自由噴流型と純循環流型の離岸流

RIP CURRENTS OF FREE JET TYPE AND REGULAR CIRCULATION TYPE

佐々木 幹 夫*・尾 崎 晃**

By Mikio SASAKI and Akira OZAKI

1. はじめに

本論文では離岸流の発生により発達する波と流れの場（以下、単に離岸流場とも記す）での流体輸送を理論解析の対象にしている。

現在までの理論的研究はどのような流況を対象としていたかによって二つに大別される。ひとつは、沿岸方向に単純な周期性を仮定するもので、それは Bowen(1969) が扱ったような離岸流（以下、Bowen 型離岸流、あるいは純循環流型離岸流と記す）を対象としている。ひとつは狭くて強い噴流現象を呈する離岸流（以下、自由噴流型離岸流と記す）を対象とするもので、Tam (1973) の理論的研究がこれに入る。Tam は離岸流が自由噴流に類似していることより相似解を得、離岸流頭などの存在を理論的に解明している。

現地調査の結果、Bowen の線形解を妥当とする Sonu (1973) と Tam の間に論争があったが、議論の中心は離岸流を純循環流型とするか、自由噴流型とするかという点にあるように思われる。どちらの離岸流も実際に海岸で発生するものであるが、尾崎・佐々木・碓永(1976) の実験によると、無次元離岸流間隔 Y_r^* ($=Y_r/X_B$, Y_r : 離岸流間隔, X_B : 碎波帯幅) が小さいときには純循環流型, Y_r^* が大きいときには自由噴流型の離岸流となる。これら離岸流の構造の違いはそのまま異なった流況を作り出している。本論文では、 Y_r^* の値が異なれば、流況も違ったものになることが明らかにされている。

離岸流場における波動の影響は radiation stress (Longuet-Higgins & Stewart(1962)) で表わせるが、波と流れの間の相互干渉が激しいときには波エネルギーも変わることが明らかにされているので radiation stress

の表現の際にそれを含めることが必要である。この相互干渉は一般的な流れの場合には (Jonsson, Skougaard & Wang, 1970, Eq. (4.8)), 平均流の一次のオーダー (摂動展開したときの一次の項) となる。碎波帯の内外を問わず、一般的にはこの干渉は無視し得ないものと考えられる。本論文では波と流れの場での radiation stress を次のように表わす。すなわち、碎波帯内においては、平均水深の二乗に比例するように radiation stress をとり、碎波帯外においては、一次のオーダーに相当する radiation stress を流れの発生に伴い生じた変動速度成分に起因する normal stress とする。したがって、碎波帯内においては Bowen の表現と同様になるが、平均水面の分布は Bowen の場合とは異なり、未知なものとして扱う。

本論文では初めに shear stress として相対運動による内部摩擦力を導入して流況の解析を進め、次に、底面摩擦の効果を碎波帯内に限って取り入れ、解析を進める。ただし、 Y_r^* の大きい自由噴流型離岸流においては碎波帯内でも底面摩擦項を省略できるものとしている。

2. 流況のモデル化と基礎方程式

底勾配の様な海岸で、波が汀線に対して直角に入射し、多数の離岸流が等間隔に発生して定常状態に達している場合を想定する。このとき、連続の方程式および線形運動量方程式は、水深方向に平均化した形で次のように書き表わされる。

$$\frac{\partial}{\partial x} [(d+\bar{\zeta})u] + \frac{\partial}{\partial y} [(d+\bar{\zeta})v] = 0 \dots\dots\dots (1)$$

$$0 = -g \frac{\partial}{\partial x} (\bar{\zeta}_0 + \bar{\zeta}) + \frac{\tau_x}{\rho(d+\bar{\zeta})} + \frac{R_x}{\rho(d+\bar{\zeta})} \dots\dots\dots (2)$$

$$0 = -g \frac{\partial}{\partial y} (\bar{\zeta}_0 + \bar{\zeta}) + \frac{\tau_y}{\rho(d+\bar{\zeta})} + \frac{R_y}{\rho(d+\bar{\zeta})} \dots\dots\dots (3)$$

* 正会員 工博 八戸工業大学助教授 工学部土木工学科

** 正会員 工博 北海道大学教授 工学部土木工学科

ここに,

$$d = h + \bar{\zeta}_0$$

ここに, x 軸は離岸流軸, y 軸は静止時汀線にそれぞれ重なるようにとられている. 流速の x, y 成分を u, v とし, 流れのないときの平均水深および平均水面上昇量を d および $\bar{\zeta}_0$, さらに流れの発生に伴って生じた平均水面上昇量を $\bar{\zeta}$, 静止時水深を h とする. したがって, $d = h + \bar{\zeta}_0$, また静止時水面からの水面上昇量は $\bar{\zeta}_0 + \bar{\zeta}$ となる. ρ および g は密度および重力加速度である. τ_x, τ_y は Longuet-Higgins & Stewart が導いた radiation stress S_{xx}, S_{yy} で

$$(\tau_x, \tau_y) = \left(-\frac{\partial}{\partial x} S_{xx}, -\frac{\partial}{\partial y} S_{yy} \right)$$

と表わされる x, y 方向の radiation stress である. R_x, R_y はせん断力の x, y 成分を表わす.

(1) 水平混合

R_x, R_y は 3 次元運動量方程式のせん断力を水深方向に積分して得られるもので, 数周期間の時間平均値で表わされる. これは Thornton (1972) によって導かれており, 次のように書ける.

$$\left. \begin{aligned} \frac{R_x}{\rho(d+\bar{\zeta})} &= \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{\tau}_{yx}}{\partial y} + \frac{\bar{\tau}_{\zeta x}}{\rho(d+\bar{\zeta})} - \frac{\bar{\tau}_{hx}}{\rho(d+\bar{\zeta})} \\ \frac{R_y}{\rho(d+\bar{\zeta})} &= \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{\tau}_{xy}}{\partial x} + \frac{\bar{\tau}_{\zeta y}}{\rho(d+\bar{\zeta})} - \frac{\bar{\tau}_{hy}}{\rho(d+\bar{\zeta})} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(4)$$

ここに, $\bar{\tau}_{yx}, \bar{\tau}_{xy}$ は水柱要素側面に働いているせん断力であり, 水深方向に一樣で, 鉛直座標に依存しないものとする. $\bar{\tau}_{\zeta x}, \bar{\tau}_{\zeta y}$ は水柱要素の自由表面上に働いている摩擦応力の x, y 成分で, 風によって生ずるものである. 本論文では風の影響を考えないので, これらは無視する. $\bar{\tau}_{hx}, \bar{\tau}_{hy}$ は底面摩擦力の x, y 成分である.

さて, ここで, 問題にしているのは波と流れが重なり合った場における流体の水平面内の循環運動であるから, 支配的なせん断力は流体相互のそれであると考えるのが自然である. したがって, せん断力として式 (4) の右辺第 1 項のみをとることにする. 場は乱流状態なので, $\bar{\tau}_{yx}, \bar{\tau}_{xy}$ は Reynolds 応力 $-\overline{\rho u'v'}$ にほかならない. ここに, u', v' は乱れの x, y 成分である. 乱れに起因する応力は Boussinesq 近似で次のように書ける²⁰⁾.

$$\bar{\tau}_{yx} = \bar{\tau}_{xy} = -\overline{\rho u'v'} = \rho \epsilon \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \dots\dots\dots(5)$$

ここに, ϵ は (速度 $|u'|$) $\times$ (長さ l') の次元をもつ渦動粘性係数である. 一般に, 乱れ速度 u' は平均流が速度勾配をもつことにより与えられる. 離岸流場では波の軌道速度も乱れに関連することになる. $u=0$ なる場合, すなわち沿岸流について Thornton は u' を軌道速度にとり, l' を底面における水粒子の軌道長にとって渦動粘

性係数を表わしている. 離岸流場でも同様の表現が可能なものとして,

$$\epsilon = C_1 \frac{H^2}{8\pi^2} \frac{gT}{d} \dots\dots\dots(6)$$

とする. ここに, C_1 は補正係数, H は波高, T は波の周期である.

