風による諏訪湖の流動特性

WIND-DRIVEN CURRENTS IN LAKE SUWA

余 越 正一郎*・富 所 五 郎**

By Shōitirō YOKOSI and Goro TOMIDOKORO

1. 緒 論

湖水は種々の原因により流動するが、この詳細は現在でも十分に解明されていない。また、同じような物理的特性を持つ海流に比しても解明が遅れているといえる。この一原因として海流に比し湖水の運動の方が小規模であるため、その生物、化学的研究に対し物理的研究が見過されてきたことが挙げられる。しかし、湖沼における風浪、湖流、吹き寄せによる水位変化などの物理現象が人間生活や生物環境に対し持つ意味は決して小さくはない。しかもわが国の近年における湖沼の汚濁ははなはだしいものがあり、その規模のいかにかわらず、湖水が風などの外的要因によりどのような流動特性を示すかを解明することは、その汚濁対策上からもきわめて重要な問題になってきている。

わが国の海流における研究は、かなり以前より活発に行われてきているが、湖水の流動についての研究は琵琶湖以外ではあまりなされていないといつてよい。

本研究は、諏訪湖における湖水の流動特性を風との関係から明らかにすることにより、すす水現象の解明や汚濁の将来予測に役立たせることを目的に行った。

従来この種の問題の解析のほとんどは、基礎式を鉛直方向に積分した式、つまり鉛直方向の流速分布は一樣であると仮定した式を用いている。この仮定は、潮流のように鉛直方向に流速の変化が少ない場合には解析の都合上やむをえないかも知れない。しかし、湖のように閉じられた領域における風による流動では、水面と湖底付近での流向が逆転することがしばしば起こる。したがって、このような閉領域の流動解析には、鉛直方向の流速分布を考慮した解析法がぜひ必要である。また、数値解析法として水理学の分野では従来より主として差分法が用いら

れてきた。しかし、この種の問題では地形の影響が非常に大きく、この点からは地形をより忠実に表現できる解析法、つまり有限要素法の方が差分法より適しているといえる。さらに諏訪湖では年間の大部分において鉛直方向の水温分布はほぼ一樣であり、流動解析には一層状態を仮定してよいといえる。しかし、一層状態がいかに維持されるか、換言すると二層状態が仮に形成されたとしても、これがどのように破壊されるかを調べるため二層状態についても解析が必要である。

以上のようなことより、本研究は、ミシガン湖をモデルにして考えられた「浅い湖」の解析モデルを諏訪湖に適用し、有限要素法を用いた数値実験、ならびに浮子漂流観測と水温観測の現地観測を行った。これにより、諏訪湖湖水の風による流動特性をある程度明らかにできた。

2. 諏訪湖の概況

図—1 に諏訪湖付近の概略を示す。諏訪湖の湖心は北緯 36°03′, 東経 138°07′ に位置し、水面海拔高度 759.0 m, 湖面積 14.2 km², 湖周 18.3 km, 最大水深 6.5 m 強、

図—1 諏訪湖付近の概略

* 正会員 工博 広島大学教授 工学部地域環境講座

** 正会員 工修 信州大学助手 工学部土木工学科

その平均水深は 4 m ならずの非常に浅い湖である。

湖に流入する河川の平均流量は八ヶ岳連峰の西斜面の全部の降水を集めている上川が最大で $6.5 \text{ m}^3/\text{s}$ 、鉢伏連峰に源を求める砥川が $1.8 \text{ m}^3/\text{s}$ 、その他の多数の小河川が $7.2 \text{ m}^3/\text{s}$ の合計 $15.5 \text{ m}^3/\text{s}$ である。この水は唯一の流出口である釜口水門より天竜川となって流出している。

諏訪測候所で観測した昭和 39 年 1 月から 41 年 6 月までの風向頻度図⁹⁾によると、年により多少の相違はあるが、全般的傾向として 12 月から 3 月までは北東の風が、4 月から 8 月までは南西の風と北の風が、9 月から 11 月までは南西の風と東の風が卓越していることが認められる。

年間の平均風速は 3 m/s で、冬から春が強く、夏から秋に比較的弱い風の日が多い。

湖水の鉛直方向の水温分布は春、秋、および夏でも大部分の期間ほぼ一様である。鉛直方向の水温分布が顕著になるのは真夏に数日間風の弱い好天が続いた後であるが、これも 3 m/s 以上の風が半日ほど吹くとほぼ一様温度になってしまう。冬期においては湖底で 4°C 、水表面で $0\sim 2^\circ\text{C}$ ほどで、諏訪湖の湖水は一年を通じてほとんどの期間、鉛直方向にほぼ一様温度にある。

3. 基礎方程式と有限要素法によるその定式化

(1) 基礎方程式²⁾

浅い湖の流れの基礎式を簡単にするため次の仮定を設ける。

- ① 流れは定常とする。
- ② 慣性力は他の力に比し小さいとし無視する。
- ③ 湖は非常に浅いので支配的な摩擦力は底面摩擦であると運動量の水平拡散を無視する。
- ④ 鉛直混合係数は各層内で水深方向に一定とする。

以上により基礎微分方程式は、

$$-fv = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \eta \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$fu = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \eta \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$g = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad \dots\dots\dots (4)$$

となる。ここに、 u, v, w は x, y, z 方向の流速で x は東に正、 y は北に正、 z は鉛直方向で上に正で静水面を $z=0$ とする。 p は圧力、 ρ は水の密度、 η は鉛直混合係数、 g は重力の加速度、 f はコリオリ係数である。これらの式は一層状態、二層状態の湖に対しても適用できる。

一層流の境界条件は、

湖底面 $z = -H$ で、

$$u = v = w = 0 \quad \dots\dots\dots (5)$$

水面 $z = \zeta$ で、

$$\eta \frac{\partial u}{\partial z} = \tau_x, \quad \eta \frac{\partial v}{\partial z} = \tau_y \quad \dots\dots\dots (6)$$

