汚泥の沈降濃縮に関する研究

GRAVITY THICKENING OF SLUDGE

楠田 哲也*・古賀 憲一**・栗谷 陽一***

By Tetsuya KUSUDA, Ken-ichi KOGA and Youichi AWAYA

1. ま え が き

越流水の清澄さを重視していた水処理においても、近年の水質規制により水処理時に発生した汚泥の処理・処分についてかなりの注意を払わねばならないようになってきた。重力を利用する汚泥の濃縮操作は、次に続く汚泥の返送あるいは脱水操作等に大きく影響を及ぼすため、凝集性を有する汚泥の圧縮沈降現象を明らかにすることはきわめて重要と考えられる。汚泥の圧縮沈降についての研究は数多くなされている。実験的研究としては Work-Kohler¹⁾ による、初濃度が同一で初高の異なる場合の汚泥の界面沈降曲線は相互に相似の関係にあるとしたもの、Roberts²⁾ による、ある時刻の汚泥界面の高さから圧縮沈降完了時の界面の高さを差し引いた残りの高さは、時間的に指数関数となって減少するとしたもの、Robinson³⁾ による汚泥の沈降速度の減少は、汚泥の濃縮による見かけ密度差の減少と見かけ粘度の増大によるとしたものなどがある。理論的なものとしては、Kynch⁴⁾ による沈降時の均質な汚泥のある層の沈降速度はその層の局所濃度のみの関数であるという仮定により物質保存式を導き、これをもとにしてある初期濃度における一回の界面沈降・圧縮沈降の実験から、この初濃度より高い濃度の場合すべての界面沈降曲線を推定し得るとしたもの、川島⁵⁾、矢木・山崎⁶⁾ による、Terzaghi による圧密理論を踏襲、発展させた考え方などがみられる。これらの研究結果のいくつかはすでに多方面の分野で使用されているが、濃縮槽の所要面積の算出に際しての諸元を得るときに問題を生じることがあるといわれている。この理由としては、圧縮沈降現象の解析に有効応力の概念が含まれていないか、たとえ含まれているとし

ても高含水率汚泥の濃縮に粘土の圧密の概念をかなり類似の形で導入するというように、その本質の理解が十分なされていないことによると考えられる。

本研究では、有効応力を考慮した圧縮沈降の方程式を基礎とする実験結果から汚泥の透水係数と有効応力は汚泥の空隙率および固液間の相対速度の関数となることを示す。そしてこの結果を用いれば、数値計算によりある初濃度、ある初高からの界面沈降曲線および等濃度線を求め得ることを示す。さらに、連続濃縮槽の設計を行う際の諸元の求める方法について従来の考え方との違いを明らかにする。

2. 圧縮沈降の基礎式

鉛直に立てた一様な断面形を有する十分大きい容器に汚泥を入れ、沈降させると、その濃度に応じて、干渉沈降や界面沈降等を生じる。しばらくすると、汚泥は容器底部に堆積する。このとき、汚泥を構成しているブロックは互いに接触し、ブロックの重量の一部は、それより下方にあるブロックにより支えられる。ブロックに作用しているこの応力は有効応力といわれている。ブロックの残りの重量は、汚泥の収縮に伴い汚泥を構成している流体が上方に排出されるとき流体抵抗により支持される。逆にこの流体抵抗に相当する分だけの過剰水圧が流体側（液相）に生じる。このような状態の沈降は圧縮沈降といわれている。圧縮沈降が進行するにつれ、ブロック間の間隙は減少し、ついにはブロック単体としての形状は認められなくなり、ブロックが互いに完全に接触しあった状態の二次構造を構成することになる。圧縮沈降が終了すると、上述の過剰水圧も消滅し、汚泥中の固体成分（ブロックを構成している固体粒子）それ自身が、互いに接触しあい全自重を支えることになる。

本節では、このような圧縮沈降の基礎式を、固相（汚泥中の固体成分）と液相（汚泥中の流体成分）とに分け

* 正会員 工博 九州大学助教授 工学部水工土木学科

** 正会員 工博 九州大学助手 工学部水工土木学科

*** 正会員 工博 九州大学教授 工学部水工土木学科

て、導くことにする。まず仮定として、

- (1) 汚泥の性状は均一である。
- (2) 汚泥の固体成分および水の圧縮量は無視し得る。
- (3) 汚泥の間隙は水で完全に飽和されている。
- (4) 汚泥中の水の排出は一軸的に行われ、そのときのレイノルズ数は、固相にとっても、液相にとっても、十分1より小さい。
- (5) 汚泥の圧縮も一軸的に行われる。
- (6) 汚泥中の固相と液相間の相対速度は汚泥全体の移動速度に左右されない。
- (7) 沈降容器に基づく壁効果は無視できる。

仮定(2)の固体成分については次のように考えることにする。粘土フロックは粘土と凝集剤の水和物とから、また生物フロックは微生物から成り立っている。これらのフロックを加圧脱水したとしても、含水率が0にならずある量の水分は残留する。脱水される水分の大部分はこれらのフロックの骨格部分内に含まれる水分ではなく、その周囲のきわめて分離しやすい間隙水と考えられる。このため、フロックの脱水を考えるに際してフロック内の水分は分離しやすい間隙水と、そうでない骨格部分内の水分とに分けて考える方法がある。ここでは両者の水の識別が困難なことから、乾燥状態での汚泥の固体成分をフロックの実質部分と考えて汚泥の空隙率を求める方が容易なこと、さらには、上述の両者の水を容易に識別できるようになれば、空隙率のみを換算することで結果を修正し得ることから、ここでの固体成分は、乾燥状態での固体成分という意味で用いることにする。仮定(4)は汚泥の運動方程式における加速度項は無視し得ること、および水平面内では平均流速は一定であることを示している。実際の濃縮槽においては水平面内における濃度分布、鉛直方向での濃度勾配等のためにチャンネルリングが生じることがあり、このため二次元的排水になることがあるがここではこのような二次元的排水は生じないものとする。

以上の仮定により、鉛直方向座標を x （上方を正）として、静水圧を含めた運動方程式は以下ようになる。

$$\text{汚泥全体: } \frac{\partial}{\partial x} \{ \epsilon P_l' + (1-\epsilon) P_s' \} + \{ (1-\epsilon) \rho_s + \epsilon \rho_l \} g = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\text{汚泥液相: } \epsilon \frac{\partial P_l'}{\partial x} + \alpha (v_l - v_s)^{1/n} + \epsilon \rho_l g = 0 \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\text{汚泥固相: } \frac{\partial}{\partial x} \{ (1-\epsilon) P_s' \} + P_l' \frac{\partial \epsilon}{\partial x} - \alpha (v_l - v_s)^{1/n} + (1-\epsilon) \rho_s g = 0 \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここで、 ϵ : 汚泥の空隙率、 α : ϵ の関数、 g : 重力の加