(2) 平均水深と radiation stress

a) 碎波帯内

碎波帯内の波高を式 (7) のように仮定する¹⁾.

$$\begin{aligned} H &= r \{ h(x) + \bar{\zeta}_0(x) + \bar{\zeta}(x, y) \} \\ &= r \{ d(x) + \bar{\zeta}(x, y) \} \dots\dots\dots(7) \end{aligned}$$

ただし, r は定数で, 1 に近い値をとる.

radiation stress τ_x, τ_y を Bowen と同じように表わせば, 式 (8), (9) のようになる.

$$\left. \begin{aligned} \frac{\tau_x}{\rho(d+\bar{\zeta})} &= -\frac{1}{\rho(d+\bar{\zeta})} \frac{\partial S_{xx}}{\partial x}, S_{xx} = \frac{3}{2} E \\ \frac{\tau_y}{\rho(d+\bar{\zeta})} &= -\frac{1}{\rho(d+\bar{\zeta})} \frac{\partial S_{yy}}{\partial y}, S_{yy} = \frac{1}{2} E \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(8)$$

$$E = \frac{1}{8} \rho g r^2 (d + \bar{\zeta})^2 \dots\dots\dots(9)$$

E は波エネルギーである. 流れのないときの (τ_x, τ_y) を (τ_{x0}, τ_{y0}) で表わすと, それらは, 式 (8), (9) にいて, $\bar{\zeta}(x, y) = 0$ とおくことによって与えられる. したがって, 流れがない場合には, $R_x = R_y = 0$ であるから, 式 (2) および (3) より, 次式を得る.

$$\left. \begin{aligned} -g \frac{\partial \bar{\zeta}_0}{\partial x} + \frac{\tau_{x0}}{\rho d} &= 0 \\ \frac{\partial \bar{\zeta}_0}{\partial y} &= 0, \tau_{y0} = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(10)$$

式 (10) は碎波帯外でも成立する. これは流れの場合でも 0 次近似として成立していることになる^{8), 9)}. したがって, 式 (2) および (3) 右辺第 1 項 ($\bar{\zeta}_0$ の項) および第 2 項より, 式 (8), (9) および (10) を用いれば, 流れの発生に伴い生じた radiation stress τ'_x, τ'_y を次のように表わすことができる.

$$\left. \begin{aligned} \frac{\tau'_x}{\rho(d+\bar{\zeta})} &= -g \frac{\partial \bar{\zeta}_0}{\partial x} + \frac{\tau_x}{\rho(d+\bar{\zeta})} \\ &= \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x} \left(-\frac{3}{8} \rho g r^2 \bar{\zeta} \right) \\ \frac{\tau'_y}{\rho(d+\bar{\zeta})} &= -g \frac{\partial \bar{\zeta}_0}{\partial y} + \frac{\tau_y}{\rho(d+\bar{\zeta})} \\ &= \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial y} \left(-\frac{1}{8} \rho g r^2 \bar{\zeta} \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(11)$$

よって, $\bar{\tau}_{xx}, \bar{\tau}_{yy}$ を,

$$\left. \begin{aligned} \bar{\tau}_{xx} &= -\frac{3}{8} \rho g r^2 \bar{\zeta} \\ \bar{\tau}_{yy} &= -\frac{1}{8} \rho g r^2 \bar{\zeta} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(12)$$

と定めると、運動量方程式 (2) および (3) は、風の影響を無視し、せん断力として式 (4) 右辺第 1 項のみを取り、式 (10), (11) および (12) を用いることにより、次式のように書き換えられる。

$$0 = -g \frac{\partial \bar{\zeta}}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{\tau}_{xx}}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{\tau}_{yx}}{\partial y} \quad \dots\dots\dots (13)$$

$$0 = -g \frac{\partial \bar{\zeta}}{\partial y} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{\tau}_{yy}}{\partial y} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{\tau}_{xy}}{\partial x} \quad \dots\dots\dots (14)$$

ここに、 $\bar{\tau}_{xx}$, $\bar{\tau}_{yy}$ は式 (12), τ_{yx} , τ_{xy} は式 (5) および式 (6) で与えられる。

b) 碎波帯外

碎波帯外においては式 (7) に示した波高と平均水深の関係は成立しないので、碎波帯内のように振動の一次のオーダーに相当する外力を式 (12) のように表わすことができない。

本来 radiation stress とは、波が直角入射する場合には、その非定常運動に起因する normal stress を表わすものである。radiation stress 表示には流れの発生に伴って追加される項が含まれ、これは乱れに起因する normal stress と考えることができる。さらに碎波帯外では $\bar{\zeta}$ が d に比して十分小さいことから radiation stress τ_x および τ_y は近似的に次式のように書かれる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\tau_x}{\rho(d+\bar{\zeta})} &\doteq \frac{\tau_x}{\rho d} = \frac{\tau_{x0}}{\rho d} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x} (-\rho \overline{u'u'}) \\ \frac{\tau_y}{\rho(d+\bar{\zeta})} &\doteq \frac{\tau_y}{\rho d} = \frac{\tau_{y0}}{\rho d} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial y} (-\rho \overline{v'v'}) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (15)$$

式 (15) の右辺第 1 項 τ_{x0} , τ_{y0} は、流れのないときの radiation stress で式 (10) を満たす。式 (15) の右辺第 2 項の $(-\rho \overline{u'u'}, -\rho \overline{v'v'})$ を $(\bar{\tau}_{xx}, \bar{\tau}_{yy})$ と書くことにすると、それらは、Boussinesq の表現を用いて、式 (16) のように書くことができる (Hinze, 1975, p. 24)。

$$\left. \begin{aligned} \bar{\tau}_{xx} &= -\rho \overline{u'u'} = -\bar{P}_t + 2\rho\varepsilon \frac{\partial u}{\partial x} \\ \bar{\tau}_{yy} &= -\rho \overline{v'v'} = -\bar{P}_t + 2\rho\varepsilon \frac{\partial v}{\partial y} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (16)$$

ここに、 $\bar{P}_t$ は平均乱れ圧力 (average turbulence pressure) である²⁰⁾。

碎波帯外の波高は沖波波高 H_0 のオーダーなので、碎波帯高を基準にとり、補正係数 C_2 を用いて、式 (17) のように渦動粘性係数 ε を表わす。

$$\varepsilon = C_2 \frac{H_B^2}{8\pi^2} \frac{gT}{d_B} \quad (x \geq x_B) \quad \dots\dots\dots (17)$$

せん断力 R_x ならびに R_y としては碎波帯内におけると同様に式 (4) 右辺第 1 項のみをとり、式 (10), (15) および (16) を用いると、碎波帯外の運動量方程式 (2) および (3) は次のように書き換えられる。

$$0 = -g \frac{\partial \bar{\zeta}}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{\tau}_{xx}}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{\tau}_{yx}}{\partial y} \quad \dots\dots\dots (18)$$

$$0 = -g \frac{\partial \bar{\zeta}}{\partial y} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{\tau}_{yy}}{\partial y} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{\tau}_{xy}}{\partial x} \quad \dots\dots\dots (19)$$