である。二層流の境界条件は、上層を添字 1 で、下層を添字 2 で示すと、

湖底面 $z = -H$ で、

$$u_2 = v_2 = w_2 = 0 \quad \dots\dots\dots (7)$$

上・下層の境界面 $z = -h$ で、

$$\eta_1 \frac{\partial u_1}{\partial z} = \tau_x, \quad \frac{\partial u_2}{\partial z}, \quad \eta_1 \frac{\partial v_1}{\partial z} = \tau_y, \quad \frac{\partial v_2}{\partial z}, \quad p_1 = p_2 \quad \dots\dots\dots (8)$$

$$u_1 = u_2, \quad v_1 = v_2, \quad w_1 = w_2 \quad \dots\dots\dots (9)$$

水面 $z = \zeta$ で、

$$\eta_1 \frac{\partial u_1}{\partial z} = \tau_x, \quad \eta_1 \frac{\partial v_1}{\partial z} = \tau_y \quad \dots\dots\dots (10)$$

である。ここで、 τ_x, τ_y は風による水表面のせん断応力を湖水の密度で割ったものである。

次に、式 (1) から式 (10) を無次元化するため、

$$\left. \begin{aligned} x_* &= \frac{x}{L}, \quad y_* = \frac{y}{L}, \quad z_* = \frac{z}{D} \\ u_{1*} &= \frac{fL}{gD} u_1, \quad v_{1*} = \frac{fL}{gD} v_1, \\ w_{1*} &= \frac{fL^2}{gD^2} w_1, \quad p_{1*} = \frac{p_1}{\rho_1 g D} \\ \zeta_* &= \frac{\zeta}{D}, \quad h_* = \frac{h}{D}, \quad H_* = \frac{H}{D} \\ u_{2*} &= \frac{fL}{gD} u_2, \quad v_{2*} = \frac{fL}{gD} v_2, \\ w_{2*} &= \frac{fL^2}{gD^2} w_2, \quad p_{2*} = \frac{p_2}{\rho_2 g D} \\ \rho_{1*} &= \frac{\rho_1}{\rho_2}, \quad \eta_{1*} = \frac{\eta_1}{\eta_2}, \\ \delta_* &= \frac{fL}{g\eta_2} \tau_x, \quad \tau_* = \frac{fL}{g\eta_2} \tau_y \\ u_* &= \frac{fL}{gD} u, \quad v_* = \frac{fL}{gD} v, \\ w_* &= \frac{fL^2}{gD^2} w, \quad p_* = \frac{p}{\rho_2 g D} \\ \rho_* &= \frac{\rho}{\rho_2}, \quad \eta_* = \frac{\eta}{\eta_2}, \quad \eta_{2*} = 1, \\ \rho_{2*} &= 1 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (11)$$

の変数を採用する。ここに、 D は代表水深、 L は代表水平寸法である。密度は各層内で一定とし、基礎微分方程式を解き水平方向流速を求め、簡単のために (*) を落として記すと一層流に対し、

$$u = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \cos\left(\frac{mz}{\sqrt{\eta}}\right) \left\{ D_3 \exp\left(\frac{mz}{\sqrt{\eta}}\right) \right.$$

$$\begin{aligned}
 & -D_4 \exp\left(-\frac{mz}{\sqrt{\eta}}\right) \Bigg\} - \sin\left(\frac{mz}{\sqrt{\eta}}\right) \\
 & \cdot \left\{ D_1 \exp\left(\frac{mz}{\sqrt{\eta}}\right) - D_2 \exp\left(-\frac{mz}{\sqrt{\eta}}\right) \right\} \\
 & \dots\dots\dots (12)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 v = & \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \cos\left(\frac{mz}{\sqrt{\eta}}\right) \left\{ D_1 \exp\left(\frac{mz}{\sqrt{\eta}}\right) \right. \\
 & + D_2 \exp\left(-\frac{mz}{\sqrt{\eta}}\right) \Bigg\} + \sin\left(\frac{mz}{\sqrt{\eta}}\right) \\
 & \cdot \left\{ D_3 \exp\left(\frac{mz}{\sqrt{\eta}}\right) + D_4 \exp\left(-\frac{mz}{\sqrt{\eta}}\right) \right\} \\
 & \dots\dots\dots (13)
 \end{aligned}$$

となる。静水面下 z の鉛直方向の流速は、上の式 (12), (13) を連続的に代入し、これを $-H$ から z の区間で鉛直方向に積分すると求められる。

同じように二層流の水平方向の流速は、上層に対し、

$$\begin{aligned}
 u_1 = & -\frac{1}{\rho_1} \frac{\partial p_1}{\partial y} + \cos\left(\frac{mz}{\sqrt{\eta_1}}\right) \left\{ A_3 \exp\left(\frac{mz}{\sqrt{\eta_1}}\right) \right. \\
 & - A_4 \exp\left(-\frac{mz}{\sqrt{\eta_1}}\right) \Bigg\} - \sin\left(\frac{mz}{\sqrt{\eta_1}}\right) \\
 & \cdot \left\{ A_1 \exp\left(\frac{mz}{\sqrt{\eta_1}}\right) - A_2 \exp\left(-\frac{mz}{\sqrt{\eta_1}}\right) \right\} \\
 & \dots\dots\dots (14)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 v_1 = & \frac{1}{\rho_1} \frac{\partial p_1}{\partial x} + \cos\left(\frac{mz}{\sqrt{\eta_1}}\right) \left\{ A_1 \exp\left(\frac{mz}{\sqrt{\eta_1}}\right) \right. \\
 & + A_2 \exp\left(-\frac{mz}{\sqrt{\eta_1}}\right) \Bigg\} + \sin\left(\frac{mz}{\sqrt{\eta_1}}\right) \\
 & \cdot \left\{ A_3 \exp\left(\frac{mz}{\sqrt{\eta_1}}\right) + A_4 \exp\left(-\frac{mz}{\sqrt{\eta_1}}\right) \right\} \\
 & \dots\dots\dots (15)
 \end{aligned}$$

