密度成層大気中の物体上流側のよどみ域について

THE FLOW STAGNANT ZONE UPSTREAM OF AN OBSTACLE IN DENSITY STRATIFIED FLOW IN ATMOSPHERE

北 林 興 二*

By Koji KITABAYASHI

1. ま え が き

地形が複雑で入り組んだ海岸線をもつわが国では、大気の流れに及ぼす地形の影響を研究することは環境問題、特に、大気汚染問題に関連して重要である。地形と熱との相互作用で発生する風のうち、大気汚染問題に特に関連の深いものは、海陸風、山谷風などである。海陸風は海と陸の比熱の相違により発生するものであるが、日中の海風時に拡散能が大となり、大発生源の多い工場地域での大気環境問題に関連が深い。一方、中小排出源や自動車排ガスなど地表面近くで排出される汚染質については、これとは逆に、冬期の夜間など拡散効果の悪化する安定成層条件下で高濃度となることが知られている。

安定成層条件下の大気現象として一般的なものに“山越え気流”がある。山越え気流は、山を越えた気流が密度成層の存在のため波動を生ずるものである。密度成層効果が慣性効果より大きい場合、下層の気塊は十分な慣性力をもたないため、山を越えられず、山の上流側に気塊のよどみが発生することがある。これが“よどみ域”であり、Long^{1),2)} や Kao³⁾ により理論的検討が行われた。また、Kao⁴⁾、日野・大西^{5),6)} は、Point Sink への流れの場合でのよどみ域について報告している。

Kao³⁾ は、高さ H のチャンネル内密度成層流中の床面に物体が存在する場合を考え、チャンネル高さを基準長さとしたフルード数 ($F_r = U / (gH^2(d\rho/dz)/\rho_0)^{1/2}$) が $1/\pi$ 以下でよどみ域が形成されると結論した。彼は物体の高さとよどみ域の関係については検討しておらず、よどみ域の形成されるフルード数は物体の高さに無関係とした。しかしながら、Sheppard⁷⁾ によって論じられたように、気塊が物体を越えるに必要な最小限の慣性力は物体の高さに無関係ではないと考えられる。この報告では

安定層高さに比較して物体が小さく、また、上部の境界の存在が無視し得るものとして、大気の流れを Yih⁸⁾ の導いた非粘性、定常、密度成層チャンネル内流れにより近似する。また、障害物あるいは山岳を単純化し、薄板 Barrier により置き換えたモデルにより、よどみ域発生とフルード数の関係、フルード数による流れの変化などについて論じた。また、これらの結果を風洞実験により検証した。

2. 流れの基本式

安定成層状態にある大気の流れは山岳気流程度のスケールでは、地表面のごく近くを除き、非粘性、非拡散性、非圧縮性流れとして取り扱うことができる。Yih は、よく知られた Yih の変換を導入して基礎方程式を単純化し、上流無限遠で流速が一樣で密度勾配が一定のチャンネル内流れは流関数に関する線形方程式で表されることを示した。

ここで基本方程式の導出過程を簡単に紹介する。

非粘性、非拡散、非圧縮、2次元定常流は流れの場を図-1で表し、一様流方向の流速成分を u 、鉛直方向の流速成分を w とすると以下のように書ける。

$$\rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = - \frac{\partial P}{\partial x} \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\rho \left(u \frac{\partial w}{\partial x} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = - \frac{\partial P}{\partial z} - g\rho \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} (\rho u) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho w) = 0 \quad \dots\dots\dots (3)$$

図-1 薄板 Barrier を越える流れの座標系

* 正会員 工業技術院公害資源研究所 主任研究官

$$u \frac{\partial \rho}{\partial x} + w \frac{\partial \rho}{\partial z} = 0 \quad \dots\dots\dots (4)$$

式 (1), (2) は運動方程式を, 式 (3) は連続の条件を, また, 式 (4) は非圧縮, 非拡散流れの条件を表す.

ここで, 従属変数に対する Yih の変換, および流関数 ψ' を次のように導入する.

$$(u', w') = \sqrt{\frac{\rho}{\rho_0}} (u, w) \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$u' = -\frac{\partial \psi'}{\partial z}, w' = \frac{\partial \psi'}{\partial x} \quad \dots\dots\dots (6)$$

ここで, ρ_0 は流体の代表密度. たとえば, 上流無限遠での断面平均密度である.

基本式 (1)~(4) に変換式 (5), (6) を適用し, さらに流体要素のトータル・エネルギー, つまり, Bernoulli's Constant が流線に沿って保存されることを考慮すると, 流れの方程式は結局, 流関数 ψ' に関する線形方程式,

$$F^2 \Psi + F_{r\pi}^{-2} \Psi = -F_{r\pi}^{-2} \eta \quad \dots\dots\dots (7)$$

に書き換えられる. ここで, F^2 はよく知られたラプラス演算子であり, $\Psi, \xi, \eta, F_{r\pi}$ は次のような無次元量である.

$$F^2 = \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2}{\partial \eta^2}, \quad \xi = \frac{\pi x}{H}, \quad \eta = \frac{\pi z}{H}$$

$$\Psi = \frac{\pi \psi'}{UH}, \quad F_{r\pi} = \frac{U\pi}{NH}, \quad N^2 = -\frac{g}{\rho_0} \left(\frac{\partial \rho}{\partial z} \right)_{x=-\infty}$$

$F_{r\pi}$ は慣性項と浮力項の比を表す内部フルード数であり, また, N は流体層の個有周波数で Brunt-Väisälä 周波数とよばれる.

3. 薄板 Barrier を越える密度成層流の解

流れの場合は, 図-1 に示される 2 次元チャンネル内流れであり, その底面に高さ $h(=bH)$ の薄板 Barrier が垂直に立っているものとする. 流れは上流無限遠, つまり, $X=-\infty$ で一様流速, 一定密度勾配にあるものとする.

