円筒形鋼管矢板井筒基礎の解析

ANALYSIS OF CYLINDRICAL SHEET PILE FOUNDATION

駒田 敬一*・岡原美知夫**・高尾孝二***・倉方慶夫****
By Keiichi KOMADA, Michio OKAHARA, Kohji TAKAO
and Yoshio KURAKATA

1. ま え が き

鋼管矢板井筒基礎（以下、鋼管井筒とよぶ）は、施工上の有利性から近年実施例が増えつつあるが、設計上の問題点が少なからず残されている発展途上の基礎形式といえよう。

実施例のほとんどは、建設技術研究補助金の対象となった「矢板式基礎の施工性と構造特性に関する研究」のために組織された矢板式基礎研究委員会からの刊行になる「矢板式基礎の設計と施工指針」¹⁾に則って設計されている。この指針の設計計算法は、おもに実物載荷試験を基礎としたいわば実験式であって、各矢板が重ねばりの挙動を示す鋼管井筒全体を1本の棒に置き換えて計算するものである。構造特性を十分に表現し得るものとはいいがたい。また基礎となった実物載荷試験は比較的小規模であり、その数も少ないため、指針の設計計算法にはおのずと適用限界があると考えねばならない。

費用のかかる実物載荷試験に代わって、浅い土槽内での小さい模型実験によって鋼管井筒の構造特性を解明しようとする試み^{2)~4)}も行われているが、これでは寸法効果の影響が顕著に現われ、実構造物の挙動を定量的に把握することは困難のようである。

このようなことから、最近では鋼管井筒の挙動を計算で追跡しようとする試みも行われている。その一例として文献5)では地盤や継手の塑性化も考慮に入れた計算を行い、貴重な資料を提供している。しかし、そこでは地盤を三次元の有限要素に分割し、また各矢板を線材に置き換えて、鋼管井筒の構造を表現するものである。かなり膨大な計算量を要するものと思われる。

本報告で試みた解析法は計算量をより少なくすることを目標とし、文献6)に示した解析法を拡張して新たに誘導したものであり、これを既往の実物載荷試験^{7)~10)}に適用して検証を行ってみたが、鋼管井筒の構造特性を比較的良好に表現し得るものと思えたので、ここに報告する次第である。

まず、この解析における基本的な計算前提を以下に記す。

- i) 鋼管井筒の断面は円形とし、井筒を構成する各矢板の断面は等しく、等間隔に配置されている。
- ii) 井筒径に比べ矢板間隔は十分小さい。
- iii) 井筒の断面は図-1のY軸に関し対称であり、変位と変形もY軸に関し対称に生ずる。すなわち、井筒および地盤の支持機構や外力はY軸に関し対称である。
- iv) 地盤は分布ばねに置換して扱うことができる。

以下、井筒の変位場と応力場の基本式を求め、ついで数値計算を行うが、個々の場における計算仮定はその都度記すことにする。

2. 鋼管井筒の変位場

この章では鋼管井筒の変位場の構成を行うが、まず井筒全体を連続体である円筒シェルと仮定して変位場を構成する。次に、矢板の中心軸がその仮想円筒シェルに固定されているとして、離散的に配置された個々の矢板の変位場を求める。

(1) 仮想円筒シェルの変位場

井筒の断面上で矢板の中心点を連ねる円曲線を井筒周長線とよぶことにする。図-1に示すように、2組の右手系座標 (X, Y, z) と (s, n, z) 座標を導入する。 (X, Y, z) 座標は直交直線座標である。 (s, n, z) 座標の s 軸は井筒周長線に沿う座標であり、 n 軸は s 軸の

* 正会員 工修 建設省地方道路課市町村道室長

** 工 修 科学技術庁計画局国際科学技術博覧会推進室 室長補佐

*** 正会員 新日本技研(株)取締役

**** 正会員 工博 新日本技研(株)

図-1 井筒と座標

縦法線方向の直線軸とする。

井筒周長線を z 軸方向に連ねた円筒面を仮想円筒シェルの中央面とよぶが、この節ではこの中央面の変位場を扱う。

(s, n, z) 座標における、仮想円筒シェル中央面上の変位前の基本ベクトルを e_s, e_n, e_z と表わすと、

$$\left. \begin{aligned} |e_s| = |e_n| = |e_z| = 1 \\ e_s \cdot e_n = e_n \cdot e_z = e_z \cdot e_s = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1 \cdot a, b)$$

である。中央面上の変位ベクトルを u^* とし、

$$u^* = \xi^* e_s + \eta^* e_n + \zeta^* e_z \dots\dots\dots (2)$$

と表わす。また、井筒周長線の曲率半径を r^* とし、曲率を κ^* と表わす。

$$\kappa^* = 1/r^* \dots\dots\dots (3)$$

このとき、ベクトル e_s, e_n の s 座標による微分は、

$$\partial e_s / \partial s = \kappa^* e_n, \quad \partial e_n / \partial s = -\kappa^* e_s$$

である。したがって、 (s, n, z) 座標を埋め込み座標とし、

$$\theta = \kappa^* s \dots\dots\dots (4)$$

と表わすとき、仮想円筒シェル中央面での変位後の基本ベクトル $\hat{e}_s, \hat{e}_z$ は次のようになる。

$$\begin{aligned} \hat{e}_s &= e_s + \partial u^* / \partial s \\ &= \left\{ 1 + \kappa^* \left(\frac{\partial \xi^*}{\partial \theta} - \eta^* \right) \right\} e_s + \kappa^* \left(\frac{\partial \eta^*}{\partial \theta} + \xi^* \right) e_n \\ &\quad + \kappa^* \frac{\partial \zeta^*}{\partial \theta} e_z \dots\dots\dots (5 \cdot a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \hat{e}_z &= e_z + \partial u^* / \partial z \\ &= \frac{\partial \xi^*}{\partial z} e_s + \frac{\partial \eta^*}{\partial z} e_n + \left(1 + \frac{\partial \zeta^*}{\partial z} \right) e_z \dots\dots (5 \cdot b) \end{aligned}$$

