構造部材の損傷度と劣化履歴地震応答に関する基礎的研究*

STUDIES ON CUMULATIVE DAMAGE OF STRUCTURAL
ELEMENTS AND EARTHQUAKE RESPONSE OF
DETERIORATING HYSTERETIC STRUCTURES

後 藤 尚 男**・家 村 浩 和***・杉 原 豊****

By Hisao GOTO, Hirokazu IEMURA and Yutaka SUGIHARA

1. 結 言

構造物の耐用年間に 1, 2 度程度来襲すると予想されるような強大地震動に対しても、その動的応答を弾性限度内におさめる設計手法には、経済的制約が大きいと考えられる。近年こうした観点から、構造物の塑性領域をも含めた動的不規則応答解析が、数多く実施されてきている。ところで、これらのほとんどの解析においては、構造物の動的パラメーターが応答振幅のみに依存し、地震動の繰り返し载荷によっては劣化しないと仮定した、いわゆる定常履歴復元力モデルを採用している。しかしながら、最近における強震記録の解析や、構造部材の繰り返し荷重による破壊実験などの結果は、強震時における構造物の剛度や減衰性能が、時間とともに劣化することを示唆しており、その地震応答への影響を詳細に検討する必要があるものと考えられる。

著者の 1 人と P.C. Jennings³⁾ は、サンフェルナンド地震 (1971.2, 米国カリフォルニア州) 時に鉄筋コンクリート (RC) 建築物の地下と屋上で得られた同時強震記録の解析より、1 次モードの相対変位-復元力の履歴関係を直接検出し、履歴ループの勾配や面積の劣化が著しいことを見出した。さらに各種モデルの応答解析の結果より、動特性の劣化が地震応答に大きな影響を及ぼすことを指摘した。しかしながら、動特性の劣化の程度と過去の応答履歴の相関性に関する議論はほとんどなく、劣化モデルを設定する上での一般的法則を作り出し

得なかった。

志賀や柴田⁴⁾ は、せん断壁模型の定振幅水平载荷実験を行い、各载荷振幅ごとに、履歴復元力特性の等価剛度と等価減衰定数が、载荷回数によりいかに劣化するかを追求し、注目すべき結果を報告したが、この結果を直接地震応答計算にもち込むことは、かなり困難である。

Penzien⁵⁾ と Chopra⁶⁾ は、Clough⁷⁾ が RC 構造物を対象として提案した剛度劣化モデルを利用して、1 自由度系および多自由度系の実地震記録入力に対する応答計算を実施し、剛度劣化が応答に及ぼす影響について検討した。その結果、比較的周期の短い構造物が、剛度劣化の影響を強く受けることが判明した。しかし、Clough のモデルでは、おもに剛度劣化が取り扱われ、志賀らの実験結果にみられる減衰性能の劣化が考慮されておらず、一般的な劣化モデルとはいえない。

Iwan^{8), 9)} は RC 構造物を対象として、ばねと対称および非対称スライダーの組み合わせよりなる劣化モデルを提案している。この劣化モデルは、鉄筋コンクリートの材料特性を比較的よく表現しているが、一定振幅で繰り返し载荷したとき、第 2 回目以降の载荷による劣化は生じないなどの欠点を有している。

梅村ら¹⁰⁾ は、RC 構造部材の破壊実験結果に基づく trilinear の剛度劣化モデルを建築物の地震応答計算に取り入れているが、劣化履歴復元力特性の制御がかなり複雑で、劣化が不規則応答に及ぼす影響を一般的に検討するためには、多大の数値計算を必要とするものと考えられる。

本研究では、まず強震記録の解析結果や構造部材模型の破壊実験結果を参照して、履歴復元力特性の等価線形剛度や等価線形減衰定数が、低サイクル疲労破壊の概念より定義した累積損傷度に依存して劣化する、比較的簡便でしかも一般性のある新しい劣化履歴振動モデルを提案した。次に RC 部材の低サイクル単純曲げ疲労破壊実

* 本研究は第 4 回日本地震工学シンポジウム (1975)¹⁾、土木学会第 32 回年次学術講演会 (1977)²⁾ において部分的に発表したものを取りまとめ、新たな考察を加えたものである。

** 正会員 工博 京都大学教授 工学部交通土木工学科

*** 正会員 工博 京都大学講師 工学部土木工学科

**** 正会員 工修 大成建設 (株) 土木本部設計部

験を実施して、載荷じん性率振幅および繰り返し回数による履歴復元力特性の劣化過程を追求め、提案したモデルの妥当性を検討した。さらに、抽象的に理想化した劣化モデルや実験結果を模式化したモデルの不規則地震応答解析を実施し、剛度や減衰性能などの動特性の劣化が応答諸量に及ぼす影響をより詳細にかつ一般的に検討した。

2. 損傷度関数を用いた劣化履歴モデル

(1) 累積損傷度

構造物の履歴復元力特性の剛度と減衰性能が、振動繰り返し回数に依存して劣化する過程を、従来の研究では、履歴ループの複雑な制御により表現してきた。本研究では、この劣化過程をより一般的にしかも簡便に表現するため、構造物の損傷度関数を設定し、その従属変数として劣化を定義する手法を提案しようとするものである。

いま、じん性率振幅 μ_i で1周期振動したときの構造物の損傷度 ΔD_i を、低サイクル疲労破壊の概念¹¹⁾より次式で定義する。

$$\Delta D_i = 4(\mu_i / \mu_f)^a \quad (1)$$

ここに、 μ_f ：静的載荷時の終局強度、 a ：損傷度の振動特性を定めるパラメーターである。上式より各種振幅レベル μ_i で n_i 回繰り返したときの損傷度を加算した累積損傷度 $D(n)$ は次式となる。

$$D(n) = \sum_i \Delta D_i = \frac{4}{\mu_f^a} \sum_i n_i \mu_i^a \quad (2)$$

一方、時間 t の関数として劣化を定義するため、R. W. Lardner の方法¹²⁾に従って、南井¹³⁾が連続化した疲労過程の累積損傷度 $D(t)$ は次式で示されている。

$$D(t) = \int_0^t F(\mu) |\dot{\mu}| dt = \frac{a}{\mu_f^a} \int_0^t |\mu|^{a-1} |\dot{\mu}| dt \quad (3)$$

