【ノート】

平行線ケーブルに用いるケーブル
バンドの解析に関する考察

AN ANALYSIS OF CABLEBAND OF PARALLEL WIRE CABLE

村 上 巳 里*
By Misato MURAKAMI

1. ま え が き

ケーブルバンドは、補剛桁の荷重を支えるハンガーロープ張力をケーブルに伝達するもので、その構造は図-1および図-2に示すものである。この真円形のケーブルバンドに対して、ケーブルは多数のワイヤから構成されているため、締付けによって変形する。本研究では、平行線ケーブルについてケーブルの断面形状の変形を考慮した解析手法について考察したものである。

いま、ケーブルバンドの変形を考慮しない解析手法¹⁾により、ケーブルバンドを真円形であると仮定し、締付け力がバンド全周に伝達されるものとして、滑動に対する安定計算式および応力度の算定式を示すと、

$$F_s \geq 2\pi\mu n N_b / T_h \sin \phi \quad \cdots \cdots (1)$$

$$\sigma = Z/lt \pm 6 Ze/lt^2 \quad \cdots \cdots (2)$$

となる。ここに、

F_s : 滑動に対する安全率

μ : ケーブルとバンドの摩擦係数

n : ボルト本数 (片側)

N_b : ボルト軸力

T_h : ハンガーロープ張力

ϕ : ケーブルの傾斜角

図-1 ケーブルバンド側面

図-2 ケーブルバンド断面

l : ケーブルバンドの長さ

t : ケーブルバンドの肉厚

e : 偏心距離

Z : 締付け力 (nN_b)

である。

式 (1) から、 nN_b を求め、さらに構造上必要な l を決定し、式 (2) により応力度を検討することになる。

2. ケーブルの変形を考慮した解析手法

(1) 変形状態

ここに提案する解析の手法は、ケーブルの断面形状が締付け力の増大によって変化するとともに、その反力分布も変えることを考慮したものである。ケーブルの初期形状 (ケーブルスクイズ完了時) は、ケーブルバンドの架設上、長円形にせざるを得ない。そのため、ボルト軸力導入過程において、次の2段階の変形状態が考えられる。

a) なじみ変形状態

ボルト軸力導入の初期においては、ケーブルの縦径の近傍ではケーブルとバンドは接していない。そのため、ケーブルバンドは比較的小さいボルト軸力によって変形し、ケーブルに密着する。この状態は、長円形のケーブルになじむための変形過程である。この状態ではケーブルは変形しないものと仮定する。

b) 締付け変形状態

a) の状態から、さらに所定のボルト軸力を導入すると、ケーブルおよびバンドはともに変形し、すべての点においてケーブル反力 (バンド内圧) が生じている。この状態は、ケーブル径が減少 (空隙率の減少) する変形過程である。この状態における横径の減少は一对のバンドの間隙が減少したものと仮定する。

(2) なじみ変形の基本式

図-3 は、ケーブルバンドの変形および反力分布を示

* 正会員 建設省四国地方建設局, 技術管理官

図-3 なじみ変形

したものである。ここで、反力分布を中心角 θ から β までは $\cos$ 分布するものと仮定する。いま、ケーブルバンドを円弧アーチと考え、図-3 のような座標を用いると、任意点 (φ) における法線方向の変位と曲げモーメントとの関係は^{2), 3)},

$$\frac{d^2 w}{d\varphi^2} + w = -\frac{R^2}{EI} M \quad \text{..... (3)}$$

で示される。ここに

w : ケーブルバンドの法線方向の変位

EI : ケーブルバンドの曲げ剛性

R : ケーブルバンドの半径

M : 任意点 (φ) の曲げモーメント

である。仮定条件から、ケーブル反力は、

$$p = p_0 \cos m\varphi \quad \text{..... (4)}$$

となり、そのときの締付け力は

$$Z_0 = p_0 R C_1 / 2 \quad \text{..... (5)}$$

で示される。ここに

$$m = \pi/2\beta$$

$$C_1 = 2m \cos \beta / (m^2 - 1)$$

である。

a) $0 \leq \varphi \leq \beta$ の場合

任意点 (φ) の曲げモーメントは、

$$M_{01} = \frac{p_0 R^2}{2} \left\{ C_1 \left(1 + \frac{e}{R} \right) + C_2 \cos \varphi + \frac{2}{m^2 - 1} \cos m\varphi \right\} \quad \text{..... (6)}$$

