終点における接線の水平に対する傾斜角と、

円曲面を通過して空中へ射出する水脈の射出角とは、理論上は一致するはずであるが、水深比の大きい円曲面上の流れの場合は一致せず、偏角 $\Delta\theta$ を生ずる。

スキージャンプ減勢工については、射出偏角の値がかわれば、円曲面から空中への射出方向が変化し、同一の射出流速の場合においても、射出水脈の水平到達距離と最大高度がかわるものと考ええる。

海岸堤防の護岸の上部に設けるパラペットウォールについては、波が護岸に衝突して、護岸をそ上するとき、海水が堤防の背後に越波しないように、パラペットウォールを計画するうえで、この偏角 $\Delta\theta$ が一つの因子となるものと考ええる。

従来、この偏角を無視する場合が多いように考えるが、特に、水深比の大きい円曲面上の流れにおいては、相当大きい偏角を生ずることが考えられるので、これについても実験することとした。

2. 凹形円曲面上の流れ

図-1 に示すように、円弧の始点Aから中心角 θ の位置の断面Ⅲについて、流れの中に円の中心から半径 r の位置に、微小水粒 $ds \times dr \times 1$ の近似的直方体をとる。半径 r の位置の静水圧を p とし、遠心力を考慮して半径方向の力のつり合いを考えると、次式が成立する³⁾。

$$\left(p - \frac{\partial p}{\partial r} \frac{dr}{2}\right) ds - \left(p + \frac{\partial p}{\partial r} \frac{dr}{2}\right) ds + \rho g ds dr \cos(\theta - \varphi) + \rho ds dr \frac{v^2}{r} = 0$$

これより次式が得られる。

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} - g \cos(\theta - \varphi) - \frac{v^2}{r} = 0 \dots\dots\dots (1)$$

水路底の円弧の接線方向に x 軸を、また、円の中心方向に y 軸をとり、 x 軸と y 軸の原点をとる水平線を基準線にとり、損失水頭を無視してベルヌイーの定理を適用する。

* 正会員 高松工業高等専門学校教授 土木工学科

図-1

基準線から円弧始点までの高さを S とし、円弧始点の比エネルギーを E_1 とすると、断面Ⅲについて

$$\frac{p}{\rho g} + y \cos(\theta - \varphi) + \frac{v^2}{2g} = E_1 \pm S = \text{一定} \quad (2)$$

ただし、断面Ⅲの位置が $\widehat{AC}$ 上にあるときは (+) を、また、 $\widehat{BC}$ 上にあるときは (-) をとる。

$r = R - y$ であるから

$$\frac{\partial p}{\partial r} = \frac{\partial p}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial r} = -\frac{\partial p}{\partial y} \quad (3)$$

式 (2) を y について微分すると

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} = g \cos(\theta - \varphi) + v \frac{\partial v}{\partial y} \quad (4)$$

式 (3), (4) を式 (1) に代入し、次式を得る。

$$\frac{\partial v}{\partial y} = \frac{v}{r} = \frac{v}{R - y} \quad \text{また} \quad v(R - y) = \text{一定}$$

水路底面の流速を v_b 、水表面の流速を v_s とし、 x 軸から y の位置の流速を v とすると

$$v_b R = v_s (R - h) = v(R - y) \quad (5)$$

式 (2) において、 $y = h$ のとき $p = 0$ であるから

$$E_1 \pm S - h \cos(\theta - \varphi) - \frac{v_s^2}{2g} = 0$$

$$v_s = \sqrt{2g \{E_1 \pm S - h \cos(\theta - \varphi)\}} \quad (6)$$

式 (5), (6) より

$$v = \frac{R - h}{R - y} \sqrt{2g \{E_1 \pm S - h \cos(\theta - \varphi)\}} \quad (7)$$

単位幅当りの流量 q は、円弧始点から中心角 θ の位置の、断面Ⅲについて

$$\begin{aligned} q &= \int_0^h v dy \\ &= (R - h) \sqrt{2g \{E_1 \pm S - h \cos(\theta - \varphi)\}} \int_0^h \frac{dy}{R - y} \\ &= (R - h) \left(\log_e \frac{R}{R - h} \right) \sqrt{2g \{E_1 \pm S - h \cos(\theta - \varphi)\}} \end{aligned}$$

断面Ⅲの平均流速を v_m とすると

$$v_m = \left(\frac{R - h}{h} \log_e \frac{R}{R - h} \right) \sqrt{2g \{E_1 \pm S - h \cos(\theta - \varphi)\}} \quad (8)$$