流れの基本式は式 (7) で表され, 解の満たすべき境界条件は基本的には次の 4 条件である.

$$\left. \begin{array}{l} \textcircled{1} \quad \Psi = -\eta, \quad \xi = -\infty \\ \textcircled{2} \quad \Psi = 0, \quad \eta = 0, \quad \xi \neq 0 \\ \textcircled{3} \quad \Psi = 0, \quad 0 \leq \eta < b\pi, \quad \xi = 0 \\ \textcircled{4} \quad \Psi = -\pi, \quad \eta = \pi \end{array} \right\} \quad \dots\dots\dots (8)$$

このモデルではさらに, 非成層流れ ($F_{r\pi} = \infty$) における Barrier 上部 ($\xi=0, b\pi \leq \eta \leq \pi$) での流関数 $\Psi_{\xi=0}$ をポテンシャル流の解を近似するように定め, また, $\Psi_{\xi=0}$ の密度成層条件による変化は, 流線に沿う Bernoulli's Constant の保存則から求めた. 境界条件①は, いわゆる “Long's Hypothesis” とよばれるものであり, 上流無限遠まで攪乱が及ばず, そこで流速が一様

であることを仮定するものである. 密度成層流体中では攪乱は波動として伝播してゆくため, この仮定は有効でないとの説もあり, 最近, McIntyre⁹⁾ Baines¹⁰⁾, Wei¹¹⁾ ほかなどにより理論的, 実験的な検討もなされている.

McIntyre は理論的な検討から, 滑らかな物体については上流側への影響が生じないことを述べている. また Wei らは水槽実験から, 物体上流側での流速変化がフルード数 0.13 ($F_{r\pi}$ で 0.41) でも 10% 程度であることを示しており, $F_{r\pi}$ が 0.5 以上では Long の仮説も有効であるといえよう. この報告では, 浮力効果が慣性効果に比較して極端に強くない $F_{r\pi}$ が 0.5 程度までの流れを扱うこととする.

(1) $F_{r\pi} > 1$ の場合の理論解

a) Barrier 上流側の解

基本方程式 (7) と境界条件を満足する解は, 一様流を表す項と Barrier による流れの変化を表す項 Ψ_u の和として次式のように表される.

$$\Psi = -\eta + \Psi_u \quad \dots\dots\dots (9)$$

右辺第 2 項 Ψ_u を日野・大西^{5),6)} にない, $F_{r\pi}^{-2}$ についての摂動解として次式のように表す.

$$\Psi_u = \psi_0 + \delta \psi_1 + \delta^2 \psi_2 + \dots, \quad \dots\dots\dots (10)$$

ここで, δ は摂動パラメーターであり, $F_{r\pi}^{-2}$ に等しい. 式 (9), (10) を基本式 (7) に代入し, δ のオーダーごとに整理することにより, $\psi_0, \psi_1, \dots$ に対する次のような方程式群を得る.

$$O(\delta^0): F^2 \psi_0 = 0 \quad \dots\dots\dots (11 \cdot a)$$

$$O(\delta^m): F^2 \psi_m = -\psi_{m-1}, \quad m \geq 1 \quad \dots\dots\dots (11 \cdot b)$$

これらの方程式を $\psi_0, \psi_1, \psi_2, \dots$ の順に解くことにより, 流関数 Ψ_u が定まる.

① 第 1 次摂動解 ψ_0 :

第 1 次摂動解 ψ_0 の方程式は式 (11・a) で示されるように, ラプラスの方程式であり, 式 (9) の右辺第 1 項とともに Barrier を越えるポテンシャル流の解を表す. したがって, ψ_0 に関する境界条件は次のように書ける.

$$\left. \begin{array}{ll} \psi_0 = 0, & \xi = -\infty \\ \psi_0 = 0, & \eta = \pi \\ \psi_0 = 0, & \eta = 0, \quad \xi \neq 0 \\ \psi_0 - \eta = 0, & 0 \leq \eta \leq b\pi, \quad \xi = 0 \end{array} \right\}$$

この境界条件を満足する式 (11・a) の解は,

$$\psi_0 = \sum_{n=1}^{\infty} a_n e^{n\xi} \sin n\eta \quad \dots\dots\dots (12)$$

で表される. 係数 a_n は ψ_0 の $\xi=0$ での境界条件から定められる. ここで, 係数 a_n を定めるため, 上の境界条件を満足する関数 $g_0(\eta)$ を次のように導入する.

$$g_0(\eta) = \eta, \quad 0 \leq \eta < b\pi \quad \dots\dots\dots (13 \cdot a)$$

$$g_0(\eta) = \frac{b\pi}{(\pi - b\pi)^m} (\pi - \eta)^m, \quad b\pi \leq \eta \leq \pi$$

.....(13・b)

前述のように、関数 $(-\eta + \psi_0)$ は Barrier を越えるポテンシャル流の解である。ここでは、この関数がポテンシャル流をよく近似するよう m を定める。 $g_0(\eta)$ は式(12)で $\xi=0$ としたものと等しくなければならない。係数 a_n は $g_0(\eta)$ をフーリエ級数に展開することにより次のように定まる。

$$a_n = \frac{2 \sin n\pi b}{n^2} - 2\pi b(m!) \cos n\pi b \left\{ \frac{1}{n^3(m-2)!(\pi-b\pi)} + \frac{1}{n^5(m-4)!(\pi-b\pi)^3} + \dots \right\} + 2\pi b(m!) \sin n\pi b \left\{ \frac{1}{n^2(m-1)!(\pi-b\pi)} + \frac{1}{n^4(m-3)!(\pi-b\pi)^3} + \dots \right\} \quad (14)$$

これにより求められた解がどの程度ポテンシャル流の解を表すかを確認するため、電子計算機による数値解と比較したものが図-2である。図は Barrier 上流側での流関数分布を比較したものであるが両者の一致はきわめてよいといえる。なお、解析解では m を3としている。

② 第2次摂動解 ψ_1 :

基本解 $(-\eta)$ と第1次摂動解により流関数 ψ_u の満たすべき境界条件はすべて満たされている。したがって、第2次摂動解 ψ_1 の満たすべき境界条件は次の2つである。

$$\psi_1=0, \eta=0 \text{ および } \pi$$

$$\psi_1=0, \xi=-\infty$$

この条件を満たす式(11・b)の解は、

$$\psi_1 = \sum_{n=1}^{\infty} (A_n + B_n \xi) e^{n\xi} \sin n\eta \quad (15)$$

と書ける。係数 B_n は式(11・b)に式(12),(15)を代入することにより、次のように定まる。

$$B_n = -\frac{a_n}{2n} \quad (16)$$

係数 A_n はこのままでは定まらないが、 ψ_1 についての $\xi=0$ での条件から決定される。これについては後述する。

③ 第3次摂動解 ψ_2 :

第3次摂動解も ψ_1 とまったく同様にして次のように求められる。

$$\psi_2 = \sum_{n=1}^{\infty} (C_n + D_n \xi + E_n \xi^2) e^{n\xi} \sin n\eta \quad (17)$$