速度、 P_l' , P_s' : 静水圧を含めた汚泥の液相の圧力と固相の応力（圧縮を正とする）、 ρ_l , ρ_s : 汚泥の液相と固相の密度、 v_l , v_s : 汚泥の液相と固相の同一水平面内の平均速度、を示す。

式(2)の左辺第2項、式(3)の左辺第3項の固液相間の相対速度を $1/n$ 乗しているのは実験結果からの要求によるものである。

式(1)は $4x$ 当りの全応力の変化量は、 $4x$ に存在する汚泥の全重量に等しいこと、式(2)は、 $4x$ 当りの水圧の変化量は、その区間における静水圧の変化量と、流体抵抗の和に等しいこと、同様に式(3)は固相に作用している応力の $4x$ 当りの変化量は、自重からその区間における空隙率の変化分だけの水圧と、流体抵抗との和を差し引いたものになることをそれぞれ示している。

式(2), (3)において、 P_l' , P_s' から現象の本質に無関係の静水圧分を除くために、

$$P_l = P_l' + \rho_l g x + \text{const.} \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$P_s'' = P_s' + \rho_l g x + \text{const.} \quad \dots\dots\dots (5)$$

とすると、

$$\text{汚泥液相: } \epsilon \frac{\partial P_l}{\partial x} + \alpha (v_l - v_s)^{1/n} = 0 \quad \dots\dots\dots (2)'$$

$$\begin{aligned} \text{汚泥固相: } & \frac{\partial}{\partial x} \{ (1-\epsilon) P_s'' \} + P_l \frac{\partial \epsilon}{\partial x} \\ & - \alpha (v_l - v_s)^{1/n} + (1-\epsilon) (\rho_s - \rho_l) g = 0 \quad \dots\dots\dots (3)' \end{aligned}$$

となる。固相（固体成分）に作用している水圧（静水圧はすでに除いている）も、現象の本質、いいかえると有効応力の算出には関係しない。水圧測定時には、 ϵP_l でなく P_l を測ることになるので、式(2)'に $(1-\epsilon) \cdot \partial P_l / \partial x$ を加え、いいかえると ϵ で式(2)を除し、式(3)'において $P_s'' - P_l$ を考えると、結局、

$$\frac{\partial P_l}{\partial x} + \frac{\alpha}{\epsilon} (v_l - v_s)^{1/n} = 0 \quad \dots\dots\dots (2)''$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x} \{ (1-\epsilon) (P_s'' - P_l) \} - \frac{\alpha}{\epsilon} (v_l - v_s)^{1/n} \\ & + (1-\epsilon) (\rho_s - \rho_l) g = 0 \quad \dots\dots\dots (3)'' \end{aligned}$$

となる。また、固相の圧力を汚泥としての単位面積当りに換算するために、

$$P_s = (1-\epsilon) (P_s'' - P_l) \quad \dots\dots\dots (6)$$

とし、さらに、

$$k = \frac{\epsilon}{\alpha} \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$K = \mu \epsilon k^n \quad \dots\dots\dots (8)$$

と置く。ここで、 μ : 流体の粘性係数、 K : 透水係数で $n=1$ のときには Darcy 則に従う透水係数となる。

汚泥の固相と液相の体積フラックス（空塔速度ともいう）を V_s , V_l とすれば、

$$V_l = \epsilon v_l \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$V_s = (1-\epsilon) v_s \quad \dots\dots\dots (10)$$

以上から、結局、式 (1), (2), (3) は、

$$\text{汚泥全体: } \frac{\partial}{\partial x} (P_I + P_s) + (1-\varepsilon)(\rho_s - \rho_l)g = 0 \quad \dots\dots\dots (11)$$

$$\text{汚泥液相: } \frac{\partial P_I}{\partial x} + \left[\frac{\mu}{K} \left(V_I - \frac{\varepsilon}{1-\varepsilon} V_s \right) \right]^{1/n} = 0 \quad \dots\dots\dots (12)$$

$$\text{汚泥固相: } \frac{\partial P_s}{\partial x} - \left[\frac{\mu}{K} \left(V_I - \frac{\varepsilon}{1-\varepsilon} V_s \right) \right]^{1/n} + (1-\varepsilon)(\rho_s - \rho_l)g = 0 \quad \dots\dots\dots (13)$$

一方、連続の式は、 q を汚泥全体の体積フラックスとして、

$$\text{汚泥全体: } V_I + V_s = q(t) \quad \dots\dots\dots (14)$$

$$\text{汚泥液相: } \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial V_I}{\partial x} = 0 \quad \dots\dots\dots (15)$$

$$\text{汚泥固相: } \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} - \frac{\partial V_s}{\partial x} = 0 \quad \dots\dots\dots (16)$$

数値計算の便宜のために座標 (x, t) を固体分の質量を基準とした座標 (w, t) に変換するには、

$$w = \int_0^x (1-\varepsilon)\rho_s dx \quad \dots\dots\dots (17)$$

として、

$$\left(\frac{\partial}{\partial x} \right)_t = (1-\varepsilon)\rho_s \left(\frac{\partial}{\partial w} \right)_t \quad \dots\dots\dots (18)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} \right)_x = -\rho_s V_s \left(\frac{\partial}{\partial w} \right)_t + \left(\frac{\partial}{\partial t} \right)_w \quad \dots\dots\dots (19)$$

となるから、式 (11), (12), (13) の運動方程式は、

$$\text{汚泥全体: } \rho_s \frac{\partial}{\partial w} (P_I + P_s) + (\rho_s - \rho_l)g = 0 \quad \dots\dots\dots (11)'$$

$$\text{汚泥液相: } (1-\varepsilon)\rho_s \frac{\partial P_I}{\partial w} + \left[\frac{\mu}{K} \left(V_I - \frac{\varepsilon}{1-\varepsilon} V_s \right) \right]^{1/n} = 0 \quad \dots\dots\dots (12)'$$

$$\text{汚泥固相: } (1-\varepsilon)\rho_s \frac{\partial P_s}{\partial w} - \left[\frac{\mu}{K} \left(V_I - \frac{\varepsilon}{1-\varepsilon} V_s \right) \right]^{1/n} + (1-\varepsilon)(\rho_s - \rho_l)g = 0 \quad \dots\dots\dots (13)'$$