であり、下層に対し、

$$\begin{aligned}
 u_2 = & -\frac{\partial p_2}{\partial y} + \cos(mz) \{ B_3 \exp(mz) - B_4 \exp(-mz) \} \\
 & - \sin(mz) \{ B_1 \exp(mz) - B_2 \exp(-mz) \} \\
 & \dots\dots\dots (16)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 v_2 = & \frac{\partial p_2}{\partial x} + \cos(mz) \{ B_1 \exp(mz) + B_2 \exp(-mz) \} \\
 & + \sin(mz) \{ B_3 \exp(mz) + B_4 \exp(-mz) \} \\
 & \dots\dots\dots (17)
 \end{aligned}$$

である。ここに、 $m = D \cdot \sqrt{f/2\eta_2}$ である。

次に、式 (4) と (12) から式 (17) を各層内で鉛直方向に積分し、各層に対する流量 $S_x, S_y, S_{x1}, S_{y1}, S_{x2}, S_{y2}$ を求める。これらに、

$$\begin{aligned}
 p &= \rho(\zeta - z) \\
 p_1 &= \rho_1(\zeta - z) \\
 p_2 &= \rho_1(\zeta + h) - (\rho_2 z + h)
 \end{aligned}$$

を代入すると、一層流に対しては S_x, S_y, ζ を未知数とする連立方程式、

$$S_x = h_1 \frac{\partial \zeta}{\partial x} + h_4 \frac{\partial \zeta}{\partial y} + h_3 \tau + h_3 \delta \dots\dots\dots (18)$$

$$S_y = -h_4 \frac{\partial \zeta}{\partial x} + h_1 \frac{\partial \zeta}{\partial y} + h_3 \tau - h_2 \delta \dots\dots\dots (19)$$

$$\frac{\partial S_x}{\partial x} + \frac{\partial S_y}{\partial y} = 0 \dots\dots\dots (20)$$

が得られる。二層流に対しては $S_{x1}, S_{y1}, S_{x2}, S_{y2}, \zeta, h$ を未知数とする連立方程式、

$$\begin{aligned}
 S_{x1} = & (E_1 + \rho_1 E_3) \frac{\partial \zeta}{\partial x} + (E_2 + \rho_1 E_4) \frac{\partial \zeta}{\partial y} \\
 & + (\rho_1 - 1) E_3 \frac{\partial h}{\partial x} + (\rho_1 - 1) E_4 \frac{\partial h}{\partial y} \\
 & + E_5 \tau + E_6 \delta \dots\dots\dots (21)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 S_{y1} = & (F_1 + \rho_1 F_3) \frac{\partial \zeta}{\partial x} + (F_2 + \rho_1 F_4) \frac{\partial \zeta}{\partial y} \\
 & + (\rho_1 - 1) F_3 \frac{\partial h}{\partial x} + (\rho_1 - 1) F_4 \frac{\partial h}{\partial y} \\
 & + F_5 \tau + F_6 \delta \dots\dots\dots (22)
 \end{aligned}$$

$$\frac{\partial S_{x1}}{\partial x} + \frac{\partial S_{y1}}{\partial y} = 0 \dots\dots\dots (23)$$

$$\begin{aligned}
 S_{x2} = & (G_1 + \rho_1 G_3) \frac{\partial \zeta}{\partial x} + (G_2 + \rho_1 G_4) \frac{\partial \zeta}{\partial y} \\
 & + (\rho_1 - 1) G_3 \frac{\partial h}{\partial x} + (\rho_1 - 1) G_4 \frac{\partial h}{\partial y} \\
 & + G_5 \tau + G_6 \delta \dots\dots\dots (24)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 S_{y2} = & (I_1 + \rho_1 I_3) \frac{\partial \zeta}{\partial x} + (I_2 + \rho_1 I_4) \frac{\partial \zeta}{\partial y} \\
 & + (\rho_1 - 1) I_3 \frac{\partial h}{\partial x} + (\rho_1 - 1) I_4 \frac{\partial h}{\partial y} \\
 & + I_5 \tau + I_6 \delta \dots\dots\dots (25)
 \end{aligned}$$

$$\frac{\partial S_{x2}}{\partial x} + \frac{\partial S_{y2}}{\partial y} = 0 \dots\dots\dots (26)$$

が得られる。式 (2) から式 (25) の $A_1, B_1, D_1, E_1, F_1, G_1, I_1, h_1, A_2, B_2, \dots$ は x, y, H などの関数である。一層状態の湖には式 (18) から (20) を適用すればよい。しかし、二層状態の湖では湖岸など水深の浅いところで、下層が水底に達せず上層だけとなる区域が存在することがある。したがって、二層状態の湖の解析には一般に式 (18) から (26) までのすべての式を必要とする。

(2) 有限要素法による基礎式の定式化³⁾

一層流の基礎式 (18) から (20) をガレルキン有限要素法により定式化を行うため、 S_x, S_y, ζ の試験関数として、

$$\left. \begin{aligned} S_x &= N_i \cdot S_{xi} \\ S_y &= N_i \cdot S_{yi} \\ \zeta &= N_i \cdot \zeta_{yi} \end{aligned} \right\}, \quad (i=i, j, \dots) \dots\dots\dots (27)$$

を考える。ここで要素として三節点三角形要素を考えると S_{xi}, S_{yi}, ζ_i は三角形の頂点におけるそれを示す。また、 N_i は形状関数であり、

$$N_i = a_i + b_i x + c_i y, \quad (i=i, j, k) \dots\dots\dots (28)$$

$$\left. \begin{aligned} a_i &= (x_j y_k - x_k y_j) / 2s \\ b_i &= (y_j - y_k) / 2s \\ c_i &= (x_k - x_j) / 2s \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (29)$$

