複合滑動面に基づいた異方性土の応力・ひずみ関係

A STRESS-STRAIN RELATIONSHIP FOR ANISOTROPIC SOILS
BASED ON COMPOUNDED MOBILIZED PLANES

松 岡 元*・中 井 照 夫**・石 崎 仁***

By Hajime MATSUOKA, Teruo NAKAI and Hitoshi ISHIZAKI

1. ま え が き

従来より地盤や土構造物の設計には、剛塑性論や弾性論が多く用いられているが、これらの理論ではダイレイタンシー等の土固有の変形特性を十分説明することはできない。近年、弾塑性論や粒状体モデルに基づくアプローチがなされ、ダイレイタンシーを表現できる応力・ひずみ関係式が提案されるようになってきた。しかし、これらの多くは等方的な構造を有する土の応力・ひずみ関係式であり、土の構造の異方性を考慮した応力・ひずみ関係式は非常に少ない。現実の地盤は異方的な構造を有する土から成り立っていることが多く、かつ相異なる3主応力が作用する場合が多いということを考えると、構造の異方性を表現できる一般応力条件下の土の応力・ひずみ関係式を確立することは重要な課題であると思われる。

堆積過程などに生じる初期構造の異方性が、土の変形・強度特性に影響を及ぼすことは、従来より多くの研究者によって指摘されている。これは土粒子が一般に扁平な形状をしている場合が多く、それらの土粒子の配列によって異方的な構造が形成されるためと考えられる。Arther と Menzies¹⁾、小田ら²⁾は、堆積による異方的な構造をもつ試料を回転させることによって堆積面と最大主応力方向のなす角度を変化させ、三軸圧縮試験と平面ひずみ試験を行って、構造の異方性が応力・ひずみ特性および強度に与える影響を実験的に検討している。また Green と Reades³⁾ は、相異なる3主応力を独立に載荷でき平面ひずみ試験も可能な多軸試験機を用いて、堆積試料を固定したまま最大主応力の方向を変化させた三軸

圧縮試験および平面ひずみ試験を行い、小田と同様の実験結果を報告している。山田^{4),5)}らは、同じく立方体形の堆積試料について平均主応力一定の3主応力制御試験を行い、3主応力下の砂の異方的な変形特性について論じている。さらに龍岡⁶⁾は、後述する複合滑動面の概念、Roweの2次元応力状態でのストレス・ダイレイタンシー関係⁷⁾、塑性論の概念を組み合わせ、次のような初期構造の異方性を考慮した土の応力・ひずみ関係式を導いている。

$$\left. \begin{aligned} d\epsilon_1 &= K \cdot \frac{\sigma_1^{K-1}}{\sigma_3} \cdot d\lambda_{13} + K \cdot \frac{\sigma_1^{K-1}}{\sigma_2} \cdot d\lambda_{12} \\ d\epsilon_2 &= K \cdot \frac{\sigma_2^{K-1}}{\sigma_3} \cdot d\lambda_{23} - \frac{\sigma_1^K}{\sigma_2^2} \cdot d\lambda_{12} \\ d\epsilon_3 &= -\frac{\sigma_1^K}{\sigma_3^2} \cdot d\lambda_{13} - \frac{\sigma_2^K}{\sigma_3^2} \cdot d\lambda_{23} \end{aligned} \right\} \dots (1)$$

ここに、 $d\epsilon_1$, $d\epsilon_2$, $d\epsilon_3$ は最大・中間・最小主ひずみ増分、 σ_1 , σ_2 , σ_3 は最大・中間・最小主応力、 $d\lambda_{12}$, $d\lambda_{23}$, $d\lambda_{13}$ は異方性を表現するスカラー量、 $K = \tan^2(45^\circ + \phi_\mu/2)$ (ϕ_μ : 粒子間摩擦角の平均値) である。ここでは、この龍岡の理論を参考にして、等方的な構造を有する土に対して適用されてきた複合滑動面に基づく土の応力・ひずみ関係式を、異方的な構造を有する土にも適用できるように拡張する。