円弧の始点をとる断面Ⅰと、終点をとる断面Ⅱの、平均流速を、それぞれ v_{m1} , v_{m2} とすると、図-1 に示すとおり断面Ⅰにおいては $h = h_1$, $\theta = 0$, $S = 0$ であり、また、断面Ⅱにおいては $h = h_2$, $\theta = \theta_0$, $S = S_2$ であるから式 (8) より

$$v_{m1} = \left(\frac{R - h_1}{h_1} \log_e \frac{R}{R - h_1} \right) \times \sqrt{2g \{E_1 - h_1 \cos \varphi\}} \quad (9)$$

$$v_{m2} = \left(\frac{R - h_2}{h_2} \log_e \frac{R}{R - h_2} \right) \times \sqrt{2g \{E_1 - S_2 - h_2 \cos(\theta_0 - \varphi)\}} \quad (10)$$

いま、 ξ を次のようにおき、これを遠心力係数とよぶものとする。

$$\left. \begin{aligned} \xi &= \frac{R - h}{h} \log_e \frac{R}{R - h} = \frac{1 - \frac{h}{R}}{\frac{h}{R}} \log_e \frac{1}{1 - \frac{h}{R}} \\ \xi_1 &= \frac{R - h_1}{h_1} \log_e \frac{R}{R - h_1} = \frac{1 - \frac{h_1}{R}}{\frac{h_1}{R}} \log_e \frac{1}{1 - \frac{h_1}{R}} \\ \xi_2 &= \frac{R - h_2}{h_2} \log_e \frac{R}{R - h_2} = \frac{1 - \frac{h_2}{R}}{\frac{h_2}{R}} \log_e \frac{1}{1 - \frac{h_2}{R}} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

円弧始点、終点および円弧上任意の点の水表面の流速をそれぞれ v_{s1} , v_{s2} , v_s とし、 H , H_1 , H_2 を図-1 に示すように水面からエネルギー線までの高さとする、それぞれの断面の平均流速は次のように表わされる。

$$\left. \begin{aligned} v_m &= \xi v_s = \xi \sqrt{2g \{E_1 \pm S - h \cos(\theta - \varphi)\}} \\ &= \xi \sqrt{2g H} \\ v_{m1} &= \xi_1 v_{s1} = \xi_1 \sqrt{2g \{E_1 - h_1 \cos \varphi\}} \\ &= \xi_1 \sqrt{2g H_1} \\ v_{m2} &= \xi_2 v_{s2} = \xi_2 \sqrt{2g \{E_1 - S_2 - h_2 \cos(\theta_0 - \varphi)\}} \\ &= \xi_2 \sqrt{2g H_2} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

式 (11) のように、遠心力係数 ξ は、水深比 h/R の関数として表わすことができるので、水深比 h/R と遠心力係数 ξ の関係を図示すると、図-2 のとおりである。実験によれば、円曲面終点の平均流速は、水深比 h/R が小さい場合は、式 (12) で求めた値よりわずかに小さい値を示した。これは円曲面の摩擦の影響が大きいと思われる。また、水深比が大きい場合は、平均流速が式 (12) で求めたものより大きい値を示した。水深比が大きくなるにしたがって、円曲面上の流れの水面形が、円

図-2

弧と若干異なる曲面を示すようになり、この傾向は水深比が1に近づくにしたがって、著しくなることが実験により推測せられた。このように水深比の大きい流れは、円曲面の摩擦の影響が小さくなることに加えて、円曲面終点水表面の曲率半径が、円運動と考えたものより大きい値を取り、遠心力の影響が減少するためでないかと推察する。本実験のように、水深比の大きい凹形円弧の縦断面水路の平均流速公式を、次のようにおくものとする。

$$\left. \begin{aligned} V_m &= K\xi v_s = K\xi \sqrt{2g\{E_1 \pm S - h \cos(\theta - \varphi)\}} \\ &= K\xi \sqrt{2gH} \\ V_{m1} &= K_1 \xi_1 v_{s1} = K_1 \xi_1 \sqrt{2g(E_1 - h_1 \cos \varphi)} \\ &= K_1 \xi_1 \sqrt{2gH_1} \\ V_{m2} &= K_2 \xi_2 v_{s2} \\ &= K_2 \xi_2 \sqrt{2g\{E_1 - S_2 - h_2 \cos(\theta_0 - \varphi)\}} \\ &= K_2 \xi_2 \sqrt{2gH_2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (13)$$