となる。ここに

$$C_2 = -2m \sin \beta / (m^2 - 1)$$

である。式 (6) を式 (3) に代入し、(1) の仮定から境界条件として、 $\varphi=0$ において、 $w_{01}=0$, $dw_{01}/d\varphi=0$ を用いれば、

$$w_{01} = \frac{p_0 R^4}{2EI} \left[-C_1 \left(1 + \frac{e}{R} \right) + \left\{ C_1 \left(1 + \frac{e}{R} \right) - \frac{2}{(m^2 - 1)^2} \right\} \cos \varphi + \frac{2}{(m^2 - 1)^2} \cos m\varphi - \frac{C_2}{2} \varphi \sin \varphi \right] \quad \text{..... (7)}$$

をうる。接線方向の変位は、 $U_{01} = -\int w d\varphi$ から、 $\varphi=0$ において $U_{01}=0$ なる境界条件を用いれば、

$$U_{01} = -\frac{p_0 R^4}{2EI} \left[-C_1 \left(1 + \frac{e}{R} \right) \varphi + \left\{ C_1 \left(1 + \frac{e}{R} \right) \right. \right.$$

$$\left. - \frac{2}{(m^2 - 1)^2} \right\} \sin \varphi + \frac{2}{(m^2 - 1)^2} \sin m\varphi - \frac{C_2}{2} (\sin \varphi - \varphi \cos \varphi) \right] \quad \text{..... (8)}$$

となる。また、せん断力および軸力は、

$$Q_{01} = \frac{p_0 R}{2} \left\{ C_2 \sin \varphi + \frac{2m}{m^2 - 1} \sin m\varphi \right\} \quad \text{..... (9)}$$

$$N_{01} = -\frac{p_0 R}{2} \left\{ C_2 \cos \varphi + \frac{2}{m^2 - 1} \cos m\varphi \right\} \quad \text{..... (10)}$$

である。

b) $\beta \leq \varphi \leq \pi/2$ の場合

任意点 (φ) の曲げモーメントは、ケーブル反力がないことから、

$$M_{02} = \frac{p_0 R^2 C_1}{2} \left(1 + \frac{e}{R} - \sin \varphi \right) \quad \text{..... (11)}$$

となり、a) と同様にして w を求めることができる。

この場合の境界条件として、 $\varphi=\beta$ において、 $w_{01}=w_{02}$ 、

および $dw_{01}/d\varphi = dw_{02}/d\varphi$ を用いれば、

$$w_{02} = A \cos \varphi + B \sin \varphi - \frac{p_0 R^4 C_1}{2EI} \cdot \left(\frac{1}{2} \varphi \cos \varphi + 1 + \frac{e}{R} \right) \quad \text{..... (12)}$$

をうる。ここに、

$$A = \{w_{01}(\beta) - w_{02}(\beta)\} \cos \beta - \{w_{01}'(\beta) - w_{02}'(\beta)\} \sin \beta$$

$$B = \{w_{01}(\beta) - w_{02}(\beta)\} \sin \beta + \{w_{01}'(\beta) - w_{02}'(\beta)\} \cos \beta$$

$$w_{02}(\beta) = -\frac{p_0 R^4 C_1}{2EI} \left(\frac{1}{2} \beta \cos \beta + 1 + \frac{e}{R} \right)$$

$$w_{01}'(\beta) = -\frac{p_0 R^4}{2EI} \left[\left\{ C_1 \left(1 + \frac{e}{R} \right) - \frac{2}{m^2 - 1} \right\} \cdot \sin \beta + \frac{2m}{(m^2 - 1)^2} + \frac{C_2}{2} (\sin \beta + \beta \cos \beta) \right]$$

$$w_{02}'(\beta) = -\frac{p_0 R^4 C_1}{4EI} (\cos \beta - \beta \sin \beta)$$

である。また、接線方向の変位は、

$$U_{02} = -A \sin \varphi + B \cos \varphi + \frac{p_0 R^4 C_1}{2EI} \cdot \left\{ \frac{1}{2} (\cos \varphi + \varphi \sin \varphi) + \left(1 + \frac{e}{R} \right) \varphi \right\} + C_3 \quad \text{..... (13)}$$