式 (14), (15), (16) の連続の式は、式 (14) は不変であるが、他は、

$$\text{汚泥液相: } \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} \right)_w - \rho_s V_s \frac{\partial \varepsilon}{\partial w} + (1-\varepsilon)\rho_s \frac{\partial V_I}{\partial w} = 0 \quad \dots\dots\dots (15)'$$

$$\text{汚泥固相: } \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} \right)_w - \rho_s V_s \frac{\partial \varepsilon}{\partial w} - (1-\varepsilon)\rho_s \frac{\partial V_s}{\partial w} = 0 \quad \dots\dots\dots (16)'$$

式 (15)' は間隙比 e を

$$e = \frac{\varepsilon}{1-\varepsilon} \quad \dots\dots\dots (20)$$

として、

$$\frac{1}{\rho_s} \left(\frac{\partial e}{\partial t} \right)_w + \frac{\partial}{\partial w} \left(q - \frac{V_s}{1-\varepsilon} \right) = 0 \quad \dots\dots\dots (21)$$

とも表現できる。左辺第 2 項の () 内は固相基準の汚泥全体の体積フラックスになっている。式 (11), (12), (14) を用いて、

$$V_s = (1-\varepsilon)q - (1-\varepsilon)\frac{K}{\mu} \cdot \left[(1-\varepsilon)(\rho_s - \rho_l)g + \frac{\partial P_s}{\partial x} \right]^n \quad \dots\dots\dots (22)$$

式 (22) において、 $n=1$, $q=0$, $\partial P_s/\partial x=0$ とおくと式 (16) は Kynch⁴⁾ の表現に一致する。

3. 実験装置および方法

実験装置は、Fig. 1 に示すような内径 10 cmφ、高さ 1, 2, 4 m のアクリル樹脂製円筒の底部に整流および逆流防止用のガラスフィルターを付け、フィルター面より上方に向かって 3 cm 間隔に圧力検出用の太目の注射針をゴム栓を通して差し込んだものである。圧力検出はゲージ式の圧力変換器（共和電業製 PC 100 GC）にて行い、出力電圧を AD 変換して読み取り、校正曲線から水圧に換算した。

Fig. 1 Apparatus.

実験に用いた試料は、十分水はした筑豊産カオリン ($\rho_s=2.59 \text{ g/cm}^3$) を学内水道水に濃度 2000 ppm になるように混和し、20 ppm の硫酸アルミニウム ($\text{Al}_2(\text{SO}_4)_3 \cdot 18 \text{ H}_2\text{O}$ として) と 6 ppm のセバラン NP-10 を加えて作ったフロック（以下、人工汚泥と称す）、および、福岡市乙金浄水場における沈殿汚泥（夏期の汚泥では、平均硫酸アルミニウム注入量 14.3 ppm、平均原水濁度 10.2 ppm、処理水平均 pH 6.7、800°C 1 時間での灰分 80%, $\rho_s=2.77 \text{ g/cm}^3$ であり、以下、浄水場汚泥と称す）である。

透水係数 K および有効応力 P_s を求める方法には数通りある。第一の方法は、Fig. 1 の装置において一定流速の上向流を与え、プランケット内の固相の移動を止める方法である。こうすれば、 $V_s=0$ から $V_I=q$ となる。数多くの P_I の実測値と式 (12) から透水係数 K を求めることができる。そしてプランケットを層状に分割して汚泥を採取し各層の乾燥重量と密度等を求めれば、式 (11) を差分化した式と P_I の実測値とから有効応力 P_s を求めることができる。この方法では、上向流

速がきわめて小さくなる空隙率の小さいところにおいてブランケットを定常に保つことが困難になる。第二の方法は連続流下で測定する方法である。引き抜き汚泥量および汚泥中の固形物量から V_t , V_s が既知となり、運転中の装置から汚泥を採取して空隙率を求めれば、式(11)(12)を用いて透水係数 K と有効応力 P_s が求められる。この方法は実装置と密接に関連した値を得ることができるが汚泥を大量に必要とするので、実験が容易でない。ここで採用した第三の方法は適当な一定の上向流速を与えてブランケットを流動化させて層内濃度を均一に近づけ、実験開始と同時に上向流を止めて $q=0$ とする方法である。上向流が止まると汚泥が沈殿し始める。そこで、あらかじめ実験筒の内壁に外部から磁力により固定し、適当な間隔に配置した識別子（発泡スチロールにブリキ片を取り付け比重を圧縮沈降時の汚泥のものに近づけた直径 4 mmφ の円筒状のもの **Photo 1** 参照）に作用している磁力を順次切ると、この識別子は汚泥の圧縮につれて汚泥の固体成分にとり囲まれ、これとともに下方に移動する。これにより、ラグランジュ的に汚泥の固体成分の沈降速度が求められる。こうすることにより $q=0$ のもとでの固相の速度 v_s が求められる。実験中に、 P_t の空間的・時間的変動を求め、実験終了後にブランケットを層状に分割して求める空隙率とから、式(11)、(12)をもとに透水係数 K と有効応力 P_s が求められる。この方法によれば、空隙率がいかに小さくなくても

Photo 1 Movable Mark.

Photo 2 Marks in Blanket.

汚泥固体成分の沈降速度が容易に求められる。この状況を **Photo 2** に示す。

4. 実験結果および考察

圧縮沈降の界面および識別子の移動から求めた汚泥の移動状態の実測例として、汚泥濃度 45.9 g/l の浄水場汚泥で初高の異なるものについて行った例を **Fig. 2** に示す。初高の高いものを実線、低いものを破線で示している。界面の沈降曲線以外の実線および破線は識別子の移動曲線を示している。図中の数値は、原点を通る放射線と各識別子の移動曲線および界面沈降曲線との交点の高さを、初高の高い方の界面沈降曲線とこの放射線との交点の高さで割った値である。低い初高の方の界面沈降曲線と放射線との交点の高さで割った値は記入していないけれども、1回の沈降実験における界面沈降曲線と汚泥移動曲線との間にはかなりの相似性のあることがわかる。低い初高の方の界面沈降曲線についての正規化した値は 40 時間経過の範囲内で約 5% の変動がみられる。この変動の原因として、初高の違いによる有効応力の効果の差によるもの、および沈降当初にみられる凝集のための遅れ時間によるずれに起因するものなどが考えられるが、この数%程度の誤差内で Work-Kohler の関係が成立することがわかる。**Fig. 2** からは、濃縮槽設計の基礎に用いられてきた Kynch の考え方が妥当かどうかの判断はつけられないので、まずブランケット内で有効応力がどの程度の大きさになるかを明らかにしなければならぬ。このため、水頭で表わした汚泥の単位面積当りの水中累加重量および有効応力を横軸にとり、縦軸に

Fig. 2 Settling Curves with Different Initial Heights and Normalized Values against the Height of the Higher Sludge Blanket (Waste Sludge).