ここで、 K, K_1, K_2 は、それぞれ、円弧上任意の断面、円弧の始点断面、円弧の終点断面における、平均流速補正係数とする。

この補正係数と水深比の関係につき実験することとした。

3. 射出水の射出流速と水平到達距離および最大高度

水路の縦断面が、円弧からなる曲線部から、その接線方向の直線部に接続するような水路について、曲線部と直線部の平均流速について考えるものとする。

円弧終点における平均流速は、式(13)により次式で表わされる。

$$\begin{aligned} V_{m2} &= K_2 \xi_2 v_{s2} \\ &= K_2 \xi_2 \sqrt{2g\{E_1 - S_2 - h_2 \cos(\theta_0 - \varphi)\}} \end{aligned}$$

さらに、流れが円弧部から直線部に流入直後の平均流速は、遠心力の影響を受けなくなるから、 $K_2 \xi_2 \div 1$ と考えられ、その平均流速 V_{m2}' は次式で表わされる。

$$V_{m2}' \div v_{s2} = \sqrt{2g\{E_1 - S_2 - h_2 \cos(\theta_0 - \varphi)\}}$$

また、図-3に示すように、流れが円弧からなる縦断面水路の円弧部から空中に射出する場合についても、空中に射出直後の平均流速は $V_{m2}' \div v_{s2}$ と考えられる。

このように空中に射出した射出水の径路は、空気の抵抗を無視すれば、放物線と考えることができる。川上の研究⁵⁾によれば、消火用ノズルによる放水ゼットの水平到達距離は、射出初速度 $v_{s2} = 8.6 \text{ m/s}$ 以下の場合には、空気の抵抗の影響がほとんどないとしている。本実験においては、 $v_{s2} = 2.2 \text{ m/s} \sim 3.0 \text{ m/s}$ であることから、円曲面からの射出水においても、空気の抵抗による影響は無視できるものと思う。

図-3に示すように、円弧部から空中へ射出する初速度を v_{s2} とし、水平に対する射出角を θ_{s2} とする。図のように x 軸、 y 軸をとり、空気の抵抗を無視すると、射出水流の径路は、次式で表わされる放物線となる。

$$x = v_{s2} \cos \theta_{s2} \cdot t \dots\dots\dots (14)$$

$$y = v_{s2} \sin \theta_{s2} \cdot t - \frac{1}{2} g t^2 \dots\dots\dots (15)$$

射出水流の水平到達距離を L 、最大高度を H_0 とすると、 $dy/dt = 0$ を満足する時間が、最大高度に到達するまでの時間 T を表わす。すなわち

$$T = \frac{v_{s2}}{g} \sin \theta_{s2}$$

これを式(15)に代入すると、最大高度 H_0 は次のように表わされる。

$$H_0 = \frac{v_{s2}^2}{2g} \sin^2 \theta_{s2}$$

また、水平到達距離 L は、式(14)に

$$t = 2T = 2v_{s2} \sin \theta_{s2} / g$$

を代入すれば、次のようになる⁶⁾。

図-3

$$L = \frac{2 v_{s2}^2}{g} \sin \theta_{s2} \cos \theta_{s2}$$

これらの式から、次式が得られる。

$$v_{s2} = \sqrt{\frac{g(L^2 + 16 H_0^2)}{8 H_0}} \dots \dots \dots (16)$$

$$\theta_{s2} = \sin^{-1} \frac{4 H_0}{\sqrt{L^2 + 16 H_0^2}} \dots \dots \dots (17)$$

式 (16), (17) より、水平到達距離 L と最大高度 H_0 を測定することにより、円曲面から空中への射出水の初速度 v_{s2} と、射出角 θ_{s2} を求めることができる。

4. 実 験

(1) 実験設備

実験水路は図—1、写真—2 に示すように、水路幅 40 cm の斜水路の水平に対する傾斜角 φ を、 $\varphi = 43^\circ 10'$, $45^\circ 02'$, $\varphi = 34^\circ 30'$, $35^\circ 05'$, $\varphi = 23^\circ 52'$, $25^\circ 09'$, $\varphi = 13^\circ 09'$, $14^\circ 54'$ のように、約 10° ずつ変えて、それぞれの傾斜角 φ の斜水路に射流をおこす。この斜水路に、写真—1 に示すような凹形円曲面を、斜水路の水路底に円曲面が接するようにすえつけた。なお、凹形円曲面の曲率半径と中心角は、表—1 に示すものとした。円曲面終点における接線の、水平に対する傾斜角 θ は、図—1 に示すように $\theta = \theta_0 - \varphi$ であるが、上記のとおり斜水路の傾斜角 φ を変えることにより、異なる θ の円曲面について実験することとした。また、一つの流量に対して、円曲面のすえつけ位置を、斜水路の上段と下段に、位置を変えてすえつけて、図—1 に示す V_{m1} を変えたものについて実験することとした。