2. 複合滑動面の定義

土粒子の挙動は、摩擦則すなわちせん断・垂直応力比 τ/σ_N によって支配されると考えられる。そこで、Fig. 1 に示すせん断・垂直応力比 τ/σ_N が最大となる面、すなわち原点からの直線がモールの応力円に接する点の応力作用面を滑動面 (Mobilized Plane) とよび、土粒子が平均的に最も滑動する面であるとする。村山⁸⁾は、すでにこの $(\tau/\sigma_N)_{\max}$ なる面に着目して確率論的に土の応力・ひずみ関係式を導いている。さて、Fig. 1 よ

* 正会員 工博 名古屋工業大学助教授 工学部土木工学科

** 正会員 工修 名古屋工業大学助手 工学部土木工学科

*** 正会員 工修 中電技術コンサルタント(株) (研究当時・名古屋工業大学大学院工学研究科修士課程)

Fig. 1 Stress condition on “mobilized plane” where shear-normal stress ratio is maximum.

Fig. 2 Mobilized plane between the major and minor principal stress directions (I-III).

り ϕ_{mo} は幾何学的に次式で与えられる。

$$\sin \phi_{mo} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 + \sigma_3} \quad (2)$$

ここに、 ϕ_{mo} は破壊時の内部摩擦角 ϕ のみならず破壊に至るまでのモービライズされている ϕ を意味する。

Fig. 1 より滑動面は最小主応力方向と $(45^\circ + \phi_{mo}/2)$ なる角をなす面となる。Fig. 2 は最大主応力 σ_1 、最小主応力 σ_3 の作用方向を I、III 軸として滑動面に働く応力状態を示したもので、滑動面上のせん断・垂直応力比 τ/σ_N は次式で与えられる。

$$\frac{\tau}{\sigma_N} = \tan \phi_{mo} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2\sqrt{\sigma_1\sigma_3}} = \frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{\sigma_1}{\sigma_3}} - \sqrt{\frac{\sigma_3}{\sigma_1}} \right) \quad (3)$$

次に、一般に相異なる3主応力下では、Fig. 3 に示すようにモールの応力円は3個描け、各2主応力間に滑動面が1個ずつ計3個存在することになる。この3個の滑動面を3主応力 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ の作用方向を I, II, III 軸として表示すると、Fig. 4 に示すようにそれぞれ第3軸に平行な3つの面となる (Fig. 4 には1つの面しか描いていない)。これら3個の2次元的な滑動面を総称して複合滑動面 (Compounded Mobilized Plane) と定義する⁹⁾。なお、本論文では応力はすべて有効応力を意味するものとする。

3. 複合滑動面に基づく応力・ひずみ関係式

2次元的なダイレイタンスー機構の微視的な解析より、滑動面 (Mobilized Plane) 上のせん断・垂直応力比 τ/σ_N 、せん断ひずみ γ 、垂直ひずみ ϵ_N の間に次の関係式が得られている⁹⁾。

$$\frac{\tau}{\sigma_N} = \lambda \cdot \left(-\frac{d\epsilon_N}{d\gamma} \right) + \mu \quad (4)$$

Fig. 3 Stress condition on three mobilized planes where shear-normal stress ratio is maximum under respective two principal stresses.

Fig. 4 Three mobilized planes between respective two principal stress directions (I-II, II-III and I-III).

$$\frac{\tau}{\sigma_N} = \lambda \cdot \left(-\frac{\epsilon_N}{\gamma} \right) + \mu' \quad (5)$$

式 (4)、(5) を連立して微分方程式を解くと次式が得られる。

$$\frac{\tau}{\sigma_N} = (\mu' - \mu) \cdot \ln \frac{\gamma}{\gamma_0} + \mu \quad (6)$$

$$\epsilon_N = \frac{\mu - \mu'}{\lambda} \cdot \gamma \cdot \left(\ln \frac{\gamma}{\gamma_0} - 1 \right) \quad (7)$$

ここに、 $(\lambda, \mu, \mu', \gamma_0)$ は土の種類と状態で決まる土質パラメーターである。このうち、 μ は土粒子間の摩擦係数 ($\tan \phi_\mu$) に対応すると考えられる係数であり、 λ は μ の値によって決まる係数である。また μ' は初期の粒子構造と粒子間摩擦にかかわる係数であるが、以上の3係数 (λ, μ, μ') は通常の粒子構造のもとでは試料が決まれば大略一定値とみなせるようである。 γ_0 は滑動面上の垂直ひずみ ϵ_N の最大圧縮点でのせん断ひずみであるが、土の粒子構造を表現するパラメーターと考えられ、初期間隙比や拘束応力その他によって変化する係数である。