井筒周長線の伸張変形を ε_s と表わすと、

$$|\hat{e}_s| = 1 + \varepsilon_s \dots\dots\dots (6)$$

であり、また周長線の水平面内での角変位を φ と表わすと、微小変位問題であるので変位、変形に関する二次項を無視して、

$$\left. \begin{aligned} \hat{e}_s \cdot e_n &= (1 + \varepsilon_s) \sin \varphi \doteq \varphi \\ \hat{e}_s \cdot e_s &= (1 + \varepsilon_s) \cos \varphi \doteq 1 + \varepsilon_s \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7 \cdot a, b)$$

となる。上式に式 (5) を代入し、

$$\begin{aligned} \varphi &= \kappa^* \left(\frac{\partial \eta^*}{\partial \theta} + \xi^* \right), \quad \varepsilon_s = \kappa^* \left(\frac{\partial \xi^*}{\partial \theta} - \eta^* \right) \\ &\dots\dots\dots (8 \cdot a, b) \end{aligned}$$

となる。ここで、変位、変形は Y 軸に関して対称に生

ずるとし、

$$\begin{aligned} \varphi &= \sum_{k=1}^K (\varphi_k \sin k\theta), \quad \varepsilon_s = \varepsilon_0 + \sum_{k=1}^K (\varepsilon_k \cos k\theta) \\ &\dots\dots\dots (9 \cdot a, b) \end{aligned}$$

とおく。今後、三角級数の項数は添字 k にて示すことにする。シェルのような連続体では上式右辺は無限級数で与えられるが、有限個の矢板から成る鋼管井筒では、変位が Y 軸に関して対称の場合、項数 K の最大値は Y 軸上の矢板を除いた矢板本数の $1/2$ となる。

式 (9) を式 (5) に代入し積分を行うと、円周方向に 1 周したときの変位の連続条件から、

$$\varphi_1 = \varepsilon_1 \dots\dots\dots (10)$$

となり、また Y 軸に関する対称性から積分定数を決定すると、 ξ^*, η^* は次のように求まる。

$$\begin{aligned} \xi^* &= -V_c \sin \theta - r^* \sum_{k=2}^K \left(\varphi_k \frac{1}{k^2 - 1} \sin k\theta \right) \\ &\quad + r^* \varepsilon_1 \sin \theta + r^* \sum_{k=2}^K \left(\varepsilon_k \frac{k}{k^2 - 1} \sin k\theta \right) \\ &\dots\dots\dots (11 \cdot a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \eta^* &= -V_c \cos \theta - r^* \sum_{k=2}^K \left(\varphi_k \frac{k}{k^2 - 1} \cos k\theta \right) \\ &\quad - r^* \varepsilon_0 + r^* \sum_{k=2}^K \left(\varepsilon_k \frac{1}{k^2 - 1} \cos k\theta \right) \dots\dots (11 \cdot b) \end{aligned}$$

ここに、上式右辺第 1 項は井筒断面が変形せずに Y 軸方向に V_c だけ変位する状態を表わしている。すなわち、井筒全体が単一棒として働く状態を表わしている。

同様に井筒の軸方向変位を求めるにつき、仮想円筒シェル中央面のせん断ひずみを次のように仮定する。

$$\tau_{zs}^* = \sum_{k=1}^K (\tau_k \sin k\theta) \dots\dots\dots (12)$$

ここに、 τ_k は $\varphi_k, \varepsilon_0, \varepsilon_k$ などと同様に変位場のパラメーターとなるものである。円筒シェルの解析ではほとんどの場合、変位場のパラメーターとして変位が用いられるが、ここでは剛体的変位以外はすべて変形量を用いている。

ところで仮想円筒シェル中央面のせん断ひずみ τ_{zs}^* は、

$$\tau_{zs}^* = \hat{e}_z \cdot \hat{e}_s = \frac{\partial \xi^*}{\partial z} + \frac{\partial \zeta^*}{\partial s} \dots\dots\dots (13)$$

で与えられるから、上式に式 (11 \cdot a), (12) を代入し、 s に関して積分すると、仮想円筒シェル中央面の z 方向変位が次のように求まる。

$$\begin{aligned} \zeta^* &= W_c - V_c' r^* \cos \theta - r^{*2} \sum_{k=2}^K \left\{ \varphi_k' \frac{1}{k(k^2 - 1)} \cos k\theta \right\} \\ &\quad - r^* \sum_{k=1}^K \left(\tau_k \frac{1}{k} \cos k\theta \right) + r^{*2} \left\{ \varepsilon_1' \cos \theta + \sum_{k=2}^K \right. \\ &\quad \cdot \left. \left(\varepsilon_k' \frac{1}{k^2 - 1} \cos k\theta \right) \right\} \dots\dots\dots (14) \end{aligned}$$

ここに z による微分を、 $(\quad)' = \partial(\quad) / \partial z$ と表わした。また、 W_c は井筒断面の剛体的な軸方向変位を表わす積

図—2 仮想円筒シェルと矢板の関係

図—3 矢板の局所座標

分定数である。

(2) 個々の矢板の変位場

個々の矢板の変位場を求めるにつき、それらの重心軸は仮想円筒シェル中央面に結合されており、ともに同じ変位をすることを考える。また個々の矢板は通常の棒理論に従うものと仮定する。この結果、図—2 に示すように仮想円筒シェルの断面は連続した曲線であるのに対し、鋼管井筒の断面は一般に矢板が相互にずれて階段状になる。

図—3 に示すように、個々の矢板に対し局所直交直線座標 (x, y, z) を導入して矢板 (i) の変位場を記述する。このとき x, y 座標の原点は矢板の重心軸上にあるとする。

矢板 (i) の局所座標 (x, y, z) の基本ベクトルを $(i_x)_i, (i_y)_i, (i_z)_i$ と表わすとき、

$$\left. \begin{aligned} (i_x)_i &= e_s(\theta = \theta_i), (i_y)_i = e_n(\theta = \theta_i) \\ (i_z)_i &= e_z \end{aligned} \right\} \dots\dots (15)$$

であるとする。ここに θ_i は矢板 (i) の重心軸の θ 座標であり、 $()_i$ は括弧内の量が矢板 (i) あるいは次節で述べる継手 (i) に関する諸量であることを表わしている。ただし、特に必要がない場合は $()_i$ を省略することがある。

ここで、矢板 (i) の重心軸の変位ベクトルを

$$(u_0)_i = (u_0 i_x + v_0 i_y + w_0 i_z)_i \dots\dots (16)$$

と表わすと、先に述べた前提により、

$$\left. \begin{aligned} (u_0)_i &= \xi^*(\theta = \theta_i, z), (v_0)_i = \eta^*(\theta = \theta_i, z) \\ (w_0)_i &= \eta^*(\theta = \theta_i, z) \end{aligned} \right\} \dots\dots (17 \cdot a \sim c)$$