$\bar{\tau}_{xx}$, $\bar{\tau}_{yy}$ は式 (16), $\bar{\tau}_{yx}$, $\bar{\tau}_{xy}$ は式 (5) で与えられ、 ε は式 (17) で与えられる。

3. 基礎方程式の解

汀線が set up のために後退するので式 (20) のように新たな座標 X をとる。

$$X = x + x_s \quad \dots\dots\dots (20)$$

ここに、 x_s は流れのない場合の set up による汀線の移動距離である。底勾配が沖方向に一樣であっても、水深は、set up あるいは set down に応じて変化する。この水深 d を次式のように新しい座標 X の関数として表現する。

$$d(X) = mX \quad X \leq X_B \quad \dots\dots\dots (21)$$

$$= mX + \alpha(X - X_B) \quad X \geq X_B \quad \dots\dots\dots (22)$$

ここに、 m は碎波帯内の d の勾配で、 $m = (1-K)s$ で与えられる (Bowen, 1969)。ただし K は式 (10) 第 1 式の set up $\bar{\zeta}_0$ を算定する際に、通常用いられる係数であり、 s は海底勾配である。また X_B は碎波点の X 座標、 α は碎波帯外の d の勾配の増分である。

無次元量 ξ , η を次式のように定義する。

$$\left. \begin{aligned} d(X) &= \xi d_B \\ y &= \eta y_r \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (23)$$

ここに、 d_B は碎波水深 $d(X_B)$, y_r は循環セルの沿岸方向の規模で $y_r = Y_r/2$ である。

碎波水深 d_B と重力加速度 g を用いて、無次元流速を式 (24) のように定める。

$$\left. \begin{aligned} u &= u^* \sqrt{g d_B} \\ v &= v^* \sqrt{g d_B} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (24)$$

式 (23), (24) を用いれば、連続の方程式 (1) より、式 (25) のように無次元輸送流れ関数 ϕ^* を定義することができる。

$$\left. \begin{aligned} \xi u^* &= -\lambda \frac{\partial \phi^*}{\partial \eta} \\ \xi v^* &= \frac{i}{m} \frac{\partial \phi^*}{\partial \xi} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (25)$$

$$\lambda = X_B/y_r, \quad i = \begin{cases} m & (\xi \leq 1) \\ m + \alpha & (\xi \geq 1) \end{cases}$$

(1) 碎波帯内

式 (13), (14) より、 $\bar{\zeta}$ を消去し、式 (23)~(25) を用いると次式を得る。

$$\begin{aligned} &\frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \left[\xi \left\{ \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{1}{\xi} \frac{\partial \phi^*}{\partial \xi} \right) - \frac{1}{\xi} \lambda^2 \frac{\partial^2 \phi^*}{\partial \eta^2} \right\} \right] \\ &\quad - \beta \lambda^2 \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} \left[\xi \left\{ \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{1}{\xi} \frac{\partial \phi^*}{\partial \xi} \right) - \frac{1}{\xi} \lambda^2 \frac{\partial^2 \phi^*}{\partial \eta^2} \right\} \right] \\ &= 0 \quad \dots\dots\dots (26) \end{aligned}$$

$$\beta = [1 + r^2/8]/[1 + 3r^2/8] \dots \dots \dots (27)$$

離岸流が等間隔に、同じ速度分布をもって発生している場合を考え、 ψ^* を ξ の関数と η の周期関数の積の形で、

$$\psi^* = \sum_{n=1}^{\infty} X_{1n}(\xi) \sin n\pi\eta \dots \dots \dots (28)$$

と書く。

式 (28) を式 (26) に代入すると式 (29) を得る。

$$\sum_{n=1}^{\infty} [L_{1n}\{X_{1n}(\xi)\}] \sin n\pi\eta = 0 \dots \dots \dots (29)$$

ここに、 L_{1n} は式 (30) で示される $X_{1n}(\xi)$ に関する 4 階の常微分作用素である。

$$L_{1n} = \frac{d^4}{d\xi^4} - \frac{1}{\xi} \frac{d^3}{d\xi^3} + \left\{ \frac{2}{\xi^2} + (1+\beta)k_n^2 \right\} \frac{d^2}{d\xi^2} + \left(-\frac{2}{\xi^3} - \frac{\beta k_n^2}{\xi} \right) \frac{d}{d\xi} + \beta k_n^4 \dots \dots \dots (30)$$

式 (29) より式 (31) を得る。

$$L_{1n}\{X_{1n}\} = 0 \dots \dots \dots (31)$$

式 (31) は、式 (30) より明らかなように、 $\xi=0$ を確定特異点にもつ方程式である。したがって、式 (31) の解は ξ の多項式で表わされ、4 つの独立な解は式 (32) で示す関数より導かれる。

$$\varphi_n = \sum_{m=0}^{\infty} \alpha_{nm} \xi^{m+\rho'} \dots \dots \dots (32)$$

決定方程式の根 ρ' は $\rho'=0, 2$ (重根) および 3 であるから、根の差が整数となり、一般解は $\log \xi$ を含む複雑な形となる。汀線における境界条件として、 $u^*=v^*=0$ ($\xi=0$) を考えれば、結局次のようになる。

$\xi=0$ にて

$$\frac{\psi^*}{\xi^2} = 0 \dots \dots \dots (33)$$

式 (33) を満足する解として、式 (34) を得る。

$$X_{1n} = \sum_{m=0}^{\infty} \alpha_{nm} \xi^{m+3} \dots \dots \dots (34)$$

ただし、 α_{nm} は式 (35) で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{nm} + I_1 \alpha_{n,m-2} + I_2 \alpha_{n,m-4} &= 0 \\ I_1 &= \frac{k_n^2 \{ (1+\beta)(\rho' + m - 3) - \beta \}}{(\rho' + m)(\rho' + m - 2)(\rho' + m - 3)} \\ I_2 &= \frac{\beta k_n^4}{(\rho' + m)(\rho' + m - 2)^2(\rho' + m - 3)} \\ \alpha_{n,0} &= 1.0 \\ \alpha_{n,-3} &= \alpha_{n,-2} = \alpha_{n,-1} = 0 \\ \rho' &= 3 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (35)$$

式 (35) より式 (34) は収束することがわかる。よって、碎波帯内の ψ^* は式 (36) によって与えられる。

$$\psi^* = \sum_{n=1}^{\infty} A_{1n} X_{1n}(\xi) \sin n\pi\eta \dots \dots \dots (36)$$

ここに、 A_{1n} は未知係数であり、 $X_{1n}(\xi)$ は式 (34) より与えられる。

(2) 碎波帯外

式 (18), (19) より、 ξ および P_t を消去し、式 (23) ~ (25) を用いると式 (37) を得る。

$$\frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \{Q\} + \lambda'^2 \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} \{Q\} = 0 \dots \dots \dots (37)$$

ここに、

$$\lambda' = \lambda m / (m + \alpha)$$

上式の Q は Bowen が扱った渦度と同じものであり、ここでは式 (38) のようにとる。

$$Q = \frac{m}{i} \frac{\partial v^*}{\partial \xi} - \lambda' \frac{m}{i} \frac{\partial u^*}{\partial \eta} = \left\{ \frac{1}{\xi} \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} - \frac{1}{\xi^2} \frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{1}{\xi} \lambda'^2 \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} \right\} \psi^* \dots (38)$$

渦方程式 (37) は Bowen の方程式である。 ψ^* は碎波帯内と同様に、式 (39) のように書ける。

$$\psi^* = \sum_{n=1}^{\infty} A_{1n} X_{2n}(\xi) \sin n\pi\eta \dots \dots \dots (39)$$

