ダイヤフラムを有する曲線箱桁橋のずり応力の 解析と設計への応用*

DISTORSIONAL STRESS ANALYSIS AND DESIGN AID FOR HORIZONTALLY CURVED BOX GIRDER BRIDGES WITH DIAPHRAMS

中 井 博**・村 山 泰 男***

By Hiroshi NAKAI and Yasuo MURAYAMA

1. ま え が き

最近、各地で多数の曲線箱桁橋が建設されているが、その設計は、通常、断面変形がないということを前提とし、薄肉曲線ばり理論に基づいて行われてきている^{1),2)}。しかしながら、ダイヤフラム数やその剛度が不足している場合、断面変形が起りやすく、それに伴って橋軸方向の垂直応力（以下これをずり応力とよぶ）が生じることが知られており、長大曲線箱桁橋の設計上の1つの問題点として指摘されている。

この種の箱桁の断面変形を考慮した解析法としては、V.Z. Vlasov によって確立された一般化座標法^{4)~6)}、箱桁を折板構造として取り扱った折板理論^{7)~11)}、複雑な箱桁断面に対しても汎用性のある有限要素法^{12)~15)}、および、はり理論を拡張した簡易化棒理論^{16)~18)}などが挙げられ、それらの研究は枚挙にいとまがないほど多数報告されている。

しかしながら、橋梁技術者が容易に設計に利用することができる研究成果は非常に少ない。わずかに、R.N. Wright の BEF アナロジー¹⁶⁾をもとにして Merrison 委員会でもまとめられた I.D.R. の設計指針¹⁹⁾や、あるいは坂井らによって提案された Beam アナロジーを用いて中間ダイヤフラムの設計法について論じた研究¹⁸⁾があるにすぎない。

一方、曲線箱桁橋に関しては、R. Dabrowski¹⁷⁾によって提案された BEF アナロジーをもとにして C.P. Heins²⁰⁾らは、各種のパラメトリック解析を行い、ずり応力を曲げ応力との比で表わした実用公式を提示している。しかし、それらは完全に無次元化されておらず、設

計への適用性に関して問題が残されているように思われる。特に、曲線箱桁橋の場合、鉛直荷重のみによっても断面変形が生じるので、ずり応力の的確な評価とそれに関連したダイヤフラムの合理的な設計法の確立が望まれるところである。

本研究は、R. Dabrowski によって導かれた基礎式¹⁷⁾を用い、曲線箱桁橋の断面変形解析を行ったものであるが、ずり応力の算定式を曲げねじり理論のそり応力式と類似させて整理し、力学的な意味を明確にする。また、解析は種々な境界条件を有する変断面曲線箱桁橋に対して適用可能な伝達マトリックス法を用いて行い、しかも高精度の演算が行えるように工夫した²²⁾。そして、以上の解析結果を用いて、各種の形式のダイヤフラムに対する応力解析法を示す。

次に、解析方法の妥当性を検討するために、2種類の模型桁について載荷実験を行った。その1つは、隔板形式の剛なダイヤフラムを有するアクリライト製の曲線箱桁模型によってダイヤフラム数の断面変形特性に及ぼす影響を調べるための実験で、もう1つは、剛度の小さいラーメン形式のダイヤフラムを有する鋼直線箱桁模型の断面変形特性を調べるための実験である。後者の実験においては、ダイヤフラムの剛度や応力を算定するために必要なラーメン部材の有効幅の取り方についての検討も行う。

さらに、ずり応力を主眼としたパラメトリック解析を行うために、わが国において建設された長大箱桁橋 26 橋²⁵⁾を対象とし、断面変形に関与するパラメーターの調査を行い、それらの概略値を把握した。次に、26 橋を代表する曲線箱桁モデル 4 橋に関し、荷重状態、ダイヤフラム間隔、中心角、断面寸法比、ならびに、ダイヤフラム剛度がずり応力に与える影響を調べ、ずり応力の変動特性を明らかにする。

最後に、ずり応力を上述のパラメーターを含む簡単な

* 土木学会関西支部年次学術講演会（昭 53.5）、および第 33 回土木学会年次学術講演会（昭 53.9）において発表済。

** 正会員 工博 大阪市立大学教授 工学部土木工学科

*** 正会員 工修（株）栗本鉄工所住吉工場 橋梁設計部

代数式で表わし、その係数を実橋 26 橋のパラメトリック解析結果を反映するように最小自乗法を用いて定め、各荷重状態に対するずり応力の簡易計算式を提案する。そして、曲線箱桁橋を実際に設計する場合に上述の提案式の適用法を述べ、あわせてダイアフラムの配置法、剛度、および、強度照査法についても検討を加える。

2. 基礎式と解析法

(1) 基礎式

曲線箱桁橋は、通常、非対称断面が採用されるが、図—1 に示す左右対称な 1 室の箱断面を対象にする（多室箱桁の場合は中間の腹板を無視する¹⁹⁾）と、断面変形に関する基礎式は、Dabrowski によって次式のように与えられる¹⁷⁾。

$$\frac{d^4\theta}{ds^4} + 4\lambda^4\theta = \frac{1}{EI_{Dw}} \left(\frac{m}{2} + \rho \frac{M}{R} \right) \quad \text{.....(1)}$$

ここに、

θ : ずり角

I_{Dw} : 断面変形に関するそり定数（後述する）

m : 分布トルク

M : Y 軸まわり（図—1）に作用する曲げモーメント

$$\lambda = \sqrt[4]{K_{Dw}/(4EI_{Dw})} \quad \text{.....(2)}$$

であり、図—1 の基本断面寸法を参照にすると、

$$K_{Dw} = 24 EI_{Dw}/(\alpha_0 h) : \text{箱桁のずり定数} \quad \text{.....(3)}$$

$$\alpha_0 = 1 + \frac{2b/h + 3(I_u + I_l)/I_w}{(I_u + I_l)/I_w + 6(h/b) \cdot (I_u I_l/I_w^2)} \quad \text{.....(4)}$$

$$I_u = t_u^3/12(1-\mu^2), \quad I_l = t_l^3/12(1-\mu^2), \\ I_w = t_w^3/12(1-\mu^2) \quad \text{.....(5)}$$

$$\rho = \alpha_1 - \alpha_2/\alpha_0 \quad \text{.....(6)}$$

$$\alpha_1 = \frac{7h_u - 3h_l}{10I_Y} A_w h + \frac{A_u h_u h}{I_Y} - \frac{1}{2} \quad \text{.....(7)}$$

$$\alpha_2 = \frac{A_w}{15I_Y} \cdot \frac{(3h_u - 2h_l)\{b + 3h(I_l/I_u)\} + (3h_l - 2h_u)\{b + 3h(I_u/I_l)\}}{(I_u + I_l)/I_w + 6(h/b) \cdot (I_u I_l/I_w^2)}$$