(2) 実験要領

図—3 に示すように、円曲面始点の水深 h_1 と、終点水深 h_2 を測定する。すなわち、円曲面始点または終点における水路の横断面について、図—4 に示す断面 I, II, III 位置の水深を測定し、その平均水深をもって、始点水深 h_1 と終点水深 h_2 とした。

本実験のような射流の水深測定にポイントゲージを使用するとき、針の先端が水表面に接しても判定が難しいため、本実験にお

いては、針のかわりにエッジを用いるものとし、図—5 に示すような射流水深測定器を試作し、これを使用した。

円曲面を通過後

図—4

写真—1 円曲面模型

写真—2

表—1 凹形円曲面模型

半 径 R	中 心 角 θ_0	
	1 型円曲面	2 型円曲面
25 mm	69°45'	91°15'
50 mm	72°30'	91°30'
75 mm	74°00'	92°00'
100 mm	73°30'	92°30'
150 mm	74°30'	93°30'

の射出水は、空気抵抗を無視すると、すでに記述したように放物線の径路をとるものと考え。このとき、水平到達距離 L と最大高度 H_0 についても、図—4 に示す断面 I, II, III の位置について測定し、これらの平均値を用いることとした。これらの測定も、図—6 に示すように、ポイントゲージにエッジを取り付けたものを使用した。

エッジの先端を円曲面終点に一致させ、ポイントゲージを下流側へ水平に移動して、射出水表面に、エッジの先端が接するような位置を求めて、水平到達距離 L を測定した。また、この射出水の径路が放物線と考えられる場合は、円曲面終点から下流側へ、 $L/2$ の位置において最大高度 H_0 を生ずると考えられるので、その位置でエッジの先端が水表面に接するときの読みをとり、最大高度 H_0 を測定した。

図-5

これら L, H_0, h_1, h_2 の測定は、水表面が若干動揺して上下することが多いので、エッジの先端が水表面を離れている時間と、水表面以下にある時間とが、ほぼ同じになるときの読みをとるものとした⁷⁾。

表-1, 写真-1 に示す、それぞれ5個の1型および2型円曲面を、斜水路の上段および下段に逐次すえつけ、流量 q または斜水路の傾斜角 φ を変えて q, h_1, h_2, L, H_0 を測定した。

(3) 実験結果の整理

図-3 において、円曲面始点通過直後、および終点通過直前の水深と平均流速をそれぞれ h_1, h_2 と V_{m1}, V_{m2} とし、これらの点の表面流速を v_{s1}, v_{s2} とする。

実験結果より、円曲面終点の射出角 θ_{s2} と平均流速補正係数 K_2 は、次に表示する順序により求めることができる。

$$\begin{aligned} L, H_0 &\xrightarrow{\text{式 (16), (17)}} v_{s2}, \theta_{s2} \xrightarrow{\Delta\theta = \theta - \theta_{s2}} \varphi, \theta_0 \\ h_1/R &\xrightarrow{\text{図-2}} \xi_1 \\ h_2/R &\xrightarrow{\text{図-2}} \xi_2 \xrightarrow{\text{式 (12)}} v_{m2} = \xi_2 v_{s2} \\ V_{m2} = q/h_2 &\xrightarrow{\text{式 (12), (13)}} K_2 = V_{m2}/v_{m2} \end{aligned}$$

円曲面始点の平均流速補正係数 K_1 は、次の逐次計算により、その近似値を求めることができる。

本実験において、表-1 の1型および2型円曲面を斜水路にすえつける場合に、図-1 に示す円曲面の始点位置 A を一定とした。AC を水平とし、C 点の水深と補正係数を、近似的に曲面終点 B における水深 h_2 、補正係数 ξ_2 と等しいと仮定し、OC 断面の平均流速 V_{m2}' 、始点の平均流速 V_{m1} 、終点の平均流速 V_{m2} は式 (13) より

$$V_{m1} = K_1 \xi_1 \sqrt{2gH_1} \quad (18)$$

$$V_{m2}' = K_2 \xi_2 \sqrt{2gH_1} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} V_{m2} &= K_2 \xi_2 \sqrt{2gH_2} \\ &= K_2 \xi_2 \sqrt{2g(H_1 - \Delta H)} \\ &= K_2 \xi_2 \sqrt{2gH_1} \left(1 - \frac{\Delta H}{H_1}\right)^{1/2} \end{aligned}$$