上式を式 (37) に代入することにより次式を得る。

$$\left\{ \frac{d^2}{d\xi^2} - k_n'^2 \right\} \left\{ \frac{1}{\xi} \frac{d^2}{d\xi^2} - \frac{1}{\xi^2} \frac{d}{d\xi} - \frac{k_n'^2}{\xi} \right\} X_{2n} = 0 \dots \dots \dots (40)$$

ここに、 $k_n' = n\pi\lambda'$ である。

碎波帯外では、 $\xi \rightarrow \infty$ で $u^* = v^* = 0$ であるから、この境界条件を満たす式 (40) の解として、 $\xi' K_1(\xi')$ 、 $\xi'^2 e^{-\xi'}$ が残る。ここに、 $\xi' = k_n' \xi$ 、 K_1 は第二種変形ベッセル関数である。いま、 $0 < k_n' < \infty$ (実際現象として $k_n' > 0$) として、 X_{2n} を次式のように書き表わす。

$$X_{2n} = D_{n1} \xi K_1(k_n' \xi) + D_{n2} \xi^2 e^{k_n' (1-\xi)} \dots \dots \dots (41)$$

D_{n1} 、 D_{n2} なる二つの未知数は、碎波点での運動の連続性により決まる。すなわち、 $\xi=1$ において u^* 、 v^* の連続を考慮することにより、次のような二つの関係式を得る。

$$\left. \begin{aligned} X_{1n}(1) &= D_{n1} K_1(k_n') + D_{n2} \\ \frac{dX_{1n}(1)}{d\xi} &= \frac{i}{m} \{ -D_{n1} k_n' K_0(k_n') + D_{n2} (2 - k_n') \} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (42)$$

したがって、 $0 < k_n' < \infty$ なる k_n' の値に対して、

$$\begin{vmatrix} K_1(k_n') & 1 \\ -k_n' K_0(k_n') & (2 - k_n') \end{vmatrix} \neq 0 \dots \dots \dots (43)$$

が成立するので、2 つの定数 D_{n1} 、 D_{n2} は式 (42) より一義的に決まる。

よって、 M を十分大きな整数とすれば、 ψ^* は次のように表わせる。

$$\psi^* = \sum_{n=1}^M A_{1n} X_{jn}(\xi) \sin n\pi\eta \quad j=1, 2, \dots \dots \dots (44)$$

$X_{1n}(\xi)$ は式 (34)、 $X_{2n}(\xi)$ は式 (41) で与えられる。 u^* 、 v^* は式 (44) を式 (25) に代入することにより得られる。

4. 流 況

(1) 純循環流型離岸流 (Bowen 型離岸流)

無次元離岸流間隔 $Y_r^* = Y_r/X_B$ が小さいときにこのタイプの離岸流が発生する。離岸流と向岸流は循環セルの中でほぼ同じ幅を占めており、平均水面勾配は沿岸方向に単純な $\sin \pi \eta$ 分布をなしている。そこで、 ψ^* を式 (45) のように書く。

$$\psi^* = A_{11} X_{j1}(\xi) \sin \pi \eta \quad j=1, 2, \dots \quad (45)$$

A_{11} は境界条件によって決まる定数であるが、いま、砕波点における離岸流の流速 u_1^* を基準にして、離岸流場の無次元流速 U^* , V^* を新たに式 (46) のように定めると、これらは A_{11} によらないことになる。

$$\left. \begin{aligned} U^* &= \frac{u^*}{u_1^*} \\ V^* &= \frac{v^*}{u_1^*} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (46)$$

図一1(a)の実線は離岸流軸に沿う U^* の分布を示し

(a) $U^*(\xi, \eta=0) - \xi$

(b) $V^*(\xi, \eta=1/2) - \xi$

図一1 純循環流型の流速分布形

たもので、離岸流の流速が最大になる地点は、 Y_r^* が小さいときには砕波点以浅に、 Y_r^* が大きいときには砕波点以深にあり、 Y_r^* が2よりわずかに大きい場合に、離岸流の流速が砕波点で最大になることがわかる。図一1(b)の実線は $\eta=1/2$ における沖方向の V^* の分布をとったもので、 V^* の値が負であれば離岸流部に向かう沿岸流、逆に、それが正であれば離岸流部から離れる沿岸流を表わしている。前者の最大流速は後者のそれより大きく、その発生地点は、離岸流の場合と、同様に、 Y_r^* が小さいほど、岸側に寄っていることがわかる。図一1(a), (b) は、 Y_r^* が大きくなれば流れは砕波帯外に広がっていくことを示しているが、これは Y_r^* が大きいほど、循環セルの中心が沖にあることを意味している。循環セルの中心は V^* の符号が変わる点、すなわち、 V^* が零になる点にあるので、図一1(b)より、その点は Y_r^* が小さいときには砕波帯内に、 Y_r^* が大きいときには砕波帯外にあることがわかる。図一1(a), (b) より、離岸流の最大流速地点はセル中心点より岸側にあることになるが、これは尾崎らの実験で見られた傾向と一致する。

Y_r^* が大きくて、セル中心点が砕波点以深に位置する場合、砕波帯内から沖に流出する流体は、その幅の縮小する流れによって砕波線を切り砕波帯外へ輸送される。こうして、離岸流幅の縮小という現象は Bowen 型離岸流理論でもある程度説明できることになる。しかし、尾崎らは、静水汀線から砕波点までの距離を x_B として、 $Y_r = Y_r/x_B > 4$ になると離岸流と向岸流の対称性は完全に崩れ、離岸流の幅は狭くなり、沿岸方向に単純な周期性 ($M=1$) を仮定できる流況ではないことを明らかにしている。

(2) 自由噴流型離岸流

Y_r^* が大きくなると、離岸流の幅は狭くなり、離岸流が強くなるのに対して、向岸流は弱くなる。離岸流によって沖に送り出された流体は比較的長い時間をかけて砕波帯内に戻ってくる。

自由噴流型の離岸流が発生し

ているときには, Shepard & Inman (1950) が明らかにした次の4系統の流れを識別することは極めて容易である。

- ① 波の質量輸送によって, 碎波帯を通り, 向きに流れる向岸流
- ② 海岸に平行に流れる沿岸流
- ③ 狭くて強い離岸流
- ④ 離岸流頭として広がる沿岸方向の流れ(碎波帯外)

上記4系統の流れの速度分布のいずれか一つが求まれば A_{1n} は定まり, 他の流れも求められる。いま, ①の向岸流について考えると以下ようになる。

隣り合う離岸流から等距離にある点, すなわち, $\eta=1.0$ の付近においては, 碎波によって碎波帯内に入ってくる流体の輸送速度 u_2 は次式で表わされる。

$$u_2 \propto \frac{1}{\rho(d+\zeta)} \int_{-\zeta}^{\zeta} \rho u_w dz \dots\dots\dots (47)$$

ここに, u_w は波の軌道速度, ζ は波による水面変動を表わす。したがって式(47)は, 次のようになる注1)。

$$u_2 \propto \frac{1}{\rho(d+\zeta)} \cdot \frac{\rho H \hat{u}_w \zeta}{4}$$

ここに, $\hat{u}_w \zeta$ は平均水面上での u_w の振幅であり, 碎波直後では, 波速 $C = \sqrt{gd}$ の近傍にとられる。結局, 式(47)は次式のように表現される。

$$u_2 = C_3 C \dots\dots\dots (48)$$

ここに, C_3 は碎波形式と Y_r^* によって決まる定数である。式(48)は碎波直後の波速が衰えない範囲における向岸流速なので, それは流れのないときの set up 開始点, あるいは, 碎波後, 波頭部が静水面と交わる点(Plunging型碎波を例にして)の付近までの流速を表わすことになる。したがって, 式(48)の適用範囲を碎波点から $d/d_B=0.8$ までとすれば, 式(48)は無次元向