ここに、 $\cdot$ は時間に関する微分、 $F(\mu) |\dot{\mu}|$ は損傷速度を示す。ただし、1サイクル当りの損傷度の増分は、式(2)と式(3)とで等しくなっている。いま、時刻 t における変位応答 μ と速度応答 $\dot{\mu}$ の同時確率密度関数 $p(\mu, \dot{\mu}; t)$ が既知であると、 $D(t)$ の期待値 $E[D(t)]$ は次式で与えられる。

$$E[D(t)] = \frac{a}{\mu_f^a} \int_0^t \int_{-\infty}^{\infty} |\mu|^{a-1} |\dot{\mu}| p(\mu, \dot{\mu}; t) d\mu d\dot{\mu} dt \quad (4)$$

低サイクル疲労破壊の分野では、一般に、累積損傷度 $D(n)$ および $E[D(t)]$ の値が1になると、構造物は破壊とみなされる。したがって、それ以前における構造物の残存強度 $R(n)$ および $E[R(t)]$ は、次式のように定義される。

$$R(n) = 1 - D(n), \quad E[R(t)] = 1 - E[D(t)] \quad (5)$$

ただし、本研究で取り上げた累積損傷度や残存強度は、構造物の破壊度を示すというよりも、動特性の劣化度を表現するためのパラメーターであり、以後の解析もこうした考え方の下に進めていく。

(2) 履歴復元力特性の等価線形化

履歴復元力特性を有する1自由度(単純)構造物の運動方程式は周知の次式で表わせる。

$$\ddot{u} + \beta_0 \dot{u} + \omega_0^2 q(\mu) = -\ddot{z}(t) \quad (6)$$

ここに、 β_0 ：履歴系の減衰指数、 ω_0 ：非減衰弾性固有円振動数、 $\ddot{z}(t)$ ：入力地震加速度、 $q(\mu)$ ：無次元化履歴復元力特性で、本研究では Fig. 1 に示した bilinear 系を採用した。

式(6)に対応する等価な線形系を、等価減衰指数 β_{eq} 、等価固有振動数 ω_{eq} を用いて表示すると次式となる。

$$\ddot{u} + \beta_{eq} \dot{u} + \omega_{eq}^2 u = -\ddot{z}(t) \quad (7)$$

式(6)、(7)に最小2乗誤差法あるいはエネルギーつり合い法を適用し、定常調和波応答振幅 $\mu_i (\geq 1.0)$ に対する等価線形定数 $\omega_{eq}(\mu_i)$ 、 $\beta_{eq}(\mu_i)$ を決定すると、次式を得る¹⁴⁾。

$$\left. \begin{aligned} \omega_{eq}^2(\mu_i) &= \omega_0^2 \left\{ \frac{2n_p(2-\mu_i)}{\pi \mu_i^2} \sqrt{\mu_i - 1} \right. \\ &\quad \left. + \frac{n_p}{\pi} \cos^{-1} \left(1 - \frac{2}{\mu_i} \right) + (1 - n_p) \right\} \\ \beta_{eq}(\mu_i) &= \beta_0 + \frac{4n_p(\mu_i - 1)}{\pi \omega_{eq} \mu_i^2} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

ただし、 n_p は bilinear 系の弾塑性傾斜率で、0のとき線形系、1のとき完全弾塑性系をそれぞれ表わす。

一方、非定常不規則応答時における等価線形定数は、変位応答のピーク μ_i の確率分布関数 $p(\mu_i, \sigma_\mu, \rho_{\mu\dot{\mu}}, \sigma_{\dot{\mu}})$ が既知であれば¹⁵⁾、各ピークに対する期待値として、次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \omega_{eq}^2(\sigma_\mu, \rho_{\mu\dot{\mu}}, \sigma_{\dot{\mu}}) &= \int_0^\infty \omega_{eq}^2(\mu_i) p(\mu_i, \sigma_\mu, \rho_{\mu\dot{\mu}}, \sigma_{\dot{\mu}}) d\mu_i \\ \beta_{eq}(\sigma_\mu, \rho_{\mu\dot{\mu}}, \sigma_{\dot{\mu}}) &= \int_0^\infty \beta_{eq}(\mu_i) p(\mu_i, \sigma_\mu, \rho_{\mu\dot{\mu}}, \sigma_{\dot{\mu}}) d\mu_i \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

ここに、 σ_μ ：じん性率応答 μ の標準偏差、 $\rho_{\mu\dot{\mu}} : \mu$ とそ

Fig. 1 Bilinear Hysteretic Restoring Force

の速度応答 $\dot{\mu}$ の相関係数, $\sigma_{\dot{\mu}} : \dot{\mu}$ の標準偏差である。上式より非定常不規則応答時の β_{eq} , ω_{eq} は応答諸量の確率統計量より決定できる。

(3) 劣化履歴振動系の等価線形パラメータ

ここでは、履歴振動系が繰り返し荷重を受けたために生ずる剛度と減衰性能の劣化を、累積損傷度あるいは残存強度を用いてモデル化する手法を提案する。この手法の妥当性については、RC 部材の破壊試験より次の 3. で詳細に検討するが、従来よりの実験結果⁴⁾ や強震記録の解析³⁾ からもその有用性が類推できる。

まず最初に、理想化された単純な劣化モデルとして次式の関係を採用する。

$$\left. \begin{aligned} \omega_{eq}^2(\mu_i, R(n)) &= f_{\omega}(R(n)) \omega_{eq}^2(\mu_i) = R(n) \omega_{eq}^2(\mu_i) \\ \beta_{eq}(\mu_i, R(n)) &= f_{\beta}(R(n)) \beta_{eq}(\mu_i) = R(n) \beta_{eq}(\mu_i) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

上式の劣化モデルを **Fig. 2** に示した。すなわち、剛度の劣化は残存強度に比例すると考え、一方、減衰指数は残存強度の 2 乗に比例して劣化がより早く進行すると仮定した。この剛度と減衰指数の劣化モデルは、志賀・柴田らがせん断壁の模型を対象として実施した実験結果⁴⁾ などにヒントを得たものである。