ただし、 $\Delta H = H_1 - H_2$ とする。

$\Delta H/H_1 < 1$ とし、上式を二項定理により展開し、2乗項以下を無視すれば

$$V_{m2} \approx K_2 \xi_2 \sqrt{2gH_1} \left(1 - \frac{\Delta H}{2H_1}\right) \quad (20)$$

いま、近似的に次式が成立するものとする。

$$\Delta H \approx S_2 \quad (21)$$

また、

$$S_2 = 2R \sin \frac{\theta_0}{2} \sin \left(\frac{\theta_0}{2} - \varphi\right) \quad (22)$$

式 (19), (20), (21) より

$$V_{m2}' = \frac{V_{m2}}{1 - \frac{S_2}{2H_1}} \quad (23)$$

式 (18) より

$$H_1 = \frac{1}{2g} \left(\frac{V_{m1}}{K_1 \xi_1} \right)^2 \quad (24)$$

式 (18), (19) より

$$K_1 \approx \frac{V_{m1}}{V_{m2}'} \frac{\xi_2}{\xi_1} K_2 \quad (25)$$

$$V_{m1} = q/h_1, \quad V_{m2} = q/h_2$$

であるから、 K_1 の逐次計算を次のようにした。

K_1 が未知であるから、まず、 $K_1 \approx K_2$ とおき、すでに求めた K_2 を用いて、式 (24) より H_1 を求める。式 (22), (23) によって V_{m2}' が求められ、式 (25) により K_1 の第1近似値が求められる。この K_1 の第1近似値を用いて、同じ計算を繰り返して、 K_1 が求められ

図-6

る。

5. 実験結果と考察

(1) 射出偏角 $\Delta\theta$

図-3 に示すように、円弧終点の接線の傾斜角 θ と、円弧からの射出水の射出角 θ_{s2} との偏角 $\Delta\theta$ は、理論上は $\Delta\theta=0$ であるが、水深比の大きい本実験においては、 $\Delta\theta \neq 0$ であった。

斜水路の流量は直角三角ぜきにより測定し、単位幅当りの流量 q を次のようにとった。

$$q = 263.1 \sim 264.5 \text{ cm}^3/\text{s}/\text{cm}, h_c \approx 4.1 \text{ cm}$$

$$q = 362.2 \sim 370.6 \text{ cm}^3/\text{s}/\text{cm}, h_c \approx 5.2 \text{ cm}$$

図-7 1型円曲面

図-8 2型円曲面

表-2

Case	斜水路傾斜角 φ	円曲面終点の傾斜角 θ	
		1 型円曲面	2 型円曲面
1	$43^\circ 10', 45^\circ 02'$	$24^\circ 43' \sim 31^\circ 20'$	$46^\circ 13' \sim 50^\circ 20'$
2	$34^\circ 30', 35^\circ 05'$	$34^\circ 40' \sim 40^\circ 00'$	$56^\circ 10' \sim 59^\circ 00'$
3	$23^\circ 52', 25^\circ 09'$	$44^\circ 36' \sim 50^\circ 38'$	$66^\circ 06' \sim 69^\circ 38'$
4	$13^\circ 09', 14^\circ 54'$	$54^\circ 51' \sim 61^\circ 21'$	$76^\circ 35' \sim 78^\circ 51'$

ここに、 h_c は限界水深とする。

円曲面始点、終点の水深をそれぞれ h_1, h_2 とし、円曲面の平均水深 h_0 を、 $h_0 \approx (h_1 + h_2)/2$ とし、平均水深比を h_0/R とする。

図-7 は 1 型円曲面について、図-8 は 2 型円曲面について、平均水深比 h_0/R と、偏角比 $\Delta\theta/\theta$ の関係を示す。すなわち、片対数方眼紙の横軸に h_0/R をとり、縦軸に $\Delta\theta/\theta$ をとりプロットした。