式 (6) を $\tau/\sigma_N \equiv X$ で微分して整理すると次式となる。

$$d\gamma = \frac{\gamma_0}{\mu' - \mu} \cdot \exp \left(\frac{X - \mu}{\mu' - \mu} \right) \cdot dX \quad (8)$$

また、式 (4) より次式を得る。

$$d\epsilon_N = \frac{\mu - X}{\lambda} \cdot d\gamma \quad (9)$$

式 (8)、(9) に主応力と主ひずみ増分の方向が一致するという条件を認めれば、次式で示される主応力比増分・

主ひずみ増分関係式が導かれる。

$$\begin{aligned} d\epsilon_1 &= d\epsilon_N + \frac{1 + \sin \phi_{mo}}{2 \cos \phi_{mo}} \cdot d\tau \\ &= \frac{r_0}{\mu' - \mu} \cdot \left(\frac{\mu - X}{\lambda} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\sigma_1}{\sigma_3}} \right) \cdot \exp \left(\frac{X - \mu}{\mu' - \mu} \right) \cdot dX \\ &\quad \dots\dots\dots (10) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d\epsilon_3 &= d\epsilon_N - \frac{1 - \sin \phi_{mo}}{2 \cos \phi_{mo}} \cdot d\tau \\ &= \frac{r_0}{\mu' - \mu} \cdot \left(\frac{\mu - X}{\lambda} - \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\sigma_3}{\sigma_1}} \right) \cdot \exp \left(\frac{X - \mu}{\mu' - \mu} \right) \cdot dX \\ &\quad \dots\dots\dots (11) \end{aligned}$$

ここに、

$$X \equiv \frac{\tau}{\sigma_N} = \frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{\sigma_1}{\sigma_3}} - \sqrt{\frac{\sigma_3}{\sigma_1}} \right)$$

一般に相異なる3主応力 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ が作用する場合には、前節で述べたような3個の2次元的な滑動面を想定して応力・ひずみ関係式を導いた。すなわち、各滑動面上で式(4)～(11)が同様に成立し、かつ主ひずみ増分の重ね合わせを仮定して、3主応力下の主応力比増分・主ひずみ増分関係式を次式のように表した^{9), 10)}。

$$d\epsilon_1 = f' \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_3} \right) \cdot dX_{13} + f' \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_2} \right) \cdot dX_{12} \quad \dots\dots (12)$$

$$d\epsilon_2 = f' \left(\frac{\sigma_2}{\sigma_3} \right) \cdot dX_{23} + g' \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_2} \right) \cdot dX_{12} \quad \dots\dots (13)$$

$$d\epsilon_3 = g' \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_3} \right) \cdot dX_{13} + g' \left(\frac{\sigma_2}{\sigma_3} \right) \cdot dX_{23} \quad \dots\dots (14)$$

ここに、

$$\begin{aligned} f' \left(\frac{\sigma_i}{\sigma_j} \right) &= \frac{r_{0ij}}{\mu' - \mu} \cdot \left(\frac{\mu - X_{ij}}{\lambda} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\sigma_i}{\sigma_j}} \right) \\ &\quad \cdot \exp \left(\frac{X_{ij} - \mu}{\mu' - \mu} \right) \quad \dots\dots\dots (15) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g' \left(\frac{\sigma_i}{\sigma_j} \right) &= \frac{r_{0ij}}{\mu' - \mu} \cdot \left(\frac{\mu - X_{ij}}{\lambda} - \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\sigma_j}{\sigma_i}} \right) \\ &\quad \cdot \exp \left(\frac{X_{ij} - \mu}{\mu' - \mu} \right) \quad \dots\dots\dots (16) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} X_{ij} &= \frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{\sigma_i}{\sigma_j}} - \sqrt{\frac{\sigma_j}{\sigma_i}} \right) \quad (i, j = 1, 2, 3; i < j) \\ &\quad \dots\dots\dots (17) \end{aligned}$$