図—1 基本断面寸法

$$\text{.....(8)}$$

$$A_u = t_u(2a+b), \quad A_w = t_w h, \quad A_l = t_l b \quad \text{.....(9)}$$

また、

$$I_Y : \text{中立軸 (Y 軸) まわりの断面 2 次モーメント} \\ h_u(h_l) : \text{中立軸から上 (下) フランジまでの距離} \\ ds = R d\phi \quad \text{.....(10)}$$

s : 橋軸方向に取った曲線座標, ϕ : 角座標

R : 曲線箱桁橋の曲率半径

ϕ : 曲線箱桁橋の中心角, $L = R\phi$: スパン

E : ヤング率, G : せん断弾性係数,

μ : ポアソン比

を用いる。

さて、鉛直方向の分布荷重 p , および、分布トルク m が図—2 に示すように作用し、箱桁が図示のように変位した場合、ずり角 θ は、幾何学的関係より、次式で与えられる。

$$\theta = (v_l - v_u)/h + (w_l - w_u)/b \quad \text{.....(11)}$$

このずり角によって、曲げねじり理論の場合と同様に橋軸方向の変位（図—3）

$$u = \omega_D \cdot d\theta/ds \quad \text{.....(12)}$$

が生じ、これが拘束されると、垂直応力やせん断応力が発生する。上式で ω_D は断面変形に関するそり関数であり、曲げねじり理論の場合と同様に、

$$\int_A \omega_D dA = 0, \quad \int_A \omega_D y dA = 0, \quad \int_A \omega_D z dA = 0 \quad \text{.....(13)}$$

なる条件を用いれば、図—4 に示すように ω_D 値、およ

図—2 作用荷重と変位およびずり角 θ

図—3 断面変形による橋軸方向の変位と断面力

図-4 断面変形によるそり関数 w_D とずり中心 D の位置
び、ずり中心 D の位置が決定される。ただし、

$$\beta = \frac{A_u(1+2a/b) + 3A_w}{A_l + 3A_w} \dots\dots\dots(14)$$

すると、断面変形に関するそりねじり定数 I_{Dw} は、
曲げねじり理論と同様に、次式で求められる。

$$I_{Dw} = \int_A \omega_D^2 dA = \frac{b^2 h^2}{48(1+\beta)} \{A_l + A_w(2\beta - 1)\} \dots\dots\dots(15)$$

一方、断面力に関しても曲げねじり理論と類似させて
表わすと、断面変形によるそりモーメント M_{Dw} は、

$$M_{Dw} = EI_{Dw} \cdot d^2\theta/ds^2 \dots\dots\dots(16)$$

と書け、そりねじりモーメント T_{Dw} は、

$$T_{Dw} = -EI_{Dw} \cdot d^3\theta/ds^3 \dots\dots\dots(17)$$

と表わすことができる (図-3 参照)。

これらの断面力を用い、断面変形によって生じる垂直
応力 σ_{Dw} (ずり応力)、および、せん断応力 τ_{Dw} を曲げ
ねじり理論と類似させて表わすと、

$$\sigma_{Dw} = (M_{Dw}/I_{Dw}) \cdot \omega_D \dots\dots\dots(18)$$

$$q_{Dw} = \tau_{Dw} t = (T_{Dw}/I_{Dw}) \cdot S_{Dw} \dots\dots\dots(19)$$

ここに、 c を断面に沿う座標、 r をずり中心 D から 着
目点 C までの垂直距離 (図-3 参照) とすると、

$$S_{Dw} = \int_0^c \omega_D t dc - \oint \left(\int_0^c \omega_D t dc \right) r dc / (2bh) \dots\dots\dots(20)$$

さらに、図-2 に示したように断面変形に伴って箱桁
横断面内に曲げが発生するが、これによる曲げモーメント
 M_B の分布は図-5 に示すようになり、 M_B^u と M_B^l
は次式で求められる。

$$\begin{aligned} M_B^u &= \frac{K_{Dw}\theta}{4} \left\{ 1 + \frac{I_u - I_l}{I_u + I_l + (6h/b) \cdot (I_u I_l / I_w)} \right\} \\ M_B^l &= \frac{K_{Dw}\theta}{4} \left\{ 1 + \frac{I_l - I_u}{I_u + I_l + (6h/b) \cdot (I_u I_l / I_w)} \right\} \end{aligned} \dots\dots\dots(21)$$

したがって、これらのモー
メント M_B により 横断面
方向の垂直応力 σ_{DB} が発
生し、これは板厚 t を t_u 、
 t_w 、あるいは t_l に取るも
のとする、次式で求めら
れる。

図-5 横断面方向の曲げ
モーメント分布

$$\sigma_{DB} = 6 M_B (1 - \mu^2) / t^2 \dots\dots\dots(22)$$

(2) 伝達マトリックス法による解析法

基礎式 (1) はいわゆる曲線箱桁橋の BEF アナロジー
を示すものであるから、解析モデルは図-6 (c) のよう
な置換ばりに置き換えることができる。この置換ばりに
は、図-6 (a), (b) に示すようにずり荷重 $m/2$ 、および
曲率の影響によるずり荷重 $\rho M/R$ が作用している。こ
こで、曲げモーメント M はたとえば文献 21) によって
容易に求められ、これによるずり荷重成分 $\rho M/R$ は一
般に滑らかな曲線を呈するものであるが、図-6 (b) に
示すようにはりを n 分割し、第 k パネル内で $\rho M/R$ が
一定値をもつものとする。すると、断面変形に関する基
礎式 (1) は、以下のように伝達マトリックス法を用いて
容易に解くことができる。

a) 格間行列

基礎式 (1) を解き、伝達マトリックス法によって表わ
すと、パネル k の左端 (0) の状態ベクトル $y_{0,k}$ より、
右端 ($l=R\phi$) の状態ベクトル $y_{l,k}$ を求めるための格
間行列を求めることができる。しかし、本文では格間行
列内の双曲線関数で表わされた要素の数値が大きくなっ
て計算精度が低下するのを防ぐために、文献 22) の解析
手法に準じ、双曲線関数項の単位化と無次元化 (これら
を付録 1 に示す) を行う。すると、

$$\tilde{y}_{l,k} = \tilde{F}_k^* \tilde{y}_{0,k} \dots\dots\dots(23)$$

ここに、

$$\begin{aligned} \tilde{y}_{0,k} &= \{\tilde{\theta} \ d\tilde{\theta}/ds \ \tilde{M}_{Dw} \ \tilde{T}_{Dw} 1\}_{0,k}^* \\ \tilde{y}_{l,k} &= \{\tilde{\theta} \ d\tilde{\theta}/ds \ \tilde{M}_{Dw} \ \tilde{T}_{Dw} 1\}_{l,k}^* \end{aligned} \dots\dots\dots(24)$$

$$\tilde{F}_k^* = \begin{bmatrix} \cos \lambda l & \tilde{f}_{12} & \tilde{f}_{13} & \tilde{f}_{14} & \tilde{f}_{15} \\ \tilde{f}_{21} & \cos \lambda l & \tilde{f}_{23} & \tilde{f}_{24} & \tilde{f}_{25} \\ \tilde{f}_{31} & \tilde{f}_{32} & \cos \lambda l & \tilde{f}_{34} & \tilde{f}_{35} \\ \tilde{f}_{41} & \tilde{f}_{42} & \tilde{f}_{43} & \cos \lambda l & \tilde{f}_{45} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_k \dots\dots\dots(25)$$

図-6 曲線箱桁の BEF アナロジー

(要素 $\tilde{f}_{ij}^*$ は付録 2 に示す)

b) 格点行列

次に、格点 $k+1$ の右端における状態ベクトル $\tilde{y}_{0,k+1}^*$ は、

$$\tilde{y}_{0,k+1}^* = \tilde{P}_k^* \tilde{y}_{l,k}^* \dots\dots\dots (26)$$

より求められる。ここで、格点行列 $\tilde{P}_k^*$ は、

$$\tilde{P}_k^* = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \tilde{p}_{41} & 0 & 0 & 1 & \tilde{p}_{45} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_k^* \dots\dots\dots (27)$$