で、他の係数 $a_j, b_j, \dots, c_k$ は i, j, k の添字を循環的に置き換えれば得られる。 s は三角形の面積である。重み関数を N_i とすると式 (18) から (20) は一つの要素について、

$$[K] \cdot \{\Phi\} = \{F\} \dots\dots\dots (30)$$

となる。ここに、

$$\left. \begin{aligned} [K] &= \iint [k_{i,j}] \cdot dxdy, \quad \Phi = \begin{Bmatrix} S_{xi} \\ S_{yi} \\ \zeta_i \end{Bmatrix} \\ \{F\} &= \iint N_i \cdot \begin{Bmatrix} h_2 \tau + h_3 \delta \\ h_3 \tau - h_2 \delta \\ 0 \end{Bmatrix} \cdot dxdy \end{aligned} \right\}$$

$$[k_{i,j}] = \begin{bmatrix} N_i N_j & 0 & -h_1 N_i b_j - h_4 N_i c_j \\ 0 & N_i N_j & h_4 N_i b_j - h_1 N_i c_j \\ N_i b_j & N_i c_j & 0 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (31)$$

である。ここで、 h_1, h_2, h_3, h_4 は x, y の関数であるので S_x などと同じ試験関数を用い積分計算を行う。この計算は面積座標を用いると簡単にできる。

二層流の場合も一層流と同じような試験関数、

$$\begin{aligned} S_{x1} &= N_i \cdot S_{x1i}, & S_{x2} &= N_i \cdot S_{x2i} \\ S_{y1} &= N_i \cdot S_{y1i}, & S_{y2} &= N_i \cdot S_{y2i} \\ \zeta &= N_i \cdot \zeta_i, & h &= N_i \cdot h_i \end{aligned}$$

を考える。このとき、式 (21) から (26) は一つの要素について、

$$[K] \cdot \{\Phi\} = \{F\} \dots\dots\dots (32)$$

$$\left. \begin{aligned} [K] &= \iint [k_{i,j}] \cdot dxdy, \quad \{\Phi\} = \begin{Bmatrix} S_{x1i} \\ S_{y1i} \\ \zeta_i \\ S_{x2i} \\ S_{y2i} \\ h_i \end{Bmatrix}, \quad \{F\} = \begin{Bmatrix} \iint N_i (E_5 \tau + E_6 \delta) dxdy \\ \iint N_i (F_5 \tau + F_6 \delta) dxdy \\ 0 \\ \iint N_i (G_5 \tau + G_6 \delta) dxdy \\ \iint N_i (I_5 \tau + I_6 \delta) dxdy \\ 0 \end{Bmatrix} \\ [k_{i,j}] &= \begin{bmatrix} N_i N_j & 0 & -(E_1 + \rho_1 E_3) N_i b_j & 0 & 0 & (1 - \rho_1) E_3 N_i b_j \\ & & -(E_2 + \rho_1 E_4) N_i c_j & & & + (1 - \rho_1) E_4 N_i c_j \\ 0 & N_i N_j & -(F_1 + \rho_1 F_3) N_i b_j & 0 & 0 & (1 - \rho_1) F_3 N_i b_j \\ & & -(F_2 + \rho_1 F_4) N_i c_j & & & + (1 - \rho_1) F_4 N_i c_j \\ N_i b_j & N_i c_j & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -(G_1 + \rho_1 G_3) N_i b_j & N_i N_j & 0 & (1 - \rho_1) G_3 N_i b_j \\ & & -(G_2 + \rho_1 G_4) N_i c_j & & & + (1 - \rho_1) G_4 N_i c_j \\ 0 & 0 & -(I_1 + \rho_1 I_3) N_i b_j & 0 & N_i N_j & (1 - \rho_1) I_3 N_i b_j \\ & & -(I_2 + \rho_1 I_4) N_i c_j & & & + (1 - \rho_1) I_4 N_i c_j \\ 0 & 0 & 0 & N_i b_j & N_i c_j & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (33)$$

である。 $E_1, E_2, \dots, F_1, F_2, \dots$ などの係数は未知量 h の関数でもあり、式 (22) は非線形の連立方程式である。ここでは h の第 1 近似を仮定し、式 (33) を計算し、これを用い方程式をとき、求まった値を第 2 近似として計算をくり返す逐次近似法によった。また、式 (30), (32) を領域全体について加え合せ、得られた方程式を解く方法は構造力学における有限要素法の標準的プログラムを用いればよい。ここでは未知数が多いので、多元連立方程式の解法の一つであるユニット分割法を用いたプログラムを使用した。

4. 風によるせん断応力と鉛直混合係数

(1) 風によるせん断応力

湖水の主要な運動は、主として風によって生ずる。水

面に作用する風によるせん断応力 τ_0 は、バルク公式より次のように表わされる。

$$\tau_0 = \rho_a \cdot c_f \cdot U_z \dots\dots\dots (34)$$

ここで、 ρ_a は空気の密度、 U_z は水面上 z の風速、 c_f は水面摩擦係数である。

水面摩擦係数については、種々の方法により数多くの理論値、観測値が海洋上で得られているが、だいたいのところ風の弱い時には 0.0017 程度、強風時には 0.0027 程度といわれている。風速により水面の形状は大きく変化するが、前者は滑面、後者は粗面に相当する。ここでは、Deacon と Webb の提案した次式を用い水面摩擦係数を評価する。

$$c_f = (1.00 + 0.07 U_{z=10m}) \times 10^{-3} \dots\dots\dots (35)$$

ここで、 $U_{z=10m}$ は水面上 10 m の点の風速 (m/s) で

ある。

(2) 鉛直混合係数の理論的推定

本研究では、鉛直混合係数を鉛直方向に各層内で一定と仮定したが、実際にはこれは流速や水面傾度などの運動状態によりきわめて広範囲に変化するものである。しかし、現在のところ、そのだいたいの値が海流の分野で得られているにすぎない。そこで、ここで鉛直混合係数の推定式を導いてみることにする。