上式において土が等方的な構造を有する場合には、 r_{0ij} はすべて同じ値 ($r_{012} = r_{023} = r_{013}$) をとると考えられる。なお、龍岡による式(1)は式(12)～(14)と類似した形をしており、本理論の構成に有益な示唆を与えたことを付記する。

4. 初期構造の異方性を考慮した応力・ひずみ関係

異方的な初期構造を有する土として、ここでは **Fig. 5** に示すような Z 方向に堆積した土を堆積方向と主応力方向が固定された状態で考え、土質パラメーター (λ ,

Fig. 5 Definition of three axes X, Y and Z (X-Y plane is a bedding plane).

Fig. 6 Angles between mobilized plane and bedding plane.

μ, μ', r_{0ij} のうち r_{0ij} だけを堆積面と滑動面のなす角度によって変化させることにより構造の異方性を表現することを試みる^{10), 11)}。Z 方向に堆積した土は、土粒子の長軸方向が堆積面に平行になるように配列されていると考えると、Z 方向は圧縮しにくく X および Y 方向は圧縮しやすいと考えられる。**Fig. 6** は、2次元応力状態で最大主応力 σ_1 が堆積面に対して垂直および平行に作用している場合の、堆積面と滑動面のなす角度の関係を表している。**Fig. 6 (a)** に示す Z 方向に圧縮し X あるいは Y 方向に膨張する応力状態では、滑動面と堆積面のなす角度が $(45^\circ + \phi_{mo}/2)$ となって相対的に大きいので、粒子のかみ合いがよくなり Z 方向のひずみは小さくなると考えられる。逆に、**Fig. 6 (b)** に示す X あるいは Y 方向に圧縮し Z 方向に膨張する応力状態では、滑動面と堆積面のなす角度が $(45^\circ - \phi_{mo}/2)$ となって相対的に小さいので、粒子のかみ合いがはずれやすく X あるいは Y 方向のひずみは大きくなると考えられる。ゆえに、滑動面と堆積面のなす角度が $(45^\circ + \phi_{mo}/2)$ の場合は $r_{0ij} = r_{0V}$ 、 $(45^\circ - \phi_{mo}/2)$ の場合は $r_{0ij} = r_{0H}$ と表示すれば、 r_{0ij} の大小はひずみの大小に反映されるので、一般に $r_{0V} < r_{0H}$ となる。なお、上記の傾向は実験によっても検証されている (たとえば、後述の **Fig. 10, 13** 参照)。また X-Y 平面内では土粒子の配列はランダムで等方的であると考えられるので、 r_{0XY}, r_{0YX} は応力状態に関係なく常に一定で $r_{0XY} = r_{0YX} = r_{0I}$ とし、 $r_{0V} < r_{0I} < r_{0H}$ なる関係があると考ええる。**Table 1** に3主応力 $\sigma_Z, \sigma_Y, \sigma_X$ の大小関係が異なる場合の X-Y 軸間、Y-Z 軸間、Z-X 軸間の r_{0ij} の値 (r_{0V}, r_{0H}, r_{0I}) をまとめて示す。

次に、上述の異方性土の応力・ひずみ関係式による計

Table 1 A soil parameter τ_{oij} between X-Y, Y-Z and Z-X axes under three different principal stresses (σ_X , σ_Y and σ_Z).

	X-Y	Y-Z	Z-X
$\sigma_Z > \sigma_Y > \sigma_X$	$\tau_{oYX} = \tau_{oI}$	$\tau_{oZY} = \tau_{oV}$	$\tau_{oZX} = \tau_{oV}$
$\sigma_Y > \sigma_Z > \sigma_X$	$\tau_{oYX} = \tau_{oI}$	$\tau_{oYZ} = \tau_{oH}$	$\tau_{oZX} = \tau_{oV}$
$\sigma_Y > \sigma_X > \sigma_Z$	$\tau_{oYX} = \tau_{oI}$	$\tau_{oYZ} = \tau_{oH}$	$\tau_{oXZ} = \tau_{oH}$

Fig. 7 Radial stress paths on octahedral plane and definition of θ .