両図は相当ばらつきはあるが、最小自乗法により、 h_0/R と $\Delta\theta/\theta$ の関係を求めると次式で表わされ、これを、図の破線で表わした。

$$1 \text{ 型円曲面 } \frac{\Delta\theta}{\theta} = 0.18 \times 3.90^{\frac{h_0}{R}} \dots\dots\dots (26)$$

$$2 \text{ 型円曲面 } \frac{\Delta\theta}{\theta} = 0.10 \times 8.62^{\frac{h_0}{R}} \dots\dots\dots (27)$$

また、平均水深比 h_0/R と、偏角 $\Delta\theta$ の関係を片対数方眼紙にプロットすると、1 型円曲面は 図-9、2 型円曲面は 図-10 に示すとおりである。

表-2 における Case 3 の 1 型円曲面の場合と、Case 1 の 2 型円曲面の場合について、図-7 と 図-8 より、任意の h_0/R に対して、 $\Delta\theta/\theta$ が近似した値を示すことがわかる。すなわち、 h_0/R と $\Delta\theta/\theta$ の相関関係が近似しているといえる。

また、Case 4 の 1 型円曲面の場合と、Case 2 の 2 型円曲面の場合についても、同じことがいえる。

表-2 よりわかるように、Case 3 の 1 型円曲面の場合と、Case 1 の 2 型円曲面の場合は、曲面終点の傾斜角 θ がほぼ等しい。また、Case 4 の 1 型円曲面と、Case 2 の 2 型円曲面の θ も、またほぼ等しい。

また、表-1 より 1 型円曲面の中心角 θ_0 が、2 型円曲面のそれより約 190° 小さい。

(2) 補正係数 K_1, K_2

式 (13) における円曲面終点の平均流速補正係数 K_2 と、平均水深比 h_0/R の関係を、両対数方眼紙にプロットすれば、図-11 (1 型円曲面) と図-12

(2型円曲面) のとおりである。

最小自乗法により、 K_2 と h_0/R の関係を求めると、次式で表わされる。

1型円曲面

$$K_2 = 1.25 \left(\frac{h_0}{R} \right)^{0.10} \dots\dots\dots (28)$$

図-9 1型円曲面

図-10 2型円曲面

$$K_2 = 1.25 \left(\frac{h_0}{R} \right)^{0.10}$$

図-11 1型円曲面

2型円曲面

$$K_2 = 1.25 \left(\frac{h_0}{R} \right)^{0.12} \dots\dots\dots (29)$$

図-11、図-12 の破線はこれらの式を表わすものとする。

上式より、1型円曲面については、 $h_0/R \leq 0.1$ のとき $K_2 \leq 1$ となり、 $h_0/R > 0.1$ のとき $K_2 > 1$ となる。

また、2型円曲面については、 $h_0/R \leq 0.15$ のとき $K_2 \leq 1$ となり、 $h_0/R > 0.15$ のとき $K_2 > 1$ となることがわかる。

1型および2型円曲面において水深比が小さい場合は、その平均流速が摩擦の影響が大きく $K_2 < 1$ となるものとする。

円曲面始点の平均流速補正係数 K_1 と、水深比 h_0/R の関係を、片対数方眼紙にプロットすれば、図-13 (1型円曲面) と 図-14 (2型円曲面) に示すとおりである。

最小自乗法により、 K_1 と h_0/R の関係を求めると次式を得た。

1型円曲面

$$K_1 = 0.077 \left(\frac{h_0}{R} \right) + 1.03 \dots\dots (30)$$

2型円曲面

$$K_1 = 0.016 \left(\frac{h_0}{R} \right) + 1.03 \dots\dots (31)$$

図-13、図-14 において、破線はこれらの式を表わす。

これらの式からわかるように、 h_0/R が大きくなっても、 K_1 の値はあまり変わらない。4.(3) 実験結果の整理の項において記述したように、 K_1 の値は近似計算であるので、 K_1 は h_0/R に関係なく、 $K_1 \approx 1$ と考えるのが妥当でないかと考え

$$K_2 = 1.25 \left(\frac{h_0}{R} \right)^{0.12}$$

図-12 2型円曲面

図—13 1型円曲面

図—14 2型円曲面

る。

図—1 に示すように、円曲面始点と終点の高さの差を S_2 とし、始点の比エネルギーを E_1 とするとき、本実験における S_2/E_1 の値は次のとおりである。

$S_2/E_1 < 0.05$	の実験個数	56 個
$0.05 < S_2/E_1 < 0.10$	の実験個数	34 個
$0.10 < S_2/E_1$	の実験個数	34 個
全実験個数		124 個