ブランケットの実際の高さをとったものを **Fig. 3** に、縦軸に汚泥の質量をとったものを **Fig. 4** に示す。 **Fig. 3** 中の右側にある太い曲線群が汚泥の単位面積当りの水中累加重量を、左側の細い曲線群が有効応力を示す。水中累加重量を示す曲線群が下に凸になっているのは界面に近くなるほど空隙率が大きくなっていることを示している。 **Fig. 4** 中の汚泥の単位面積当りの水中累加重量は右端の直線で示されている。沈降が完了すれば、有効応力を示す線はこの直線と一致し、全自重は有効応力として支えられることになる。ブランケットの底部においてほぼ 12 時間で有効応力と汚泥の水中累加重量の比が約 15%，2 日で 40% 程度にもなっている。このことから含水率の高い沈降初期の数時間内では近似的に有効応

Fig. 3 Relationship Between Effective Pressure or Total Pressure and Height as a Function of Elapsed Time (Waste Sludge).

Fig. 4 Relationship Between Effective Pressure and Sludge Mass as a Function of Elapsed Time (Waste Sludge).

力を無視し得るが、含水率が少し減少してくれば、これを無視することができなくなることがわかる。

次に、有効応力あるいは透水係数と空隙率との関係を見る。実験から求めた透水係数を横軸として Kozeny 型の表現 $\varepsilon^3/(1-\varepsilon)^2$ で表わしたものが **Fig. 5, 6** である。

Fig. 5 Relationship Between Coefficient of Permeability and Porosity as $n=1$ (Waste Sludge).

Fig. 6 Relationship Between Coefficient of Permeability and Porosity as $n=1$ (Clay Sludge with Polymer).

ただし、この透水係数は、式 (12), (13) において $n=1$ とおいて求めている。したがって、 $n \neq 1$ でないものを $n=1$ として求めたはずみはすべてこの透水係数に含まれている。Fig. 5 は浄水場汚泥によるもの、Fig. 6 は人工汚泥によるものである。Fig. 5 中には式 (13) において $P_s=0$ として有効応力をかりに無視して求めた透水係数 ($n=1$ としている) も表わしている。Fig. 5 から次のようなことがわかる。ある空隙率のところ、たとえば $\varepsilon^3/(1-\varepsilon)^2=2000$ では、空隙率が同じなのに、沈殿の進行につれて透水係数が小さくなっている。またいかなる経過時間についてみても空隙率がある程度小さくなると、図中の太い実線にて、透水係数と空隙率の関係が示されるようになる。しかも沈殿初期においては、沈殿の後期に比べて、空隙率の大きいところで、この太い実線にデータがのるようになる。これらのことは、少なくとも汚泥の透水係数は空隙率のみの関数として表わせるところと、そうでないところがあることを示している。Fig. 6 においても、同様のことがみられる。このような現象の本質を明らかにするために Fig. 7 に固液相間の相対速度と水頭で表わした水圧勾配との関係を示す。Fig. 7 は Fig. 5 のものと同一データである。この図からわかる特徴的なことは空隙率 (図中記号横に 1000 倍した数値として記入している) をパラメーター

Fig. 7 Relationship Between Relative Velocity and Gradient of Water Pressure as a Function of Porosity (Waste Sludge). Elapsed Time of Each Mark is the same as in Fig. 5.

として、この相対速度と水圧勾配の間に関数関係が成り立っていることである。空隙率が 1 に近づくとき等空隙率線の勾配は横軸に対して 45° に近づく。式 (2) の左辺第 2 項、式 (3) の左辺第 3 項の固液相間の相対速度を $1/n$ 乗しているのはこの関数関係を満足させるためである。式 (9), (10), (12) から、

$$\frac{K}{\varepsilon \cdot \mu} = \frac{v_l - v_s}{\left(-\frac{\partial P_l}{\partial x} \right)^n} \quad (23)$$

あるいは、

$$v_l - v_s = \left[\frac{K}{\varepsilon \cdot \mu} (v_l - v_s)^{1-1/n} \right] \frac{\partial P_l}{\partial x} \quad (23)'$$

ここで、式 (23)' の右辺 [] 内を「見かけ上の透水係数」とよぶことにする。この「見かけ上の透水係数」は Fig. 5, 6 において求めた透水係数 ($n=1$ としたもの) とは定数が異なるだけである。勾配が横軸に対して 45° に近づくということは、 n が 1 に近づくことつまり、圧力勾配と相対速度の関係が線形となり Darcy 則と同じ形式になることを意味する。このことは Fig. 7 の $\varepsilon=0.969$ ($\varepsilon^3/(1-\varepsilon)^2=947$ に相当) より小さい空隙率では沈殿の進行により透水係数が変化する現象はみられず、つまり $n=1$ となり透水係数は空隙率のみの関数として表わし得ることを示している。Fig. 5 と Fig. 7 の同一の記号は同一の沈殿経過時間を示している。ある同一経過時間の記号たとえば○をみると、Fig. 5 の右上方のものが、Fig. 7 の左上方のものに相当し、空隙率の減少とともに Fig. 5 では左下方へ、Fig. 7 では上に凸の曲線を描いて右下方に下がってくる。前述したように空隙率が小さくなると「見かけ上の透水係数」が空隙率のみの関数として表わされるようになり、しかも沈殿の進行に伴って「見かけ上の透水係数」が空隙率のみの関数として表わされるようになる限界の空隙率は小さくなる。このことを Fig. 7 において表わすと図の右端の方では横軸に対して 45° 、つまり $n=1$ の等空隙率線が引けることになる。等空隙率線の勾配 n が $n>1$ のところの固液相間の相対速度は $n=1$ のところより小さく、この勾配変化点でのこの相対速度は空隙率が小さくなるにつれて小さくなっている。一方、Fig. 7 の記号群の左下側では、同一空隙率線を左下方に延長すると交差するが、このような交差は、透水係数は空隙率に依存しないことを意味するので物理的に考えづらいこと、および後述する理由から固液相間の相対速度が小さくなれば、「見かけ上の透水係数」は空隙率のみの関数となり得ると考えられることから、固液相間の相対速度がある下限値 (空隙率の関数) を下回ると等空隙率は横軸に対して 45° になると考えられる。ここでいうところの Fig. 7 中の左下方破線は、Fig. 5 中の模式的に示し