となる。ここに

$$C_3 = U_{01}(\beta) + A \sin \beta - B \cos \beta - \frac{p_0 R^4 C_1}{2EI} \cdot \left\{ \frac{1}{2} (\cos \beta + \beta \sin \beta) + \left(1 + \frac{e}{R} \right) \beta \right\}$$

である。また、せん断力および軸力は、

$$Q_{02} = \frac{p_0 R C_1}{2} \cos \varphi \quad \text{..... (14)}$$

$$N_{02} = \frac{p_0 R C_1}{2} \sin \varphi \quad \dots\dots\dots (15)$$

で示される。

(3) 締付け変形の基本式

図-4 は締付け変形時のケーブルバンドの変形および反力分布を示したものである。この場合の反力は、等分布反力 (p_1) と $\cos$ 分布反力 ($p_2 = p_{02} \cos \varphi$, $0 \leq \varphi \leq \pi/2$) であると仮定する。

図-4 締付け変形

a) 等分布反力の場合

ケーブルの締付け力 (Z_1) と等分布反力 (p_1) とは

$$Z_1 = p_1 \cdot R \quad \dots\dots\dots (16)$$

なる関係があり、任意点 (φ) の曲げモーメントは、

$$M_1 = Z_1 \cdot e \quad \dots\dots\dots (17)$$

となり、式 (3) と (2) の仮定から前節と同様な境界条件を用いると、法線方向の変位は、

$$w_1 = -\frac{R^2 M_1}{EI} (1 - \cos \varphi) \quad \dots\dots\dots (18)$$

となる。また、接線方向の変位は

$$U_1 = \frac{R^2 M_1}{EI} (\varphi - \sin \varphi) \quad \dots\dots\dots (19)$$

で示される。せん断力は $Q_1 = 0$ であるが、軸力は、

$$N_1 = Z_1 \quad \dots\dots\dots (20)$$

となる。

b) $\cos$ 分布の場合

ケーブルの締付け力 (Z_2) と $\cos$ 分布反力 (p_2) とは、

$$Z_2 = \pi R p_{02} / 4 \quad \dots\dots\dots (21)$$

なる関係があり、任意点 (φ) の曲げモーメントは、

$$M_2 = R \cdot Z_2 \left(1 + \frac{e}{R} - \frac{2}{\pi} \cos \varphi - \frac{2}{\pi} \varphi \cdot \sin \varphi \right) \quad \dots\dots\dots (22)$$

となり、a) と同様にして法線および接線方向の変位を求める、

$$w_2 = -\frac{R^3 Z_2}{EI} \left\{ \left(1 + \frac{e}{R} \right) (1 - \cos \varphi) - \frac{3}{2\pi} \varphi \sin \varphi + \frac{1}{2\pi} \varphi^2 \cos \varphi \right\} \quad \dots\dots\dots (23)$$

$$u_2 = \frac{R^3 Z_2}{EI} \left\{ \left(1 + \frac{e}{R} \right) \varphi - \left(1 + \frac{e}{R} + \frac{5}{2\pi} \right) \sin \varphi + \frac{5}{2\pi} \varphi \cdot \cos \varphi + \frac{1}{2\pi} \varphi^2 \sin \varphi \right\} \quad \dots\dots\dots (24)$$

となる。また、せん断力および軸力は、

$$Q_2 = \frac{2 Z_2}{\pi} \varphi \cos \varphi \quad \dots\dots\dots (25)$$

$$N_2 = \frac{2 Z_2}{\pi} (\cos \varphi + \varphi \sin \varphi) \quad \dots\dots\dots (26)$$

で示される。

(4) 変形と反力分布および締付け力の分配

前節 (2) および (3) で述べたように、変形について 2 種類、反力分布および締付け力については 3 種類のものを仮定した。ここでは、これらの諸量を変形量と所要締付け力から分配する方法について述べる。ケーブルの初期形状を縦径 D_v 、横径 D_h とし、所定の締付け力を導入したときの形状を縦径 D_v' 、横径 D_h' とすると、

(i) なじみ変形量 ($\varphi = \pi/2$) は

$$(D_v - D_b) / 2 = w_{02} (\pi/2)$$

(ii) 締付け変形量 ($\varphi = \pi/2$) は

$$(D_v' - D_b) / 2 = w_1 (\pi/2) + w_2 (\pi/2)$$

である。ここに、 D_b はバンドの内径である。

いま、所要締付け力を $Z(nN_b)$ とすると、それぞれの変形量に対応した締付け力、 Z_0 、 Z_1 および Z_2 は次のようにして求めることができる。