式 (10) の等価線形定数 $\omega_{eq}(\mu_i)$, $\beta_{eq}(\mu_i)$ として、式 (8) で示された bilinear 系のそれらを採用した。この場合の計算結果を図示したのが **Fig. 3** である。ただし、劣化履歴構造物の強度および動特性を示すパラメータとして、 $\mu_f=25$, $\alpha=2.0$, $\beta_0=0.04$, $\omega_0=1.0$, $n_p=0.5$ を採用した。同図中には、各振幅レベル μ_i で 1, 5, 10 回繰り返し载荷したときの残存強度 $R(n)$ の低下と、それに対応する ω_{eq}^2 と β_{eq} の劣化が示されている。たとえば、 $\mu_i=5.5$ で 5 回あるいは $\mu_i=3.9$ で 10 回繰り返し载荷すると、残存強度が 0 となり、したがって、 ω_{eq}^2 , β_{eq} も 0 となる。同図には、劣化を考慮しない場合の ω_{eq}^2 , β_{eq} (式 (8)) を同時に破線で示した。 ω_{eq}^2 は降伏後の剛度 $(1-n_p)$ に漸近しており、 β_{eq} は $\mu_i=2$ 付近で最大値を示した後漸減している。一方、劣化を考慮したモデルは、じん性率振幅の大きい領域で、等価線形パラメータの著しい低下が起こっている。

3. 鉄筋コンクリート部材の曲げ疲労破壊試験

(1) 実験概要

さきの 2. では、損傷度関数を用いて動特性の劣化を表示する新しい手法を提示した。ここでは、この手法の妥当性を検討するため、RC 部材の曲げ疲労破壊実験を

Fig. 2 Deterioration of Equivalent Stiffness and Damping

Fig. 3 Residual Strength and Equivalent Linear Parameters

Fig. 4 Test Piece

実施し²⁾、その結果を整理・解析した。

用いた供試体は、**Fig. 4** に示すように、長方形断面でその寸法が 150×100 mm、長さ 1200 mm の複鉄筋曲げ部材である。主鉄筋としては、公称径 9.53 mm の異形鋼棒 (D10) 4 本を対称に配置した。このときの鉄筋比は、0.011 である。また、せん断補強のため φ6 mm のスターラップを 80 mm 間隔に配置した。

曲げ荷重の载荷にあたっては、**Photo 1** に示すよう

Photo 1 Loading Test

Table 1 Test Data

No.	IMPULS AMPLITUDE	WAVE FORM	FREQUENCY
1	1.42 (in D.F.)	sinusoidal	0.45 Hz
2	1.77		
3	2.08		
4	2.48		
5	2.55		
6	3.40		
7	4.42		
8	5.37		
9	6.17		

(D.F.=Ductility Factor)

に、供試体をスパン長 1000 mm の単純ばりとして用い、スパン中央部に繰り返し集中力を作用させた。なお供試体中央部の載荷点および両端支持部においては、1 対の円板やシリンダーよりなる載荷および支持装置を用いた。

加振機には、京都大学工学部工学総合研究センター内に設置されている電気油圧式ランダム加振試験機（鷲宮製作所製）を用いた。この試験機の性能は、載荷荷重 ± 15 t、可動変位 ± 150 mm、加振振動数 DC $\sim$ 60 Hz であり、変位および荷重による制御が可能である¹⁶⁾。

加振力のパターンとしては、Table 1 に示すように、加振変位 および 振動数が一定 (0.45 Hz) な調和波を採用した。部材強度の劣化は、加振力の波形や振動数の不規則性により当然異なってくるであろうが、本研究で

Fig. 5 Layout of Experiment

は、基礎的な段階のものとして、もっとも単純な波形を採用した。Table 1 中の動的加振変位は、静的載荷試験時に引張側鉄筋が降伏点に達したときの供試体中央の変位 (3 mm) により規準化したじん性率振幅である。したがって、本研究で実施した実験は、一定変位完全両振り塑性曲げ疲労破壊試験とよぶことができよう。

計測にあたっては、加振機の中央制御盤に組み込まれた荷重計、変位計の出力を X-Y レコーダおよびデータレコーダーに接続して記録するとともに、ペンレコーダーには、荷重・変位に加えて、主鉄筋中央部に添付したストレインゲージによるひずみの測定値を記録した。実験概要の平面図を Fig. 5 に示す。

(2) 載荷回数と履歴復元力特性の劣化

供試体中央部における、載荷点変位と復元力の履歴関係の 1 例をプロットしたのが Fig. 6 である。同図はじん性率振幅が 4.42 の場合で、載荷繰り返し数が 1, 10, 20 回目の結果を示してある。鋼部材を用いた同種の実験結果と比較すると、復元力特性の劣化が非常に顕著である。本実験で用いた長方形断面の R C 部材は、載荷振幅による多少の差異はあるが、ほとんどの場合 Fig. 6 に示すように、紡錘形逆 S 字形の形状変化を示した。これは、鉄筋比の比較的小さい R C 部材の破壊が、交替載荷の場合でも、引張側コンクリートのひび割れ、引張側鉄筋の降伏→圧縮側コンクリートの圧潰・脱落の順に進行し、変位振幅が小さい領域での抵抗力が極端に低下する結果である。

構造物の履歴復元力ループのうち、動特性を表示する重要な 2 つの指標は、履歴ループの平均的勾配および履歴面積である。両者はおおの、構造物の平均的剛度および減衰性能に対応する。ここでは、この 2 つの指標が、載荷回数によりどのように劣化するかを、じん性率振幅をパラメーターとして検討した。

Fig. 6 Deterioration of Hysteretic Restoring Force

Fig. 7 Deterioration of Maximum Reaction of Hysteresis Loops

Fig. 8 Deterioration of Area of Hysteresis Loops

まず, Fig. 7 では, 各履歴ループの最大反力値が, 処女載荷時のそれに比較して, どの程度劣化するかをプロットした. ここに示した最大反力の劣化は, ① 最大反力を示す履歴ループ上の点の変位の最大点でもあること, ② 実験が一定変位制御載荷試験であることより, 平均的剛度の劣化にほぼ等しいとみなすことができる. すなわち, 平均的剛度 $\equiv$ 最大反力/最大変位の関係である.