たい破線に対応しており、このことは「見かけ上の透水係数」は空隙率のみの関数となり沈殿経過時間によらなくなることを示している。流動化している汚泥が沈降し、ブロックが互いに接触し始め、圧縮沈降の領域にちょうど入ってきたところでは、空隙率は1に近く固液相間の相対速度も大きいため、ブロックが互いに接触しあっている汚泥の二次構造は、鉛直方向に伸びたような構造になっていると考えられる。このため固液相間の相対速度がすこしばかり変化しても、空隙率が一定ならば、この二次構造はあまり変化しないと考えられるので、「見かけの透水係数」は、空隙率のみの関数となると思われる。Fig. 5で模式的にこのことを一点鎖線で示している。模式的にはこのように示し得るが、実際にこの限界を求めることは困難で、汚泥の物性によりその現われ方もかなり異なると考えられる。これらのことから、「見かけ上の透水係数」が固液相間の相対速度と空隙率の関数となり得るのは、空隙率とこの相対速度で構成される二次元空間のある領域内に限定されることになる。この領域内の固液相間の相対速度と水圧勾配の関係は空隙率をパラメーターとして整理できることから、空隙率と等空隙率線の勾配 n との関係を求めるとFig. 8のようになる。人工汚泥と浄水汚泥とではその勾配がかなり異なっていることがわかる、この図から、この領域内では固液相間の相対速度と水圧勾配の関係は、空隙率をパラメーターとして、ここでは指数 n として式(12)のように整理し得ることになる。この領域外では $n=1$ となりDarcy則に従って整理できる。透水係数を式(8)の k の形で整理すればFig. 9のようになる。この表現は指数 n の影響を受けない。したがってFig. 8とこの図から式(12)、(13)を計算するための透水係数と n の値が得られる。Fig. 5における有効応力を無視した場合の透水係数は実測による $\partial P_l / \partial x$ のデータを用いずに式(13)の左辺第1項を無視して求めたものである。

Fig. 8 Relationship Between Porosity and n

Fig. 9 Relationship Between Coefficient of Permeability k Defined by (8) and Porosity in Various Sludges.

実用上で、実験による界面沈降曲線から Kynch の考え方をもとに汚泥フラックス（汚泥流速）と空隙率（濃度）との関係を求めれば、このときには、式(13)の左辺第1項と第3項の和であるところの重力による応力から有効応力分を差し引いたものを純粋の重力の効果とみなして求めたことになる。圧縮沈降の駆動力としての重力を有効応力分だけ差し引かないで汚泥の運動をみるため見かけ上のこの透水係数は実際の値より小さくなる。この小さくなる割合は沈殿の経過時間が長くなるほど大きくなり、無限時間経過後の汚泥の沈降が完了した時点では、Kynch の考え方に基づけば透水係数が0となることに相当する。このような理由により Kynch の考え方をもとにして求めた汚泥フラックスと濃度との関係⁷⁾は有効応力の勾配が無視できる場合以外は一般に正しくないといえる。

有効応力と空隙率の関係はFig. 10に示すようになる。流動状態にあるブロックが沈降し、汚泥中のブロックが互いに接触し始めたところでいずれも有効応力が生じ始めている。このときの空隙率(ϵ_c)は流動化開始空隙率にほぼ等しいと考えられる。沈殿が進行し空隙率が減少すると、有効応力は急増することがわかる。Fig. 11には、Fig. 10の横軸を1基準でなく ϵ_c 基準に変換し、しかも縦軸を対数でとったものを示している。この図中の勾配はいずれの汚泥においてもほぼ2となっている。厳密にはこの差し引く濃度の選択いかんにより、この勾配の値には差違が生ずる。Fig. 10における各値は、Fig. 5, 6のように散らばらないけれども、Fig. 7と同様の表現を行うとFig. 12のようになる。Fig. 7とFig. 12の縦軸は同じである。Fig. 12の横軸は水頭表現の有効応力である。この図から同一空隙率のとき

Fig. 10 Relationship Between Effective Pressure and Concentration.

Fig. 11 Relationship Between Effective Pressure and Porosity. Symbols are the same as in Fig. 10.

ろで、有効応力も固液相間の相対速度により変化することがわかる。透水係数の場合には空隙率の大きいところでその変化量が大きくなり、圧縮沈降に及ぼす影響が大になっていた。有効応力の場合にも空隙率の大きいところでその変化量が大きくなっているが、そこでは重力の作用に比べて有効応力の作用が相対的に小さく、圧縮沈降に及ぼす影響が少ないという点が透水係数の場合と異なる。Fig. 12 は Fig. 7 と同一の実験のものであり、Fig. 7 において同一空隙率を結んだ線の勾配が横軸に対して 45° になる空隙率の値 0.969 の近傍で、Fig. 12 においては同一空隙率線が横軸に垂直になっている。このことは、空隙率がある下限より下回るところでは、有効応力は、固液相間の相対速度の影響を受けないことを示している。後述する理由により一般に「見かけ上の透水係数」が空隙率のみの関数として表現し得る $n=1$ のところでは、有効応力も空隙率のみの関数と考えられ同一空隙率の点を結ぶ線はすべて横軸に垂直となる。Fig. 12 中の破線はこのことを示している。有効応力を数式

Fig. 12 Relationship Between Relative Velocity and Effective Pressure as a function of Porosity.