である。矢板 (i) の一般点での変位ベクトルを

$$(u)_i = (u i_x + v i_y + w i_z)_i \dots\dots (18)$$

と表わすと、個々の矢板の断面は変位後も平面を保持し矢板の重心軸に直交するとして通常の棒理論に従うとしているので、

$$\left. \begin{aligned} (u)_i &= (u_0 - y \varphi_0)_i, (v)_i = (v_0 + x \varphi_0)_i \\ (w)_i &= (w_0 - x u_0' - y v_0')_i \end{aligned} \right\} \dots\dots (19 \cdot a \sim c)$$

である。ここに、

$$(\varphi_0)_i = \varphi(\theta = \theta_i, z) \dots\dots (20)$$

である。これにより矢板 (i) の一般点でのひずみ成分は、

$$\left. \begin{aligned} (\varepsilon_x)_i &= (\partial w / \partial z)_i = (w_0' - x u_0'' - y v_0'')_i \\ (r_{xx})_i &= (\partial u / \partial z + \partial w / \partial x)_i = (-y \varphi_0')_i \\ (r_{zy})_i &= (\partial v / \partial z + \partial w / \partial y)_i = (x \varphi_0')_i \\ &\dots\dots\dots (21 \cdot a \sim c) \end{aligned} \right\}$$

となり、他のひずみ成分は零である。

(3) 継手間のずれ変位と角変位

継手の構造には、たとえば図—1 に示すように鋼管をかみ合せ、その中にモルタルを充填するものなどいくつかの形式があるが、こ

ではそれらをモデル化して図—4 に示すように継手を点で表わす。継手は x 軸上にあるものとし、継手と矢板重心間の距離を $b/2$ とする。

図—4 継手のずれ変位と角変位

矢板には s 座標の増す方向に順次番号を付けて、矢板 (i) と矢板 $(i+1)$ の間の継手を継手 (i) とすると、この継手 (i) のずれ変位 $(\Delta w)_i$ は、

$$\begin{aligned} (\Delta w)_i &= \{w(x = -b/2, y = 0, z)\}_{i+1} \\ &\quad - \{w(x = b/2, y = 0, z)\}_i \end{aligned}$$

となる。上式に式 (19・c), (17) を介して式 (11), (14) を代入すると、

$$\begin{aligned} (\Delta w)_i &= -r^* \sum_{k=1}^K \left\{ \frac{1}{k} (f_k^{(1)})_i r_k \right\} \\ &\quad - r^{*2} \sum_{k=2}^K \left\{ \frac{1}{k(k^2-1)} (f_k^{(2)})_i \varphi_k' \right\} \\ &\quad + r^{*2} \sum_{k=2}^K \left\{ \frac{1}{k^2-1} (f_k^{(2)})_i \varepsilon_k \right\}_i \dots\dots (22) \end{aligned}$$

となる。ここに、

$$\begin{aligned} (f_k^{(1)})_i &= \{\cos(k \Delta \theta) - 1\} \cos k \theta_i - \sin(k \Delta \theta) \sin k \theta_i \\ (f_k^{(2)})_i &= \left\{ \cos(k \Delta \theta) - 1 + \frac{b}{2 r^*} k \sin(k \Delta \theta) \right\} \cos k \theta_i \\ &\quad - \left[\sin(k \Delta \theta) - \frac{b}{2 r^*} k \{\cos(k \Delta \theta) + 1\} \right] \sin k \theta_i \end{aligned} \dots\dots (23 \cdot a, b)$$

であり、矢板間隔は等間隔とし矢板本数を n_p とするとき

$$\Delta \theta = \theta_{i+1} - \theta_i = 2\pi / n_p \dots\dots (24)$$

と表わした。また、 θ_i は前節と同様に矢板 (i) の中心軸の θ 座標である。このような継手のずれ変位のほかに、式 (20) で与えられている矢板断面の回転変位により、図—4 に破線で示したように継手 (i) に次の $(\Delta \varphi)_i$ なる角変位が生ずる。

$$(\Delta\varphi)_i = (\varphi_0)_{i+1} - (\varphi_0)_i = \sum_{k=1}^K \{(f_k^{(1)})_i \varphi_k\} \dots (25)$$

(4) 矢板の断面変形

仮想円筒シェルの周長線の伸張変形に対応するものは、継手にゆるみがないものとするれば、図-5に示すような矢板の断面変形 Δd である。継手間隔が井筒の周長に比べ十分小さいとすれば、矢板 (i) の断面変形 $(\Delta d)_i$ は次のようになる。

$$\begin{aligned} (\Delta d)_i &= \int_{\theta_i - \Delta\theta/2}^{\theta_i + \Delta\theta/2} \varepsilon_s r^* d\theta \\ &= r^* \left[\varepsilon_0 \Delta\theta + 2 \sum_{k=1}^K \left\{ \frac{1}{k} \varepsilon_k \sin \frac{k\Delta\theta}{2} \cos k\theta_i \right\} \right] \end{aligned} \quad \dots (26)$$

図-5 矢板の断面変形

3. 地盤の抵抗

井筒内外の地盤は水平2方向および鉛直方向に抵抗すると考えられるが、ここではこれらをケーソン基礎の設計で行われていると同様に弾性床に置き換えが可能と仮定する。ただし計算上は地盤反力の合力は個々の矢板の中心軸に働くとして扱うので図-6に示すように個々の矢板の中心軸上に分布する地盤ばねを仮定し次のように表わす。

$$\left. \begin{aligned} (p_{rs})_i &= (k_s)_i \cdot (u_0)_i \\ (p_{rn})_i &= (k_n)_i \cdot (v_0)_i \\ (p_{rz})_i &= (k_z)_i \cdot (w_0)_i \end{aligned} \right\} \dots (27 \cdot a \sim c)$$

図-6 地盤ばね

ここに、 p_{rs} , p_{rn} , p_{rz} は個々の矢板の中心軸上に分布して作用する i_x , i_y , i_z 方向の地盤反力である。 k_s , k_n , k_z は個々の矢板の中心軸上に分布するそれぞれの方向の地盤ばねであり、その強さは井筒の深さ方向にも、また周方向にも(各矢板ごとに)変化するとして扱う。