ここで、係数 D_n, E_n は次式で与えられる。

$$D_n = -\frac{a_n}{8n^3} - \frac{A_n}{2n} \quad (18・a)$$

$$E_n = \frac{a_n}{8n^2} \quad (18・b)$$

C_n も A_n と同様、 ψ_2 の $\xi=0$ での条件から定まるものであり、これについても後述する。

式(12),(15),(17)より $\xi=0^- (\lim_{\xi \rightarrow 0} 0-\xi)$ での流関数 $\psi_{u,0^-}$ は

$$\psi_{u,0^-} = \sum_{n=1}^{\infty} (a_n + \delta A_n + \delta^2 C_n) \sin n\eta \quad (19)$$

となり、 A_n, C_n は密度成層の変化に伴う $\xi=0^-$ での流関数分布の変化を表す係数である。

b) Barrier 下流側の解 ψ_d

密度成層流中の Barrier 下流側ではよく知られた山越え気流が生じ、上流側の流れとは大変異なったものとなる。ここでは、非定常流の $t=\infty$ での極限の解として Trustrum¹²⁾によって示されたものを形式的に採用する。 ψ_d は次のように書ける。

$$\psi_d = -\eta + \sum_{n=1}^K \{G_n \sin \lambda_n \xi + H_n \cos \lambda_n \xi\} \sin n\eta + \sum_{n=K+1}^{\infty} \{J_n e^{-\lambda_n \xi} + K_n\} \sin n\eta \quad (20)$$

ここで、係数 λ_n は

$$\lambda_n = \{\delta - n^2\}^{1/2} \quad (21)$$

で与えられ、 K はまた $\delta - n^2$ が負とならない最大の n の値である。式(20)の係数 (G_n, H_n, J_n, K_n) は、上流側の解 ψ_u と下流側の解 ψ_d を $\xi=0$ で滑らかに接続するよう定める。係数を定める条件は $\xi=0$ における ψ_u, ψ_d およびその微係数の連続性であり、次の3条件となる。

$$(1) \psi_{u,\xi=0^-} = \psi_{d,\xi=0^+}$$

$$(2) \left(\frac{\partial \psi_u}{\partial \eta} \right)_{\xi=0^-} = \left(\frac{\partial \psi_d}{\partial \eta} \right)_{\xi=0^+}$$

$$(3) \left(\frac{\partial \psi_u}{\partial \xi} \right)_{\xi=0^-} = \left(\frac{\partial \psi_d}{\partial \xi} \right)_{\xi=0^+}$$

ここで、 $()_{\xi=0^+}, ()_{\xi=0^-}$ はそれぞれ、 ξ について正の方向あるいは負の方向から0に近づいた極限での量を表す。これらの条件から、係数 (G_n, H_n, J_n, K_n) は次の

図-2 流関数 ψ の理論モデルと数値計算結果の比較
(○)は数値計算の解、 $m=3$ の場合)

ように定められる.

$$G_n = \frac{1}{\lambda_n} \left\{ na_n + \delta \left(nA_n - \frac{a_n}{2n} \right) + \delta^2 \left(nC_n - \frac{a_n}{8n^3} - \frac{A_n}{2n} \right) \right\} \dots\dots\dots (22)$$

$$H_n = a_n + \delta A_n + \delta^2 C_n \dots\dots\dots (23)$$

$$J_n = -\frac{1}{\lambda_n} \left\{ na_n + \delta \left(nA_n - \frac{a_n}{2n} \right) + \delta^2 \left(nC_n - \frac{a_n}{8n^3} - \frac{A_n}{2n} \right) \right\} \dots\dots\dots (24)$$

$$K_n = \{ a_n + \delta A_n + \delta^2 C_n \} + \frac{1}{\lambda_n} \left\{ na_n + \delta \left(nA_n - \frac{a_n}{2n} \right) + \delta^2 \left(nC_n - \frac{a_n}{8n^3} - \frac{A_n}{2n} \right) \right\} \dots\dots\dots (25)$$

c) 係数 A_n, C_n の決定

係数 A_n, C_n はそれぞれ $\xi=0$ での ψ_1 および ψ_2 の分布から定まる. ここでは Bernoulli の定理を適用し, 流体のトータル・エネルギーが流線に沿って保存されることから A_n, C_n を求める. 流体要素のもつトータル・エネルギー H_e は p を圧力, q を流速, η を流体要素の鉛直座標として次式で表される.

$$H_e = p + \frac{1}{2} \rho_0 q^2 + \rho_0 g \frac{H}{\pi} \eta \dots\dots\dots (26)$$

H_e を $\xi=0$ と $\xi=-\infty$ について求め, 同じ流線について等しく置くことにより A_n, C_n が定まる.

・ $\xi=0$ での静圧項 p_0 :

p は上流無限遠で $\eta=\pi$ での静圧を p_∞ とし, さらに Barrier の存在による断面の縮小に伴う静圧の変化を $f(U)$ とすると次式で表される.

$$\begin{aligned} p_0 &= p_\infty + \int_{\eta}^{\pi} \rho_0 g \frac{H}{\pi} d\eta + f(U) \\ &= p_\infty - \frac{1}{2} \rho_0 U_\infty^2 \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} na_n \cos n\eta \right\}^2 \\ &\quad + \rho_0 \left[g \frac{H}{\pi} (\pi - \eta) - \frac{1}{2} g \frac{H}{\pi} \beta (\pi - \eta)^2 \right. \\ &\quad \left. - g \frac{H}{\pi} \beta \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left\{ (a_n + \delta A_n + \delta^2 C_n) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. ((-1)^n - \cos n\eta) \right\} \right] \dots\dots\dots (27) \end{aligned}$$

ここで, 右辺第2項は流路断面の変化に伴う静圧変化を表すものであり, 簡単のため高さ方向に一様であるとした.

・ $\xi=0$ での慣性項 $1/2 \rho_0 q^2$:

$\xi=0$ での慣性項は流関数の $\xi=0$ での微係数を取り, 鉛直成分を無視すると次のように書ける.