として理論式中に代入する場合には上述のような透水係数との挙動の違い、および空隙率そのものの有効応力に及ぼす影響の方が、固液相間の相対速度による変化分より大きいことなどから、

$$\frac{\partial P_s}{\partial x} \approx \frac{dP_s}{d\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \dots\dots\dots (24)$$

のように、有効応力は空隙率のみの関数として近似的に扱っても差し支えないと考えられる。

このように、「見かけ上の透水係数」や有効応力が空隙率のみの関数としてでなく固液相間の相対速度の影響を受ける理由は以下のように考えられる。(23)' から $n > 1$ では、固液相間の相対速度が大きくなれば、「見かけ上の透水係数」が大きくなることがわかる。圧縮沈降時のレイノルズ数は汚泥中のフロックあるいは固体成分の径または、平均的な空隙間隔のいずれを長さの代表値としても、1 より小さくなっている。したがって、汚泥中を流体が通り抜けていくときのレイノルズ数の変化に基づく抵抗係数の変化は空隙の幾何学的形状が同一である限り考えられず、実験で求められている $n \geq 1$ とは矛盾する。したがって、空隙率が同一でも「見かけ上の透水係数」が変化するということは、汚泥の二次構造（フロックが互いに接触しあっているときの内部構造）が、空隙率一定のもとでも、この相対速度により変化することを示している。たとえば、汚泥の二次構造の中でやや自由に動き得る微小フロックやフロック表面の突起が存在しているとき、この相対速度が増加するにつれて、流体抵抗が少なくなるように、やや配置を変化させるとか、あるいはフロックを構成している扁平な粘土粒

子がこの相対速度によりその配向を変え、流体抵抗を減少させるようなことが考えられる。このような理由のために、「見かけ上の透水係数」や有効応力が空隙率と固液相間の相対速度との関数になるが、この関数関係はある領域に限定される。この理由は次のように考えられる。

汚泥の空隙率が小さくなると、汚泥の二次構造中の動き得る微小フロク、フロク表面の突起、フロク中の粘土粒子等の自由度が小さくなりほとんど動けなくなる。そして汚泥の二次構造の幾何学的形状はこの相対速度の大小にかかわらず大きく変化しなくなる。したがって、「見かけ上の透水係数」は $n=1$ つまり空隙率のみの関数となり得る。逆に、空隙率が大きい場合には、これら動き得る微小フロク等が汚泥の二次構造の中で配置や配向をこの相対速度の大小いかんにより大きく変え得ることになる。しかし、等空隙率の条件のもとでこの相対速度がある程度以上大きいとそれ以上は変化できなくなるし、一方、ある程度以下になると動き得る微小フロク等を動かすことができなくなる。いずれの場合にも、「見かけ上の透水係数」は空隙率のみの関数 ($n=1$) となり得る。このように、空隙率と固液相間の相対速度がある範囲内の値を有するときのみこの領域内で $n > 1$ となり、それ以外では $n=1$ となる。

土質力学で扱われている圧密理論において Terzaghi の方法では透水係数は空隙率の値によらず一定としているが、この考え方は上述のように成立しない。また三笠の方法⁵⁾での圧密係数 $C_v = K / \{ \mu (1-\epsilon)^3 (dP_s/d\epsilon) \}$ (ただし $n=1$ として) 一定の考え方も、汚泥のように含水率が高いと C_v は通常空隙率の増加関数となる。さらに、川島による K/C_v 一定の考え方⁵⁾も常に成立するものでない。

5. 数値計算

前述の実験結果をもとに、種々の条件下での圧縮沈降状態を求めるための数値計算に際しては基礎式として式 (21) と (22) を、その他に式 (18) と近似式 (24) を用いる。式 (18) と (24) を用い、(22) を差分化すれば、

$$\left. \begin{aligned} V_{s,t,m+1/2} = (1-\bar{\epsilon}_{t,m}) \left[q(t) - \frac{K(\bar{\epsilon}_{t,m})}{\mu} (1-\bar{\epsilon}_{t,m})^n \right. \\ \left. \cdot \left\{ (\rho_s - \rho_l)g + \rho_s \frac{dP_s}{d\epsilon} \frac{\epsilon_{t,m+1} - \epsilon_{t,m}}{\Delta w} \right\}^n \right] \\ \bar{\epsilon}_{t,m} = \frac{1}{2} (\epsilon_{t,m+1} + \epsilon_{t,m}) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (25)$$

ここで、添字 t, m は、時刻 t における m 番目の区間の値を、 $m+1/2$ は区間 m と $m+1$ の境界を示している。 Δw は汚泥質量の増分である。 $q(t)$, ρ_s , ρ_l , μ , g は既知である。 $K(\epsilon_{t,m})$ と $dP_s/d\epsilon$ は実験結果を用いて計

算される。

さらに、 $\partial q / \partial w = 0$ を用いて、式 (21) を差分化すれば、 Δt を時間の増分として、

$$\epsilon_{t+1,m} = 1 - \frac{1 - \epsilon_{t,m}}{1 + (1 - \epsilon_{t,m}) \rho_s \left(\frac{V_{s,t,m+1/2}}{1 - \bar{\epsilon}_{t,m}} - \frac{V_{s,t,m-1/2}}{1 - \bar{\epsilon}_{t,m-1}} \right) \frac{\Delta t}{\Delta w}} \quad \dots\dots\dots (26)$$

となる。初期条件として、ある時刻の汚泥の空隙率が、境界条件として圧縮沈降を行っている区間の上限（界面）と下限（底面）の空隙率が、それに汚泥全体の体積フラックス q が与えられれば、式 (25) から、ある時刻、ある地点における汚泥の固体成分の体積フラックスが求められ、これをもとに次の時刻 $t + \Delta t$ における汚泥の空隙率が式 (26) により求められる。パッチ試験において、当初から界面沈降速度が漸減するような高濃度の場合にはすでに圧縮沈降状態になっているため、初期条件としては上述のように、ある時刻における空隙率の分布を与えればよいことになる。しかし沈降初期に等速界面沈降を行ったり、単なる干渉沈降を行うような場合には、単位面積当りの全汚泥質量 w を N 等分（たとえば、100 等分）し、

$$\Delta w = w/N \quad \dots\dots\dots (27)$$

として、固定層（圧縮沈降層）と流動層（非圧縮沈降層）との界面における物質保存式から導かれる、

$$V = \frac{(1-\epsilon_a)u_a - (1-\epsilon_d)u_d}{\epsilon_a - \epsilon_d} \quad \dots\dots\dots (28)$$