上記の式(27)は太短い井筒を考えた場合は井筒の外側と内側地盤の抵抗値の合計と考えてよいが、たとえば特に細長い井筒を考えると、井筒内部地盤が外部地盤と同様に井筒の全体的な剛体変位 V_c に抵抗するとは考えられず、内部地盤は井筒の断面変

図-7 井筒の断面変形に対する内部地盤のばね

形のみに抵抗すると考えられる。そのため、別途に井筒の断面変形にのみ抵抗する地盤ばねを考えておく。すなわち、図-7に示すようにモデル化し、井筒の軸方向に無数に独立した薄い核を考え、この核と個々の矢板が i_y 方向の分布ばね $\tilde{k}_d$ で結ばれているものとする。地盤ばね $\tilde{k}_d$ は先の地盤ばねと同様に矢板の中心軸上に作用する分布ばねであるが、深さ方向にその強度は変化するものの井筒の周方向には一定とする。また、核は矢板と地盤ばね $\tilde{k}_d$ で結ばれている以外には何の拘束も受けないとする。したがって核に働くばね反力の合力は零であり、この状態に対する地盤反力は個々の矢板に対して次のようになる。

$$(\tilde{P}_{rd})_i = \tilde{k}_d (v_0)_i \dots (28)$$

ここに $(v_0)_i$ は式(11・b)の η^* から井筒断面の剛体的変位成分 V_c を除いたものであり、

$$\begin{aligned} (v_0)_i &= -r^* \sum_{k=2}^K \left(\varphi_k \frac{k}{k^2-1} \cos k\theta_i \right) - r^* \varepsilon_0 \\ &\quad + r^* \sum_{k=2}^K \left(\varepsilon_k \frac{1}{k^2-1} \cos k\theta_i \right) \end{aligned} \quad \dots (29)$$

である。

このほか、図-8に示す井筒内部地盤のせん断抵抗も考えることにする。井筒すなわち、仮想円筒シェルの中央面のせん断変形は式(12)で与えられるが、このような井筒のせん断変形に伴い井筒内部の土もせん断変形すると考える。しかし井筒内部の土が式(12)の $k \geq 2$ に対応する高次のせん断変形モードで変形するとは考えにくいので、 $k=1$ のせん断変形モードだけを考える⁵⁾。

図-8 井筒内部地盤のせん断抵抗

このとき、井筒内部土のせん断ひずみは (X, Y, z) 座標で表わすと次のようである。

$$\tilde{\gamma}_{yz} = -\gamma_1 \dots (30)$$

したがって、内部地盤のせん断弾性係数を $\tilde{G}$ とすると、内部土に生ずるせん断応力は、

$$\tilde{\tau}_{yz} = \tilde{G} \tilde{\gamma}_{yz} = -\tilde{G} \gamma_1 \dots (31)$$

となる。

4. 仮想仕事の原理への適用

外力を受けつり合いを保っている井筒に対し仮想仕事の原理は次のように表わされる。

$$\begin{aligned} & \int_{z_1}^{z_2} \sum_i \left\{ \int_{A_p} (\sigma_z \delta \varepsilon_z + \tau_{zx} \delta \gamma_{zx} + \tau_{yz} \delta \gamma_{yz}) dA_p \right. \\ & \quad + N_s \delta(\Delta d) + (p_{rs} \delta u_0 + p_{rn} \delta v_0 + p_{rz} \delta w_0) \\ & \quad \left. + \tilde{P}_{rd} \delta v_0 \right\} dz + \int_{z_1}^{z_2} \sum_i \{ q \delta(dw) + M_s \delta(\Delta\varphi) \}_i dz \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \int_{z_1}^{z_2} \int_{\tilde{A}} \tilde{\tau}_{Yz} \delta \tilde{\tau}_{Yz} d\tilde{A} dz - \int_{z_1}^{z_2} \sum_i \{ p_s \delta u_0 + p_n \delta v_0 \\
& + p_z \delta w_0 \}_i dz - \left[\nu_z \sum_i \left\{ \int_{A_p} (\bar{p}_s \delta u + \bar{p}_n \delta v + \bar{p}_z \delta w) \right. \right. \\
& \left. \left. \cdot dA_p \right\}_i + \nu_z \int_{\tilde{A}} \bar{p}_Y \delta V_c d\tilde{A} \right]_{z_1}^{z_2} = 0 \dots \dots \dots (32)
\end{aligned}$$

ここに、 $\sum_i \{ \}_i$ は $\{ \}$ 内の個々の矢板あるいは継手に関する量の総和を表わす。また、 $\int_{A_p} dA_p$ は個々の矢板の断面について、 $\int_{\tilde{A}} d\tilde{A}$ は井筒内部地盤の断面についての積分を表わす。その他の記号については次のようである。

z_1, z_2 : 井筒両端の z 座標

$\sigma_z, \tau_{zx}, \tau_{zy}$: 局所座標 (x, y, z) で定義される、個々の矢板断面に働く応力

N_s : 矢板に働く井筒の周方向応力 (図-5)

q, M_s : 継手に働くせん断応力とモーメント (図-4)

$\tilde{\tau}_{Yz}$: 井筒内部地盤のせん断応力 (図-8)

p_s, p_n, p_z : 個々の矢板の中心軸に分布して作用する外力の i_x, i_y, i_z 方向成分

$\bar{p}_s, \bar{p}_n, \bar{p}_z$: 個々の矢板の両端断面に分布して作用する外力 (表面力) の i_x, i_y, i_z 方向成分

$\bar{p}_Y$: 井筒内部地盤の両端断面に分布して作用する外力 (表面力) の g_Y (図-1) 方向成分

ν_z : 井筒両端断面の外向き単位法線ベクトルの e_z 方向成分

井筒断面は z 軸に直交しているので、 $z_2 > z_1$ のとき

$$\nu_z = \begin{cases} -1, & (z = z_1) \\ 1, & (z = z_2) \end{cases} \dots \dots \dots (33)$$