Z_0 は、式 (12) から

$$Z_0 = -\frac{a_1}{k \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{m^2 - 1} + \frac{e}{R} \right)} \quad \dots\dots\dots (27)$$

となる。ここに

$$a_1 = (D_v - D_b) / 2$$

$$k = R^3 / EI$$

である。次に、締付け変形時の締付け力は

$$Z_1 + Z_2 = Z - Z_0 \quad \dots\dots\dots (28)$$

で、その変位量は、式 (18)、(23) から、

$$r_1 Z_1 + r_2 Z_2 = a_2 \quad \dots\dots\dots (29)$$

となる。ここに

$$r_1 = -R^2 \cdot e / EI$$

$$r_2 = -k (1/4 + e/R)$$

$$a_2 = (D_v' - D_b) / 2$$

である。式 (28)、(29) から、

$$\left. \begin{aligned} Z_1 &= \frac{1}{r_1 - r_2} \{ a_2 - (Z - Z_0) r_2 \} \\ Z_2 &= \frac{1}{r_1 - r_2} \{ -a_2 + (Z - Z_0) r_1 \} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (30)$$

となる。 Z_0 、 Z_1 、 Z_2 が求まれば、変位および応力はそれぞれの式に代入して求めることができる。

3. 数値計算

(1) 諸数値

$$T_h = 170 \text{ (t)}$$

$$R = 35.2 \text{ (cm)}$$

$$\begin{aligned}
 \sin \phi &= 0.3 & D_b &= 66.4 \text{ (cm)} \\
 t &= 4.0 \text{ (cm)} & D_v &= 66.0 \text{ (cm)} \\
 \mu &= 0.15 & D_v' &= 65.4 \text{ (cm)} \\
 e &= 1.45 \text{ (cm)} & F_s &= 3.0 \\
 a_1 &= -0.20 \text{ (cm)} & E &= 2.1 \times 10^6 \text{ (kg/cm}^2\text{)} \\
 a_2 &= -0.30 \text{ (cm)} & N_b &= 40.0 \text{ (t)} \\
 \sigma_a &= 1600 \text{ (kg/cm}^2\text{)} & \beta &= \pi/4
 \end{aligned}$$

(2) ケーブルを真円とした場合

式 (1) から

$$n \geq 3.0 \times 170 \times 0.3 / 2 \times 3.14 \times 0.15 \times 40 = 4.2$$

となり、ボルトは上下各 5 本配列するとし、ハンガーロープの取付溝などを考えて、 $l=120 \text{ cm}$ とする。締付け力は、 $Z=5 \times 40=200 \text{ (t)}$ となり、ケーブルバンドの応力度は、式 (2) から、 $\sigma_t=+1323 \text{ kg/cm}^2$ 、 $\sigma_c=-489 \text{ kg/cm}^2$ となる。

(3) ケーブルの変形を考慮した場合

(2) で決定された締付け力の分配は、式 (27)、(30) から、 $Z_0=12791 \text{ (t)}$ 、 $Z_1=181077 \text{ (t)}$ および $Z_2=6132 \text{ (t)}$ となり、このときの変位および応力度は 図-5 に示すものである。

図-5 ケーブルバンドの変位と応力度

4. 考 察

(1) 変形量の推定と反力分布角 (β)

提案した解析手法では、あらかじめケーブルの形状および変形量を推定しておく必要がある。このことは、ストランドの配列、ケーブルの空疎率などに関係するため、単に締付け力から求めることは困難である。多くの場合、ケーブル径の決定のため、事前に実物大のケーブル締付け試験を行うので、そのとき変形量も併せて測定するとともに、実橋でのケーブル張力を考慮して変形量を推定する。数値計算に用いた変形量は関門橋のケーブル締付けから求めた平均値である。また、ケーブルの反力分布角 (β) も仮定する必要があるが、この値の応力度におよぼす影響は小さいことがわかった。

(2) ケーブルバンドの応力

図-6 は内径 51 cm のケーブルバンドの応力測定結果⁴⁾と計算値を対比したものである。この結果から、変形状態およびケーブル反力分布の仮定は一様妥当性があると思われる。