ここで、

ϵ_a, u_a : 界面直上の流動層における空隙率と沈降速度

ϵ_d, u_d : 界面直下の固定層における空隙率と沈降速度

V : 界面の上昇速度

なる界面の上昇速度を用いて、

$$\Delta t = \frac{\Delta w}{\rho_s V} \quad \dots\dots\dots (29)$$

となる時間 Δt ごとに Δw なる汚泥量を重ねていく。これを N 回繰り返すと汚泥の干渉沈降区間が終了し、圧縮沈降が全体で生じる。汚泥が等速界面沈降する場合、 ϵ_a, u_a は一定となり得るが、このような場合でも u_d は下方からの有効応力の作用により時間経過につれてやや減少する。 ϵ_d は理想的には上述の固定層（圧縮沈降層）と流動層（非圧縮沈降層）の界面直下における空隙率と、干渉沈降が終了し圧縮沈降が全体にわたって生じる際のブランケットの表面の空隙率とを示すことになり、一定値をとると考えられる。しかし、固定層（圧縮沈降層）と流動層（非圧縮沈降層）の界面にはブランケット内における乱れの影響¹⁰⁾、および急速な汚泥の二次構造

の変化のために遷移域があり実験からこの空隙率の値は明確に確定できない。さらに全ブランケットが圧縮沈降になっているときの表層は、ブランケットを構成するフロック（固定成分）の沈降速度差により干渉沈降時に分級作用を受け、やや密度の小さいものにより構成されることもこの空隙率を明確に定められない理由になっている。このように数値計算にあたっては境界条件としての ε_d の与え方に不確定さが残る。この決定法については今後の検討課題と考えられる。ここでは、界面直下の一区間内の汚泥の空隙率 ε_d は一定であるとしている。このためこの区間の上下面の V_s も等しいとしている。干渉沈降区間がなくなるまでの区間において、 dw 分を固定層（圧縮沈降層）として加えて式 (27) で示される時間 dt ごとに計算を行うと、有効応力の効果が上方に伝わらなくなるので、時間刻みとして dt/M （たとえば、 $M=10$ ）を採用して M 回繰り返した後に dw を加える方式をここでは採用している。Fig. 13 に等速界面沈降区間が存在する場合のパッチ試験の数値計算例を示す。一点鎖線は、実測のブランケットの高さを、実線は、計算値を示す。沈降当初に凝集による遅れ時間が生ずるので計算値と実測値とはずれるが、このずれ分を修正すると、ブランケットの高さは全体的にかなりの一致を示す。計算において ε_d の値を変えると等速沈降区間終了点の位置はかなり上下に変動するがある程度の沈降時間を経たところでは、その差はあまりなくなる。流動層（圧縮沈降層）と固定層（圧縮沈降層）との界面は上述の u_d が時間経過につれて減少することから直線的に上昇せずに向上きに凸となる。等濃度線は Kynch の考え方によるように原点からすべて放射状に出るのではなく、ある時間経過後に底面において順次生じてくる。図中の破線は同一初濃度で単位面積当りの汚泥量を $1/2$ として計算したものである。ブランケットの高さが等速沈

Fig. 13 Numerical Simulation of Settling of Waste Sludge.

降区間が終了してから $1/2$ よりやや大きくなっているのは圧縮沈降の駆動力としての自重が小さいためで、初濃度が同一なら、一般に初高の高い方が沈降完了時の層高は初高との比として小さくなる。

6. 連続流濃縮槽への適用

非定常連続流の場合には q （濃縮槽単位面積当りの汚泥引き抜き量で負値をとる）を時間の関数として与え、前節と同様の方法で解くことができる。定常連続流でしかも定常状態に達した場合を求めるには、前述の方法は少し簡単化される。この場合には式 (15) と (16) から時間微分項を無視した式と式 (13) および (24) とから次式を得る。

$$d\varepsilon = \left[\left\{ \frac{\mu}{K(\varepsilon)} \left(q - \frac{V_s}{1-\varepsilon} \right) \right\}^{1/n} - (1-\varepsilon)(\rho_s - \rho_l)g \right] \cdot \left(\frac{d\varepsilon}{dP_s} \right) \cdot dx \quad (30)$$

$$V_l + V_s = q : \text{const.} \quad (31)$$

$$V_l, V_s : \text{const.}$$

ここで、 d は増分を示す。 q と V_s はともに空間的に一定な値をとる。上式は単純差分あるいは高い近似度を有する方法のいずれでも容易に解き得る。 $K(\varepsilon)$ と $d\varepsilon/dP_s$ ($dP_s/d\varepsilon$ の逆数) はともに、 ε の関数として、実験結果から求められたものを用いなければならない。

いま、

$$v = \frac{K}{\mu} \left[(1-\varepsilon)(\rho_s - \rho_l)g + \frac{dP_s}{dx} \right]^n \quad (32)$$

とおき、式 (14)、または (31) を用いて、式 (13) を書き直すと、

$$V_s = (1-\varepsilon)q - (1-\varepsilon)v \quad (33)$$

ここで、 v は、液相を基準とする固相の沈降速度になっている。式 (32)、(33) から有効応力の勾配は、重力項の値を減少させているだけになっていることがわかる。

次に、有効応力を考慮した濃縮槽の設計について考察を加える。濃縮槽の流出汚泥空隙率を ε_u 、単位時間当りの流出量を Q_u 、濃縮槽の水平断面積を A とし濃縮槽の水平方向の汚泥濃度を一定とすれば、定常であることから、

$$V_s = \frac{(1-\varepsilon_u)Q_u}{A} \quad (34)$$

$$q = \frac{Q_u}{A} \quad (35)$$

式 (33) は、式 (34)、(35) により、

$$\frac{Q_u}{A} (\varepsilon_u - \varepsilon) = (1-\varepsilon)v \quad (36)$$

ε_u 、 Q_u を既知として式 (32) と (37) を満足する必要にして十分な A の値が濃縮条件に基づく濃縮槽の所要断面積となる。

らの濃度の変動状態，流入汚泥量の時間的変動，三次元的な濃度分布や底部の汚泥かき寄せ機等の影響具合により決められることになる。

清澄条件により必要とされる所要面積は従来の考え方と同一である。

汚泥流束曲線を得るにあたっては上述のように，有効応力が空間的に変化しないところで求められた汚泥フラックスと空隙率が用いられなければならない。その方法としては次のようなことが考えられる。① 何段階もの濃度をもつ汚泥を作り，鉛直方向に濃度が均一であることを初期条件としてバッチ試験を行い，等速沈降区間の値をもとに，汚泥フラックスと空隙率の関係を求める。② 定常連続流型濃縮槽のモデルを作り，実験的に汚泥フラックスと空隙率の関係を求める。③ 3. で述べたところの種々の実験方法を用いて，透水係数，有効応力，指数 n 等を空隙率の関数として求め，これらのデータをもとに，数値計算により汚泥フラックスと空隙率の関係を求める。