である。

式 (32) に式 (21), (30) を代入し、各矢板について、

$$\left. \begin{aligned} N_p &= \int_{A_p} \sigma_z dA_p \\ M_{xp} &= \int_{A_p} \sigma_{zx} dA_p, \quad M_{yp} = \int_{A_p} \sigma_{zy} dA_p \\ T_{sp} &= \int_{A_p} (\tau_{zx} y - \tau_{zy} x) dA_p \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (34 \cdot a \sim d)$$

$$\left. \begin{aligned} \bar{Q}_{xp} &= \int_{A_p} \bar{p}_x dA_p, \quad \bar{Q}_{yp} = \int_{A_p} \bar{p}_y dA_p \\ \bar{N}_p &= \int_{A_p} \bar{p}_z dA_p \\ \bar{M}_{xp} &= \int_{A_p} \bar{p}_z x dA_p, \quad \bar{M}_{yp} = \int_{A_p} \bar{p}_z y dA_p \\ \bar{T}_p &= \int_{A_p} (\bar{p}_x y - \bar{p}_y x) dA_p \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (35 \cdot a \sim f)$$

と表わし、井筒内部地盤については、

$$\tilde{Q}_E = \int_{\tilde{A}} \tilde{\tau}_{Yz} d\tilde{A} \dots \dots \dots (36)$$

$$\bar{P}_Y = \int_{\tilde{A}} \bar{p}_Y d\tilde{A} \dots \dots \dots (37)$$

と表わすとき、式 (32) は次のようになる。

$$\begin{aligned}
& \int_{z_1}^{z_2} \sum_i \{ N_p \delta w_0' - M_{xp} \delta u_0'' - M_{yp} \delta v_0'' + T_{sp} \delta \varphi_0' \\
& + N_s \delta (\Delta d) + p_{rs} \delta u_0 + p_{rn} \delta v_0 + p_{rz} \delta w_0 \\
& + \bar{p}_{rd} \delta v_{0d} \}_i dz + \int_{z_1}^{z_2} \sum_i \{ q \delta (\Delta w) + M_s \delta (\Delta \varphi) \}_i dz \\
& - \int_{z_1}^{z_2} \tilde{Q}_E \delta \tau_1 dz - \int_{z_1}^{z_2} \sum_i \{ p_s \delta u_0 + p_n \delta v_0 + p_z \delta w_0 \}_i dz \\
& - \left[\nu_z \sum_i \{ \bar{Q}_{xp} \delta u_0 + \bar{Q}_{yp} \delta v_0 + \bar{N}_p \delta w_0 - \bar{T}_p \delta \varphi_0 \right. \\
& \left. - \bar{M}_{xp} \delta u_0' - \bar{M}_{yp} \delta v_0' \}_i + \nu_z \bar{P}_Y \delta V_c \right]_{z_1}^{z_2} = 0 \\
& \dots \dots \dots (38)
\end{aligned}$$

上式に式 (17) を介して式 (11), (14) を代入、さらに式 (23), (25), (26), (29) も代入して変位パラメーター $V_c, W_c, \varphi_k, \tau_k, \varepsilon_0, \varepsilon_k$ に関して部分積分を遂行すると被積分項の変分量の係数から微小井筒要素 ($z = \text{const.}$ と $z + dz = \text{const.}$ の平面で 図-1 の井筒を輪切りにしたときの長さ dz の井筒) のつり合い式が求まる。また、境界項の変分量の係数からは力学的境界条件が求まる。しかし、このようにして求まるつり合い式は複雑な微分方程式となり、それから直接的に解を求めることは困難であり、本報告では解を求めるにこれを用いず後に示す近似解法によっているので、その表記は省略する。また、境界条件は解法によらず必要なものであるが、これも表記が長くなるため省略する。ただ、本報告における直応力に関する境界条件の内力項は一般化力を表わすが、これは後に参照するので、井筒断面力のうちの一般化力のみ次に記述しておく。

$$N = \sum_i (N_p)_i \dots \dots \dots (39 \cdot a)$$

$$M_Y = - \sum_i \{ r_0 N_p \cos \theta - M_{xp} \sin \theta - M_{yp} \cos \theta \}_i \dots \dots \dots (39 \cdot b)$$

$$B_k^{(\varphi)} = - \frac{r_0}{k^2 - 1} \sum_i \left\{ \frac{r_0}{k} N_p \cos k\theta - M_{xp} \sin k\theta - k M_{yp} \cos k\theta \right\}_i, \quad (k = 2 \sim K) \dots (39 \cdot c)$$

$$B_k^{(\tau)} = \frac{r_0}{k} \sum_i (N_p \cos k\theta)_i, \quad (k = 1 \sim K) \dots \dots \dots (39 \cdot d)$$

$$B_0^{(\varepsilon)} = r_0 \sum_i (M_{yp})_i \dots \dots \dots (39 \cdot e)$$

$$B_1^{(\varepsilon)} = r_0 \sum_i (r_0 N_p \cos \theta - M_{xp} \sin \theta)_i \dots (39 \cdot f)$$

$$B_k^{(\varepsilon)} = \frac{r_0}{k^2 - 1} \sum_i \{ r_0 N_p \cos k\theta - k M_{xp} \sin k\theta - M_{yp} \cos k\theta \}_i, \quad (k = 2 \sim K) \dots (39 \cdot g)$$

5. 応力と変位の関係

鋼管矢板材のヤング係数とせん断弾性係数をそれぞれ E , G と表わすと、各矢板の応力と変位の関係は、

$$\left. \begin{aligned} \sigma_z &= E\varepsilon_z = E(w_0' - xu_0'' - yv_0'') \\ \tau_{zx} &= G\gamma_{zx} = -Gy\varphi_0' \\ \tau_{zy} &= G\gamma_{zy} = Gx\varphi_0' \end{aligned} \right\} \dots (40 \cdot a \sim c)$$

となる。局所座標 (x, y, z) の x, y 軸は各矢板でその断面主軸と一致しているものとする、

$$\int_{A_p} x dA_p = \int_{A_p} y dA_p = \int_{A_p} xy dA_p = 0 \dots (41)$$

であるから、式 (40) を式 (34) に代入し、各矢板の断面力と変位の関係は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} N_p &= EA_p w_0', \quad M_{xp} = -EI_{xp} u_0'' \\ M_{yp} &= -EI_{yp} v_0'', \quad T_{sp} = GJ_s \varphi_0' \end{aligned} \right\} \dots (42 \cdot a \sim d)$$