6. 実験成果の検討

本実験においては上記のとおり、図—3 に示すように、円曲面から空中への射出水脈の最大高度 H_0 と、水平到達距離 L を測定し、これらから円曲面終点の表面流速 v_s を求め、式 (13)、すなわち

$$V_m = K \xi \sqrt{2g \{E_1 \pm S - h \cos(\theta - \varphi)\}}$$

における平均流速補正係数 K を求めた。その実験成果は、図—11、図—12 に示した。この実験成果のチェックとして、次のような実験を行った。

図—1 について、斜水路の水平に対する傾斜角を φ 、

斜水路上に設けた円曲面の始点から斜水路へ流入直前の水平水路床までの高さを z_0 、単位幅当りの流量を q 、円曲面始点の水路床からエネルギー線までの高さを E_1 とする。

半径 $R=30$ cm、中心角 $\theta_0=85^\circ, 100^\circ, 115^\circ$ の円曲面を、それぞれ斜水路上にすえつけ、次の場合について実験した。

- (i) $\varphi=42^\circ38'$, $q=752.5 \text{ cm}^3/\text{s/cm}$
 $z_0=38.45 \text{ cm} \sim 38.67 \text{ cm}$,
 $E_1=51.24 \text{ cm} \sim 51.32 \text{ cm}$
- (ii) $\varphi=42^\circ38'$, $q=1041.4 \text{ cm}^3/\text{s/cm}$
 $z_0=38.45 \text{ cm} \sim 38.67 \text{ cm}$,
 $E_1=54.13 \text{ cm} \sim 54.36 \text{ cm}$
- (iii) $\varphi=50^\circ22'$, $q=752.5 \text{ cm}^3/\text{s/cm}$
 $z_0=44.56 \text{ cm} \sim 44.83 \text{ cm}$,
 $E_1=57.27 \text{ cm} \sim 57.50 \text{ cm}$
- (iv) $\varphi=50^\circ22'$, $q=1029.4 \text{ cm}^3/\text{s/cm}$
 $z_0=44.56 \text{ cm} \sim 44.83 \text{ cm}$,
 $E_1=60.18 \text{ cm} \sim 60.45 \text{ cm}$

図—1 において、任意の中心角 θ における断面Ⅲの平均流速補正係数 K は、次のようにして求めることができる。

斜水路へ流入直前断面の水平水路について、水路床からエネルギー線までの高さ E_0 を求める。この断面から下流の損失水頭を無視すると、円曲面始点の水路床からエネルギー線までの高さ E_1 は、 $E_1=E_0+z_0$ により求められる。また、円曲面始点と断面Ⅲの水路床の高さの差 S を測定する。断面Ⅲの水深 h を測定し、図—2 を用いて h/R から遠心力係数 ξ が求められる。断面Ⅲの平均流速 V_m は、 $V_m=q/h$ であるから、以上の諸値を式 (13) に代入して、断面Ⅲの平均流速補正係数を求めることができる。

本研究の図—11、図—12 と対照するために、 $\theta=75^\circ$ 、 $\theta=90^\circ$ の断面について K の値を求め、両対数方眼紙にプロットすれば、図—15、図—16 に示すとおりである。本研究による図—11、図—12 と、この実験による図—15、図—16 の成果は、ほぼ近似しているものといえる。

次に、円曲面の始点、すなわち、 $\theta=0^\circ$ の断面について、同じ方法により、 $K=K_1$ の値を求めると、次のとおりである。

- $\varphi=42^\circ38'$, $h/R=0.083 \sim 0.085$ のとき
 $K_1=0.99 \sim 1.01$
- $\varphi=42^\circ38'$, $h/R=0.113 \sim 0.114$ のとき
 $K_1=1.00 \sim 1.03$
- $\varphi=50^\circ22'$, $h/R=0.080 \sim 0.082$ のとき
 $K_1=0.96 \sim 0.98$
- $\varphi=50^\circ22'$, $h/R=0.108 \sim 0.112$ のとき

図-15 $R=30\text{ cm}$ $\theta=75^\circ$

$$K_1=0.97\sim 1.00$$

K_1 の値は、本研究においては、図-13、図-14 のとおりであるが、 $K_1 \doteq 1$ とするのが妥当であると記述した。

この実験による K_1 の値も上記のとおり、 $K_1=0.96\sim 1.03$ の範囲にばらついており、 $K_1 \doteq 1$ とするのが適当でないかと考える。