であり、要素 $\tilde{p}_{45,k}^*$ 、 $\tilde{p}_{41,k}^*$ は次のようになる。

① 集中トルク載荷点

格点に集中トルク T_k が作用する場合、

$$\tilde{p}_{45,k}^* = 2\lambda_c(T_k/m_c) / \prod_{i=1}^k \cosh \lambda_i l_i \dots\dots\dots (28)$$

② ダイアフラム取付点

ダイアフラム取付点においては、断面変形によるそりねじりモーメント T_{Dw} がステップし、この値 T_{Dw}^s は次式で求められる。

$$T_{Dw}^s = K_D \theta \dots\dots\dots (29)$$

ここで、 K_D はダイアフラムのばね定数(剛度)であり、図-7 の各形式のものに対して次のようになる。

隔板形式： $K_D = G t_D b h$ 、 t_D ：隔板の板厚……(30)

トラス形式： $K_D = 2 E A_b b^2 h^2 / l_b^3$ ；X 型 }
= $E A_b b^2 h^2 / (2 l_b^3)$ ；V 型 } ……(31)

ただし、 A_b ：トラス部材の断面積、 l_b ：部材長

ラーメン形式： $K_D = 24 E I_w / (\alpha_0 h)$ ……(32)

ただし、式 (32) を計算する際、 α_0 は式 (4) より求めるものとし、 I_u 、 I_w 、 I_l はラーメン部材としての断面 2 次モーメントをとり、それらの算定にあたっては、後述する式 (43) の有効幅を考慮する。

したがって、ダイアフラム取付点における格間行列の要素 $\tilde{p}_{41,k}^*$ は、次のように表わされる。

図-7 ダイアフラムの形式

表-1 代表的な支持形式に対する境界条件

支 持 形 式	境 界 条 件
単純支持され、剛な端部板を有する場合	$\theta=0, M_{Dw}=0$
剛に固定支持された場合	$\theta=0, d\theta/ds=0$
自由端で、端部板を有しない場合	$M_{Dw}=0, T_{Dw}=0$

$$\tilde{p}_{41,k}^* = (4 K_{D,k} / K_{Dwc}) \lambda_k \dots\dots\dots (33)$$

c) はり全体の計算

式 (23) と式 (26) とを組み合わせると、図-6 (c) に示したはり全体の計算は次式で行うことができる。

$$\tilde{y}_{l,n}^* = \tilde{F}_n^* \tilde{P}_{n-1}^* \tilde{F}_{n-1}^* \dots \tilde{P}_k^* \tilde{F}_k^* \dots \tilde{F}_2^* \tilde{P}_1^* \cdot \tilde{F}_1^* y_{0,1}^* \dots\dots\dots (34)$$

ここに、 $y_{0,1}^*$ ははり左端の境界条件によって決まる初期ベクトルであり、表-1 には代表的な境界条件を示しておく。

なお、双曲線関数項の単位化による式 (34) の演算方式は、文献 22) を参照されたい。

d) ダイアフラムの応力

ダイアフラムには式 (29) に示したそりねじりモーメント T_{Dw}^s が作用し、それによって生ずるせん断応力 τ 、または、垂直応力 σ は、次式で求められる。

$$\text{隔板形式：}\tau = T_{Dw}^s / (b h t_D) \dots\dots\dots (35)$$

$$\text{トラス形式：}\sigma = N / A_b \dots\dots\dots (36)$$

ここに、 N はトラス軸力で、

$$N = T_{Dw}^s l_b / (2 b h) \text{；X 型 } \} \dots\dots\dots (37)$$
$$= T_{Dw}^s l_b / (4 b h) \text{；V 型 } \}$$

$$\text{ラーメン形式：}\sigma = M_D / W \dots\dots\dots (38)$$

$$\tau_1 = 2 M_D^u / (b F_w),$$

$$\tau_2 = (M_D^u + M_D^l) / (h F_w) \dots\dots\dots (39)$$

ここに、 $M_D = (M_D^u, M_D^l)$ はラーメン横断面内に作用する曲げモーメント (図-8 参照)

$$M_D^u = \frac{T_{Dw}^s}{4} \left\{ 1 + \frac{I_u - I_l}{I_u + I_l + 6(h/b) \cdot (I_u I_l / I_w)} \right\}$$
$$M_D^l = \frac{T_{Dw}^s}{4} \left\{ 1 + \frac{I_l - I_u}{I_u + I_l + 6(h/b) \cdot (I_u I_l / I_w)} \right\} \dots\dots\dots (40)$$

であり、 W はラーメン部材の断面係数 (後述の式 (43))

図-8 ラーメン部材の曲げモーメント分布

の有効幅を考慮), F_w はラーメン部材の腹板のみの断面面積である。

3. 模型実験

以上に述べた解析式の妥当性を検討するために, ① 曲線箱桁模型, ならびに, ② 直線箱桁模型による載荷実験を行った。前者では曲率の影響やダイアフラム数の変化による断面変形特性の変動を調べ, 後者ではダイアフラム剛度の影響を知ると同時に, ラーメン式ダイアフラムの有効幅の取り方や応力算定法について検討する。

(1) 曲線箱桁模型による載荷実験

a) 模型桁

アクリライト樹脂 ($E=2.8 \times 10^4 \text{ kg/cm}^2$) によりスパン $L=1.0 \text{ m}$, 曲率半径 $R=2.0 \text{ m}$, 中心角 $\phi=0.5 \text{ rad}$ の両端単純支持され, それぞれ異なったダイアフラム数 (1, 3, 5, 7) を有する曲線箱桁模型 4 体 (No. 1~4 桁) を製作した。両端の境界条件を $\theta=0$, $M_{Dw}=0$ とするように隔板形式の端ダイアフラム (板厚 5 mm) を取り付け, 中間ダイアフラムとしては板厚 $t_D=1 \text{ mm}$ の隔板 ($K_D=1.33 \times 10^5 \text{ kg} \cdot \text{cm}$) を用いた。

模型桁には曲げねじりによるそり応力が発生せず, ずり応力のみが生じるように, その断面を等厚 ($t_u=t_w=t_l=2 \text{ mm}$) の正方形中空断面となるようにした (図-9)。荷重としては重錘直 10 kg を用い, 図-10 に示すように曲率中心に対して内側の腹板, あるいは, 外側の腹板直上に載荷した。

b) 実験結果とその考察

まず, 図-11~14 は, 各模型桁のスパン方向の垂直応力の変化を示す。

これらの図中には曲げのみによる垂直応力が破線でプロットしてあるが, これと実線で示した応力との差がずり応力となる。これらの図を観察すると, ダイアフラム数が

図-9 模型桁断面

少なく, 荷重をダイアフラム間の中央に載荷したとき, ずり応力が大きく現われることがわかる。また, 荷重が曲率中心に対して外側よりも内側の腹板直上に載荷した場合の方が

図-10 載荷状態

図-11 No. 1 桁のスパン方向の応力分布
($L=1.0 \text{ m}$, $R=2.0 \text{ m}$, 中間ダイアフラム 1 本)

図-12 No. 2 桁のスパン方向の応力分布
($L=1.0 \text{ m}$, $R=2.0 \text{ m}$, 中間ダイアフラム 3 本)