次に示した Fig. 8 は, 各履歴ループの面積が, 第 1 回目のそれに比較して, どの程度劣化するかをプロットしたものである.

Fig. 7, 8 において, じん性率振幅が 2.08 以下の結果をみると, 履歴面積の減少は急であるが, 反力の低下は比較的緩慢である. この種の振幅領域では, 処女載荷時に引張側コンクリートのひびわれと鉄筋の降伏が起る. しかし, 圧縮側コンクリートの圧潰や脱落がほとんどみられないため, 反力はかなり高いレベルを保持している. 繰り返し回数が増加すると, 主鉄筋の疲労破壊が起り, 反力が急激に減少して崩壊に至る (Photo 2).

一方, じん性率振幅が 4.42 以上の場合には, 第 1 サイクル目の載荷時より, 圧縮側コンクリートの圧潰と脱落が起り, 反力・履歴面積ともに急激な劣化を示して

いる (Photo 4). じん性率振幅が 2.48, 3.40 の場合には, 両者の中間的な劣化傾向となっている (Photo 3).

(3) 累積損傷度と履歴復元力特性の劣化

(2) では, 復元力特性の最大反力および履歴面積の劣化過程を, じん性率振幅および繰り返し回数をパラメーターとして追求した. この 2 つのパラメーターを, 累積損傷度に換算すれば, 1 つのパラメーターで動特性の劣化過程をほぼ一義的に表現できるのではないかと, というのが 2. で提案した劣化モデルである. ここでは, このモデルの妥当性を, 実験結果の解析より検討する.

まず部材の損傷度を算出するためには, 破壊規準を設定する必要がある. Fig. 7, 8 に示したように, RC 部材の動的パラメーターの劣化が連続的であるので, 破壊規準として何を採用すべきかに

は, 種々議論のあるところである. 本研究では, 載荷形

Photo 2 Test Piece after Loading ($\mu=1.42$)

Photo 3 Test Piece after Loading ($\mu=2.48$)

Photo 4 Test Piece after Loading ($\mu=5.37$)

Fig. 9 Ductility Factor and Number of Loading at Defined Failure

式や履歴曲線の劣化状況を考慮するとともに、疲労破壊曲線を設定するうえでデータのばらつきができるだけ小さくなることを試行錯誤的に検討して、最大反力が処女載荷時の 60% にまで低下したときを、便宜的に破壊と定めた。この破壊点におけるじん性率振幅 μ と破壊回数 N を両対数紙上にプロットしたのが Fig. 9 である。同図より、いわゆる $S-N$ 曲線に相当する $\mu-N$ 回帰曲線を最小 2 乗誤差法により決定すると次式となる。

$$N\mu^{4.1} = 9.0 \times 10^3 \quad (11)$$

上式より、じん性率振幅 μ_i で n_i 回 ($i=1, 2, \dots, m$) 載荷したときの累積損傷度 $D(n)$ は次式で示される。

$$D(n) = \sum_{i=1}^m \Delta D_i = \sum_{i=1}^m n_i (\mu_i / \mu_f')^{4.1} \quad (12)$$

ただし、 μ_f' は実験結果を外挿したとき、第 1 サイクルの載荷で最大反力が 60% にまで低下するであろうと想定されるじん性率振幅である ($\mu_f' = 9.4$)。したがって、式 (12) で定義した累積損傷度は、その値が 1.0 となったとき構造物の破壊と直接結びつくものではない。むしろ本研究で採用している累積損傷度は、構造物の動特性の劣化を、過去に載荷された振幅と繰返し回数で表現するための 1 つのパラメーターであると考えてよい。

Fig. 7, 8 の横軸である載荷回数を、式 (12) で定義した累積損傷度に変換してプロットしたのが Fig. 10, 11 である。

Fig. 10 には、最大反力の劣化過程を示した。じん性率振幅が比較的小さい ($\mu \leq 2.48$) のときには、損傷度が

Fig. 10 Deterioration of Maximum Reaction of Hysteresis Loops

軽微な範囲での劣化割合が比較的大きく、それ以後は損傷度とほぼ直線的関係にある。このじん性率振幅のレベルでは、破壊に至るまでかなりの繰返し回数を必要とするので、損傷度がたとえ軽微であっても、かなりの繰返し回数を被っている。したがって、この領域ではコンクリート部分の破壊

が劣化に大きな影響を及ぼしており、それ以後の領域では、主鉄筋の疲労が劣化を支配する主要因になっていると考えられる。一方、じん性率振幅が大きい ($\mu \geq 3.40$) 場合には、損傷度と劣化割合の間にほぼ線形的な関係が見い出せる。載荷振幅により、劣化の程度にかなりのばらつきがみられるので、統計量を計算したところ次のようになった。累積損傷度が 1.0 のとき、各供試体の示す剛度の劣化の平均値は、破壊基準値 (0.6) に近い 0.58 で、変動係数は 0.23 である。一方、剛度の劣化が破壊基準値になったときの累積損傷度の平均値は 1.07 で、変動係数は 0.35 となった。

Fig. 11 Deterioration of Area of Hysteresis Loops

Fig. 11 には、履歴面積の劣化過程を示した。全体としての劣化傾向は、累積損傷度が軽微な区間 (0.25 以下) で非常に大きく、それ以後は比較的ゆっくりとしている。載荷初期の履歴面積の著しい減少は、コンクリートのひび割れや圧潰によるものであり、それ

以後は主鉄筋の疲労破壊によるものである。

じん性率振幅による劣化傾向の差は、損傷度が軽微な範囲において、最大反力の劣化の場合とほぼ同様の考察が可能である。特にじん性率振幅が最大の場合 ($\mu=6.17$) には、2~3 回の載荷で累積損傷度が非常に増大し、他の場合の結果と大きな差を示した。統計量を計算した結果、累積損傷度が 1.0 のとき、履歴面積の劣化の平均値は 0.19、変動係数は 0.38 となった。一方、履歴面積の劣化が 0.2 に達したとき、各供試体の損傷度の平均値は