3. (1) の基礎微分方程式において、流れを x, z の 2 次元とし、一層流を考えると、

$$\eta \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \quad \dots\dots\dots (36)$$

$$p = \rho g (\zeta - z) \quad \dots\dots\dots (37)$$

である。ここで、記号は前章と同じである。式 (37) を (36) に代入すると、

$$\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{g}{\eta} \frac{\partial \zeta}{\partial x} \quad \dots\dots\dots (38)$$

となる。これを境界条件 $z = \zeta \equiv 0.0$ で $\eta(\partial u / \partial z) = \tau_x$, $z = -H$ で $u = 0$ のもとに解くと、

$$u = \frac{g}{\eta} \frac{\partial \zeta}{\partial x} (z^2 - H^2) + \frac{\tau_x}{\eta} (z + H) \quad \dots\dots\dots (39)$$

である。これに、連続条件 $\int_{-H}^0 u \cdot dz = 0$ を用い $\partial \zeta / \partial x$ を消去すると、

$$u = \frac{\tau_x \cdot H}{\eta} \left\{ \left(1 + \frac{z}{H} \right) - \frac{3}{4} \left(1 - \frac{z^2}{H^2} \right) \right\} \quad \dots\dots\dots (40)$$

となる。水面の流速は風速 U_z の関数であり、普通は $u_{z=0} = \alpha U_z$ と風速の一次式で表わす。 α は 0.03 から 0.05 ぐらいで、 c_f の関数 $\alpha = \beta \sqrt{c_f}$ であり、 β は $\beta \approx 1.1^4$ 程度である。しかし、水表面近くには流速の変化が激しく式 (40) で表現できない薄層が存在するため、この式の $u_{z=0}$ にはこの薄層下面の流速を用いなければならない。この層の厚さ、および上下面の流速比は風速により変化するが、ここでは一応厚さ数 mm 程度、上下面の流速比を 2 : 1⁴⁾ とし、

$$u_{z=0} = \alpha \cdot U_z = \beta \sqrt{c_f} \cdot U_z = 0.55 \sqrt{c_f} \cdot U_z \quad \dots\dots\dots (41)$$

とする。上式および式 (34), (40) より $\tau_0 = \tau_x \cdot \rho$ に注意し、

$$\eta = \frac{1}{4\beta} \left(\frac{\rho_a}{\rho} \right) \cdot \sqrt{c_f} \cdot H \cdot U_z = 0.00056 \sqrt{c_f} \cdot H \cdot U_z \quad \dots\dots\dots (42)$$

となる。ここで $\rho_a / \rho = 1.2 \times 10^{-3}$ (20°C) とし、 η (m²/s), H (m), U_z (m/s) である。

二層の場合も同様に考える。 x, z の二次元の二層流の基礎式は、

$$\eta_1 \frac{\partial^2 u_1}{\partial z^2} - \frac{1}{\rho_1} \frac{\partial p_1}{\partial x} = 0 \quad \dots\dots\dots (43)$$

$$\eta_2 \frac{\partial^2 u_2}{\partial z^2} - \frac{1}{\rho_2} \frac{\partial p_2}{\partial x} = 0 \quad \dots\dots\dots (44)$$

$$\left. \begin{aligned} p_1 &= \rho_1 g (\zeta - z) \\ p_2 &= \rho_1 g (\zeta + h) - \rho_2 g (z + h) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (45)$$

である。ここでも記号は前章と同じである。式 (45) を式 (43), (44) に代入すると、

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 u_1}{\partial z^2} &= \frac{g}{\eta_1} \frac{\partial \zeta}{\partial x} \\ \frac{\partial^2 u_2}{\partial z^2} &= \frac{g}{\eta_2} \frac{\rho_1}{\rho_2} \frac{\partial \zeta}{\partial x} + \frac{g}{\eta_2} \frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_2} \frac{\partial h}{\partial x} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (46)$$

となる。これを境界条件： $z = \zeta \equiv 0$ で $\eta_1(\partial u_1 / \partial z) = \tau_x$, $z = -h$ で $u_1 = u_2$, $\eta_1(\partial u_1 / \partial z) = \eta_2(\partial u_2 / \partial z)$, $z = -H$ で $u_2 = 0$ のもとに解くと、

$$\begin{aligned} u_1 &= \frac{g}{\eta_1} \frac{\partial \zeta}{\partial x} \frac{z^2 - h^2}{2} + \frac{\tau_x}{\eta_1} (z + h) \\ &\quad - \frac{g}{\eta_2} \left(\frac{\rho_1}{\rho_2} \frac{\partial \zeta}{\partial x} + \frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_2} \frac{\partial h}{\partial x} \right) \frac{(H - h)^2}{2} \\ &\quad - \left(g \frac{\partial \zeta}{\partial x} - \frac{\tau_x}{h} \right) \frac{h}{\eta_2} (H - h) \quad \dots\dots\dots (47) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u_2 &= \frac{g}{\eta_2} \left(\frac{\rho_1}{\rho_2} \frac{\partial \zeta}{\partial x} + \frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_2} \frac{\partial h}{\partial x} \right) \left\{ h(H + z) \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{z^2}{2} - \frac{H^2}{2} \right) \right\} - \left(g \frac{\partial \zeta}{\partial x} - \frac{\tau_x}{h} \right) \frac{h}{\eta_2} \\ &\quad \cdot (H + z) \quad \dots\dots\dots (48) \end{aligned}$$

である。ここで連続の条件 $\int_{-h}^0 u_1 \cdot dz = 0$, $\int_{-H}^{-h} u_2 \cdot dz = 0$ を用いて $\partial \zeta / \partial x$, $\partial h / \partial x$ を消去すると、 $\eta_2 = n \eta_1$ (n は任意の数) として、

$$\begin{aligned} u_1 &= \frac{\tau_x h}{\eta_1} \left[\left(1 + \frac{z}{h} \right) + \frac{1}{4n} \frac{H - h}{h} - \frac{6 + \frac{3}{n} \frac{H - h}{h}}{4 + \frac{3}{n} \frac{H - h}{h}} \right. \\ &\quad \left. \cdot \left\{ \frac{1}{2} \left(1 - \frac{z^2}{h^2} \right) + \frac{1}{4n} \frac{H - h}{h} \right\} \right] \quad \dots\dots\dots (49) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u_2 &= \frac{\tau_x (H - h)}{n \eta_1} \frac{2}{4 + \frac{3}{n} \frac{H - h}{h}} \\ &\quad \cdot \left\{ \frac{3}{4} \frac{H^2 - z^2}{(H - h)^2} - \frac{3}{2} \frac{h(H + z)}{(H - h)^2} - \frac{H + z}{H - h} \right\} \\ &\quad \dots\dots\dots (50) \end{aligned}$$