ここに、 A_p, I_{xp}, I_{yp}, J_s は矢板の断面定数であり、

$$\left. \begin{aligned} A_p &= \int_{A_p} dA_p, \quad I_{xp} = \int_{A_p} x^2 dA_p \\ I_{yp} &= \int_{A_p} y^2 dA_p, \quad J_s = \int_{A_p} (x^2 + y^2) dA_p \end{aligned} \right\} \dots (43 \cdot a \sim d)$$

である。式 (43・a～c) では一般に継手部の鋼材も含めた矢板断面について積分するものとするが、式 (43・d) の J_s の計算においては継手部は開断面であることから継手を含めない矢板本管の断面について積分するものとする。

継手のせん断応力 q と継手のずれ変位 Δw も弾性関係にあるとして、各継手について、

$$q = G_J \Delta w \dots (44)$$

と表わす。ここに G_J を継手のせん断剛度とよぶことにする。同様に継手のモーメント M_s や矢板に働く井筒周方向応力を次のように表わす。

$$M_s = k_\varphi \Delta \varphi \dots (45)$$

$$N_s = E_s \Delta d \dots (46)$$

ここに、 k_φ は継手部の角変位 $\Delta \varphi$ に抵抗する回転ばねであり、 E_s は矢板の断面変形に対する剛度である (図—4, 5)。

井筒内部地盤の断面積を $\tilde{A}$ と表わすと、式 (36) に式 (31) を代入して、

$$\tilde{Q}_E = -\tilde{G} \tilde{A} r_1 \dots (47)$$

となる。

6. 矢板の断面力

ここでは、式 (34・a～c) で定義した矢板の直応力に関する断面力 N_p, M_{xp}, M_{yp} と式 (39) の一般化力の

関係を求める。

式 (39) に式 (42・a～c) および式 (17) を介して式 (11), (14) を代入すると、一般化力を変位パラメーターで表現できる。その関係を逆変換して、各変位パラメーターを一般化力で表わした後、それを式 (42) に代入すると個々の矢板の断面力と井筒全体断面の一般化力の関係が次のように求まる。

$$\left. \begin{aligned} N_p &= \frac{N}{n_p} - \sum_{k=1}^K \left(\frac{2k B_k^{(r)}}{n_p r_0} \cos k\theta \right) \\ M_{xp} &= -\frac{2}{n_p r_0} \left[(r_0 B_1^{(r)} + B_1^{(s)}) \sin \theta \right. \\ &\quad \left. + \sum_{k=2}^K \{ (B_k^{(r)} + r_0 B_k^{(r)} + k B_k^{(s)}) \sin k\theta \} \right] \\ M_{yp} &= \frac{2}{n_p r_0} \left[\frac{B_0^{(s)}}{2} + (r_0 M_Y + B_1^{(s)}) \cos \theta \right. \\ &\quad \left. + \sum_{k=2}^K \{ (k B_k^{(r)} + B_k^{(s)}) \cos k\theta \} \right] \end{aligned} \right\} \dots (48 \cdot a \sim c)$$

ただし、上式を求める過程で、各矢板の断面定数は等しく、矢板は等間隔に配置されていることを前提として、次の関係を用いた。

$$\left. \begin{aligned} \sum_i \sin^2 k\theta_i &= \sum_i \cos^2 k\theta_i = n_p/2 \\ \sum_i (\sin k\theta_i \cdot \cos k\theta_i) &= 0 \end{aligned} \right\} \dots (49 \cdot a, b)$$

7. 数値解法

式 (38) の部分積分を遂行すれば微小井筒要素についての応力表示のつり合い式が求められる。それに式 (48) などを代入して変位表示を行えば変位パラメーターに関する多元連立常微分方程式が求まるが、それを直接解くことは困難である。

そこで、本論文ではその近似解法として有限要素法を用いた。すなわち、 $z=z_1$ と $z=z_2 (=z_1 + \Delta l)$ の2つの平面で井筒を輪切りにしたときの長さ Δl の井筒を有限要素とし、式 (38) から誘導される力学的境界条件に対応する幾何学的境界条件を表現できる最低次のべき級数で変位パラメーターの z 方向モードを下記のように仮定したものである。すでに式 (11), (14) で周方向の変位モードを三角級数で仮定しているので、有限帯板法に類似した手法といえよう。

変位パラメーターとしては、 $V_c, W_c, \varphi_k, r_k, \varepsilon_0, \varepsilon_k, (k=1 \sim K)$ とあるが、ここではこれらを代表して便宜的に $\delta(z)$ と表わして本報告で用いた有限要素法の説明を行う。有限要素両端での変位パラメーターの値を

$$\left. \begin{aligned} \delta_1 &= \delta(z_1), \quad \delta_2 = \delta(z_2) \\ \delta_3 &= l^* \delta'(z_1), \quad \delta_4 = l^* \delta'(z_2) \end{aligned} \right\} \dots (50 \cdot a \sim d)$$

とおく。ここに l^* は任意の基準長である。また、

$$\mu = (z - z_1) / \Delta l, \quad (z_1 < z < z_2) \dots (51)$$

参考とした。この試験報告では $G_J = 120\,000 \text{ t/m}^2$ 程度の値が得られているが、これは継手内のモルタル充填が良好な室内実験の値であるので、この値の $1/2$ を基準モデルの継手のせん断剛度とした。ただし、上記の継手管と太さが異なる場合は、継手管の内径に剛度は比例すると仮定した。

一方、図-4 に示すような継手モーメント伝達能力についてはまったく資料がなく、本報告では継手部の回転ばね k_θ は零として扱う。

c) 井筒周長線の伸張変形剛度 E_s

剛度 E_s は式 (46) で定義されるが、これは図-5 に示すように、矢板鋼管自体の断面変形に対する剛度である。

この矢板本管の断面変形には本管内の土砂なども抵抗すると考えられるので、明確な根拠はないが矢板本管をリングとして計算した E_s の 10 倍の値を用いた。ただし、継手管内にはモルタルが充填されており、継手にゆるみはないことを前提とする。

d) 矢板の断面定数

式 (43) で定義した矢板の断面定数のうち、純ねじり定数 J_s 以外のものには継手管の断面も含めて断面定数の計算を行ったが、継手管は開断面であるので J_s の計算には矢板本管のみを有効とした。

e) 頂版

頂版は剛体として扱う。また、頂版と矢板は頂版下面位置で剛結されているとする。

(2) 基準モデルの計算結果

以上の条件のもとに計算した結果を図-10 に示す。グラフの縦軸は井筒の長さであり、変位や応力の井筒の長さ方向の分布を示すものである。図-10 (a) は Y 軸方向の矢板の水平変位であり、図中の No. は図-9 に示す矢板の番号である。また、上端の数値は頂版下面の