算結果とこれまでに発表されている実測データを比較する。ここでは、山田ら^{4), 5)}による堆積によって生じた異方的な初期構造をもつ砂の相異なる3主応力下の応力・ひずみ特性に関する実測データを採用した。まず実測データの応力状態について説明する。試験は平均主応力 ($\sigma_m = 1.0 \text{ kgf/cm}^2 = 98 \text{ kN/m}^2$) 一定で行われているので、応力空間における正八面体面 (Octahedral Plane) 上の応力径路で表すのが便利である。Fig. 7 に示すように正八面体面上で σ_Z 軸よりなす角度 θ 一定の応力径路を放射状せん断 (Radial Shear)¹²⁾ とよぶ。ここで $\theta = 0^\circ, 180^\circ$ は通常の円筒形供試体についての三軸圧縮 ($\sigma_Z > \sigma_X = \sigma_Y$) および三軸伸張 ($\sigma_Z < \sigma_X = \sigma_Y$) 試験に対応する。また $\theta = 60^\circ$ は $\sigma_Z = \sigma_Y > \sigma_X$ の三軸伸張, $\theta = 120^\circ$ は $\sigma_Y > \sigma_Z = \sigma_X$ の三軸圧縮状態を表す。相異なる3主応力下の応力状態を表現するパラメーターとして、上述の θ のほかに次式で定義される中間主応力係数 b がよく用いられる。

$$b = \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \dots\dots\dots (18)$$

上式より b は2主応力による主応力差の割合と考えられる。 $b = 0$ では $\sigma_2 = \sigma_3$ となり三軸圧縮状態, $b = 1$ では $\sigma_1 = \sigma_2$ となり三軸伸張状態を表す。($\sigma_Z, \sigma_Y, \sigma_X$), θ, b の間の関係は次式で示される。

$$\tan \theta = \sqrt{3} \cdot \frac{(\sigma_Y - \sigma_X)}{(\sigma_Z - \sigma_Y) + (\sigma_Z - \sigma_X)} \dots\dots\dots (19)$$

$$b = \frac{2 \cdot \tan \theta}{\tan \theta + \sqrt{3}} \quad (0 \leq \theta \leq 60^\circ) \dots\dots\dots (20)$$

次に計算に用いる土質パラメーター ($\lambda, \mu, \mu', \tau_{oV}, \tau_{oH}, \tau_{oI}$) の決定について述べる。Fig. 5 に示すような Z 方向に堆積した試料は Z 軸に対して軸対称的であると考えられるので、 Z 軸を軸とする三軸圧縮 ($\theta =$

0°) 状態および三軸伸張 ($\theta = 180^\circ$) 状態では Z 方向のひずみ ϵ_Z の半分ずつが2つの滑動面 (Z - Y および Z - X 滑動面) に分配されると考えられる⁹⁾。したがって、1つの滑動面に分配されるひずみは三軸圧縮 ($\theta = 0^\circ$) 状態では $\epsilon_1 = \epsilon_Z/2$ とし、三軸伸張 ($\theta = 180^\circ$) 状態では $\epsilon_3 = \epsilon_Z/2$ とする。主応力と主ひずみ増分の方向が一致すると仮定すると、1つの滑動面上の垂直ひずみ増分 $d\epsilon_{CMP}$, せん断ひずみ増分 dr_{CMP} は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} d\epsilon_{CMP} &= \frac{d\epsilon_1 + d\epsilon_3}{2} + \frac{d\epsilon_1 - d\epsilon_3}{2} \cdot \cos \left\{ 2 \left(45^\circ + \frac{\phi_{mo}}{2} \right) \right\} \\ &= \frac{d\epsilon_1 + d\epsilon_3}{2} - \frac{d\epsilon_1 - d\epsilon_3}{2} \cdot \sin \phi_{mo} \\ &= \frac{\sigma_3}{\sigma_1 + \sigma_3} \cdot d\epsilon_1 + \frac{\sigma_1}{\sigma_1 + \sigma_3} \cdot d\epsilon_3 \dots\dots\dots (21) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{dr_{CMP}}{2} &= \frac{d\epsilon_1 - d\epsilon_3}{2} \cdot \sin \left\{ 2 \left(45^\circ + \frac{\phi_{mo}}{2} \right) \right\} \\ &= \frac{d\epsilon_1 - d\epsilon_3}{2} \cdot \cos \phi_{mo} \\ &= \frac{\sqrt{\sigma_1 \sigma_3}}{\sigma_1 + \sigma_3} \cdot (d\epsilon_1 - d\epsilon_3) \dots\dots\dots (22) \end{aligned}$$