1.13, 変動係数は 0.42 であった。

劣化レベルを規定したときの累積損傷度のばらつきが, 損傷度を規定したときの劣化レベルのそれよりも大きくなるのは, 最大反力, 履歴面積の場合と同様である。これは劣化割合が損傷度の軽微な区間では比較的急であるが, その後ゆるやかになるため, 横軸すなわち損傷度のばらつきが, 縦軸すなわち劣化レベルのそれよりも大きくなる結果である。

(4) 動特性の劣化モデル

Fig. 10, 11 に示した最大反力および履歴面積は, 履歴振動系の等価剛度およびエネルギー消費性能と比例の関係にある。したがって, 等価線形系の固有円振動数の 2 乗 ω_{eq}^2 および等価減衰指数 β_{eq} とも比例の関係を有する¹⁴⁾。両図を参照して ω_{eq} と β_{eq} の劣化モデルを次式のように設定した。

$$\left. \begin{aligned} \omega_{eq}^2(\mu_i, D(n)) &= f_{\omega}(D(n)) \omega_{eq}^2(\mu_i) \\ &= \{1 - 0.4 D(n)\} \omega_{eq}^2(\mu_i) \\ \beta_{eq}(\mu_i, D(n)) &= f_{\beta}(D(n)) \beta_{eq}(\mu_i) \\ &= \{1 - 0.8 D^{0.2}(n)\} \beta_{eq}(\mu_i) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (13)$$

上式中の $f_{\omega}(D(n))$ および $f_{\beta}(D(n))$ を Fig. 12 に示した。すなわち, $f_{\omega}(D(n))$ は累積損傷度の増加に伴って線形的に劣化し, 損傷度が 1.0 の時点で破壊基準である 60% に達する。一方, $f_{\beta}(D(n))$ は, 累積損傷度が 0.1 の時点で 0.5 にまで急激に劣化し, 以後ゆるやかに 0.2 に低下する。

式 (13) 中の $\omega_{eq}^2(\mu_i)$, $\beta_{eq}(\mu_i)$ として式 (8) を, $D(n)$ として式 (12) をそれぞれ採用し, 劣化履歴構造物の強度および動特性を示すパラメーター $\mu_f' = 9.4$, $\alpha = 4.1$, $\beta_0 = 0.04$, $\omega_0 = 1.0$, $n_p = 0.98$ を設定したときの累積損傷度の増大と, それに対応する動特性の劣化を Fig. 13 に示した。同図には, 各振幅レベル μ_i で 1, 20, 50 回繰り返し載荷したときの劣化モデルの動特性

Fig. 12 Deterioration of Equivalent Stiffness and Damping

Fig. 13 Accumulated Damage and Equivalent Linear Parameters

を実線で, 劣化を考慮しない場合の結果を破線で示した。Fig. 3 に示した理想的な劣化モデルの結果と比較すると, ω_{eq}^2 の劣化がさほど顕著ではない。これは破壊基準として, 剛度が完全になくなる状態ではなく, 60% にまで劣化した状態を採用したためである。 β_{eq} の劣化は, Fig. 3 と同様に非常に大きくなっている。

4. 劣化履歴構造物の地震応答解析

(1) 非定常不規則入力に対する応答評価

ここでは, 2. で抽象的に提案した劣化履歴モデルの非定常不規則地震応答の評価を行い, 構造物の動特性の劣化が応答に及ぼす影響について検討する。

まず式 (6), (7) の入力加速度 $\ddot{z}(t)$ として, 次式で示される非定常不規則過程を採用する。

$$\ddot{z}(t) = \alpha_f \omega_0^2 \psi(t) f(\omega_f, h_f, t) \dots\dots\dots (14)$$

ここに, α_f : 入力強度を示すパラメーター, $\psi(t)$: 入力波形の包絡線を規定する確定関数でその形状を Fig. 14 に示した, $f(\omega_f, h_f, t)$: 平均値 0, 分散値 1 の定常ガウス過程で, そのパワースペクトル密度として次式の形を採用した¹⁷⁾。

$$S_f(\omega) = \frac{4 h_f}{\omega_f} \frac{(\omega/\omega_f)^2}{\{1 - (\omega/\omega_f)^2\}^2 + 4 h_f (\omega/\omega_f)^2} \dots\dots (15)$$

Fig. 14 Shape Function of Random Excitation

数値計算にあたっては、入力卓越振動数およびスペクトル形状を定めるパラメーターとして、 $\omega_f = \omega_0/2$, $h_f = 0.9$ を採用した。

劣化履歴構造物の非定常不規則応答の評価にあたっては、逐次等価線形化法¹⁴⁾を応用した。本研究での予測手法は、次の2段階より成り立っている。

まず最初に、時間軸を構造物の非減衰弾性固有周期の1/10程度小さな区間に分割し、その区間内では、入力の強度や等価線形系の動的パラメーターは時間にかかわらず一定であると仮定する。すると、この区間内では、T.K. Caughey らによる線形系の非定常不規則応答評価法¹⁸⁾を応用できるから、区間の先端における初期条件の期待値が既知であれば、後端における応答の確率統計量 σ_μ , $\sigma_{\dot{\mu}}$, $\rho_{\mu\dot{\mu}}$ などを予測することができる。

次に、これらの確率統計量を用いて、式(4)よりその区間における構造物の損傷度、式(9)より非劣化履歴系の等価線形定数を算出でき、これらより次の区間の動特性を決定することができる。ここでの数値計算にあたっては、式(10)と同様に、次式で示される劣化モデルにより、劣化履歴系の動的パラメーターを決定した。

$$\left. \begin{aligned} \omega_{eq}^2(\sigma_\mu, \rho_{\mu\dot{\mu}}, \sigma_{\dot{\mu}}, E[R(t)]) \\ = \omega_{eq}^2(\sigma_\mu, \rho_{\mu\dot{\mu}}, \sigma_{\dot{\mu}}) E[R(t)] \\ \beta_{eq}(\sigma_\mu, \rho_{\mu\dot{\mu}}, \sigma_{\dot{\mu}}, E[R(t)]) \\ = \beta_{eq}(\sigma_\mu, \rho_{\mu\dot{\mu}}, \sigma_{\dot{\mu}}) E^2[R(t)] \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (16)$$