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{2} \rho_0 q^2 \right)_{\xi=0} &\doteq \frac{1}{2} \rho_0 U_\infty^2 \left[\left\{ -1 + \sum_{n=1}^{\infty} na_n \cos n\eta \right\}^2 \right. \\ &\quad + 2 \left\{ -1 + \sum_{n=1}^{\infty} na_n \cos n\eta \right\} \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} (\delta A_n + \delta^2 C_n) \cos n\eta \right\} \\ &\quad \left. + \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} (\delta A_n + \delta^2 C_n) \cos n\eta \right\}^2 \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &+ \delta^2 \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} (nA_n + B_n) \sin n\eta \right\}^2 + \delta^3 \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} nA_n \sin n\eta \right\} \\ &\cdot \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} D_n \sin n\eta \right\} + \delta^2 \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} nC_n \sin n\eta \right\} \\ &\cdot \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} C_n \sin n\eta \right\} \dots\dots\dots (28) \end{aligned}$$

・ $\xi=0$ での位置ポテンシャル $\rho_0 g H \eta / \pi$:

この項は簡単に次のように書ける.

$$\rho_0 g H \eta / \pi$$

・ $\xi=-\infty$ での静圧項 $p_{-\infty}$:

$\xi=-\infty$ での静圧項 $p_{-\infty}$ は, $\xi=0$ で η を通る流線の $\xi=-\infty$ での鉛直位置を η' として次のように書ける.

$$p_{-\infty} = p_\infty + \rho_0 g \frac{H}{\pi} \int_{\eta'}^{\pi} (\pi - \beta \eta) d\eta \dots\dots\dots (29)$$

ここで, η' は $\xi=-\infty$ では流関数 ψ_u と一致するから, $p_{-\infty}$ は結局, 次式で表される.

$$\begin{aligned} p_{-\infty} &= p_\infty + \rho_0 \left[g \frac{H}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} (a_n + \delta A_n + \delta^2 C_n) \sin n\eta \right. \\ &\quad + g \frac{H}{\pi} (\pi - \eta) - \frac{1}{2} g \frac{H}{\pi} \beta (\pi^2 - \eta^2) \\ &\quad - g \frac{H}{\pi} \beta \eta \sum_{n=1}^{\infty} (a_n + \delta A_n + \delta^2 C_n) \sin n\eta \\ &\quad \left. + \frac{1}{2} g \frac{H}{\pi} \beta \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} (a_n + \delta A_n + \delta^2 C_n) \sin n\eta \right\}^2 \right] \\ &\dots\dots\dots (30) \end{aligned}$$

・ $\xi=-\infty$ での慣性項 :

$\xi=-\infty$ では流速は一定で U_∞ に等しいので, この項は近似的に次のように書ける.

$$(\rho_0 q^2 / 2)_{\xi=-\infty} \doteq \rho_0 U_\infty^2 / 2 \dots\dots\dots (31)$$

・ $\xi=-\infty$ での位置ポテンシャル :

$\xi=-\infty$ での位置ポテンシャルは, $\xi=0$ で η を通る流線の $\xi=-\infty$ での高さを η' とすると, η' は流関数に等しいから結局,

$$-g \frac{H}{\pi} \psi = g \frac{H}{\pi} \left\{ \eta - \sum_{n=1}^{\infty} (a_n + \delta A_n + \delta^2 C_n) \sin n\eta \right\} \dots\dots\dots (32)$$

と書ける.

式 (27)~(32) を用い, $\xi=0$ と $\xi=-\infty$ でのトータル・エネルギーを等しくおき, δ のオーダーごとに整理することにより, A_n と C_n に関する次の2式を得る.

$$\begin{aligned} \delta^{(1)} : F \sum_{n=1}^{\infty} nA_n \cos n\eta &= -\eta \sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin n\eta \\ &+ \frac{1}{2} \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin n\eta \right\}^2 - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{n} \{ (-1)^n - \cos n\eta \} \\ &\dots\dots\dots (33) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta^{(2)} : F \sum_{n=1}^{\infty} nC_n \cos n\eta &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_n}{n} \{ (-1)^n - \cos n\eta \} \\ &- \eta \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin n\eta + \frac{1}{2} \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin n\eta \right\} \end{aligned}$$

$$\cdot \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin n\eta \right\} - \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} (nA_n + B_n) \sin n\eta \right\}^2$$

..... (34)

ここで, F は一様流方向の流速成分,

$$F = 2 \left\{ -1 + \sum_{n=1}^{\infty} na_n \cos n\eta \right\} \dots\dots\dots (35)$$

であり, 一定値とみなせる.

式(33), (34)より A_n , C_n は次のように定まる. つまり, A_n は以下の $A_{n,1} \sim A_{n,4}$ の和となる.

$$A_{n,1} = \frac{2b\pi}{F(\pi - b\pi)^m(m+1)} \left[\frac{1}{n} \{b\pi \cos n\eta - (-1)^n\} - \frac{\sin n\pi b}{n^2} \right] + \frac{2b\pi}{F(\pi - b\pi)^m(m+1)} \sum_{l=1}^{m+1} (-1)^l \cdot \frac{(m+1)!}{l!(m+1-l)!} \left[\frac{1}{n} \{ (b\pi)^{l+1} \cos n\pi b - (-1)^n \} - \frac{(l+1)}{n^2} (b\pi)^l \sin n\pi b - \frac{l(l+1)}{n^3} \cdot \{ (b\pi)^{l-1} \cos n\pi b - (-1)^n \} + \frac{(l+1)!}{n^4(l-2)!} (b\pi)^{l-2} \sin n\pi b + \frac{(l+1)!}{n^5(l-3)!} \{ (b\pi)^{l-3} \cos n\pi b - (-1)^n \} + \dots \right] \dots\dots\dots (36)$$

$$A_{n,2} = \frac{2}{F} \frac{b\pi}{(m+1)(m+2)(\pi - b\pi)^m} \cdot \left[\cos n\pi b \left\{ \frac{(\pi - b\pi)^{m+2}}{n} - \frac{(m+2)! (\pi - b\pi)^m}{n^3(m!) } - \frac{(m+2)! (\pi - b\pi)^{m-2}}{n^5(m-2)!} + \dots \right\} + \sin n\pi b \left\{ \frac{(m+2)! (\pi - b\pi)^{m+1}}{n^2(m+1)!} + \frac{(m+2)! (\pi - b\pi)^{m-1}}{n^4(m-1)!} + \dots \right\} \right] \dots\dots\dots (37)$$

$$A_{n,3} = \frac{2g_1}{Fn} \left\{ b\pi \cos n\pi b - (-1)^n - \frac{\sin n\pi b}{n} \right\} \dots\dots\dots (38)$$

$$A_{n,4} = -\frac{2g_1}{Fn} \{ (-1)^n - \cos n\pi b \} \dots\dots\dots (39)$$

すなわち,

$$A_n = \sum_{j=1}^4 A_{n,j} \dots\dots\dots (40)$$

で与えられる. なお, g_1 は ψ_1 の $\delta=0$, $\eta=\pi$ での条件から定まる定数である.