図-13 No. 3 桁のスパン方向の応力分布
($L=1.0 \text{ m}$, $R=2.0 \text{ m}$, 中間ダイアフラム 5 本)

図-14 No. 4 桁のスパン方向の応力分布
($L=1.0 \text{ m}$, $R=2.0 \text{ m}$, 中間ダイアフラム 7 本)

ずり応力は大きいことが観察される。しかしながら、ダイアフラム数が増えると、ずり応力は局所的なものとなり、その値も小さく全体の挙動は曲げのみに対するものに漸近していく。

次に、No. 1～2 桁に対する載荷点直下の横断面内垂直応力分布をプロットしたものを図—15, 16 に示す。いずれの場合も、載荷点近傍の応力の多少の乱れを除けば、実験値と理論値とはよく一致する傾向がある。

図—17 は No. 1 と No. 4 桁についてスパン方向のたわみの変化をプロットしたもので、図中の実験値と理論値とを比較してもわかるように、たわみ値にはダイアフラム数の影響が小さいことがわかる。

ずり角 θ (図—9 のダイヤルゲージによる測定値を用いて式(11)より算定) の測定点は 1 箇所固定したため、スパン方向の変化の様子は調べていないが、偏心荷重を移動させたときの測定点の影響線として表わすと、図—18 に示すようになり、実験値と理論値とはよく一致している。ダイアフラムが 5 本以上の模型桁に対してはずり角が小さく、精度 1/100 mm のダイヤルゲージでは測定できなかった。

(2) 直線箱桁模型による載荷実験

a) 模型 桁

図—19 に示すようにスパン $L=10.0$ m, 端部に十分剛なダイアフラムを有する両端単純支持された模型桁 3 体を製作した (SS-41 使用)。この実験ではダイアフラムの剛度による断面変形特性を調べることを目的としたために、図—20 に示す 2 種類のラーメン式ダイアフラム D_1, D_2 を用いている。

荷重は、図—21 に示すように、2 台のオイルジャッキを用い、ねじり荷重として与えた。

図—15 No. 1 桁の横断面内ずり応力分布図 (単位: kg/cm^2)
($L=1.0$ m, $R=2.0$ m, 中間ダイアフラム 1 本)

図—16 No. 2 桁の横断面内ずり応力分布図 (単位: kg/cm^2)
($L=1.0$ m, $R=2.0$ m, 中間ダイアフラム 3 本)

図—17 たわみ曲線 (No. 1, 4 桁)

図-18 ずり角 θ の影響線

図-19 模型桁とダイアフラムの配置

図-20 中間ダイアフラムの寸法

図-21 実験装置

b) ラーメン式ダイアフラムの有効幅

ラーメン式ダイアフラムの剛度は、すでに示した式 (32) で求められるが、ラーメン部材の断面 2 次モーメント I_u , I_l , I_w を算出するとき、有効幅の取り方が問題となるので、これについて検討する。

いま、ダイアフラム上に集中トルク $T=Pb$ が作用するときダイアフラムがこの荷重をすべて受け持つものとする、そりねじりモーメント $T_{D\omega}^s$ は近似的に、

$$T_{D\omega}^s = Pb/2 \dots\dots\dots (41)$$

と表わされ、式 (40) より 図-8 に示したラーメン部材に作用する曲げモーメント M_D^u , M_D^l が求められる。これらのモーメントにより生じるラーメン部材のひずみ ϵ は、図-22 に示すように分布するものとする。すると、上下縁のひずみ比 ϵ_u/ϵ_l は有効幅 b_m に左右され、この関係を計算すると、図-23 の実線で示す曲線が得られる。

そこで、上下縁の実測ひずみ比 ϵ_u/ϵ_l を図中に・印で示したようにプロットすれば、ラーメン部材の有効幅を実験的に推定することができる。また、図中の○印は I.D.R.¹⁹⁾*)による中間ダイアフラムの有効幅を示したもので、実験によるものとはかなり異なっている。

さらに、図-24 は有効幅 b_m と腹板間隔 b との比 b_m/b を縦軸にとり、ダイアフラム間隔 L_D と腹板間隔 b との比 L_D/b を横軸にとって、実験結果をプロットしたものである。

図-22 ラーメン部材内のひずみ分布

* I.D.R. の 12.2 によると、フランジの片側有効幅はダイアフラム間隔の 1/2、または腹板間隔の 1/8 のうち小さい方の値をとっている。

である．図中実線で示す理論曲線は，図—8 の曲げモーメント分布を余弦半波形曲線で近似し，弾性学に基づいて有効幅 b_m を求めたもので²³⁾，式で表わすと，

$$\frac{b_m}{b} = \frac{8 \sin^2(L_D/2b) \pi}{\pi(1+\mu) \{ (3-\mu) \sin h(L_D/b) \pi - (L_D/b) \pi (1+\mu) \} } \Bigg\} = 4\pi(1+\mu)(3-\mu), (L_D/b = \infty) \dots\dots\dots (42)$$

になる．一方，図中の破線は I.D.R.¹⁹⁾ によるもの，点線は道示 8.3.4²⁶⁾によるものである．実験結果は若干ばらついているが，式 (42) を安全側に評価する有効幅としては，

$$\left. \begin{aligned} L_D \geq d/3 \text{ のとき } b_m &= d/3 \\ L_D < d/3 \text{ のとき } b_m &= L_D \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (43)$$

ただし， d は腹板間隔 b と桁高 h の小さい方の値に取るのが合理的であると思われる．

c) ずり特性に関する実験結果とその考察

ラーメン式ダイアフラムの垂直応力，ならびに，せん断応力の解析結果と実測結果とをまず示し，次に本実験のように剛度の小さいダイアフラムを有する箱桁のずり応力，および，ずり角について考察する．

① ラーメン式ダイアフラムの垂直応力

ダイアフラム直上に集中トルクを載荷したときのダイアフラム内の垂直応力分布を 図—25 に示す．図中の実線で示す理論値は，式 (41) と式 (38),(40) によって求めた値であるが，開口部がフランジで補強されているダ

(a) ダイアフラム D₁

(b) ダイアフラム D₂

図—23 ひずみの実測値より推定した有効幅

図—24 ラーメン式ダイアフラムの有効幅の取り方

(単位：kg/cm²)
図—25 ラーメン式ダイアフラムの横断面内の垂直応力分布

(単位：kg/cm²)
図—26 ラーメン式ダイアフラムのせん断応力分布

ダイアフラム D_1 に関しては、載荷点近傍の測定点 ③, ⑦を除けば、いずれの模型桁の場合も実測値と理論値はよく一致する傾向がある。しかし、ダイアフラム D_2 は開口部にフランジが取り付けられていないので、その付近で応力集中を起こしている。この集中応力は有限要素法等で解析すべきであるが、本文は単純なはり理論（ラーメン構造）によっているので、実測値は理論値に必ずしも一致するとはいえないようである。

② ラーメン式ダイアフラムのせん断応力

図—26 はダイアフラムのせん断応力をプロットしたものである。ここで、理論値は、式 (39) に示したように断面内の曲げモーメントの勾配として与えられるせん断力をダイアフラムの腹板断面積で割って求めたもので