岸流速 u_2^* で次のように符号を考慮して表わせる。

$\eta=1$ にて

$$u_2^* = -C_3 \cdot C / \sqrt{gd_B} \quad 0.8 \leq \xi \leq 1.0 \dots\dots\dots (49)$$

式(44)において, $M=3$ としたものを試行関数にとり, 式(25)より u_2^* を求め, 式(49)より境界残差 R を作ると,

$$R = \sum_{n=1}^3 A_{1n} k_n (-1)^n \frac{X_{1n}(\xi)}{\xi} - C_3 \xi^{1/2} \quad 0.8 \leq \xi \leq 1.0 \dots\dots\dots (50)$$

となる。よって, 重みつき残差は,

$$\int_{0.8}^{1.0} w_j(\xi) R(A_{1n}, \xi) d\xi = 0 \dots\dots\dots (51)$$

となる。ここに, $w_j(\xi)$ は重み関数である。 $X_{1n}(\xi)$ は複雑な形をしているので, モーメント法によって A_{1n} を決めることにする。すなわち, $w_j(\xi)$ は次のようにとられる。

$$w_j(\xi) = \xi^{j-1} \dots\dots\dots (52)$$

式(50)および(52)より, 式(51)は次のような行列式で表わされる。

$$[B_{jn}][A_{1n}] = C_3 [d_j] \dots\dots\dots (53)$$

ここに,

$$B_{jn} = \int_{0.8}^{1.0} k_n (-1)^n X_{1n}(\xi) \xi^{j-2} d\xi \dots\dots\dots (54)$$

$$d_j = \int_{0.8}^{1.0} \xi^{\frac{1}{2} + j - 1} d\xi \dots\dots\dots (55)$$

$[B_{jn}]$ は (3, 3) 型の行列であり, 式(53)より A_{1n} を決めれば重みつき残差法による第3次近似解を得たことになる。近似解の精度は式(50)の境界残差 R に現われているので, それを調べることににより, 判定することができる。いま, 式(56)のように, 相対境界残差(誤差) $R^*(\xi)$ を定めると

$$R^* = \frac{R(\xi)}{u_2^*(\xi)} \dots\dots\dots (56)$$

第3次近似の場合の $R^*(\xi)$ は表—1に示すとおりである。表—1より, 誤差 $|R^*|$ が 0.24% 以下なので, 第3次の近似で十分な精度の解が得られることがわかる。

行列式(53)において, C_3 はスカラーとしての役割を果たしているので, 未定係数相互間の比 A_{1m}/A_{1n} は C_3 に関係なく決まる。したがって, 式(46)のように, 無次元流速を作れば, C_3 を考慮せずに, U^*, V^* によって離岸流場の流況を考察することができる。

表—1 相対境界残差 R^* (第三次近似)

Y_r^* \ ξ	0.8	0.9	1.0
4.0	-0.00149	0.00002	0.00141
5.0	-0.00183	0.00004	0.00184
6.0	-0.00215	0.00006	0.00210
7.0	-0.00215	0.00007	0.00227
8.0	-0.00235	0.00008	0.00238

注 1) 碎波帯内の u_w および ζ は近似的に

$$\left. \begin{aligned} u_w &= \hat{u}_w \cos(k - \sigma t) \\ \zeta &= \frac{1}{2} H \cos(k - \sigma t) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (a)$$

と表わされる。 $\hat{u}_w$ は u_w の振幅, k, σ, H は波の波数, 周波数, 波高である。したがって, 波の質量輸送は,

$$\left. \begin{aligned} \int_{-\zeta}^{\zeta} \rho u_w dz &= \int_{-\zeta}^{\zeta} \rho u_w dz \\ &+ \int_{\zeta}^{\zeta} \rho \left[u_w \zeta + \zeta \frac{\partial u_w}{\partial z} \right]_{\zeta} + \dots \end{aligned} \right\} dz \dots\dots\dots (b)$$

となる。上式右边において, 第1項は平均水面以下の質量輸送なので, その時間平均値は零となり, 第2項はテイラー展開の第2項目以下を微小なものとして省略すれば第1項目だけが残る。ゆえに, 式(a)より, 時間平均質量輸送は,

$$\int_{-\zeta}^{\zeta} \rho u_w dz = \rho \zeta \hat{u}_w \zeta = \frac{1}{4} \rho H \hat{u}_w \zeta \dots\dots\dots (c)$$

となる。碎波点であれば $\hat{u}_w \zeta$ は波速 C の近くにとることができる。

図-2(a) 自由噴流型離岸流の流速分布形

図-2(b) 離岸流と向岸流 ($U^*(\xi=1, \eta)$) 図-2(c) 著者らの理論により計算したベクトル図
(●, ○印における値を表わす)

図-2(a)は離岸流軸に沿う U^* を沖方向にとったもので、流速分布に大きな違いはないが、 Y_{r*} が大きくなれば、 U^* は砕波帯内で小さく、砕波帯外で大きくなる傾向にありその最大発生地点も次第に沖へ移動することがわかる。

図-2(b)は砕波点での $U^*(\xi=1, \eta)$ を描いたもので、 U^* が正であれば離岸流、負であれば向岸流を表わ

している。図-2(b)において、 U^* が零になる点の横軸の値は砕波点での離岸流幅 l_r と離岸流間隔 Y_r との比 $l_r^* = l_r/Y_r$ を表わしている。 Y_{r*} が大きくなると、相対的に、離岸流の幅は狭く、向岸流の幅は広く、離岸流速は大きく、向岸流速は小さくなることわかる。また、図-2(b)より、 Y_{r*} の増大に伴い、 $\eta=1.0$ での無次元向岸流速は次第に小さくなり、向岸流の流速が最大になる地点も次第に離岸流部に寄っていくことがわかる。これは、模型実験において観察された離岸流間隔が大きくなると離岸流と離岸流の間の中央付近で流体が停滞しているかのように見える現象に対応している。図-2(b)は Y_{r*} が小さくなると l_r^* が次第に点 $\eta=0.5$ に関して対称な分布になっていくことを示している。これは、小さい Y_{r*} の離岸流場になれば離岸流と向岸流が対称になる現象を示している。

図-2(b)より、 $Y_{r*}=3.7$ では、 U^* の分布がほぼ完全な対称形をなしていることがわかる。いま、 $Y_{r*}=4$ なる離岸流場に Bowen 型離岸流理論を適用した場合には、 $\eta=1$ 付近の向岸流速を 4 割弱大きく見積もることになるが、離岸流と向岸流は対称的であり、定性的な説明は可能である(図-2(b))。このとき、相対離岸流幅 l_r^* は、図-2(b)より、0.44 となるから、流況を現象的に見分けるときには、砕波点での l_r^* が 0.44 以下であれば循環セル内では完全な自由噴流型の流体輸送になっているものと解釈されよう。

典型的な自由噴流型離岸流の場合のベクトル図を描いたのが図-2(c)で、図より、離岸流場が前述の四つの流れ、すなわち、岸に向かう向岸流、海岸に平行な沿岸流、狭くて強い離岸流、離岸流頭として広がる沿岸方向の流れ(砕波帯外)より構成されていることがよくわかる。