C_n も同様にして式(34)の右辺の積分をフーリエ変換することにより得られる. C_n は $C_{n,1} \sim C_{n,7}$ の和で表される.

$$C_{n,1} = \frac{2b\pi(m!)}{F^2(m+2)(\pi - b\pi)^m} \cdot \left[\frac{1}{n} \{ (b\pi)^2 \cos n\pi b - (-1)^n \} - \frac{2}{n^2} b\pi \sin n\pi b + \frac{2}{n^3} \{ (-1)^n - \cos n\pi b \} \right]$$

$$+ \sum_{l=1}^{m+2} (-1)^l \frac{(m+2)!}{(l!)(m+2-l)!} \cdot \left\{ \frac{1}{n} \{ (b\pi)^{l+2} \cos n\pi b - (-1)^n \} - \frac{(l+2)}{n^2} (b\pi)^{l+1} \sin n\pi b - \frac{(l+1)(l+2)}{n^3} \cdot \{ (b\pi)^l \cos n\pi b - (-1)^n \} + \frac{(l+2)!}{n^4(l-1)!} (b\pi)^{l-1} \sin n\pi b + \frac{(l+2)!}{n^5(l-2)!} \{ (b\pi)^{l-2} \cos n\pi b - (-1)^n \} - \frac{(l+2)!}{n^6(l-3)!} (b\pi)^{l-3} \sin n\pi b + \dots \right\} \dots\dots (41)$$

$$C_{n,2} = \frac{6b\pi(m!)}{F^2(\pi - b\pi)^m(m+3)!} \cdot \left[\left\{ \frac{1}{n} (b\pi \cos n\pi b - (-1)^n) - \frac{\sin n\pi b}{n^2} \right\} + \sum_{l=1}^{m+3} (-1)^l \frac{(m+3)!}{(l!)(m+3-l)!} \cdot \left\{ \frac{1}{n} \{ (b\pi)^{l+1} \cos n\pi b - (-1)^n \} - \frac{(l+1)(b\pi)^l}{n^2} \cos n\pi b - \frac{l(l+1)}{n^3} \cdot \{ (b\pi)^{l-1} \cos n\pi b - (-1)^n \} + \frac{(l+1)!}{n^4(l+2)!} (b\pi)^{l-2} \sin n\pi b + \dots \right\} \right] \dots\dots (42)$$

$$C_{n,3} = \frac{4b\pi(m!)}{F^2(m+4)! (\pi - b\pi)^m} \cdot \left[\cos n\pi b \left\{ \frac{(\pi - b\pi)^{m+4}}{n} - \frac{(m+4)! (\pi - b\pi)^{m+2}}{n^3(m+2)!} - \frac{(m+4)! (\pi - b\pi)^m}{n^5(m)!} + \dots \right\} + \sin n\pi b \left\{ \frac{(m+4)! (\pi - b\pi)^{m+3}}{n^3(m+3)!} + \frac{(m+4)! (\pi - b\pi)^{m+1}}{n^5(m+1)!} + \frac{(m+4)! (\pi - b\pi)^{m-1}}{n^7(m-1)!} \right\} \right] \dots\dots\dots (43)$$

$$C_{n,4} = \frac{2g_2}{3F^2} \left[\frac{1}{n} \{ (-1)^n - (b\pi)^3 \cos n\pi b \} + \frac{3(b\pi)^2}{n^2} \sin n\pi b - \frac{6}{n^3} \{ (-1)^n - b\pi \cos n\pi b \} - \frac{6}{n^4} \sin n\pi b \right] \dots\dots\dots (44)$$

$$C_{n,5} = \frac{g_2}{F^2} \left[\frac{1}{n} \{ (-1)^n - (b\pi)^2 \cos n\pi b \} + \frac{2b\pi}{n^2} \sin n\pi b - \frac{1}{n^3} \{ (-1)^n - \cos n\pi b \} \right] \dots\dots\dots (45)$$

$$C_{n,6} = \frac{g_4}{2nF} \left\{ b\pi \cos n\pi b - (-1)^n - \frac{1}{n} \sin n\pi b \right\} \dots\dots\dots (46)$$

$$C_{n,7} = \frac{2g_5}{nF} \{ \cos n\pi b - (-1)^n \} \dots\dots\dots (47)$$

定数 $g_2 \sim g_5$ は ψ_1 および ψ_2 の $\delta=0, \eta=\pi$ の境界条件から定まるものであり、次式で与えられる。

$$g_2 = \frac{(b\pi)^2}{2m+1} - \frac{(m!)b\pi(\pi-b\pi)}{(m+2)!} \dots\dots\dots (48)$$

$$g_3 = -g_2 \dots\dots\dots (49)$$

$$g_4 = \frac{1}{F} \left[-\frac{(m!)(b\pi)^2(\pi-b\pi)^2}{(m+3)!} - \frac{3(m!)b\pi(\pi-b\pi)^3}{(m+4)!} \right. \\ \left. - \frac{g_3}{2} \left(\frac{2\pi}{3} - b\pi + \frac{(b\pi)^3}{3} - g_3 \left(\frac{\pi}{2} - b\pi - \frac{(b\pi)^2}{2} \right) \right) \right] \dots\dots\dots (50)$$

$$g_5 = -g_4 \dots\dots\dots (51)$$

(2) $F_{r\pi} < 1$ の場合の解

a) 上流側の解 Ψ_u

日野・大西^{3),6)}に従い、座標変換、

$$\xi' = \frac{\xi}{\varepsilon}, \quad \eta' = \frac{\eta}{\varepsilon}$$

を導入し (ここで、 $\varepsilon = F_{r\pi}^2$) さらに解を ε についての摂動解で表す。

$$\Psi_u = -\varepsilon\eta' + \psi_0' + \varepsilon\psi_1' + \varepsilon^2\psi_2' + \dots\dots\dots (52)$$

式 (52) を基本式 (7) に代入し、 ε のオーダーごとに整理し、さらに、座標の逆変換を行ってもとにもどすと次の方程式群を得る。

$$\frac{\partial^2 \psi_0'}{\partial \xi'^2} + \frac{\partial^2 \psi_0'}{\partial \eta'^2} = 0 \dots\dots\dots (53 \cdot a)$$

$$\frac{\partial^2 \psi_m'}{\partial \xi'^2} + \frac{\partial^2 \psi_m'}{\partial \eta'^2} = -\frac{1}{\varepsilon^2} \psi_{m-1}', \quad m \geq 1 \dots\dots\dots (53 \cdot b)$$