図—27 スパン方向のずり応力

図—28 スパン方向のずり角

あるが、このような簡単な考え方でも、実測値と理論値は比較的良好に一致するように思われる。

③ ずり応力とずり角

図—27 はスパン中央（ダイアフラム上）に集中トルクを作用させたときのスパン方向のずり応力の変化をプロットしたものである。また、図—28 はこの状態に対応するずり角をプロットしたものである。ダイアフラムが剛 ($K_D = \infty$) な場合、これらのずり応力やずり角は生じないものであるが、本実験ではダイアフラムの剛度が小さいので、多少のずり応力とずり角が生じていることがわかる。

以上の実験結果は理論値とよく一致する傾向があるので、ラーメン式ダイアフラムの有効幅、剛度、ならびに、応力算定法の妥当性が実験によって確認できたように思われる。

4. ずり応力のパラメトリック解析

(1) 断面変形に関するパラメーターとモデル橋の設定

曲線箱桁橋の断面変形特性を明らかにするために、長大箱桁橋 26 橋の調査資料²¹⁾をもとに、パラメトリック解析を行った。まず、図—29 に示すようにそりねじり定数 $I_{D\omega}$ (式 (15), 単位 m^6) と箱桁水平軸まわりの断面 2 次モーメント I_Y (単位 m^4) には良好な相関関係が認められ、その近似式は、

$$I_{D\omega} = (bh/150 + b^2/30) \cdot (I_Y/100) \dots\dots\dots (44)$$

で与えられる。また、パラメーター β (式 (14)) と λ (式 (2)) は断面寸法比 a/b (図—1) に大きく左右され、一概には決められないが、

$$\beta = 1.5 \sim 7.0 \text{ (無次元パラメーター)} \dots\dots\dots (45)$$

$$\lambda = 1.5 \sim 3.5 \text{ (} \times 10^{-2} \text{, 単位 } m^{-1} \text{)} \dots\dots\dots (46)$$

の範囲にある。さらに、係数 ρ (式 (6)) は図—30 に示すように 0.5 程度の値となり、その最大値は、

図—29 そり定数 $I_{D\omega}$ と断面 2 次モーメント I_Y の関係

図—30 パラメーター ρ と b/h の関係

$\rho=0.525$ (無次元パラメーター)(47)

と考えられる。

上述のように、断面変形に対するパラメーターの組合せは莫大なものとなるので、本文ではずり応力特性の変動の差異が大きい橋(表—2)を実橋を代表する箱桁モデルとして抽出し、それらの解析結果のみを以下に示す。

パラメトリック解析は、まずダイアフラムの剛度 K_D を無限大として曲線箱桁橋のずり応力 σ_{Dw} がダイアフラム間隔、中心角、および断面形状によってどのように変化するかを調べ、次にダイアフラムの剛度を変化させたときのずり応力の変動を調べた。ただし、式(21)や図—5に示した箱横断面方向の曲げモーメント M_B によって生ずる垂直応力は、ダイアフラムの配置が適切であれば、橋軸方向のずり応力 σ_{Dw} に比して小さいことが数値計算結果判明したので、本文では省略する。

荷重としては、① 等分布満載荷重 w 、② スパン方向線荷重 p 、および、③ 集中荷重 P を考えた。ただし、荷重②、③は、3.でも明らかにしたようにずり応力を大きく表わすため、曲率中心に対して内側の腹板直上に載荷した。

ずり応力 σ_{Dw} は、下フランジと腹板の結合点3(図—4)における値とするが、この応力はスパン方向に変化するので、ダイアフラム上とダイアフラム間の値に着目し、そのうち最大のものを計算値とした。また、これらの応力を無次元化するために、次式で示される単純曲線箱桁橋の曲げモーメント $M^{(24)}$ による垂直応力 σ_B との比で表わすことにする。

$\sigma_B=M/W_I$ (48)

ここに、

$$\left. \begin{aligned} M &= wL^2(1+0.11\phi^2)/8; \text{荷重①に対して} \\ &= pL^2(1+0.11\phi^2)/8; \text{荷重②に対して} \\ &= PL(1+0.13\phi^2)/4; \text{荷重③に対して} \end{aligned} \right\} \text{.....(49)}$$

W_I : 下フランジにおける断面係数

(2) ずり応力の各種パラメーターによる変動

a) ダイアフラム間隔の影響

表—2の各モデル橋に対し、ダイアフラム間隔 L_D とスパン L との比 L_D/L を $1/20, 1/10, 1/8, 1/5, 1/4$ と変化させて、ずり応力と曲げ応力との比 σ_{Dw}/σ_B をプロットしたものを図—31に示す。ただし、曲線箱桁橋の中心角は $\phi=1/3$ rad に取り、ダイアフラムの剛度は $K_D=\infty$ としている。これらの図より、① 等分布満載荷重、および、② スパン方向線荷重については、ダイアフラ

(a) 等分布荷重(ダイアフラム上)

(b) スパン方向線荷重(ダイアフラム上)

(c) 集中荷重(載荷点、ダイアフラム間中央)

図—31 ダイアフラム間隔 L_D によるずり応力の変化

表—2 モデル橋の断面寸法とパラメーター

諸量 橋番号	(cm) h	(cm) b	(cm) a	(cm) t_u	(cm) t_w	(cm) t_l	(m) L	(m ⁴) I_Y	(m ⁶) I_{Dw}	($\times 10^{-2}$ /m) λ	β	ρ
1	200	410	80	1.98	1.0	1.29	60.0	0.162	0.085	3.49	2.46	0.508
2	250	480	110	1.82	1.0	1.39	90.0	0.306	0.306	2.57	2.44	0.504
3	199	594	199	1.89	1.3	2.97	120.0	0.377	0.377	2.73	2.36	0.504
4	400	550	225	1.86	1.2	2.77	150.0	1.471	0.665	1.71	2.56	0.512

ム間隔 L_D が大きくなるに従い、ずり応力は 2 次放物線状に増大する傾向がある。しかし、③ 集中荷重に対する σ_{Dw}/σ_B 値は L_D に比例して増大する。

b) 中心角の影響

図—32 に、曲線箱桁橋の中心角 $\phi=0, 1/5, 1/3, 2/3$ rad と変化させたときのずり応力の変化を示す。ただし L_D/L は $1/10$ に固定し、 $K_D=\infty$ としている。これらの図より、① 等分布満載荷重、および、② スパン方向線荷重については、 σ_{Dw}/σ_B 値が中心角 ϕ に対し直線的に変化する。しかし、③ 集中荷重については、 ϕ が変化しても σ_{Dw}/σ_B 値はほぼ一定であることがわかる。

c) 断面寸法の影響

断面寸法を種々変化させて σ_{Dw}/σ_B 値を求めた結果、板厚 t_u, t_w, t_l (図—1) の影響は小さく、寸法 a, h の影響も多少現われるが、特に腹板間隔 b の影響が著しかった。ここでは表—2 のモデル橋の腹板間隔 b の σ_{Dw}/σ_B 値に及ぼす影響を調べる。

表—3 σ_{Dw}/σ_B の簡易公式

着目点 荷重	ダイアフラム間中央	ダイアフラム上
等分布満載荷重	$-\left(\frac{L_D}{L}\right)^2 \phi \left(0.4 + 0.16 \frac{L}{b}\right)$	$\left(\frac{L_D}{L}\right)^2 \phi \left(0.8 + 0.32 \frac{L}{b}\right)$
スパン方向線荷重	$-\left(\frac{L_D}{L}\right)^2 \left(1.2 + 0.15 \phi \frac{L}{b}\right)$	$\left(\frac{L_D}{L}\right)^2 \left(1.8 + 0.32 \phi \frac{L}{b}\right)$
集中荷重	$-1.85 \frac{L_D}{L}$	$1.0 \frac{L_D}{L}$