となる。一層の場合と同様に $u_{z=0} = \beta \sqrt{c_f} \cdot U_z$ として、

$$\begin{aligned} \eta_1 &= 0.0022 \sqrt{c_f} \cdot h \cdot U_z \left\{ 1 + \frac{1}{4n} \frac{H - h}{h} \right. \\ &\quad \left. - \frac{6 + \frac{3}{n} \frac{H - h}{h}}{4 + \frac{3}{n} \frac{H - h}{h}} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4n} \frac{H - h}{h} \right) \right\} \\ &\quad \dots\dots\dots (51) \end{aligned}$$

$$\eta_2 = \frac{1}{n} \eta_1 \quad \dots\dots\dots (52)$$

が得られる。ここで、 η_1 (m²/s), η_2 (m²/s), h (m), H (m),

U_z (m/s) である。

式 (52) が一層状態、式 (51), (52) が二層状態における鉛直混合係数を与える理論的推定式で、本研究ではこれらの式を用い鉛直混合係数を評価した。

5. 数値解析

(1) 解析メッシュと境界条件

図—2 に諏訪湖の深度分布と有限要素メッシュを示す。諏訪湖では現在、水生植物の繁殖しやすい水深 2.5 m 以下の浅い部分の浚渫が行われており、湖の東部区域では工事はすでに完了している。図の深度分布は工事がすべて完了した時のものであり、解析にもこれを用いた。メッシュが水門付近で密に組んであるのは、水門から流出がある時はこの付近の流速の変化が大きいことに対応させるためである。

図—2 深度分布 (水面海拔高度 759.0 m) と有限要素メッシュ

図より諏訪湖の水平方向の代表寸法 L は約 5 km、代表水深 D は 4 m であり、 D/L は 10^{-3} の大きさで浅い湖のモデルは十分に適用できる。また、慣性力とコリオリ力の比を示すロスビー数 $R_0 = U_c / f \cdot L$ は、湖の代表流速 $U_c = 4$ cm/s、北緯 36° としてコリオリ係数 $f = 0.000086$ とすると $R_0 = 0.1$ である。 $U_c = 4$ cm/s は風速 4 m/s 程度のものであるが、風速が増し R_0 の値が大きくなるとコリオリ力に比し慣性力が無視できなくなり、得られる結果も近似的なものとなる。

湖への流出入としては、釜口水門からの流出量を 15.5 m^3/s 、上川の流入量を 6.5 m^3/s とし、他の河川からの流

入量は小さいので無視した。しかし、このような流出入を考えた結果とこれを無視した結果とは、流出入点近くを除くとほとんど認められなく、流出入点近くの流速が湖中央の流速に比し大きいと作図が困難であるため、後に示す結果ではすべて流出入を無視している。

次にどのような風場を与えるかの問題であるが、実際に湖面上を吹く風は周辺の山の影響を微妙に受け時間的、空間的にその大きさと向きを変えている。しかし、諏訪湖の湖面上での風向、風速の空間分布などに関する利用できる情報はない。そこで、本研究では風速、風向は湖面上に一定に連続して吹くと仮定する。このとき湖の流れは定常流となる。

また、前章の理論的推定式による鉛直混合係数の計算に用いる全水深 H や上層の水深 h には、湖全体の平均値をあて、得られた値は湖全体で一定値とする。

(2) 一層状態の解析結果

浮子漂流観測の結果との対応も考え、ここでは風速 2 m/s、風向 NW の結果を示す。水深 $H = 4$ m とすると τ_0, η は式 (34), (42) より $\tau_0 = 5.5 \times 10^{-3} \text{ kg/m} \cdot \text{s}^2$, $\eta = 1.5 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$ である。

図—3 は黒丸点を 0.0 にしたときの湖水面位を示す。風下に向って水面の上昇がみられるがその値は非常に小さい。風がもっと強くなっても、諏訪湖の風のための吹き寄せによる水面上昇は、波に比べ非常に小さく実際には問題にならないといえる。

次に図—4 から図—8 に各水深における湖全体の水平方向の流速分布を示す。水表面における流速は風速の 2% ほどで、流向は湖岸近くで湖岸の影響を受ける区域

図—3 水面位 (風速 2 m/s)

図-4 水表面の流速 (風速 2 m/s)

図-6 静水面下 2.6 m の流速 (風速 2 m/s)

図-5 静水面下 1.3 m の流速 (風速 2 m/s)

図-7 静水面下 3.9 m の流速 (風速 2 m/s)

を除くと、風向に対し時計回り方向にずれている。これは、海における吹送流の環流（エクマンスパイラル）、つまりコリオリ力により北半球では風向に対し時計回り方向にずれる流れと同じである。図-9 は図-4 の黒丸点の水深方向の流速分布を示したものでエクマンスパイラルである。この図で、時計回り方向の偏角は水深とともに増し、湖底近くの流向は水面とまったく逆になっている。エクマンは表面吹送流と流向がまったく逆になる水深を摩擦深度とよび吹送流の主要範囲と考えたが、この図ではこれが湖底近くまで達している。これは湖が浅いため、水面に作用するせん断力の影響が湖底近くまで