式 (53・a) より ψ_0' の解は $F_{r\pi} > 1$ の場合とまったく同様に求められる。また、 $m \geq 1$ の解も、 $F_{r\pi} > 1$ の場合の解に $1/\varepsilon^2$ を乗ずればよい。したがって、 $F_{r\pi}$ の2つの範囲における解は $F_{r\pi} > 1$ の解 ψ_i により次式のように書ける。

$$\Psi_u' = -\eta + \psi_0 + \mu_1 \psi_1 + \mu_2 \psi_2 + \dots\dots\dots (54)$$

係数 $\mu_1, \mu_2, \dots$ は $F_{r\pi}$ の値により次のように書ける。

$$\mu_1 = \begin{cases} F_{r\pi}^{-2}, & F_{r\pi} > 1 \\ F_{r\pi}^{-2}, & F_{r\pi} < 1 \end{cases}$$

$$\mu_2 = \begin{cases} F_{r\pi}^{-4}, & F_{r\pi} > 1 \\ F_{r\pi}^0, & F_{r\pi} < 1 \end{cases}$$

b) 下流側の解 Ψ_d'

Barrier 下流側の解 Ψ_d' も $F_{r\pi} > 1$ の場合とまったく同様に求めることができる。つまり、 Ψ_d' は、

$$\Psi_d' = -\eta + \sum_{n=1}^K \{ G_n' \sin \lambda_n \xi + H_n' \cos \lambda_n \xi \} \sin n\eta \\ + \sum_{n=K+1}^{\infty} \{ J_n' e^{-\lambda_n \xi} + K_n' \} \sin n\eta \dots\dots\dots (55)$$

で表され、係数 G_n', H_n', J_n', K_n' は $F_{r\pi} > 1$ の場合と形式的に同様に定まる。

$F_{r\pi} < 1$ についての第2次摂動解 ψ_1' 、第3次摂動解 ψ_2' の係数 A_n', C_n' (式 (15) の A_n および式 (17) の C_n に相当する) も $F_{r\pi} > 1$ の場合と同様に求められる。その結果、 A_n', C_n' は次のように書ける。

$$A_n' = A_n \dots\dots\dots (56 \cdot a)$$

$$C_n' = 0 \dots\dots\dots (56 \cdot b)$$

4. 理論モデルの結果

(1) Barrier 高さの違いによる流れの変化

3. で述べた理論モデルで計算した鉛直 Barrier のまわりの流線を描いたものが 図-3~5 である。図-3 は $b=0.15$ の Barrier で $F_{r\pi}=0.58$ における流線を示す。また、図-4, 5 は、それぞれ $b=0.2$ の Barrier について $F_{r\pi}=3.16$, および 0.58 での流線を示したものである。 $F_{r\pi}$ が小さくなり浮力の効果が強くなると、流れに波動が表れ、Barrier が大きい場合には上流側に渦流域が形成される。この渦流域は Kao³⁾ のモデルでは静水域とされ、Barrier 高さとは無関係に $F_{r\pi}=1$ で生ずると考えられている。しかしながら、このモデル結果に示されるように Barrier が大きいほど、大きなフルード数でも渦流域が形成される。以下の議論では、この渦流域を“よどみ域”とよぶこととする。

図-6 は、同じフルード数での Barrier 上流側の流速分布を異なる高さの Barrier について比較したものである。流速分布は、すべて Barrier 高さと同じ距離だけ上流側の点でのものである。Barrier 高さによって流速分布が大きく異なり、高い Barrier について渦流域が形成されやすいことが知られる。よどみ域の形成される最大のフルード数 $F_{r\pi c}$ (これを以降で臨界フルード数 $F_{r\pi c}$ とよぶ) は、大気中での山越え気流に関連して Sheppard⁷⁾ により論じられた。彼は気塊が山を越えるに必要な最小限の風速は山の高さに無関係ではないと考え慣性力と浮力のつり合いから最低風速を推定している。彼の結果は山が高くなるほど、最低風速が大となる。つまり、 $F_{r\pi c}$ が大となることを示した。筆者の理論モデルの結果は Sheppard の推論と合致している。

Barrier 下流側の流れもフルード数の減少とともに変化する。つまり、密度成層効果が弱い ($F_{r\pi}$ が大きい) 場合に下流側に遠くまで達していた後流 Wake は、フルード数の減少とともに縮退し、渦流域内の渦度も弱くなることが知られる。これについては (4) で述べる。

(2) よどみ域範囲とフルード数の関係

上流側よどみ域の空間的な範囲は流関数が正の領域で表される。したがって、よどみ域の上部の境界は与えら

図-3 Barrier のまわりの流線 ($b=0.15, F_{r\pi}=0.58$)

図-4 Barrier のまわりの流線 ($b=0.2, F_{r\pi}=3.16$)

図-5 Barrier のまわりの流線 ($b=0.2, F_{r\pi}=0.58$)

れた ξ について Ψ が 0 となる η で定まる。つまり、式(54)で与えられた ξ について、 Ψ が 0 となる $\eta(=\eta_s)$ を求めれば、それがよどみ域の上縁を与える。

n について 1 から 3 までの項を考え、Barrier 高さがチャンネルの深さに比較して十分小さいとすれば、 $\sin n\eta$ について次の近似が可能である。

$$\sin \eta \approx \eta \quad \dots\dots\dots (57 \cdot a)$$

$$\sin 2\eta \approx 2\eta(1-\eta^2/2) \quad \dots\dots\dots (57 \cdot b)$$

$$\sin 3\eta \approx 3\eta - 4\eta^3 \quad \dots\dots\dots (57 \cdot c)$$

式 (57・a)～(57・c) を用いることにより式(54)は次のように書き換えられる。

$$f_1\eta + f_2(2\eta - \eta^3) + f_3(3\eta - 4\eta^3) - \eta = 0 \quad \dots\dots (58)$$

ここで、

$$f_n = \{a_n + \mu_1(A_n + B_n\xi) + \mu_2(C_n + D_n\xi + E_n\xi^2)\}e^{n\xi} \quad \dots\dots\dots (59)$$

であり、よどみ域の上縁 η_s は次のように定まる。

$$\eta_s = \left\{ \frac{f_1 + 2f_2 + 3f_3 - 1}{f_2 + 4f_3} \right\}^{1/2} \quad \dots\dots\dots (60)$$

式(60)より求めたよどみ域の範囲とフルード数の関係を図-7、8 に示す。図-7 は $b=0.2$ 、図-8 は $b=0.25$ に対応している。フルード数の減少とともによどみ域は急速に発達することが知られよう。