図—33 はスパンと腹板間隔との比 L/b を 20, 30, 40 と変化させたときの σ_{Dw}/σ_B 値をプロットしたものである。ただし、ここでは $L_D/L=1/10, \phi=2/3, K_D=\infty$ に固定している。これらの図より、① 等分布満載荷重、および、② スパン方向線荷重に対する σ_{Dw}/σ_B 値は、腹板間隔 b の増大とともに直線的に増大する。一方、③ 集中荷重に対する σ_{Dw}/σ_B 値は、やや減少する傾向がある。

以上のようにダイアフラムの剛度を $K_D=\infty$ としたパラメトリック解析によると、 σ_{Dw}/σ_B 値はダイアフラム間隔 L_D 、中心角 ϕ 、および、腹板間隔 b に大きく左右されることがわかったので、各荷重状態に対して以上の特性を適切に表わす曲線をあてはめ、実橋 26 橋の解析結果すべてを最小自乗法によって整理すると、表—3 に示すずり応力の簡易公式にまとめることができる。

d) ダイアフラムの剛度の影響

上ではダイアフラムの剛度を無限大とした場合の解析結果を示したが、以下ではダイアフラムの剛度を変化させたときのずり応力の変動を調べる。ただし、ダイアフラム剛度 K_D は、以下に示すように箱桁のずり剛度 K_{Dw} (式(3)) とダイアフラム間隔 L_D で割り、無次元剛度 r として表わす。

$$r = K_D / (K_{Dw} L_D) \dots\dots\dots (50)$$

まず、図—34 は表—2 の No. 4 のモデル橋において $\phi=0, L_D/L=1/10$ とし、ダイアフラム剛度 r によるずり応力 σ_{Dw} のスパン方向の変化を、ダイアフラム剛度 $K_D=\infty$ のときの絶対最大ずり応力 $|\sigma_{Dw}|_{K_D=\infty} \max$ で無次元化し、プロットしたものである。図—34(a) はスパン方向線荷重に対するものであるが、剛度 r を小さくしてゆくと、支点近傍のダイアフラム中間におけるずり応力が著しく増大する。また、集中荷重に対しては、図—34(b) に示すように剛度 r の減少に伴って載荷点直下のずり応力が増大する。

次に、図—35(a) は同じく表—2 の No. 4 のモデル橋を対象にし、 $L_D/L=1/10$ で

図—32 中心角 ϕ によるずり応力の変化

図—33 L/b によるずり応力の変化

図—34 無次元ダイヤフラム剛度 γ によるずり応力のスパン方向の変化

スパン方向の線荷重が載荷する場合の着目点 $L/20$ におけるずり応力比 $\sigma_{Dw}/(\sigma_{Dw})_{K_D=\infty}|_{\max}$ が、剛度 γ および中心角 Φ によってどのように変動するかを調べたものである。このように、スパン方向線荷重に対しては、中心角 Φ が小さくなるにつれ、 $\sigma_{Dw}/(\sigma_{Dw})_{K_D=\infty}|_{\max}$ 値は大きくなる。また、図—35(b) は同様な計算結果を示したものであり、集中荷重に対しては中心角の影響はほとんどないことがわかる。したがって、中心角を $\Phi=0$ とした直線箱桁橋に関する $\sigma_{Dw}/(\sigma_{Dw})_{K_D=\infty}|_{\max}$ を調べておけば、曲線箱桁橋のずり応力の剛度による変動を安全側に評価できることになる。

そこで、図—36 (a), (b) は、中心角 $\Phi=0$, $L_D/L=1/10$ の箱桁にスパン方向線荷重、および、集中荷重が載荷する場合について、モデル橋のずり応力とダイヤフラム剛度との関係をプロットしたものである。まず、スパン方向線荷重に対しては、無次元剛度 γ の小さい範囲では $\sigma_{Dw}/(\sigma_{Dw})_{K_D=\infty}|_{\max}$ 値が大きい、剛度 $\gamma=1500$ 程度になれば、ダイヤフラム中間 ($L/20$) における σ_{Dw} 値がダイヤフラム上 ($L/10$) における $(\sigma_{Dw})_{K_D=\infty}$ の絶対値とほぼ等しくなる。このことより、無次元剛度が

図—35 中心角 Φ と無次元ダイヤフラム剛度 γ の関係

図—36 無次元ダイヤフラム剛度 γ とずり応力の変動

$\gamma \geq 1500$ の場合、ダイヤフラム中間におけるずり応力 σ_{Dw} は、表—3 に示したダイヤフラム上に関する簡易公

図—37 実橋の無次元ダイアフラム剛度 γ

式によって安全側に評価できることを意味する。また、無次元剛度 $\gamma < 1500$ に対しては、ダイアフラム中間における σ_{Dw} 値が著しく大きくなって、簡易公式が適用できなくなってしまうと同時に、あまりに大きいずり応力が発生することは設計上好ましくないと考える。一方、集中荷重に対しても無次元剛度 γ が小さい範囲では $\sigma_{Dw}/(\sigma_{Dw})_{K_D=\infty} |_{\max}$ 値の変動は大きい³⁾、上述の $\gamma = 1500$ 付近ではほぼ $\sigma_{Dw}/(\sigma_{Dw})_{K_D=\infty} |_{\max} = 1.2$ に収束している。すなわち、無次元剛度 $\gamma = 1500$ 程度のダイアフラムを有する場合、ダイアフラム中間における σ_{Dw} 値を求めるための表—3の簡易公式は、剛度による補正をし、1.2 倍しておく必要がある。

最後に、実橋の γ 値を 26 橋に対して調べたものを図—37 に示す。隔板形式、V 型トラス、およびラーメン形式のものほとんどが $\gamma \geq 1500$ であり、X 型トラスとラーメン形式のもので若干剛度の小さいものがみられ、今後ダイアフラムの設計には十分注意する必要がある。

5. 曲線箱桁橋のダイアフラムの設計への応用

(1) ずり応力の実用公式

ダイアフラムの剛度の影響を考慮して、表—3 の簡易公式を、① 死荷重、② 等分布活荷重、③ 線活荷重に対して整理すると、以下のずり応力 σ_{Dw} (t/m²) の実用公式が得られる。

$$\text{死 荷 重: } \sigma_{Dw} = \frac{w_d L_D^2}{8 W_l} \cdot \phi \left(0.8 + 0.32 \frac{L}{b} \right) \quad \dots\dots\dots (51)$$

$$\text{等分布活荷重: } \sigma_{Dw} = \frac{p_l B L_D^2}{16 W_l} \cdot \left(1.8 + 0.32 \phi \frac{L}{b} \right) \quad \dots\dots\dots (52)$$

$$\text{線 活 荷 重: } \sigma_{Dw} = 2.2 \frac{P_l B L_D}{8 W_l} \quad \dots\dots\dots (53)$$

ここに、 w_d : 単位長さ当りの死荷重強度 (t/m)、 p_l : 等分布活荷重強度 (t/m²)、 P_l : 線活荷重強度 (t/m)、 L : スパン (m)、 b : 腹板間隔 (m)、 L_D : ダイアフラム間隔 (m)、 B : 有効幅員 (m)、 W_l : 下フランジ下縁に