なお、滑動面上のひずみ ϵ_{CMP}, r_{CMP} は $\Sigma d\epsilon_{CMP}, \Sigma dr_{CMP}$ として求める。式 (3), (21), (22) より、三軸圧縮 ($\theta = 0^\circ$), 三軸伸張 ($\theta = 180^\circ$) 状態の実測値を整理したものを Fig. 8~13 に示す。Fig. 8, 11 は式 (4), Fig. 9, 12 は式 (5), Fig. 10, 13 は式 (6), (7) に対応する整理である。等方性土の場合は、初期の粒子構造が同じであれば、三軸圧縮・三軸伸張状態にかかわらずこれら1つの滑動面上での整理がすべて一致し土質パラメーター ($\lambda, \mu, \mu', \tau_{oij} = \tau_o$) は同じ値となることがわかっている⁹⁾。異方性土の場合は、前述のように ($\lambda, \mu, \mu', \tau_{oij}$) のうち τ_{oij} だけが変化すると考えて説明を試みる。Fig. 12, 13 からわかるように三軸伸張 ($\theta = 180^\circ$) 状態での整理は従来⁹⁾ のようによく説明されないが、これは3主応力をすべてゴム袋内の液圧で載荷するタイプの多軸試験機の特性的問題と考えられる。ここでは、一応 Fig. 8~13 より土質パラメーターを Table 2 のように決定した。なお、 τ_{oV}, τ_{oH} はその定義よりそれぞれ Fig. 10 および Fig. 13 の ϵ_{CMP} の最大圧縮点における r_{CMP} として求められる。また τ_{oI} は τ_{oV} と τ_{oH} の平均値として定めた。

Fig. 14 (a)~(m), Fig. 16 (a)~(c) に以上のパラメーターを用いて計算した結果 (実線) を、Fig. 15

Table 2 Values of all parameters in the proposed stress-strain relationship for an anisotropic soil.

$\lambda = 1.5$	$\tau_{oV} = 0.15\%$
$\mu = 0.25$	$\tau_{oI} = 0.20\%$
$\mu' = 0.45$	$\tau_{oH} = 0.25\%$

Fig. 8 Relationship between shear-normal stress ratio and normal-shear strain increment ratio on one mobilized plane obtained by triaxial compression test ($\theta=0^\circ$) on Fuji river sand (Yamada and Ishihara, 1979).

Fig. 11 Relationship between shear-normal stress ratio and normal-shear strain increment ratio on one mobilized plane obtained by triaxial extension test ($\theta=180^\circ$) on Fuji river sand (Yamada and Ishihara, 1979).

Fig. 9 Relationship between shear-normal stress ratio and normal-shear strain ratio on one mobilized plane obtained by triaxial compression test ($\theta=0^\circ$) on Fuji river sand (Yamada and Ishihara, 1979).

Fig. 12 Relationship between shear-normal stress ratio and normal-shear strain ratio on one mobilized plane obtained by triaxial extension test ($\theta=180^\circ$) on Fuji river sand (Yamada and Ishihara, 1979).

Fig. 10 Relationship among shear-normal stress ratio, shear strain and normal strain on one mobilized plane obtained by triaxial compression test ($\theta=0^\circ$) on Fuji river sand (Yamada and Ishihara, 1979).

Fig. 13 Relationship among shear-normal stress ratio, shear strain and normal strain on one mobilized plane obtained by triaxial extension test ($\theta=180^\circ$) on Fuji river sand (Yamada and Ishihara, 1979).

(a)

(e)

(b)

(f)

(c)

(g)

(d)

(h)

(i)

(l)

(j)

(m)

(k)

Fig. 14 Principal stress ratio vs. principal strains relationships along radial stress paths ($\theta=0^\circ\sim 180^\circ$) for an anisotropic soil.