達していることを示している。

図-10 は水面下 1.3 m の水深での鉛直方向の流速の湖全体の分布を示したもので、他の水深でも同様な傾向を示す図が得られている。これによると、上昇流は風上より、下降流は風下より湖心を回転中心にして時計回り方向にずれた湖岸近くに主として生じている。このずれの原因も水平方向の流れが風に対し時計回り方向にずれるに対応するもので、コリオリ力の影響と思われる。上昇流の最大値は 0.5 mm/s と非常に小さいが、2 時間あれば湖底近くの無酸素層を水面近くへ押し上げるに十分な流速であり、さらに風速を増すと湖底物質を浮上させる

図-8 静水面下 5.2 m の流速 (風速 2 m/s)

図-10 静水面下 1.3 m の鉛直方向流速 (上向き正)

図-9 エクマンスパイラル (風速 2 m/s)

に可能な流速となると考えられる。このような湖底近くの無酸素層とともに湖底質が水面に浮上する現象を諏訪湖では「すす水」と称しているが、これは網いけすの魚ばかりでなく回遊する魚までも窒息死させることがあり、大問題となっている。このすす水は、風による湖水の鉛直対流にともなう上昇流がその物理的原因となって起こるといえる。しかし、この完全な究明には、底質浮上に対する限界掃流力の推定も必要であるし、さらに無酸素層がいかに形成されるかという生物・化学的研究など総合的立場からの検討を必要とする。

以上述べた結果は風速、風向を変化させても η の値を2倍に大きくしても同じようにいえることである。つまり湖沼のような閉領域の風による水平流は、コリオリ力による風向に対し時計回り方向に水深が増すに従いずれ

る流れと、湖底や湖岸の地形の影響を受ける流れの組み合わせた流れとなる。諏訪湖では湖面は矩形に近く、湖底の起伏は少なく、湖岸は滑らかなため後者の影響は湖岸近くだけで、全般的にみると流れは風向に対し時計回り方向に水深が増すに従いずれている。また、このために湖心を回転中心にして風上、風下より時計回り方向にずれた湖岸近くに上昇流、下降流が生じている。

(3) 二層状態の解析結果

諏訪湖の真夏における卓越風は SW であるので、風向は SW とし、風速は前節と同じ 2 m/s とした。また、上下層の境界面は水温観測より静水時に水面下 1.3 m にあるとし、水温は上層で 27°C、下層で 22°C とした。上下層の鉛直混合係数の比 η_1/η_2 は判断する資料がないが、ここでは一応⁴⁾とした。この時、 $\tau_0 = 5.5 \times 10^{-3} \text{ kg/m} \cdot \text{s}^2$ 、 $\eta_1 = 6.2 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ 、 $\eta_2 = 1.6 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ となる。

図-11 に図の黒丸点を 0.0 とした時の水面位、および上下層の境界面位を示す。水面の傾きは一層状態の時より大きくなっている。上下層の境界面の静水面からの位置は風上、風下でそれぞれ 75 cm 近く上下降している。この風向で風速を 2.5 m/s に上げると、下層は水面まで達してしまう。この時には水面は常に風下側へ流れているので、定常的な二層状態は存在しないことになる。表面に達した下層は昼間では日光の直射により急速に暖められ、さらに小さい波によっても上下層の混合が起こり、二層状態は急速に崩れることになる。

上に述べたことは風向、上下層の境界面の位置、 η_1/η_2 の値、温度差などにより多少の違いはあるが、諏訪湖では

図-11 水面位(実線)境界面位(点線)(風速 2 m/s)

仮に二層状態が形成されていても 2~3 m/s 程度以上の風が吹くと、下層が水面か水面近くに達し、上下層の混合が容易に起こり二層状態は簡単に破壊されてしまう。また、2~3 m/s 程度以上の風が吹くと風と平行な縞模様が見られるが、これは Langmuir 風成対流の存在を示すものと思われ、これによっても上下層の混合が促進されると考えられる。

次に各水深における水平流の分布についてであるが、図は紙面の都合上省略する。結論を簡単にのべると一層流に比し狭い水深内で流向の逆転の起こる上層では、地形の影響が強いためか流向が時計回り方向にずれる流れは認められなかった。しかし、下層は上層に比し水深が大きいので依然コリオリ力の影響が強く、下へさがるほど流向が風向に対し時計回り方向にずれることが認められた。

6. 現地観測

(1) 浮子漂流観測結果

浮子漂流観測は、昭和 50 年 7 月 14 日から 16 日までの 3 日間実施した。浮子は幅 25 cm、長さ 1 m の板を十字に組み、色別されたポールをつけたもので、ポールの直径 2 cm、水面上の長さは 40 cm であり、これに作用する風圧は、風速を 3 m/s とすると 1 cm/s の速度で浮子を動かすと推定される。また、浮子は、水面下の流速分布を式 (40) と仮定すると水面下約 11 cm の流速を示し、表面の 9 割ぐらいの値であると考えられる。観測は湖の適当な位置より計 10 個の浮子を漂流させ、湖岸近

くに設けた 7 か所の観測点よりトランシットでこの動きを追って行った。1 観測点で 2~3 の浮子を受けもち、10 分間隔で連続観測した。観測は午前 10 時より午後 4 時まで行い、観測途中で浮子が湖岸に漂着した場合、その時点でその浮子の観測は中止した。

以上により観測した結果を図-12 (a)~(c) に示す。また、観測時における諏訪測候所の気象条件を表-1 に示す。風向、風速が時間ごとに変化しているためわかりにくい、全般的傾向として数値計算結果と同様に、流向は風向に対し時計回り方向にずれる傾向を示している。

(a) 7 月 14 日

(b) 7 月 15 日

表-1

月 日	天 気	時 刻	10	11	12	13	14	15	16
7 月 14 日	晴	風 向 風 速 (m/s)	WNW 4.0	WNW 4.0	N 1.6	NW 2.6	NW 2.5	NNW 2.2	WSW 2.7
7 月 15 日	晴	風 向 風 速 (m/s)	WNW 2.1	NNW 0.2	NNW 2.6	NW 1.6	NNW 1.3	N 1.6	N 0.7
7 月 16 日	晴	風 向 風 速 (m/s)	N 1.4	NW 2.8	W 2.8	NNW 3.5	WSW 2.7	WSW 3.1	WSW 2.9