上に示した線形系の応答予測と等価線形化を、各区間について逐次繰り返せば、劣化履歴系の非定常不規則応答を近似的に予測できる¹⁸⁾。

入力強度がかなり強い ($\alpha_f^2 = 0.75$) 場合と、非常に強い ($\alpha_f^2 = 1.0$) 場合の計算例を Fig. 15 と 16 に示した。構造物の強度 a , μ_f および動特性 β , ω_0 , n_p は Fig. 3 の場合とまったく同一である。

Fig. 15 (a) には、線形系、bilinear 系、劣化 bilinear 系のじん性率振幅の非定常2乗平均応答値を示した。線形系の応答は、減衰指数が小さいため、非常に大きな値を示すとともに、最大応答値の生起時刻 ($t/T_0 \approx 5.8$) は、Fig. 14 に示した入力の最大時刻 ($t/T_0 \approx 3$) よりかなり遅れた結果となっている。劣化を考慮しない bilinear 系の応答値は、履歴減衰の効果を大きく受けて、線形応答の50%以下になるとともに、最大応答値

Fig. 15 Nonstationary Random Response of Linear, Bilinear and Deteriorating Bilinear Structures

の生起時刻は入力のそれとほとんど等しくなっている。一方、劣化 bilinear 系の応答値は、入力の最大時刻以降において、bilinear 系よりも大きな値を示しているが、これは剛度および減衰性能の劣化の結果である。同図 (b) には、式(4)より評価した累積損傷度の期待値 $E[D(t)]$ を示した。損傷度の増加割合は、劣化 bilinear 系の最大応答値付近 ($t/T_0 = 4$) において大きいが、その後はしだいに小さくなり、 $t/T_0 = 24$ における累積損傷度は、定義した破壊 ($E[D(t)] = 1.0$) の50%弱となっている。同図 (c) には、bilinear 系と劣化 bilinear 系の等価固有円振動数 ω_{eq} の動向を示した。bilinear 系の ω_{eq} は、最大応答値付近で弾性固有円振動数 ω_0 の85%程度にまで減少し、その後はじん性率応答値の減少とともに、もとの ω_0 に漸近している。一方、劣化 bilinear 系の ω_{eq} は、じん性率応答値の減少にもかかわらず、もとの ω_0 に戻らずその75%程度にとどまって、剛度の永久的損傷を示している。著者の1人と P.C. Jennings³⁾ は、サンフェルナンド地震(1971.2)時における実在建築物の振動周期の変化を強震記録の解析より検討したが、同図 (c) の計算結果と似た傾向を示した。同図 (d) には、(c) と同様に両系の等価減衰指数の動向を示した。最大応答値の時刻以降、劣化 bilinear 系の

β_{eq} は bilinear 系のそれよりかなり小さな値となって、減衰性能の損傷を示している。 $t/T_0=20$ 付近で両系の β_{eq} が接近しているが、これは劣化系の応答振幅が bilinear 系のそれより大きいことおよび累積損傷度が極端に大きくないことの結果であると解される。

Fig. 16 には、Fig. 15 で扱ったとまったく同一の3種の振動系に、入力強度のパラメーター α_f の2乗が、0.75 から 1.0 に増大した場合の結果を示した。同図(a)の線形系の応答値は、Fig. 15 (a)の線形系のそれの1.0/0.75 倍となり入出力の線形的比例関係を示している。劣化を考慮しない bilinear 系の応答値も、Fig. 15 (a)のそれのほぼ 1.0/0.75 倍程度となっているが、これは Fig. 15, 16 の(c), (d)に示した ω_{eq} と β_{eq} の値がこの程度の応答値の範囲ではほとんど変らない結果、入出力の線形比例がほぼ成立しているものと考えられる。一方、劣化 bilinear 系の応答値は、 $t/T_0=5$ 付近でゆるやかな極大値を示した後わずかに減少しているが、劣化が著しいため、 $t/T_0=13$ 以降では線形系よりも大きな値となり、 $t/T_0=22$ 付近からは急激な増大を

示している。同図(b)に示した累積損傷度は、ほとんど直線的に増加し、 $t/T_0=24$ 付近で構造物の破壊を意味する 1.0 に達している。同図(c), (d)に示した劣化 bilinear 系の ω_{eq} , β_{eq} は損傷度の増大とともに bilinear 系のそれぞれの値から大きく減少し、破壊の時点 ($t/T_0=24$) では両者ともに零となっている。

(2) 実地震記録入力に対する応答評価

本節では、3. での実験結果をモデル化した式(13)で示された劣化履歴振動系の地震応答評価を行い、劣化が応答に及ぼす影響について検討する。

まず式(6), (7)の入力加速度 $\ddot{z}(t)$ として、実地震記録波形 $g(t)$ を採用し、その最大値 g_{max} を次式のように調整した。

$$\ddot{z}(t) = r_s \omega_0^2 g(t) / g_{max} \quad \dots\dots\dots (17)$$

ここに、 r_s は構造物の降伏加速度 ω_0^2 に対する入力 の最大値 $\ddot{z}_{max}$ の比を定めるパラメーターである ($r_s = \ddot{z}_{max} / \omega_0^2$)。

逐次積分による地震応答評価にあたっては、次の方法をとった。まず応答の半周期が終了するごとに、 $\mu=0$ の時刻を正確に決定し¹⁹⁾その時刻において、式(2)より累積損傷度を算出する。次に式(13)より、劣化履歴系の新しい等価線形定数 ω_{eq} , β_{eq} を決定して、次の半周期の計算を進める。