5. 底面摩擦の影響

底面の摩擦力 $\vec{\tau}_h$ は平均流 $\vec{u}$ と二乗則で関係づけられ、式(57)のように表わすことができる。

$$\vec{\tau}_h = \frac{1}{2} C_f \rho |\vec{u}| \vec{u} \dots \dots \dots (57)$$

James (1974) は沿岸流を一樣流と考えた場合、摩擦係数 $C = C_f/2$ の値は、滑面乱流で 0.002~0.003、粗面乱流で 0.004 と評価しているが、離岸流場においても一樣流であれば摩擦係数 C は James と同じ程度と考えてもよいであろう(しかし離岸流場では平均流に比べて波の軌道速度が大きいため振動流として扱うべきである)。振動流における摩擦係数 C_f の算定に関しては理論的に

図-3 振動流境界層の壁面抵抗 (Riedel, Kamphuis & Brebner, 1972)

も、実験的にも研究が進められている。図-3は Riedel, Kamphuis & Brebner (1972) が実験で得た Moody 図で、これより、粗面上の振動流境界層における抵抗係数が求められる。堀川・佐々木ほか (1974, 75) によると、実際海浜では碎波波高 $H_B = 0.6 \sim 1.9$ m, 波周期 $T = 7 \sim 14$ sec の波が流れと重なっているので、 $H_B \approx d_B$ とすると底面上での最大軌道速度 u_B および水粒子の最大振幅 a_B は $u_B = 1.2 \sim 2.2$ m/sec および $a_B = 1.4 \sim 4.7$ m となる。動粘性係数 ν を 1.3×10^{-6} m²/sec とすると Reynolds 数 $Re = u_B a_B / \nu$ は $1.3 \sim 7.6 \times 10^6$ となるから、流れの場合は乱流状態であり、粗度高さ $k_s = 1$ mm とすると、図-3 より、粗面乱流として、 $f_w = 0.004 \sim 0.006$ を得る。また、滑面乱流では、同様に Riedel らの実験結果を用いると $f_w \approx 0.003 \sim 0.004$ となる。波に対する摩擦係数 f_w と平均流に対する摩擦係数 C_f を同じものとすれば、実際海浜では $C_f = 0.003 \sim 0.006$ となり、底面摩擦の効果はさほど現われないものと考えられる。

碎波帯内では水深が零から碎波水深まで変わり、急勾配海底でも、その浅水性により、底面摩擦の影響を考慮する必要がある。

特に Y_{r*} の小さい離岸流場ほど、碎波帯内における流れが卓越するので、底面摩擦の影響がこのような流れ（純循環流型離岸流）においてはどの程度の大きさになるか評価しておく必要がある。

運動方程式における底面摩擦力はすでに式 (4) 右辺第 3 項の $\bar{\tau}_{hx}$, $\bar{\tau}_{hy}$ で表わされている。式 (57) の底面摩擦力の x , y 方向成分を Thornton と同じように考えると、式 (4) 右辺第 3 項の底面摩擦項は次式のように表わすことができる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\bar{\tau}_{hx}}{\rho(d+\zeta)} &\approx \frac{1}{\rho d} \frac{\rho C_f g H}{2\pi \sqrt{gd}} u \\ \frac{\bar{\tau}_{hy}}{\rho(d+\zeta)} &\approx \frac{1}{\rho d} \frac{\rho C_f g H}{2\pi \sqrt{gd}} v \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (58)$$

よって、式 (58) の第 1 式および第 2 式の摩擦項に負の符号をつけて、式 (13) および式 (14) の右辺に加えれば底面摩擦を考慮した運動量方程式となる。したがっ

て、底面摩擦を考慮した場合には、 ψ^* の方程式は式 (26) の代りに式 (59) となる。

$$\begin{aligned} &\left[\frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \left\{ \xi \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{1}{\xi} \frac{\partial}{\partial \xi} \right) - \lambda^2 \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} \right\} \right. \\ &\quad - \beta \lambda^2 \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} \left\{ \xi \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{1}{\xi} \frac{\partial}{\partial \xi} \right) - \lambda^2 \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} \right\} \\ &\quad \left. - \mu \left\{ \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{1}{\xi^{3/2}} \frac{\partial}{\partial \xi} \right) + \beta \frac{1}{\xi^{3/2}} \lambda^2 \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} \right\} \right] \psi^* = 0 \end{aligned} \dots\dots\dots (59)$$

β は式 (27) で定めた定数である。 μ は次式のように $\mu = [C_f/m]/[C_1 r_m P/4\pi]$

ここに、

$$P = T \sqrt{g/d_B} \dots\dots\dots (60)$$

と定める定数で、その値の大きさは底面摩擦の影響を示していることになる。ここに、 C_1 は式 (6) で定義された補正係数である。 P は波の無次元周期で、Sonu および堀川らの現地データでは 25 および 22~36 となり、尾崎らの室内実験では低い値で 10 くらいとなる。 C_1 は式 (6) による補正係数であるが 1 に近くとり、 $m=0.1$ とすると、近似的に $C_1 r_m P/4\pi \approx 0.15$ となるので、Komar の $C_f/m=0.15$ を用いると、 μ の値は $\mu \approx 1$ となるが前述の C_f の値を用いると 1 より小さくなる。 μ の逆数は Longuet-Higgins (1970) が水平混合の程度を示す定数として定義した P_L (添字 L は著者ら) に相当する。堀川らは $P_L \approx 0.8 \sim 1.0$ とすると現地観測による沿岸流速と Longuet-Higgins の理論流速分布形がよく合うとしている。 μ の値は大きめで 1 程度のものと考えられる。

さて、 ψ^* を固有値 $n\pi$ の固有関数で式 (28) のように表わし、式 (59) に代入すると X_{1n} を求める方程式として次式を得る。

$$\begin{aligned} &\left[\left\{ \frac{d^2}{d\xi^2} + \beta k_n^2 \right\} \left\{ \xi \frac{d}{d\xi} \left(\frac{1}{\xi} \frac{d}{d\xi} \right) + k_n^2 \right\} \right. \\ &\quad \left. - \mu \left\{ \frac{d}{d\xi} \left(\frac{1}{\xi^{3/2}} \frac{d}{d\xi} \right) - \beta k_n^2 \frac{1}{\xi^{3/2}} \right\} \right] X_{1n} = 0 \end{aligned} \dots\dots\dots (61)$$

式 (61) の一般解の特性を簡単に見出すために、式 (62) のように変数 ξ を t に変換すると、

$$\xi = t^2 \dots\dots\dots (62)$$

式 (61) は次式のようになる。

$$\begin{aligned} &\left[\frac{1}{16 t^4} \frac{d^4}{dt^4} - \frac{1}{2 t^5} \frac{d^3}{dt^3} \right. \\ &\quad + \left\{ \frac{29}{16 t^6} + \frac{k_n^2 (1+\beta)}{4 t^2} - \frac{\mu}{4 t^5} \right\} \frac{d^2}{dt^2} \\ &\quad + \left\{ -\frac{45}{16 t^7} - \frac{k_n^2 (1+\beta)}{4 t^3} + \frac{\mu}{t^6} \right\} \frac{d}{dt} \\ &\quad \left. + \left(\beta k_n^4 + \frac{\beta \mu k_n^2}{t^3} \right) \right] X_{1n} = 0 \dots\dots\dots (63) \end{aligned}$$

式 (63) の確定特異点は $t=0$ であり、決定方程式の

根 ρ' は $\rho'=0, 4$ (重根), 6 となる. 汀線における境界条件式 (33) より $t=0$ で $X_{1n}/t^4=0$ となる関数が解として選ばれる. これは $\rho' > 4$ ということなので, X_{1n} は次式で与えられる.

$$X_{1n}(\xi) = \sum_{m=0}^{\infty} \alpha_{nm} \xi^{\frac{m}{2}+3} \dots\dots\dots (64)$$

ここに, α_{nm} は式 (65) より求められる.