(3) よどみ域発生 の 臨 界 フ ルード 数

(2) で述べたように、よどみ域の上縁は ξ と $F_{r\pi}$ の関数として式 (60) で与えられる。式中の分子項は $F_{r\pi}$ が大きい場合には、 $(f_1 + 2f_2 + 3f_3)$ の項が小さいため、全体として負の値をとる。つまり、この場合には

図-6 Barrier 上流側流速分布の Barrier 高さによる相違 ($F_{r\pi}=0.58, \xi/b=-1.0$ の点での分布を示す)

図—7 Barrier 上流側よどみ域のフルード数による変化 ($b=0.2$)

図—8 Barrier 上流側よどみ域のフルード数による変化 ($b=0.25$)

η_s が実の値をもたず、よどみ域が形成されていないことを示している。密度成層効果が相対的に大になるに従い μ_i が大となり、分子項が 0 に近づく。分子項が正となったところで初めて η_s が実の値をもち、よどみ域が形成されることを示す。つまり、よどみ域の発生臨界フルード数 $F_{r\pi c}$ は式 (60) の分子項が 0 となる $F_{r\pi}$ に対応する。

$F_{r\pi c}$ は、それ自身と 1 との大小関係に応じ次の 2 式のうちのどちらかで定まる。

$F_{r\pi c} > 1$ の場合

$$F_{r\pi c}^{-2} = \frac{-F_2 + \sqrt{F_2^2 - 4F_1F_3}}{2F_1} \quad (61)$$

$F_{r\pi c} < 1$ の場合

$$F_{r\pi c}^{-2} = \frac{1 - (F_1 + F_3)}{F_2} \quad (62)$$

ここで、 F_i は次式で与えられる。

$$F_1 = \sum_{n=1}^3 n(C_n + D_n\xi + E_n\xi^2)e^{n\xi} \quad (63 \cdot a)$$

$$F_2 = \sum_{n=1}^3 n(A_n + B_n\xi)e^{n\xi} \quad (63 \cdot b)$$

$$F_3 = \sum_{n=1}^3 na_n e^{n\xi} - 1 \quad (63 \cdot c)$$

(4) Barrier 下流側の Wake

前に述べたように、下流側の Wake 領域は非成層条

図—9 Barrier 下流側の Wake の渦度の密度成層パラメーター $F_{r\pi}^{-2}$ による変化

件 ($F_{r\pi} = \infty$) では風下無限遠にまで及んでいる。密度成層効果が増加すると、この Wake 領域は小さく、また、内部の渦度も減少する。図—9 は Wake の強さを表す Wake 内の渦度が成層パラメーター $F_{r\pi}^{-2}$ によりどのように変化するかを示したものである。図で明らかに、成層効果が大きくなる。つまり、 $F_{r\pi}^{-2}$ が増加すると渦度 ω_{zd} は減少する。また、流線図 (図—4, 5) から明らかに、Barrier 直下流の Wake 域も縮小してゆく。このように、密度成層効果の増大に伴い、Barrier 下流側の Wake はその強さ、スケールとともに減少してゆくことが示された。

5. 風洞実験

理論モデルにより示されたよどみ域の形成、およびその臨界フルード数と Barrier 高さの関係を確かめるため風洞による流れの観察を行った。

(1) 実験装置と測定方法

実験は公害資源研究所の小型風洞 (図—10) により行った。風洞は押し込み式であり、3 相超分巻電動機 (3 相 200 V, 11 kW) と直径 800 mm の軸流送風機の組み合わせにより、測定部で約 0.2~20 m/s の風速が得られる。測定部は断面 0.6×0.6 m、長さ 5 m であり、側面は片側のみガラス窓となっている。

風洞内の密度分布 (温度分布) は測定部上流端に取り付けた気流加熱装置により、高さ方向に温度勾配を与えることにより作られる。気流加熱装置は高さ方向に 4 cm 間隔で取り付けられた厚さ 0.3 cm、流れ方向の幅 12 cm の 13 枚のプレートヒータとその制御部で構成される。プレートヒータへの供給電流を各ヒータ・エレメントごとに異なることにより、高さ方向に温度分布がつけられる。

Barrier の前後での流速分布測定にはスモークワイヤ

図-10 小型風洞の外観図

装置が用いられた。スモーク・ワイヤ法は可視化測定法であるため低流速でも測定可能であるほか、気流温度などにもあまり影響されないため、密度成層流の測定に適している。発煙部は直径 50 ミクロン、長さ 30 cm のタングステン線である。

風洞によるよどみ流の測定は 3 種類の高さの Barrier について行われた。Barrier の高さは 5, 11, 15 cm であり風洞測定部高さで無次元化した高さ b はそれぞれ、0.08, 0.18, 0.25 である。

Barrier は風洞測定部入口より、3.5 m 風下に置かれた。また、実験時の流速は 0.15~0.4 m/s であり、境界層の厚さは 2 cm 程度と思われる。

(2) 流速分布および密度分布

スモークワイヤにより Barrier 上流側で得られた線条煙の写真を図-11, 12 に示す。図-11 は高さ 15 cm、つまり、 $b=0.25$ の Barrier の 60 cm 上流側で $F_{rx}=0.71$ の条件で得られた線条煙写真である。下層では線条煙がほとんど移動しておらず、流れが停滞していることが知られる。しかしながら、滞留域、つまり、よどみ域はあまり厚くはない。図-12 は同じ Barrier について、同じ位置で、 $F_{rx}=0.58$ において得られた線条煙で

図-11 Barrier 上流側でのスモークワイヤ写真($b=0.25$, $F_{rx}=0.71$, $X=-60$ cm. 流れは右から左へ)

ある。この場合には滞留層はかなり厚く、よどみ域が発達したことを示している。これらの風洞実験結果から得た流速分布、密度分布（実際は温度分布）を理論モデル結果と比較したものが 図-13~15 である。

流速分布については、理論モデルでは粘性を無視しているため、境界層の影響する下層では実験結果と若干異なる。しかしながら、全体的な両者の一致はおおむね良好である。 $F_{rx}=0.58$ では、理論モデル、実験結果とも、かなり上流側までよどみ域が及んでいることを示している。図-15 は、 $b=0.25$, $F_{rx}=0.58$ の条件での密度分布（実験では温度差の分布）を理論モデルの結果と比較したものである。両者の一致がきわめてよいことがわかる。なお、図で ΔT_0 は床面と

図-12 Barrier 上流側でのスモークワイヤ写真($b=0.25$, $F_{rx}=0.58$, 下層の滞留層がかなり厚くなっている)