Kynch の方法によって一度のバッチ試験から汚泥流束と空隙率の関係を求めると $\partial P_s / \partial x \approx 0$ となり濃縮条件に基づく所要断面積は大きくなることに注意しなければならない。

7. 結 論

有効応力と透水係数を導入して圧縮沈降現象を記述し，実験結果との照合から種々の興味ある結果を得た。さらにこの結果を濃縮槽の設計法に適用した。ここで得られた結果をまとめると以下のようになる。

(1) 圧縮沈降現象を表わす物理的特性値として有効応力を考慮しなければならない。

(2) 有効応力と透水係数は汚泥空隙率と固液相間の相対速度の関数となる。ただし，汚泥空隙率がある上下限を超えたとき，およびこの限界内でも固液相間の相対速度が汚泥空隙率の関数である上下限を超えたところでは，これらは汚泥空隙率のみの関数となる。

(3) 透水係数が汚泥空隙率と固液相間の相対速度の関数となるところでは，この相対速度と水圧勾配の関係は非線形になる。この非線形性は水圧勾配の n 乗の形で表わされる。 n は汚泥空隙率の指数関数となる。

(4) 有効応力は近似的に汚泥空隙率の関数とみなし得る。

(5) 濃縮槽の濃縮条件による所要断面積は形式的には吉岡や Coe-Clevenger の方法と結果的に一致する。しかしながら，汚泥流束曲線を得る方法は，まったく異なる。

(6) 連続濃縮槽の設計のための汚泥流束曲線は有効

応力が空間的に変化しない，つまり鉛直方向に濃度分布がないところで，求められなければならない。その方法としては，定常連続流型濃縮槽のモデル実験から求めるか，あるいはバッチ試験から，透水係数，有効応力，非線形性の指数 n 等を空隙率の関数として求め，これらをもとに計算により汚泥フラックスと空隙率の関係を求めることなどが考えられる。Kynch の方法により汚泥流束曲線を求めると濃縮条件に基づく所要断面積はこれらの方法によるものより大きくなる。

実用上の問題としての濃縮槽の水深の決定法，汚泥界面の濃度の決定法，三次元的な汚泥の沈降解析等多くの問題が依然として残されている。今後これらについて検討を加えていきたい。

終りにあたり実験に協力下さった湯山英清（現・京葉ガス），山田修司（現・北九州市役所）の両君に謝意を表します。なお計算にあたっては九州大学大型計算機センター（FACOM 230-75）を利用した。

【記 号】

A ：連続流濃縮槽の断面積

C_v ：圧密係数

K ：透水係数

M ：数値計算時の Δt の分割数

N ：数値計算時の汚泥の単位面積当りの累加全質量の分割数

P_l ：ブランケット内の過剰間隙水圧

P_l' ：ブランケット内の水圧

$P_l'' = P_l$

P_s ：ブランケット内の有効応力

P_s' ：汚泥固相の静水圧を含めた応力

P_s'' ：汚泥固相の静水圧を差し引いた応力

Q_u ：濃縮槽からの単位時間当りの流出量

V ：界面の上昇速度

V_s ：汚泥固相の体積フラックス

$V_{s,t,m+1/2}$ ：ある時刻の第 $m, m+1$ 区間の境界における汚泥固相の体積フラックス

V_l ：汚泥液相の体積フラックス（空塔速度）

e ：間隙比

g ：重力の加速度

k ：式 (8) で定義される透水係数

n ：透水性の非線形度を示す指数（空隙率の関数）

q ：単位面積当りの汚泥全体の体積フラックス

t ：時 間

Δt ：数値計算における時間刻み

u_a ：濃度不連続界面上部の沈降速度

u_d ：濃度不連続界面下部の沈降速度

v ：有効応力を考慮した液相に対する固相の沈降

速度

- v_l : 汚泥液相の実速度
 v_s : 汚泥固相の実速度
 w : 汚泥固相の質量
 Δw : 数値計算時の汚泥固相の質量の増分
 x : 位置を示す座標 (鉛直上方を正とする)
 α : 抵抗係数
 ρ_l : 汚泥液相の密度
 ρ_s : 汚泥固相の密度
 ε : 汚泥空隙率
 ε_a : 濃度不連続界面上部の空隙率
 ε_c : 有効応力が作用しなくなる汚泥の空隙率
 ε_d : 濃度不連続界面直下の空隙率
 $\varepsilon_{t,m}$: ある時刻 t , 第 m 区間における汚泥空隙率
 $\bar{\varepsilon}_{t,m}$: ある時刻 t における第 $m, m+1$ 区間における平均汚泥空隙率
 ε_u : 濃縮槽から流出する汚泥の空隙率
 ε_{mu} : 有効応力を考慮しないときの濃縮槽内汚泥の空隙率
 μ : 汚泥液相の分子粘性係数

参考文献

- 1) Work, L.T. and A.S. Kohler : The sedimentation of suspension, Trans. Amer. Inst. Chem. Engrs., Vol. 36, pp. 701~719, 1940.
- 2) Roberts, E.J. : Thickening-Art or Science?, Trans. Amer. Inst. Mining Met. Engrs., Vol. 184, pp. 61~64, 1949.
- 3) 森 芳郎・吉田文武編 : 詳論化学工学, 単位操作 I, 朝倉書店, pp. 343~346, 1967.
- 4) Kynch, G.J. : A theory of sedimentation, Trans. Faraday Society, Vol. 48, pp. 166~176, 1952.
- 5) 川島 普 : 汚泥群の濃縮, 脱水特性の弾性学的研究 (1), 水処理技術, Vol. 7, No. 1, pp. 17~31, 1966.
- 6) 矢木 栄・山崎弥三郎 : 沈降濃縮における圧縮脱水過程についての基礎的研究, 化学工学, 24 巻, 2 号, pp. 81~92, 1960.
- 7) 日本水道協会編 : 水道施設設計指針・解説, 日本水道協会, pp. 270~271, 1977.
- 8) 三笠正人 : 軟弱粘土の圧密, 鹿島出版会, pp. 56~107, 1963.
- 9) 小幡英二・渡辺治夫 : 沈降濃縮槽の所要面積, 化学工学, Vol. 39, No. 8, pp. 37~40, 1975.
- 10) 粟谷陽一・楠田哲也 : 固液系流動層内における乱れについて, 九州大学工学集報, 45 巻, 5 号, pp. 599~606, 1972.

(1978.9.30・受付)