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{n,m} + I_1 \alpha_{n,m-1} + I_2 \alpha_{n,m-4} + I_3 \alpha_{n,m-5} + I_4 \alpha_{n,m-6} &= 0 \\ I_1 &= -\frac{4\mu(\rho'+m-1)}{(\rho'+m)(\rho'+m-4)^2} \\ I_2 &= \frac{4k_n^2\{(1+\beta)(\rho'+m-5)-(1+3\beta)\}}{(\rho'+m)(\rho'+m-4)(\rho'+m-6)} \\ I_3 &= \frac{16\beta\mu k_n^2}{(\rho'+m)(\rho'+m-4)^2(\rho'+m-6)} \\ I_4 &= \frac{16\beta k_n^4}{(\rho'+m)(\rho'+m-4)^2(\rho'+m-6)} \\ \alpha_{n0} &= 1.0 \\ \alpha_{n,-7} = \alpha_{n,-6} = \dots = \alpha_{n,-1} &= 0 \\ \rho' &= 6 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (65)$$

よって, 底面摩擦を考慮した場合には, 式 (34) に代わって, 式 (64) で X_{1n} が与えられる. 水深の大きい砕波帯外においては, 平均流のエネルギー逸散は主に水平混合によってなされているものとして底面摩擦項を省略する. Y_r^* の小さい場合を考えているので, $M=1$ とすることができ, 流況は式 (45) で与えられる. 流速の分布は式 (46) の U^*, V^* から求められる.

図-1(a) および (b) において, 点線は $\mu=1.0, Y_r^*=1.7, 2.0, 3.0$ の場合の U^* および V^* の分布を示している. μ の値により, u_1^* は異なるので, 図-1(a), (b) の点線と, 実線の差異は流れ (u, v) の変化を意味しているわけでないが, 底面摩擦の影響により, 流速分布のパターンがどのように変化するかは見ることができる. 図-1(a), (b) より, Y_r^* が 2 の付近の場合には点線と実線の差異は小さく, 分布形は底面摩擦の影響をほとんど受けず, Y_r^* がそれより小さい場合には分布形は底面摩擦の影響を受けて, より小さい Y_r^* の値に対応する分布形に移行し, 逆に, Y_r^* がそれより大きい場合には分布形は底面摩擦の影響を受けて, より大きい Y_r^* の値に対応する分布形に移行することがわかる. ただし, 汀線近くでは, Y_r^* に関係なく, U^*, V^* は小さくなっているが (図-1(a), (b)), これは, 砕波点での流れよりも汀線近くの流れの方が底面摩擦の影響を受けやすいことを意味している.

Y_r^* が小さくなると U^* の最大値は大きくなるが (図-1(a)), これは u_1^* が零に近づいているためである. u_1^* を与える関数 $X_{11}(1)$ と Y_r^* の関係を図示したのが図-4(a) で, u_1^* を零にする Y_r^* が存在するこ

図-4 最小離岸流間隔

とがわかる. Y_r^* がさらに小さくなると $X_{11}(1)$ は負になるが, これは岸に向かう流れを表わしている. 現地観測や室内実験では砕波点以深で離岸流の流速が零になっているので, u_1^* を零にする Y_r^* は定常な離岸流が存在し得る最小の間隔に対応していることになる. この最小離岸流間隔と μ との関係を示したのが 図-4(b) で, 離岸流の発生領域は図の実線の上側となる. 図-4(b) より, 最小離岸流間隔は $\mu=0$ で最小であるから, 離岸流が定常に達したときには,

$$Y_r^* \geq 1.35 \dots\dots\dots (66)$$

なる条件を満たしていることになる. Bowen & Inman (1969) は, 現地での Y_r^* が 1.5~8.0 の間でばらつくことを見出している. 堀川らが整理した 34 組の現地データを見ると, すべて 8 以下で, 1.25~1.35 に Shepard & Inman (1950) の 2 組の現地データがあり, 他はすべてそれ以上になっている¹⁵⁾. 南アフリカ (Virginia) 海岸で観測した Harris (1967) の Y_r^* ではその最小値が 1.25 ($Y_r=229$ m, $X_B=153$ m, X_B は inner breaker zone の幅とする) となっている. これら現地データにおける Y_r^* の最小値は $\mu=0$ のときの最小離岸

流間隔と良く対応しており、したがって、現地観測によっても式 (66) の成立が証明できる。

μ が小さいほど最小離岸流間隔が小さくなるということは、海浜での水平循環においては水平混合による影響が卓越していることを意味する。碎波帯内での流れが支配的であることもその一因となろう。

6. 実験・実測との比較

図-5 は Sonu (1972) の実測と著者らの理論とを比較したもので、縦軸の流速は離岸流の流心における値で、●、○印および点線、実線は Sonu (1973) が水深方向に平均した実測値およびそれらに内挿させて描いた分布形を示す。これら2組の現地データの Y_r^* (3 以下と推定される) が不明なので、図には $Y_r^*=1.6$ と仮定した場合の流速分布形 (二点鎖線) を描いた (碎波帯外が緩勾配になっているので $m/(m+\alpha)=2$ としている)。×印は著者らが Sonu (1972) の論文 Fig. 9 より読みとった値を水深方向に平均化しないでプロットしたもので、 Y_r^* が 2.6~2.7 の場合の現地観測値である。この実測値に対して、著者らの理論による流速分布形 ($Y_r^*=2.5$, 一点鎖線) を描いてみたが、実測値の示す傾向に合っていることがわかる。

著者らは尾崎らの実験結果を補足する意味で、鉄板床の場合について、実験の装置・方法⁵⁾をまったく同じにし、底勾配 $s=1/10$, 直角入射, $m/(m+\alpha) \approx 0.8$ の場合の流れの場を再現して実験を行った。

実験では、 Y_r^* が 2 より小さいと離岸流の流速は碎波帯内で最大になって、図-5 (Sonu による実測値 ●、○印) で示されるような流速分布のパターンとなり、著者らの理論による流速分布形と一致した。図-6 には最小離岸流間隔に近い ($Y_r^*=1.48$) 場合の実験値を図示してある (図-2 (a) より $Y_r^*=1.5$ の流速分布形を描いて

図-5 現地観測による離岸流の流速分布と著者らの理論による流速分布形との比較 (Sonu, 1972)

図-6 実験による離岸流の流速分布と理論による流速分布形の比較 ($Y_r^*=1.5$ は図-1(a), $Y_r^*=5$ は図-2(a) より)

いる) が、碎波点での離岸流は弱く、その流速は零に近い状態になっており、著者らが理論的に示したことと一致する。

著者らの実験では、 $Y_{r0}=Y_r/x_B$ の最小値は 1.39 でありそれより小さい間隔で発生する離岸流は定常になり得なかった。 $Y_{r0} \geq Y_r^*$ となるから、式 (66) が成立することは実験によっても証明された。

Bowen の線形理論では Y_r^* が 4 の場合でも、碎波点以浅で流速が最大になるが、実験では Y_r^* が 3 より大きくなると離岸流は噴流に類似した流況を示し、流れは碎波帯外で卓越するようになり、碎波点か碎波点以深部において流速が最大となる傾向を示した。図-6 には Y_r^* の大きい ($Y_r^*=5.19$) 場合の離岸流の流速測定値を示してある。同時に図-2 (a) で示した $Y_r^*=5$ の分布形を記入してあるが、理論と実験とは明らかに同一傾向を示している。

図-7(a) は尾崎らが実験で得た流れの場 (文献 5) の図-8) を無次元座標により、染料に記号 a~h を付けて示したもので、典型的な自由噴流型の離岸流場となっている。この場合、 Y_r^* は $Y_r^*=4.66$ である。いま、 $Y_r^*=4.66$ とし、式 (53) より A_{1n} を求め、 U^* , V^*