入力波形として、カーンカウンティ・カリフォルニア地震(1952.7.21)の Taft 記録 N 21° E 成分²⁰⁾を採用し、このときのじん性率応答および動特性の時間的変動を Fig. 17 に示した。構造物の初期弾性固有周期 T_0 は 0.65 sec ($\omega_0=9.7$ rad/sec)、初期減衰定数は 0.02、入力強度 r_s は 2.6 である。劣化特性を示すパラメーターとしては、実験より得られた $\mu_f=9.4$, $a=4.1$, $n_p=0.98$ なる諸値を用いた。同図中には、劣化を考慮しない履歴モデルの応答と動特性の変動を、破線で同時に示した。(a)図のじん性率応答振幅をみると、約 5 sec までの区間において、損傷度は軽微であり、したがって、非劣化モデルとほぼ同じ応答を示している。しかし、6 sec 付近から周期・振幅ともに大きくなり、劣化の影響が出はじめ、10 sec 付近では剛度が極端に低下して、完全な破壊状態となっている。(b)図に示した ω_{eq} は、累積損傷度の増大に応じて小さくなっている。一方、非劣化モデルでは、最大応答時を過ぎて応答振幅が小さくなると、再びもとの ω_{eq} にもどっている。(c)図に示した劣化モデルの等価減衰定数 $h_{eq}(\beta_{eq}/(2\omega_{eq}))$ は、10 sec 前後で非劣化モデルのそれよりも大きくなっているが、これは ω_{eq} が著しい低下を示すための結果である。

入力の強度パラメーター r_s と地震終了時の累積損傷

Fig. 16 Nonstationary Random Response of Linear, Bilinear and Deteriorating Bilinear Structures

Fig. 17 Earthquake Response of Deteriorating Hysteretic Model

度 D との関係、Fig. 17 と同一の入力波形および構造物パラメータを用いてプロットしたのが Fig. 18 である。 $r_s \leq 1.0$ の範囲においては、累積損傷度も 20 % 以下で、線形、非劣化履歴、劣化履歴の各モデルとも大差はみられない。 r_s が增大すると応答変位振幅が大きくなり、損傷度は式 (12) で定義したように、振幅の 4.1 乗に比例して急激に増加する。線形モデルの応答振幅は r_s に線形比例するので、同図中の累積損傷度は r_s の 4.1 乗に比例している。 $D=1.0$ は 3. で定義したように、剛度が初期値の 60% に低下する破壊である。応答計算中に $D=2.5$ に達すると、式 (13) より復元力が完全に零となり、この意味から構造物の完全崩壊と考えられるので、その時刻で計算を中止した。 r_s が 1.6 以上に増大すると、各振動モデルによって累積損傷度の評価が大きく異なってくる。したがって、塑性域における構造物の耐震安全性の予測にあたっては、振動モデルの設定が結果に大きな影響を及ぼすことに十分注意しなければならない。 r_s の値によっては、非劣化履歴

Fig. 18 Accumulated Damage of Linear, Bilinear and Deteriorating Bilinear Structures

および劣化履歴振動モデルの D が線形系のそれよりも小さかったり、あるいは劣化履歴モデルの D が非劣化履歴モデルのそれよりも小さかったりする場合は同図から見出される。この計算結果は、非線形履歴復元力特性や動特性の劣化現象のために、加速度入力 of の最大値付近の時間帯で、履歴による減衰効果が大きく働いたり、剛度劣化のため固有周期が増大して共振現象がさけられたりする結果であろうと考えられる。 r_s が 2.4 以上になると、どのモデルを用いても累積損傷度が 2.5 を越え、完全な崩壊に達することが認められる。

5. 結 論

本研究では、損傷度関数を利用して、構造部材の履歴復元力特性の劣化過程を比較的単純に表現できる、新しい劣化履歴振動モデルを提案し、このモデルの妥当性を鉄筋コンクリート部材の低サイクル曲げ疲労破壊試験の結果より検証するとともに、提案したモデルの地震応答計算を実施して、構造物の動特性の劣化がその地震応答に及ぼす影響についても検討した。得られたおもな結論は次のようである。

(1) 構造物の履歴復元力特性の剛度と減衰性能が、振動繰返し回数に依存して劣化する過程を、より一般的にしかも簡便に表現するため、構造物の損傷度関数を設定し、その従属変数として、動特性を表わす等価線形パラメータの劣化を定義する新しい劣化履歴振動モデルを提案した。その結果、履歴特性の劣化過程自体を非常に簡便に表現できるばかりでなく、不規則入力に対する応答量の確率統計的解析も容易になった。

(2) 複鉄筋コンクリート長方形断面部材の中央点に、変位制御による集中荷重を作用させる低サイクル曲げ疲労破壊試験を実施し、载荷じん性率振幅および回数

による履歴復元力特性の劣化過程を追求した。その結果、載荷じん性率振幅が2以下の試験では、エネルギー消費性能に相当する履歴ループの面積の劣化は急激であるが、剛度に相当する各ループの最大反力は徐々に劣化し、最終的には鉄筋の疲労により破壊した。一方、じん性率振幅が4以上の場合は、コンクリートの圧潰が顕著で、最大反力・履歴面積ともに急激な劣化を示した。

(3) 各履歴ループの最大反力が処女載荷時のその60%にまで低下した時点部材の破壊と定め、このときの載荷じん性率振幅と繰り返し回数との関係より、損傷度関数を定義した。算出した累積損傷度に対して最大反力および履歴面積の劣化をプロットしたところ、載荷振幅によりある程度のばらつきがみられるものの、ほぼ共通の劣化特性を示した。この事実は、累積損傷度により動特性の劣化を評価する新しい劣化モデルの妥当性を立証していると考えられるので、実験結果に基づく劣化モデル式を設定した。

(4) 抽象的な累積損傷度-劣化関係式を有するモデルの非定常不規則地震応答を、逐次等価線形化解法を応用して評価したところ、線形モデルや従来よりの非劣化履歴モデルとはかなり異なった特性を示した。すなわち累積損傷度が微小な間は、劣化の影響も少ないが、それが増大してくると動特性の劣化が著しく、したがって地震応答も増大する。ここでの応答解析より、構造物の動特性の劣化と地震応答との関係を、累積損傷度を仲介にして、合理的に説明できることがわかった。