7. む す び

凹形円曲面上の平均水深比 h_0/R の大きい流れについて実験をし、その結論を要約すると、次のとおりである。

(1) 平均水深比 h_0/R が大きい円曲面上の流れの、円曲面の始点と終点の平均流速を V_{m1} 、 V_{m2} とするとき、次式が成立するものとする。

$$V_{m1} = K_1 \xi_1 \sqrt{2gH_1}$$

$$V_{m2} = K_2 \xi_2 \sqrt{2gH_2}$$

ここに、

K_1, K_2 : 円曲面始点、終点の平均流速補正係数

ξ_1, ξ_2 : 円曲面始点、終点の遠心力係数

H_1, H_2 : 円曲面始点、終点の水面からエネルギー線までの高さ

円曲面始点の平均流速補正係数 K_1 は、1型および2型円曲面とも、 h_0/R にあまり関係せず、近似的に $K_1 \doteq 1$ と考えるのが妥当でないかと考える。

また、円曲面終点の平均流速補正係数 K_2 は、最小自乗法により次式を得た。

1型円曲面

$$K_2 = 1.25 \left(\frac{h_0}{R} \right)^{0.10}$$

図-16 $R=30\text{ cm}$ $\theta=90^\circ$

2型円曲面

$$K_2 = 1.25 \left(\frac{h_0}{R} \right)^{0.12}$$

すなわち、1型円曲面においては、 $h_0/R=0.1$ のとき $K_2 \doteq 1.00$ であるが、 h_0/R が大きくなるに従って K_2 も大きくなり、 $h_0/R=0.3$ のとき $K_2 \doteq 1.11$ となるものと考ええる。

また、2型円曲面については、 $h_0/R=0.15$ のとき $K_2 \doteq 1.00$ となるが、 $h_0/R=0.3$ のとき $K_2 \doteq 1.08$ となるものと考ええる。

(2) 円曲面終点における円曲面接線の傾斜角 θ 、その終点から空中への射出水の射出角 θ_{s2} 、射出偏角 $\Delta\theta$ を $\Delta\theta = \theta - \theta_{s2}$ とする。

a) $\Delta\theta/\theta$ は h_0/R が大きくなるに従って大きくなる。

b) $\Delta\theta/\theta$ の h_0/R 関係は、最小自乗法により次式を得た。

1型円曲面 ($\theta \doteq 25^\circ \sim 61^\circ$)

$$\frac{\Delta\theta}{\theta} = 0.18 \times 3.90 \frac{h_0}{R}$$

2型円曲面 ($\theta \doteq 46^\circ \sim 79^\circ$)

$$\frac{\Delta\theta}{\theta} = 0.10 \times 8.62 \frac{h_0}{R}$$

すなわち、1型円曲面においては、

$$h_0/R=0.10 \text{ のとき } \Delta\theta/\theta \doteq 0.21$$

$$h_0/R=0.30 \text{ のとき } \Delta\theta/\theta \doteq 0.27$$

$$h_0/R=0.60 \text{ のとき } \Delta\theta/\theta \doteq 0.41$$

また、2型円曲面においては、

$$h_0/R=0.10 \text{ のとき } \Delta\theta/\theta \doteq 0.12$$

$$h_0/R=0.30 \text{ のとき } \Delta\theta/\theta \doteq 0.19$$

$$h_0/R=0.60 \text{ のとき } \Delta\theta/\theta \doteq 0.36$$

となることが考えられる。

以上のように、水深比の大きい円曲面上の流れにおい

ては、平均流速や射出偏角比 $4\theta/\theta$ にとって、水深比 h_0/R が重要な因子となるものと考ええる。

最後に、大阪市立大学工学部 永井莊七郎教授に適切なご助言をいただいた。紙面をかりて謝意を表する次第である。

参 考 文 献

1) 土木学会：海岸保全施設設計便覧改訂版，pp. 213～214.

2) 細井正延・杉山錦雄：水理学，p. 203.

3) Chow V.T.：Open Channel Hydraulics, McGraw-Hill, p. 30～32, 1959.

4) 石原藤次郎・本間 仁：応用水理学，中 I, p. 126.

5) 川上謙太郎：ノズル・ゼットの水平到達距離に関する研究，土木学会論文集，No. 191, 1971-7, p. 88.

6) 永井莊七郎：改訂水理学，p. 152.

7) 石原藤次郎・本間 仁：応用水理学，下 I. p. 105.

(1974.10.2・受付)