(a)～(m), **Fig. 17** (a)～(c) に山田らによる実測値 (点線)^{4), 5)} を示す。まず, **Fig. 14, 15** は $\theta=0^\circ\sim 180^\circ$ の 15° ごとの応力径路における主応力比・主ひずみ関係を示している。これらの図より, 計算値 (実線) は, 実測値 (点線) の傾向を定性的にはよく説明しているのがみられる。なお, **Fig. 15** の主応力比・主ひずみ関係の実測値の中で直線的あるいは上ぞりの傾向を示すものがあるが, たとえば, ピストンとセル圧とゴム袋によって 3 主応力を載荷するタイプの多軸試験機¹³⁾ ではこのような傾向はみられないので, これは 3 主応力ともゴム袋内の液圧で載荷するタイプの多軸試験機の個性ではないかと想像される。さて, 注目すべきは **Fig. 14, 15** (e)

の三軸伸張状態 ($\theta=60^\circ$, $\sigma_z=\sigma_y>\sigma_x$) と **Fig. 14, 15** (i) の三軸圧縮状態 ($\theta=120^\circ$, $\sigma_y>\sigma_z=\sigma_x$) において, 粒子構造の異方性のため等しい 2 主応力方向のひずみの値が異なる点である。 ϵ_z は ϵ_x, ϵ_y と比べて圧縮側では小さく, 膨張側では大きくなり, 逆に ϵ_x, ϵ_y は ϵ_z と比べて圧縮側では大きく, 膨張側では小さくなるのがみられる。このような特性は, b が等しく, かつ主応力の大きさの順序が異なる応力状態で比較すればより明確である。すなわち, $b=0$ の $\theta=0^\circ, 120^\circ$ の場合 ((a), (i) 図参照), $b=0.268$ の $\theta=15^\circ, 105^\circ, 135^\circ$ の場合 ((b), (h), (j) 図参照), $b=0.5$ の $\theta=30^\circ, 90^\circ, 150^\circ$ の場合 ((c), (g), (k) 図参照), $b=0.732$ の $\theta=$

(a)

(e)

(b)

(f)

(c)

(g)

(d)

(h)

Fig. 15 Principal stress ratio vs. principal strains relationships observed from true triaxial tests along radial stress paths ($\theta=0^\circ\sim180^\circ$) on anisotropic Fuji river sand (Yamada and Ishihara, 1979).

45°, 75°, 165° の場合 ((d), (f), (l) 図参照), $b=1$ の $\theta=60^\circ, 180^\circ$ の場合 ((e), (m) 図参照) をそれぞれ比較すれば上記の特性がより明らかとなる. なお, ϵ_z が圧縮側で小さく, ϵ_x, ϵ_y が圧縮側で大きくなることについては, すでに Fig. 6 を用いて説明した.

次に, Fig. 16, 17 (a)~(c) は $b=0, 0.5, 1.0$ における体積ひずみ ϵ_v ・主応力比 σ_1/σ_3 関係を表している. これらの図より, b が等しくても θ が大きくなるほど体積圧縮量が大きくなるのがみられる. θ が大きく

なると, σ_z は σ_x, σ_y に比して小さくなり, ϵ_x, ϵ_y は圧縮ひずみとなる. ϵ_x, ϵ_y は, 前述したように圧縮しやすいので, 体積圧縮量が大きくなると考えられる. また, これらの図から b が同じであれば θ が異なっても体積ひずみの最大圧縮点の最大・最小主応力比はほぼ同じであるとみられるが, 計算結果は体積ひずみに関しても実測値の傾向を定性的にはよく説明しているようである.

(a)

(a)

(b)

(b)

(c)

(c)

Fig. 16 Volumetric strain vs. principal stress ratio relationships along radial stress paths ($\theta = 0^\circ \sim 180^\circ$) for an anisotropic soil.

Fig. 17 Volumetric strain vs. principal stress ratio relationships observed from true triaxial tests along radial stress paths ($\theta = 0^\circ \sim 180^\circ$) on anisotropic Fuji river sand (Yamada and Ishihara, 1979).