(5) 実験結果に基づく劣化履歴モデル、非劣化履歴モデルおよび線形モデルの実地震記録(Taftの記録)による応答解析を実施し、入力レベルに対する各構造物の累積損傷度を比較した。その結果、入力の最大加速度と構造物の降伏加速度との比 r_s が1.0以下の範囲においては、地震終了時の累積損傷度が3モデルとも0.1以下の小さな値となった。一方、 r_s が2.4以上の範囲においては、3モデルとも剛度が劣化して完全に零となる累積損傷度(2.5)以上の値を示した。 $1.0 \leq r_s \leq 2.4$ の範囲においては、各振動モデルの累積損傷度にかんがりの差がみられた。すなわち、この領域ではモデルの選択が、動的破壊を判定するための応答諸量に大きな影響を及ぼすので、耐震工学上の十分な注意が必要である。

本研究では、新しく提案した劣化履歴モデルの妥当性を検証するため、低サイクル疲労破壊実験を実施したが、研究の基礎段階として一定振幅変位制御載荷のみを取り扱った。新モデルのより一般的な妥当性を論ずるためには、変動振幅やランダム振幅による変位制御載荷あるいは反力制御による載荷実験を、追加的に実施する必要がある。また、モデルの段階において、動特性の劣化を、累積損傷度の確定関数として定義しているが、

確率変数として取り扱う方がより合理的なのかもしれない。さらに実地震応答計算では、複数個あるいはそれ以上の入力波形を採用することが望ましいであろう。これらの問題については、今後ひき続いて研究を実施していく計画である。

謝 辞：供試体の作製ならびに破壊実験を進めるうえで多大の御助力を賜った、岐阜大学工学部 小柳 治教授、立命館大学理工学部 児島孝之助教授、京都大学工学部 矢村 潔助手、および東京都下水道局石田秀之氏に、また本研究をまとめるうえで有益な御助言・御討議をいただいた京都大学工学部 山田善一教授、亀田弘行助教授にそれぞれ深謝する次第である。なお、本研究の一部は、文部省科学研究費(奨励研究A)により実施した。さらに本研究の数値計算等は京都大学大型計算機センターのFACOM 230-75, M-190 によったことを付記する。

参 考 文 献

- 1) 後藤尚男・家村浩和：劣化履歴構造物の地震応答特性，第4回日本地震工学シンポジウム(1975)講演集，pp. 967~974, 1975.11.
- 2) 家村浩和・後藤尚男・杉原 豊：鉄筋コンクリート曲げ部材の損傷度と劣化地震応答に関する研究，土木学会第32回年次学術講演会講演概要集，第1部，pp. 508~509, 1977.10.
- 3) 家村浩和・Jennings, P.C.：強震記録を利用したRC建築物の劣化履歴復元力解析，土木学会論文報告集，第230号，pp. 33~43, 1974.10.
- 4) Shiga, T., Shibata, A. and Takahashi, J.：Experimental Study on Dynamic Properties of Reinforced Concrete Shear Walls, Proc. of 5th W.C.E.E., Rome, Vol. I, pp. 1157~1166, 1974.
- 5) Penzien, J. and Liu, S.C.：Nondeterministic Analysis of Non-linear Structures Subjected to Earthquake Excitations, Proc. of 4th W.C.E.E., Santiago, A 1, pp. 114~129, 1969.
- 6) Chopra, K. and Kan, C.：Effects of Stiffness Degradation on Ductility Requirements for Multistorey Buildings, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 2, pp. 35~45, 1973.
- 7) Clough, R.W. and Johnston, S.B.：Effect of Stiffness Degradation on Earthquake Ductility Requirements, 日本地震工学シンポジウム(1966)講演集，pp. 227~232, 1966.
- 8) Iwan, W.D.：A Model for the Dynamic Analysis of Deteriorating Structures, Proc. of 5th W.C.E.E., Rome, Vol. II, pp. 1782~1791, 1974.
- 9) Iwan, W.D.：The Response of Simple Stiffness Degrading Structures, Proc. of 6th W.C.E.E., New Delhi, Preprint 3, pp. 121~126, 1977.
- 10) Umemura, H., Aoyama, H. and Takizawa, H.：Analysis of the Behavior of Reinforced Concrete Structures during Strong Earthquakes Based on Empirical Estimation of Inelastic Restoring Force Characteristics of Members, Proc. of 5th W.C.E.E., Rome, Vol. II, pp. 2201~2210, 1974.
- 11) Miner, M.A.：Cumulative Damage in Fatigue, Journal

- of Applied Mechanics, Vol. 12, pp. A 159~A 164, 1945.
- 12) Lardner, R.W. : A Theory of Random Fatigue, Journal of Mech. Phys. Solids, Vol. 15, pp. 205~221, 1967.
 - 13) 南井良一郎：建築構造物の耐震安全性について，京都大学防災研究所年報，第 13 号 A, pp. 5~21, 1970.3.
 - 14) Goto, H. and Iemura, H. : Linearization Techniques for Earthquake Response of Simple Hysteretic Structures, Proc. of J.S.C.E., No. 212, pp. 109~119, April, 1973.
 - 15) 小堀鐸二・南井良一郎：非定常ランダム応答の等価線形化解法，京都大学防災研究所年報，第 10 号 A, pp. 235~260, 1967.3.
 - 16) 後藤尚男・亀田弘行・小池 武・泉並隆二・脇田和試・杉原 豊：くり返し曲げ荷重下における構造用鋼材の破壊過程に関する一考察，京都大学防災研究所年報，第 17 号 B, pp. 157~169, 1974.
 - 17) Kameda, H. : On Estimation of the Maximum Structural Response to Random Earthquake Motion from Response Envelope, the Memoirs of the Faculty of Engineering, Kyoto Univ., Vol. XXXVI, Part 4, pp. 458~472, April, 1975.
 - 18) Caughey, T.K. and Stumpf, H.J. : Transient Response of a Dynamic System under Random Excitation, Journal of Applied Mechanics, No. 4, pp. 563~566, 1961.
 - 19) 後藤尚男・家村浩和：強震時における 1 自由度系の塑性変形に関する考察，土木学会論文報告集，No. 184, pp. 57~67, 1970.12.
 - 20) Strong-Motion Earthquake Accelerograms, Corrected Accelerograms and Integrated Ground Velocity and Displacement Curves, Vol. II, Part A, Report EERL 71-50, September, 1971.

(1978.3.17・受付)