図-10 基準モデルにおける変位と応力

水平変位と回転変位である。このグラフから、井筒前背面の矢板 No. 1 と 19 はかなり弯曲しているのに対し、井筒側面の矢板 No. 10 は剛体的な変位を示していることがわかる。これは、この例題では周長線の伸張変形剛度 E_s が低いため、井筒前背面の大きな地盤反力をアーチ作用により側方へ伝達する効果がな

図-11 井筒断面上の直応力分布

く、井筒前背面の矢板は単一杭のように働き、これに対し井筒側面部の矢板は継手のせん断剛度により合成された荷重と平行な方向の壁として剛に働くためである。図-10 (c) は、荷重方向と直交する軸まわりの矢板の曲げモーメントを示すが、頂版との結合部において中間部と異符号の拘束モーメントを生じている。このことは載荷試験でも観測されているが、指針¹⁾の計算法では表わせないものである。また、井筒断面上での直応力分布を、頂版下面位置とそれより 6m 下方位置について図-11 に示すが、従来実測されているような鋼管井筒の応力特性をよく表わしている。

図-10 (d) は継手 No. 9 (矢板 No. 9 と 10 の間の継手) のせん断応力 q を示す。

(3) 比較計算

基準モデルの諸定数のうち 6 つのものをパラメーターに選び、それらを 1 つ 1 つ値を変化させて計算を行い、それに伴う変位や応力の変動の具合を調べたのが図-12 である。その縦軸は変位や応力を示すが、すべて基準モデルの対応する変位や応力との比で表わしてある。

横軸は対象に選んだパラメーターを示すが、周長線の伸張変形剛度 E_s 以外はすべて基準モデルの定数との比で表わしてある。すなわち、横軸に $() / ()$ と表わしてあるのがそれで、 $()$ は対象としたパラメーターの値であり、分母の $()$ は比をとるのに用いた基準モデルの定数である。

グラフ中の矢板の軸力は矢板 No. 1 のものであり、矢板の曲げモーメントはグラフに示してあるように矢板 No. 1 と No. 10 のものである。また、たとえばグラフ中に “No. 10 (中間)” と記してあるものは、矢板 No. 10 の中間部の正

図—12 井筒定数と変位、応力の関係

の最大曲げモーメントである。図—12 (a) から、伸張変形剛度 E_s が増すにつれ前面の矢板 No. 1 の負担が減り側面の矢板 No. 10 の負担が増していくことがわかる。そのほか、継手のせん断剛度の効果であるが、図—12 (f) をみる限りでは矢板 No. 1 の曲げモーメントにはほとんど影響ないようにみえるが、それは前にも述べたように基準モデルの周長線の伸張変形剛度 E_s が小さいため、前面の矢板は単一杭のように働いてしまうことによる。 E_s の値が大きくなり、アーチ作用による井筒の周方向への地盤反力の分散作用が強まれば、矢板 No.

1 にも継手のせん断剛度 G_J の効果が矢板 No. 10 と同様に生じてくる。

9. 実物載荷試験への応用

前章ではかなり大胆に諸定数を仮定して数値計算を行ったが、本報告の計算法は定性的には鋼管井筒の挙動を表現できるものであったと思う。この章では図—13 に示す 4 例の実物載荷試験-A~D に適用して、定量的な面での比較を行う。

(1) 諸定数の決定

諸定数の計算は基本的には前章と同じであるが、多少の変更や条件の違いもあるので、以下に相違点のみを示すことにする。

i) 矢板本管内にコンクリートが充填されている場合、コンクリート断面は全断面有効でかつ完全に鋼管に合成されているとする。またコンクリート充填区間の周方向の伸張変形剛度 E_s は、前章で決めた一般部の値の 100 倍と仮定する（ただし、載荷試験-D では一般部、コンクリート中詰部ともにさらに 10 倍高めた）。

ii) 頂版と矢板が頂版下面で十分に剛結されているとはいいがたいと思えたので、計算上は実際の頂版下面から 1 m 上を頂版と矢板の剛結点として計算を行った。

iii) 地盤の変形係数は N 値以外に測定値も参照して決めたが、その後の扱いは前章と同じである。ただし、式 (54・b) に対し、ここでは次のように仮定する。

$$k_s = k_z = 0.4 k_n$$

その他の相違点や特記事項については以下に記す。

〔載荷試験-A：雨天岸壁のクレーン基礎⁷⁾〕

井筒の下 15 m は地中に打ち込まれているが、その上方は海水中に突出している。突出部は井筒の中も土砂詰めされているが、この部分に地盤ばねは一切考えない。また継手のせん断剛度はモルタル処理区間については前章と同様に $G_J = 60\,000 \text{ t/m}^2$ とするが、無処理区間についてはその 1/5 と仮定した。

〔載荷試験-B：サイジングプラントの基礎⁸⁾〕

一般に脚付とよばれるものであり、脚部においては井筒部の矢板が 1 本おきに抜けた断面となっている。この脚部を表現するために、計算上は矢板本数を井筒部と同じにする代わりに矢板断面定数を 1/2 としたほか、継手のせん断剛度 G_J 、伸張変形剛度 E_s および矢板の純ねじり定数 J_s は零とした。また、この井筒は他のものと継手構造が違い、継手のせん断剛度はモルタル処理区間と無処理区間でそれぞれ $G_J = 10\,000 \text{ t/m}^2$ と $1\,000 \text{ t/m}^2$ と仮定した。

〔載荷試験-C：道路高架橋の基礎⁹⁾〕

〔載荷試験-D：東北新幹線高架橋の基礎¹⁰⁾〕

中詰されているが、継手のモルタル処理は井筒のほぼ全長にわたり行われている。ただし載荷試験-D では井筒先端部 2 m には継手管がないので、継手のせん断剛度 G_J 、伸張変形剛度 E_s および矢板の純ねじり定数 J_s は零とした。また、継手構造は載荷試験-A と同じであるので、その剛度も載荷試験-C ではそれと同じとしたが、載荷試験-D では文献 11) に報告されている継手のせん