5. 結 論

本論文は、等方的な構造をもった土に対して従来適用されてきた複合滑動面に基づく土の応力・変形理論を、異方的な構造をもった土にまで適用できるよう拡張したものである。すなわち、土質パラメーター ($\lambda, \mu, \mu', r_{0V}, r_{0H}, r_{0I}$) のうち r_{0ij} を滑動面が堆積面を切る角度によっ

て r_{0V}, r_{0H}, r_{0I} と変化させることにより、初期構造の異方性を考慮した土の応力・ひずみ関係式を提案した。なお、土質パラメーター ($\lambda, \mu, \mu', r_{0V}, r_{0H}, r_{0I}$) をすべて決定するには、異方性試料の三軸圧縮および三軸伸張試験と等方性試料の三軸圧縮試験（三軸伸張試験でもよい）を行う必要がある。ただし、 $(r_{0V} + r_{0H})/2 \approx r_{0I}$ などの便法を用いれば、等方性試料の三軸試験は省略で

きる。本提案式による計算値を山田ら^{4), 5)}による3主応力下の異方性土の応力・ひずみ関係の実測値と比較したところ、両者の傾向が定性的によく一致することが検証された。

最後に、日頃ご指導いただいている名古屋工業大学工学部土木工学科 山内利彦教授、貴重な実験データを引用させていただいた 東京大学工学部土木工学科 山田恭央助手に感謝の意を表する次第である。

参 考 文 献

- 1) Arther, J.R.F. and B.K. Menzies : Inherent anisotropy in a sand, *Geotechnique*, Vol. 22, No. 1, pp. 115~128, 1972.
- 2) Oda, M., I. Koishikawa and T. Higuchi : Experimental study of anisotropic shear strength of sand by plane strain test, *Soils and Foundations*, Vol. 18, No. 1, pp. 25~38, 1978.
- 3) Green, G.E. and D.W. Reades : Boundary conditions, anisotropy and sample shape effects on the stress-strain behaviour of sand in triaxial compression and plane strain, *Geotechnique*, Vol. 25, No. 2, pp. 335~356, 1975.
- 4) Yamada, Y. : Deformation characteristics of sand in three dimensional stress state, *Proc. of the U.S.-Japan Seminar on Continuum-Mechanical and Statistical Approaches in the Mechanics of Granular Materials*, SENDAI, JAPAN, pp. 91~97, 1978.
- 5) Yamada, Y. and K. Ishihara : Anisotropic deformation characteristics of sand under three dimensional stress conditions, *Soils and Foundations*, Vol. 19, No. 2, pp. 79~94, 1979.
- 6) Tatsuoka, F. : Stress-dilatancy relations of anisotropic sands in three dimensional stress condition, *Soils and Foundations*, Vol. 16, No. 2, pp. 1~18, 1976.
- 7) Rowe, P.W. : Theoretical meaning and observed values of deformation parameters for soil, *Stress-strain behaviour of soils*, *Proc. of Roscoe Memorial Symposium*, Cambridge Univ., pp. 143~194, 1971.
- 8) Murayama, S. : A theoretical consideration on a behaviour of sand, *Proc. of IUTAM Symposium on Rheology and Soil Mechanics*, Grenoble, 1964, Springer-Verlag, pp. 146~159, 1966.
- 9) Matsuoka, H. : Stress-strain relationships of sand based on the mobilized plane, *Soils and Foundations*, Vol. 14, No. 2, pp. 47~61, 1974.
- 10) Matsuoka, H. : Closure—Dilatancy characteristics of soil, *Soils and Foundations*, Vol. 16, No. 4, pp. 73~76, 1976.
- 11) 石崎 仁・松岡 元・中井照夫 : 初期構造の異方性を考慮した多軸応力下の土の応力・ヒズミ関係, 昭和53年度土木学会中部支部講演概要集, pp. 156~157, 1979.
- 12) Ko, H.Y. and R.F. Scott : Deformation of sand at failure, *Proc. of ASCE*, Vol. 94, No. SM 4, pp. 883~898, 1968.
- 13) 中井照夫・松岡 元 : 3主応力下の土のせん断挙動に関する統一的解釈, 土木学会論文報告集, No. 303, 1980 (掲載予定).

(1979. 4. 23・受付)