図—38 活荷重の荷重状態

における断面係数 (m³)、 ϕ : 中心角 (rad)。

ただし、上述の誘導にあたり、活荷重は図—38 に示すように有効幅員 B に対して半載し、いずれも曲率中心側の腹板直上に合力が作用するものとしている。また、式 (49) によって曲げモーメントを求めるとき、曲率の影響を無視している。さらに、式 (51)~(53) で求められたずり応力は、曲線箱桁の腹板と下フランジとの結合点 3 (図—4) におけるもので、その他の点に対する応力はそり関数値に応じて補正すればよい。なお、上公式を連続桁に拡張する場合、等価スパンは、安全側の措置として、各径間長を取ってもよいように思われる。

(2) ダイアフラム間隔の取り方

曲線箱桁橋に図—38 に示した活荷重が載荷する場合を対象として、ずり応力が曲げによる垂直応力の 5% 以下になるようなダイアフラム間隔について検討する¹⁸⁾。そこで、式 (52) と (53) を組み合わせれば、 σ_{Dw}/σ_B 値は、

$$\sigma_{Dw}/\sigma_B = \{ p_l L_D^2 (1.8 + 0.32 \phi \cdot L/b) + 4.4 P_l L_D \} / (p_l L^2 + 2 P_l L) \dots\dots\dots (54)$$

となる。上式において、道路橋示方書²⁶⁾の L 荷重強度、 $p_l = 0.35$ t/m²、 $P_l = 5.0$ t/m を用い、また式 (52) 中の腹板間隔 b は σ_{Dw} を大きく見積るために実橋調査結果をもとに最小値 $b = 2.0$ m にとると、 $\sigma_{Dw}/\sigma_B = 0.05$ を満足するダイアフラム間隔 L_D 、スパン L 、および中心角 ϕ との関係は図—39 のようになり、中心角 ϕ の増大に伴って、ダイアフラムの間隔を小さくしなければならないことを示している。したがって、曲線橋では文献 18) に示されているダイアフラム間隔の提案値に中心角

図—39 ダイアフラム間隔 L_D 、スパン L 、中心角 ϕ の関係

の影響を今後加味する必要があると思われる。

(3) ダイアフラムの剛度

式 (51)～(53) の実用公式が使用できるダイアフラム剛度は、以下のようである。

$$\text{無次元剛度} : r = K_D / (K_{D\omega} L_D) \geq 1500 \quad \dots\dots\dots (55)$$

ここに、 K_D ：ダイアフラム剛度 (t・m) (式 (30)～(32))、 $K_{D\omega}$ ：桁のばね剛度 (t) (式 (3)～(5))、 L_D ：ダイアフラム間隔 (m)。

(4) ダイアフラムの応力算定

ダイアフラムは上に述べた剛度を有するとともに、応力的に安全でなければならない。ダイアフラムの応力はその形式に応じてすでに示した式 (35)～(40) により求められる。その際、安全側の処置としてダイアフラム剛度を無限大と仮定すれば、そりねじりモーメント $T_{D\omega}^s$ (t/m) は近似的に、

$$T_{D\omega}^s = Pb/4 + pbL_D/4 + \rho ML_D/R \quad \dots\dots\dots (56)$$

で表わすことができる。ここで、死荷重、および、図—38 の活荷重を考えると、 $P = P_I B/2$ 、 $p = p_I B/2$ であり、 $M = w_d L_D^2/8 + BL_D^2(2P_I + p_I L_D)/16$ と近似し、また $\rho = 0.525$ (式 (47) 参照) と置けば、

$$T_{D\omega}^s = \frac{Bb}{8} (P_I + p_I L_D) + \frac{0.525 L_D^2}{16 R} \cdot (2w_d L_D + 2P_I B + p_I BL_D) \quad \dots\dots\dots (57)$$

で与えられる。

6. あとがき

本文は、Dabrowski によって提示された曲線箱桁の断面変形に対する基礎式を、伝達マトリックス法によって解析する方法を述べ、① 剛なダイアフラムを有する曲線箱桁模型、および、② フレキシブルなダイアフラムを有する直線箱桁模型について載荷実験を実施し、基礎式と解析法の妥当性を十分検討することができた。

次に、長大箱桁橋の実績調査結果をもとにしたパラメトリック解析を行い、曲線箱桁橋の断面変形特性に影響を及ぼすファクターを明らかにした。その結果、曲線箱桁橋のずり応力は、① ダイアフラム間隔、② 中心角、および、③ 腹板間隔に大きく左右されるほか、④ ダイアフラム剛度の影響を受けることが明らかにできた。また、各種の荷重状態に対するずり応力と曲げ応力との比 $\sigma_{D\omega}/\sigma_B$ を、以上のパラメーターによって表わし、実橋 26 橋の解析結果を最小自乗法によって整理すると、表—3 に示す簡易公式にまとめることができた。

さらに、これらを曲線箱桁橋の設計に応用するためには、① ずり応力の実用公式 (式 (51)～(53))、② ダイ

アフラム間隔の取り方 (図—39)、③ ダイアフラムの剛度と応力算定法に関する提案 (式 (55)、(57)) を行った。これらの諸提案式が、今後、長大曲線箱桁橋を設計するときに役立つ一資料となれば幸いである。

謝 辞：直線箱桁の模型実験を実施するにあたり、大阪市土木局橋梁課より種々なご支援を受けた。また、数値計算は大阪市立大学大学院生 酒造敏廣君のご協力によって得られたものであることを付記し、関係各位に深謝する次第である。

付録—1 双曲線関数項の単位化と無次元化

$$\begin{aligned} \tilde{\theta}_k^* &= \frac{\theta_k}{\cosh \lambda_k l_k} \cdot \frac{m_c}{K_{D\omega c}} \\ \frac{d\tilde{\theta}_k^*}{ds} &= \frac{d\theta/ds}{\cosh \lambda_k l_k} \cdot \frac{m_c}{K_{D\omega c}} \lambda_c \\ \tilde{M}_{D\omega, k}^* &= \frac{M_{D\omega, k}}{\cosh \lambda_k l_k} \cdot \frac{m_c}{K_{D\omega c}} EI_{D\omega c} \lambda_c^2 \\ \tilde{T}_{D\omega, k}^* &= \frac{T_{D\omega, k}}{\cosh \lambda_k l_k} \cdot \frac{m_c}{K_{D\omega c}} EI_{D\omega c} \lambda_c^3 \end{aligned}$$

ただし、パラメーター等で添字 k の付けてあるものは、第 k パネルに関するものを意味し、また添字 c をつけてあるものは以下のような基準量である。

m_c ：基準分布トルク、 $K_{D\omega c}$ ：基準ばね定数、 $EI_{D\omega c}$ ：基準そり定数、 $\lambda_c = \sqrt[4]{K_{D\omega c}/(4EI_{D\omega c})}$ ：基準ずりパラメーター