図-7(a) 実験で観測された自由噴流型離岸流 (尾崎ら (1976) の図-7 より)

図-7(b) 著者らの理論による自由噴流型のベクトル図 (●, ○印における値を表す) —実験の染料 a~g の位置は○印の a~g に対応する—

図-7(c) 実験と理論の比較 (×印の実験値は尾崎ら (1976) の図-10 より)

を作れば、図-7(b) のようなベクトル図を描くことができる。図-7(a) の染料 a~g の投入地点は図-7(b) では ○ 印の a~g の位置となるので、染料 a~g の広がり理論によりほぼ完全に予測できることがわかる。図-7(c) は離岸流の幅について比較を試みたもので、理論と実験の一致は明らかである。

実験で観測された離岸流は、流れの場合、 $Y_r^* \leq 3$ の場合、すべて純循環型、 $Y_r^* \geq 4$ の場合には、すべて自由噴流型であり、56 の離岸流のうち、前者が 17、後者が 32 あった。また、 $Y_r^* = 3 \sim 4$ の流れの場合で観測された七つの離岸流のうち、ひとつは自由噴流型で、他の六つは識別の不可能なものであった。したがって、著者らの計算により求めた値 $Y_r^* = 3.7$ の周辺に、流況を分ける境界の Y_r^* の値があるものと解釈される。

7. おわりに

離岸流の現地観測や室内実験による再現例はいくつか発表されている。それらを整理して気付くことは、 Y_r^* の値により、流況が異なっていることである。流況は純

循環型 (Bowen 型) と自由噴流型の二つに大別される。 Y_r^* が 3 より小さい場合に前者、4 より大きい場合に後者の流況が現われる。 Y_r^* が 3~4 の場合には、流れは噴流の流況に近くなるが、明確な区別をつけがたく、自由噴流型への遷移領域とするのが適当であろう。理論モデルの適用に際しては、Bowen 型離岸流理論が用いられる。

流況は、 A_{1m} が決まれば与えられることになる。本論文においては、 Y_r^* の大きい場合に、向岸流速 u_2 を式 (48) のように碎波による輸送速度に等しいものとした。この境界条件の設定により、 Y_r^* の大小による離岸流の構造の違いを理論的に明確にすることができ、さらに、実験によって用いた仮定の妥当性を確かめることができた。

基礎方程式の設定において平均流のエネルギーは主に水平混合で逸散するものと仮定した。これは、 $\mu=0$ の場合の最小離岸流間隔で現地データの最小値を良く説明でき、また、著者らの実験とも良い一致を見たことにより、その適切さがわかる。

直角入射の場合、海浜に発達する水平循環は対称セル型循環 (Harris, 1967) である。この対称な循環流について、本論文で明らかになった点をまとめれば次のようになる。

(1) Y_r^* の値により、離岸流の構造が異なり、それに応じて流況も違ったものになる。 Y_r^* の値により流速分布のパターンが決まるので Y_r^* を知ることで循環セル内の流体輸送がわかる。

(2) Y_r^* の値により離岸流の発生領域を分類すると次のようになる。

$Y_r^* \leq 3$	純循環型 (Bowen 型)
$3 < Y_r^* < 4$	遷移領域
$Y_r^* \geq 4$	自由噴流型

$M=1$ とする Bowen の循環モデルの適用範囲は $Y_r^* < 3.7$ であるが、 $Y_r^* \leq 4$ まで広げても定性的な説明は可能である。

(3) 離岸流の最小間隔は $Y_r^*_{\min} = 1.35$ で、発生領域はこれより大きい Y_r^* となる ($Y_r^* \geq 1.35$)。

最後に、本研究の遂行に際し、北海道大学工学部土木工学科防災工学研究室助手 (工修) 長谷川和義氏より適切な助言をいただいた。紙面を借りて謝意を表する次第である。

参考文献

- Bowen, A.J.: Rip currents, I, Theoretical investigations, J. Geophys. Res., Vol. 74, pp. 5467~5478, 1969.
- Tam, C.K.W.: Dynamics of rip currents, J. Geophys. Res., Vol. 78, pp. 1937~1943, 1973.

- 3) Sonu, C.J. : Comment on paper by C.K.W. Tam, Dynamics of Rip Currents, J. Geophys. Res., Vol. 78, pp. 8887~8889, 1973.
- 4) Tam, C.K.W. : Reply, Vol. 78, pp. 8891~8892, 1973.
- 5) 尾崎 晃・佐々木幹夫・碓永善美 : 離岸流に関する研究—急勾配における平面実験—, 第23回海岸工学講演会論文集, pp. 421~476, 1976.
- 6) Longuet-Higgins, M.S. and R.W. Stewart : Radiation stress and mass transport in gravity waves, J. Fluid Mech., Vol. 10, pp. 481~504, 1962.
- 7) Jonsson, I.G., C. Skougaard and J.D. Wang : Interaction between waves and currents, Proc. 12th Conf. Coastal Eng., pp. 489~507, 1970.
- 8) LeBlond, P.H. and C.L. Tang : On energy coupling between waves and rip currents, J. Geophys. Res., Vol. 79, pp. 811~816, 1974.
- 9) 日野幹雄 : 海浜流系の発生理論, 土木学会論文報告集, 第225号, pp. 17~29, 1974年.
日野幹雄 : 応答性を考慮した海浜流系と海浜地形の発生発達に関する理論, 土木学会論文報告集, 第237号, pp. 87~98, 1975年.
- 10) 水口 優 : 固有値問題としての離岸流の間隔について, 土木学会論文報告集, 第248号, pp. 83~88, 1976年.
- 11) Thornton, E.B. : Variation of longshore current across the surf zone, Proc. 12th Conf. Coastal Eng., pp. 291~308, 1970.
- 12) Longuet-Higgins, M.S. : Longshore currents generated by obliquely incident sea waves 2, J. Geophys. Res. Vol. 75, pp. 6790~6801, 1970.
- 13) James, I.D. : A non-linear theory of longshore currents, Estuarine and Coastal Marine Science, Vol. 2, pp. 235~249, 1974.
- 14) Riedel, H.P., J.W. Kamphuis and A. Brebner : Measurement of bed shear stress under waves, Proc. 13th Coastal Eng., pp. 587~603, 1972.
- 15) 堀川清司・佐々木民雄・堀田新太郎・桜本 弘 : 海浜流に関する研究(第2報)—海浜流の現地観測—, 第21回海岸工学講演会論文集, pp. 347~354, 1974年.
堀川清司・佐々木民雄・堀田新太郎・桜本 弘 : 海浜流に関する研究(第3報)—海浜流の規模—, 第22回海岸工学講演会論文集, pp. 127~134, 1975年.
- 16) Komar, P.D. : The mechanics of sand transport on beaches, J. Geophys. Res., Vol. 76, pp. 713~721, 1971.
- 17) Shepard, F.P. and D.L. Inman : Nearshore water circulation related to bottom topography and wave refraction, Trans., A.G.U., Vol. 31, No. 2, 1950.
- 18) Harris, T.F.W. : Field and model studies of the nearshore circulation, Ph.D. thesis, Univ. of Natal, Durban, South Africa, 1967.
- 19) Sonu, C.J. : Field observation of nearshore circulation and meandering currents, J. Geophys. Res., Vol. 77, pp. 3232~3247, 1973.
- 20) Hinze, J.O. : Turbulence, McGraw-Hill, p. 25, 1975.

(1977.5.17・受付)