(c) 7 月 16 日

黒丸点は浮子の漂流原点を、白丸点は 30 分ごとのその位置を示す。湖岸の ① から ⑦ は観測点を、また湖面の No. 1 から No. 3、および Center は定点を示す。

図-12 浮子の動き

(2) 水温観測結果

水温観測を図-12に示す No. 1 から No. 3, Center の 4 定点でサーミスタ温度計を用いて水面から湖底まで 0.5 m 間隔に行った。観測は昭和 50 年 6 月 2 日より 9

図-13 湖心の水温鉛直分布の経時変化

月 23 日までの全部で 19 回で、図-13 にその一部を一例として示す。測定時刻はいずれも午前 10 時 30 分から午後 11 時 15 分までであり、測定期日、その日の天気、平均気温、平均風速、および前日の平均風速を示すと次のようである。

- ① 8 月 14 日 天気晴、気温 22.8°C、風速 1.5 m/s、前日の風速 1.8 m/s
- ② 8 月 19 日 天気晴、気温 23.4°C、風速 3.5 m/s、前日の風速 5.1 m/s
- ③ 8 月 27 日 天気晴、気温 22.6°C、風速 1.8 m/s、前日の風速 1.4 m/s
- ④ 9 月 11 日 天気晴、気温 19.8°C、風速 1.4 m/s、前日の風速 2.4 m/s

図より風速 2 m/s 以下の日が数日続いた後に形成された成層状態も 2.5 m/s 以上の風が吹くと容易に破壊され、水温は鉛直方向に一様になってしまう。このことは他の測定点、また、別の観測についても同じようにいえることであり、5. の数値解析で述べた結果と一致するものである。つまり諏訪湖では、仮に成層状態が形成されても 2~3 m/s の風が吹くと、これが破壊されてしまい長期間安定して存在する成層状態はないといえる。

7. 結 論

本研究は、浅い湖のモデルを適用した数値実験と浮子漂流観測および水温観測により諏訪湖湖水の風による流動特性を明らかにしたものである。

風による水面の水平方向流れは、コリオリ力による風向に対して時計回り方向にずれる流れと、湖底や湖岸の地形の影響を受ける流れの組み合わせたものとなる。諏訪湖では湖面は矩形に近く、湖底の起伏は小さく、湖岸は入り組んでないため、後者の影響は湖岸近くを除くと小さく、湖全体としては風向に対し時計回り方向にずれた流れが生じている。このことは浮子漂流観測においても認められた。また、このずれは水面より下がるに従い増し、湖底近くでは水面とまったく逆の流れが生じ、流れの鉛直方向の分布はエクマンスパイラルを示す。

風による水面近くの流れと、これに対する湖底近くの

逆流現象は、湖水が風の吹送により鉛直方向にも対流していることを示すもので、湖心を回転中心にして風上、風下より時計回り方向にずれた湖岸近くに上昇、下降流が生じている。このずれも、水平流が風向に対し時計回り方向にずれるに対応するもので、コリオリ力の影響によるものと考えられる。

上昇流の大きさは水平流に比すと非常に小さいが、湖底近くの無酸素層とともに湖底物質を水面に浮上させるには可能な流速と考えられる。このような底質浮上現象を諏訪湖ではすす水と称しているが、これは風による湖水の鉛直対流にともなう上昇流がその物理的原因となって起こると思われる。しかし、この完全な究明には、湖水がどう動くかという物理的立場ばかりでなく、無酸素層がいかに生成されるかという生物・化学的立場からなど総合的分野からの追求を必要とする。

鉛直方向の水溫観測において、長期にわたる安定した成層状態は認められなかった。これは仮に成層状態が形成されたとしても、2~3m/sほど以上の風が吹くと、風上で下層が水面にでてしまったり、Langmuir 風成対流の生成により鉛直方向の混合が促進され、成層状態は容易に破壊されてしまうためと思われる。つまり、諏訪湖は水深が浅く、規模も小さいため風による鉛直方向の混合が容易に行われ、鉛直方向の水溫は常にほぼ一様に保たれている。

次に本研究の問題点をあげると、数値実験では流れを定常と仮定したが、諏訪湖では風が吹き始めてから 3~4 時間⁵⁾で定常となると考えられる。湖のおおまかな流

動特性を調べるには定常としてよいが、場合によっては非定常解析も必要である。さらに風速が非常に大きい時には非線形項も考慮することが必要となる。しかし、これらの場合には本論文の方法は適用できなくなり、三次元差分を組むか、別になんらかの形で鉛直方向の流速分布を考慮⁶⁾して基礎式を解くことが必要となる。後者の方法については有限要素法を用い現在検討中であり、できしだい発表したいと考えている。

おわりに、現地観測に全面的な協力をいただいた長野県諏訪湖工事事務所、ならびに有益な助言とデータ整理に協力くださいました信州大学工学部水工研究室の関係者の皆様に感謝の意を表するしだいです。

なお、本計算には信州大学データステーションを通じて東京大学大型計算機を利用した。

参 考 文 献

- 1) 諏訪湖浄化対策委員会：諏訪湖の浄化に関する研究，1968.
- 2) K.K. Lee and J.A. Liggett: Computation of Circulation in Stratified Lake, ASCE, HY 10, October, 1970.
- 3) たとえば、ツィンキーヴィッツ著、吉識・山田監訳：マトリックス有限要素法，培風館，1975.
- 4) Wu, J.: Laboratory Studies of Wind-Wave Interaction, J.F.M., 34, pp. 91~111, 1968.
- 5) J.A. Liggett: Unsteady Circulation in Shallow Homogeneous Lakes, ASCE, HY 4, July, 1969.
- 6) R.T. Cheng: Transient Three-Dimensional Circulation of Lake, ASCE, EM 1, February, 1977.

(1977.12.5・受付)