図-13 Barrier 上流側流速分布についての理論モデル（実線）と実験結果（○）の比較 ($b=0.25$, $F_{rx}=0.71$)

図-14 図-13 に同じ (ただし、 $b=0.25$, $F_{r\pi}=0.58$)

図-15 密度勾配に対する理論モデル (実線) と実験 (○) の比較 ($b=0.25$, $F_{r\pi}=0.71$)

天井面での気流温度差である。

(3) フルード数臨界値 $F_{r\pi c}$

風洞実験結果からよどみ域の発生のみられた最大のフルード数 $F_{r\pi c}$ を求め、理論モデルから推定された関係と同時に示したものが 図-16 である。図では横軸に Barrier の高さ b を縦軸に $F_{r\pi c}$ をとってある。図で明らかのように、よどみ域発生臨界フルード数 $F_{r\pi c}$ は、ほぼ Barrier の高さ b に比例しており、実験結果ともおおむね一致している。 $F_{r\pi}$ を b で除した値、つまり、Barrier 高さを基準とするフルード数 F_{rb} を次のように定義する。

$$F_{rb} = \frac{U\pi}{NbH} \dots\dots\dots (64)$$

よどみ域の発生する F_{rb} の臨界値 $F_{rb c}$ は、 0.8π ($b=0.1$) $\sim 1.0\pi$ ($b=0.25$) となり、ほぼ π の程度である。なお、接地逆転層時の山の前面でのよどみ域について

図-16 臨界フルード数 $F_{r\pi c}$ の理論モデル (実線) と風洞実験結果 (○)

図-17 いくつかの温位勾配に対するよどみ域臨界風速と山の高さの関係

は、Kitabayashi¹³⁾ により大気中での観測、および風洞実験の両方から検討された。その場合の F_{rbc} は、およそ 2.3π であった。これは、接地逆転層条件では密度勾配が下層ほど強くなり、本報告で扱った一様密度勾配より浮力効果が強く働くためであろう。

以上で得られた F_{rbc} の値を考慮して、大気中で起こり得るいくつかの密度成層条件について、山の前面でのよどみ域発生限界風速を示したものが 図-17 である。大気中での密度勾配は温位勾配と等価であるため、温位勾配を成層条件のパラメーターとした。高さ 500 m の山岳では、温位勾配が $0.01^\circ\text{C}/\text{m}$ のとき、風速約 8 m/s でもよどみ域が形成される。この結果は Sheppard の簡単な計算による値より若干小さいが、おおむね一致している。

6. 結 論

安定成層大気条件において山の前面に発生するよどみ域の性質を明らかにするため、流れを薄板 Barrier を越える一様密度成層チャンネル流で近似し、理論モデル、

風洞実験により検討した。まえがきで述べたように、よどみ域内では流線が閉じ、物質の滞留が生ずるため、山岳、丘陵などの近くに汚染質等を排出する施設等を設置する場合には、以下の諸点を十分吟味することが肝要である。理論モデルおよび風洞実験で明らかとなった事柄は以下の4点である。

(1) 密度成層効果が強くなると Barrier 上流側に流線の閉じたよどみ域が形成される。

(2) よどみ域はフルード数の減少とともに発達する。

(3) よどみ域の発生を支配するパラメーターは、内部フルード数 $F_{r\pi}$ であり、 $F_{r\pi}$ がある臨界値 $F_{r\pi c}$ 以下でよどみ域が形成される。 $F_{r\pi c}$ は基準高さをチャンネルの深さにとると、Barrier 高さに比例して増加するが、Barrier の高さを基準とすればほぼ一定値となる。

(4) Barrier 下流側の Wake 領域は、浮力効果の増加、つまり、フルード数の減少とともに縮小してゆく。これと同時に Wake 内の渦度も減少する。

謝 辞：本研究をとりまとめるにあたり、有益なご示唆、ご意見を下さった、東京工業大学土木工学科 日野幹雄教授、同 吉川秀夫元教授に心から謝意を表します。

また、研究の遂行にご理解、ご協力いただいた公害資源研究所公害第一部第一課長 横山長之博士ならびに課員の方々に感謝いたします。

参 考 文 献

- 1) Long, R.R. : Some Aspects of the Flow of Stratified

Fluids I, A Theoretical Investigation, Tellus, Vol. 5, p. 42, 1953.

- 2) Long, R.R. : Some Aspects of the Flow of Stratified Fluid II, Experiments with a Two-Fluid System. Tellus, Vol. 6, p. 97, 1954.
- 3) Kao, T.W. : The Phenomenon of Blocking in Stratified Fluid, Jour. of Geophy. Res., Vol. 70, p. 815, 1965.
- 4) Kao, T.W. : A Free Streamline Solution for Stratified Flow into a Line Sink, Jour. of Fluid Mech., Vol. 21, p. 535, 1965.
- 5) 日野幹雄・大西外明 : 密度成層流におよぼす Point Sink の高さの効果, 土木学会論文報告集, 第 163 号, p. 39, 1969.
- 6) 日野幹雄・大西外明 : 円筒型取水塔のスリットへの密度成層流, 土木学会論文報告集, 第 178 号, p. 37, 1970.
- 7) Sheppard, P.A. : Air Flow over Mountaines, Quart. Jour. of Roy. Met. Soc., Vol. 82, p. 528, 1956.
- 8) Yih, C.S. : On the Flow of a Stratified Fluid, Proc. of 3rd US National Congress of Appl. Mech., p. 857, 1958.
- 9) McIntyre, M.E. : On Long's Hypothesis of No Upstream Influence in Uniformly Stratified or Rotating Fluid, Jour. of Fluid Mech., Vol. 52, p. 209, 1972.
- 10) Baines, P.G. : Upstream Influence and Long's Model in Stratified Flows, Jour. of Fluid Mech., Vol. 82, p. 147, 1977.
- 11) Wei, S.N., T.W. Kao and H.P. Pao : Experimental Study of Upstream Influence in the Two-Dimensional Flow of a Stratified Fluid over an Obstacle, Geophy. Fluid Dynamics, Vol. 6, p. 315, 1975.
- 12) Trustrum, K. : Rotating and Stratified Fluid Flow, Jour. of Fluid Mech., Vol. 19, p. 415, 1964.
- 13) Kitabayashi, K. : Wind Tunnel and Field Studies of Stagnant Flow Upstream of a Ridge, Jour. of Met. Soc. Japan, Vol. 55, p. 193, 1977.

(1979.11.24・受付)