付録—2 格間行列の要素 $\tilde{f}_{ij, k}^*$

$$\begin{aligned} \tilde{f}_{12, k}^* &= -\tilde{f}_{34, k}^* = \frac{1}{2} \frac{\lambda_c}{\lambda_k} (\sin \lambda_k l_k + \cos \lambda_k l_k \tanh \lambda_k l_k) \\ \tilde{f}_{13, k}^* &= -\tilde{f}_{24, k}^* = \frac{1}{2} \frac{I_{D\omega c}}{I_{D\omega, k}} \left(\frac{\lambda_c}{\lambda_k} \right)^2 \sin \lambda_k l_k \tanh \lambda_k l_k \\ \tilde{f}_{14, k}^* &= -\frac{1}{4} \frac{I_{D\omega c}}{I_{D\omega, k}} \left(\frac{\lambda_c}{\lambda_k} \right)^3 (\sin \lambda_k l_k - \cos \lambda_k l_k \tanh \lambda_k l_k) \\ \tilde{f}_{15, k}^* &= \frac{1}{m_c} \left(\frac{m_k}{2} + \frac{\rho_k}{R_k} M_k \right) \cdot \frac{I_{D\omega c}}{I_{D\omega, k}} \left(\frac{\lambda_c}{\lambda_k} \right)^2 \cdot \frac{1 - \cos \lambda_k l_k \cosh \lambda_k l_k}{\cosh \lambda_k l_k} \\ \tilde{f}_{21, k}^* &= \frac{\lambda_k}{\lambda_c} (-\sin \lambda_k l_k + \cos \lambda_k l_k \tanh \lambda_k l_k) \\ \tilde{f}_{23, k}^* &= \frac{1}{2} \frac{\lambda_c}{\lambda_k} \frac{I_{D\omega c}}{I_{D\omega, k}} (\sin \lambda_k l_k + \cos \lambda_k l_k \tanh \lambda_k l_k) \\ \tilde{f}_{25, k}^* &= \frac{1}{m_c} \left(\frac{m_k}{2} + \frac{\rho_k}{R_k} M_k \right) \frac{I_{D\omega c}}{I_{D\omega, k}} (\sin \lambda_k l_k - \cos \lambda_k l_k \tanh \lambda_k l_k) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\tilde{f}_{31,k}^* &= -\tilde{f}_{42,k}^* = -2 \left(\frac{\lambda_k}{\lambda_c} \right)^2 \frac{I_{D\omega,k}}{I_{D\omega c}} \cdot \\ &\quad \sin \lambda_k l_k \tanh \lambda_k l_k \\ \tilde{f}_{32,k}^* &= -\tilde{f}_{43,k}^* = \frac{\lambda_k}{\lambda_c} \frac{I_{D\omega,k}}{I_{D\omega c}} (-\sin \lambda_k l_k \\ &\quad + \cos \lambda_k l_k \tanh \lambda_k l_k) \\ \tilde{f}_{35,k}^* &= \frac{2}{m_c} \left(\frac{\lambda_c}{\lambda_k} \right)^2 \left(\frac{m_k}{2} + \frac{\rho_k}{R_k} M_k \right) \cdot \\ &\quad \sin \lambda_k l_k \tanh \lambda_k l_k \\ \tilde{f}_{41,k}^* &= 2 \left(\frac{\lambda_k}{\lambda_c} \right)^3 \frac{I_{D\omega,k}}{I_{D\omega c}} (\sin \lambda_k l_k \\ &\quad + \cos \lambda_k l_k \tanh \lambda_k l_k) \\ \tilde{f}_{45,k}^* &= -\frac{2}{m_c} \left(\frac{m_k}{2} + \frac{\rho_k}{R_k} M_k \right) \frac{\lambda_c}{\lambda_k} (\sin \lambda_k l_k \\ &\quad + \cos \lambda_k l_k \tanh \lambda_k l_k)\end{aligned}$$

参考文献

- 小西一郎・小松定夫：薄肉曲線桁の基礎理論，土木学会論文集，第 87 号，昭和 37 年 11 月。
- 小松定夫・中井 博・田井戸米好：ねじり定数比とねじり曲げ剛比から考察した曲線箱桁設計々算法への一提言，土木学会論文報告集，No. 224，1974.4.
- Vlasov, V.Z. (奥村敏恵ほか訳)：薄肉弾性ばりの理論，技報堂，1967.
- Abdel-Samed, S.R., R.N. Wright and A.R. Robinson : Analysis of Box Girders with Diaphragms, Proc. ASCE, No. ST 10, 1968.10.
- Janssen, J.D. and F.E. Veldpaus : About Strength and Stiffness of Rectangular Box-Girders, Publ. IA-BSE, 32-II, 1972.
- 落合重俊・北原俊男：箱げたにおける隔壁の性状，橋梁と基礎，Vol. 4, No. 5, 1970.5.
- 奥村敏恵・坂井藤一：箱型ばりの断面変形と中間ダイアフラムの影響，土木学会論文報告集，第 190 号，1970.6.
- Resinger, F. : Der Dünnwandige Kastenträger, Forschungsschäfte aus dem Gebiete des Stahlbaues, H. 13, Stahlbau-Verlag, Köln, 1959.
- Richmond, R. : Twisting of Thin-Walled Box Girders, Proc. ICE, 33, 1966.
- Dalton, D.C. and R. Richmond : Twisting of Thin-Walled Box Girders of Trapezoidal Cross-Section, Proc. ICE, 35, 1968.
- 能町純雄：剛なダイアフラムで等区画に分けられる薄肉長方形箱げたの曲げねじりについて，土木学会論文集，第 146 号，1967.10.
- Zienkiewicz, O.C. : The Finite Element Method in Structural and Continuum Mechanics, McGraw-Hill, 1967.
- Sawko, F. and R.J. Cope : Analysis of Multi-Cell Bridges without Transverse Diaphragms —A Finite Element Approach—, Struct. Eng., Vol. 47, 11, 1969.
- Crisfield, M.A. : Finite Element Method for the Analysis of Multicellular Structures, Proc. ICE, 38, 1971.
- 坂井藤一・長井正嗣・佐野信一郎：ブロック有限要素法による薄肉箱げたの立体解析，土木学会論文報告集，第 225 号，1976.11.
- Wright, R.N., S.R. Abdel-Samed and A.R. Robinson : BEF Analogy for Analysis of Box Girders, Proc. ASCE, Vol. 94, ST 7, 1968.7.
- Dabrowski, R. : Gekrümmte dünnwandige Träger, Springer-Verlag, 1968.
- 坂井藤一・長井正嗣：鋼箱桁橋の中間ダイアフラムの設計法に関する一試案，土木学会論文報告集，第 261 号，1977.5.
- The Committee of Inquiry of the Basis of Design and Method of Erection of Steel Box Girder Bridges : Interium Design and Workmanship Rules, Her Majesty's Stationary Office, 1973.
- Oleinik, J.C. and C.P. Heins : Diaphragms for Curved Box Beam Bridges, Proc. of ASCE, ST-10, 1975.10.
- 中井 博・谷 俊寛：箱桁橋のねじりによる応力の簡易計算法とその応用，土木学会論文報告集，第 299 号，1978.9.
- 中井 博・事口寿男：伝達マトリックス法による曲げねじりを受ける薄肉曲線桁橋の解析と断面力，変形量に関する研究，土木学会論文報告集，第 233 号，1975.1.
- 山本善之：弾性・塑性，朝倉書店，1961.
- 小西一郎編：鋼橋，設計編Ⅱ，丸善，1977.
- (社)建設コンサルタンツ協会近畿支部：長大箱桁橋の実績調査と文献調査，昭 54.7.
- 日本道路協会：道路橋示方書・解説，昭和 48 年 2 月。

(1979.12.11・受付)