載荷試験-A 川崎製鉄(株)水島製鉄所 雨天岸壁の基礎

載荷試験-B 日本鋼管(株)福山製鉄所 サイジングプラント基礎

載荷試験-C 首都高速道路公団 BT 251 工区高架橋基礎

図-13 (c), (d) に示すようにいずれも矢板本管内に途中までコンクリートが

図—13 実物載荷試験と計算値の比較

断耐力 ($q_u \approx 20 \text{ t/m}$) を越えるせん断応力 q が計算されるため、それを越えないように井筒の上方約 2/3 の区間について継手のせん断剛度を 1/6~1/3 程度に落として計算を行ったものである。

(2) 計算結果と若干の考察

上記の載荷試験における測定値と計算値を図—13に示す。各例とも応力度は井筒前背面の矢板の▽印を付した点に着目したものである。頂版下面近傍の矢板応力の測定値をみると、それには計算外の付属物（頂版下の均しコンクリート、頂版と矢板の結合金物あるいは載荷試験-Bでは頂版下2~3mには矢板内に中詰コンクリートがあると予想されるなど）の効果が現われて測定値が不自然に小さくなるなど測定値に乱れのあるものがあるが、この点を除けば、定性的にも定量的にも計算値は鋼管井筒の挙動を比較的良好にとらえていると思う。ただし、鋼管井筒の性状を支配する諸定数についてはいまだ不明確な点が多分に残されているのが実情であり、これまで記してきたように、わずかな資料をもとに多くの定数を推定によって定め計算を行ったものである。そこでは、実物載荷試験結果を多分に参考として、それに合うように諸定数の算定法を推定した面も多分にある。

たとえば、本報告の数値計算では地盤ばねの強度分布を井筒の周方向に一定としたが、それはケーソン基礎の設計¹¹⁾のように地盤圧縮面にのみ地盤ばねを仮定するとその矢板にのみ大きな応力が計算され、実物載荷試験の結果に合わないことによる。すなわち、実物載荷試験では井筒前後の矢板応力に有意な差が認められず、井筒前後の矢板に対する地盤の抵抗に目立った差はないことによる。これはたとえば載荷試験-Cのように細長い井筒を考えると井筒内部地盤が水平変位に抵抗するとは考えられないことから、地盤中の静止土圧によって井筒背面の地盤引張部にも引張ばね的效果が生ずるためであろう¹³⁾。その証拠に、静止土圧のほとんどない浅い土槽

内の模型実験では地盤圧縮部の矢板応力が引張部に比べ顕著に大きくなる^{2)~4)}。

そのほか、図—13に示すように矢板の頂部には杭基礎と同様の拘束モーメントが生じ、矢板の円外の応力度は地中部に向かうにつれ反転し交差する。このような状態は、単一棒に置き換えて計算する指針¹⁾の計算法では評価できないものである。

10. あとがき

実物載荷試験との比較によって示したように本報告の計算法は鋼管井筒本体の性状を比較的良好に表現し得るものであったと思う。しかし、本報告では三次元的広がりをもつ地盤を地盤ばねに置き換えて計算しているので、主要な構造要素である地盤の耐力機構については言及できるに至っていない。わずかに、実物載荷試験との比較によって地盤作用の概略的なものを推論しただけである。鋼管井筒ではケーソンと違って井筒内部地盤も、井筒が太短くなるにつれ、水平抵抗に関与してくるであろうし、また図—12(c)で示したように地盤の垂直抵抗 k_n とせん断抵抗 k_s の比は矢板応力にかなり影響する。これらの事柄を解明するためには、地盤を本来の三次元体として扱う必要があると考えており、今後は本研究を基礎として地盤の耐力機構にも言及していきたいと思っている。

謝 辞：本報告の作成にあたり、首都高速道路公団神奈川建設局 矢作 枢氏ならびに建設省土木研究所 塩井幸武氏から有益な示唆をいただいた。また、載荷試験データの収集に際しては多くの方々にとりていただいた。ここに深く感謝の意を表わす次第である。

参 考 文 献

- 1) 矢板式基礎研究委員会：矢板式基礎の設計と施工指針，1972。
- 2) 嶋 文雄・後藤尚男・松浦 佐・吉倉敬治：鋼管矢板井筒に関する模型実験の研究，土木学会第21回年次学術講演会講演概要集，III-112，1966。
- 3) 佐戸松二・山崎真喜雄・江見 晋・前原 博：矢板式基礎の構造特性に関する模型実験，橋梁と基礎，Vol. 10，No. 4, 5, 1976。
- 4) 矢作 枢・岡原美知夫・千野啓次・山本洋司：矢板式基礎の模型実験に関する報告，第12回土質工学研究発表会講演集，1977。
- 5) 木寺謙爾・長岡弘明・島岡久寿・小間憲彦：鋼管矢板井筒静的水平抵抗の有限要素解析，土木学会論文報告集，No. 259，1977.3。
- 6) 川上賢司・大久保忠良・駒田敬一・岡原美知夫：矢板式基礎と水平力に対するその構造特性，土木研究所資料，第1034号，昭和50年3月。

- 7) 脇黒和彦・富永真生・新村和規：鋼管矢板 ウェル による海中ピアーの施工例，第 17 回橋梁，構造工学研究発表会，1970.
- 8) 藤田圭一・山口靖紀・木寺謙爾・島岡久寿・小間憲彦：鋼管矢板井筒基礎の施工および水平載荷試験，土と基礎，Vol. 21, No. 12.
- 9) 徳良賢一・根本 洋・手塚茂樹：鋼管矢板井筒基礎の実物水平載荷試験，土木学会第 32 回年次学術講演会講演概要集，Ⅲ-300, 1977.
- 10) 日本国有鉄道仙台新幹線工事局：小野 B1 3P 載荷試験・鋼管矢板井筒水平載荷試験の解析報告書，昭和 53 年 3 月.
- 11) (社)日本道路協会：道路橋示方書・Ⅳ 下部構造編，昭和 55 年 5 月.
- 12) 駒田敬一・山川朝生・岡原美知夫：矢板式基礎の構造特性（第 1 報），土木技術資料，17-2, 1975.
- 13) 海野隆哉：連続地中壁を用いた函型剛体基礎，土木学会誌，Vol. 65, 1980.4.

(1980.7.3・受付)