条件付抽出法による大規模組織乱流に関する実験的研究*

EXPERIMENTAL STUDY ON THE LARGE-SCALE ORGANIZED
TURBULENCE BY CONDITIONAL SAMPLING TECHNIQUE

室 田 明**・福 原 輝 幸***・小 田 勝 也****

By Akira MUROTA, Teruyuki FUKUHARA and Katsuya ODA

1. 緒 論

壁面せん断乱流に関する最近の研究は, Kline, et al.¹⁾ によって指摘されたような壁面近傍に存在する大規模かつ組織だった乱れ現象 (bursting 現象) の解明に主眼がおかれている。彼らは水素気泡法による可視化実験から, 壁面近くに速度の遅い部分が縞状に存在し, それが上昇し, 激しく振動した後に, 乱れてしまうことを明らかにし, これが乱れエネルギー生成に本質的な役割を果たす現象であると説明した。また, Brodkey ら²⁾も酸化マグネシウムの微粒子を使用した同様な観察から, 高速の流れが低速の流体塊を押し流す過程 (sweep) によって低速の流体塊が持ち上げられることを指摘した。Grass³⁾も詳細な目視観測から, 流下方向変動流速 u と鉛直方向変動流速 v が負の相関関係にあり, burst 時には平均流速分布からかなり外れた流速分布となつて大きな瞬間レイノルズ応力 uv が生成されることを見出した。

このように, 乱れの動力学の観点からも bursting は興味ある現象であり, この乱れ特性を明確にすることは壁面乱流構造の解明にあたって必須である。

開水路流れにおける bursting 運動は流下方向流速の横方向分布 $U(z)$ に顕著に反映されており, 波状的な流速の非一様分布を生起させる乱流運動として認識できる。

著者らはすでに水路鉛直上からの目視観察により, この非一様な流速分布 (縞状構造) の時間・空間的特性について検討を行い, 低速流体・高速流体の相互作用という単純化した形で, 縞状構造の挙動を説明し得る大

規模乱流構造のモデルを提案している⁴⁾。

こうした目視観察に基づく大規模かつ組織だった乱流運動は, 点計測法により抽出される速度信号にも当然のことながら反映されると考えられる。

ただ, ここで注意しなければならないことは, 目視観察の場合は巨視的に現象を捉えることが可能なため, 注目すべき乱れ特性のみを作為的に抽出できるが, 点計測法の場合にはこうした作為抽出ができないことである。したがって, 得られたデータには bursting 運動を捉えた部分もあれば, そうでない純粋な (chaotic な) 乱れを捉えた部分もあり, 種々の乱れ状態を反映したデータが点計測法では集積されていると考えられる。

そのために, 通常の平均化操作を施したデータ処理では, 大規模な組織乱流の特性が看過されてしまうおそれのあることから, 乱流の研究に対して条件付抽出法がよく用いられるようになってきた。

たとえば, 壁面乱流の分野では Lu と Willmarth⁵⁾ がレイノルズ応力 ($-uv$) の事象 (u と v の正負の組合せ) と変動の大きさに条件付けした抽出法を用いて, レイノルズ応力の構造について詳細に議論しており, 平均レイノルズ応力に対しては ejection ($u < 0, v > 0$), 続いて sweep ($u > 0, v < 0$) による寄与の高いことを指摘した。その後も多くの研究者によりレイノルズ応力の構造についての議論がなされてきたが, これが bursting といかに結びつくかは依然として明確でない。

ところが, ごく最近になって Brown と Thomas⁶⁾, Wallace et al.⁷⁾ や Blackwelder と Kaplan⁸⁾ は境界層内で測定した u -時系列に特徴的な変動が周期的に現われることを見出し, これが bursting 運動を反映したものであると指摘した。この変動とは u が負から正へと急激に加速し, その後, 緩やかに減速するような変動であり, あたかもこのぎり歯状の時系列信号として認識される。

一方, Sabot et al.⁹⁾ は円管乱流において, 上述のよ

* 本研究の一部は, 文献 19) に発表済みであるが, 本論文はさらに新たな研究成果をまとめたものである。

** 正会員 工博 大阪大学教授 工学部土木工学科

*** 学生会員 工修 大阪大学博士後期課程 2 年 工学部土木工学科

**** 学生会員 大阪大学博士前期課程 2 年 工学部土木工学科

図-1 変動流速 u および du/dt の時系列

うな u -時系列変動が現われることを明らかにした。

さらに、著者らが開水路路床近傍で測定した u -時系列(図-1)からも、同様なのこぎり歯状の変動が ④, ⑥, ⑦ で示すごとく確認される。

乱流場の条件・状態は異なるものの、 u -時系列にみられる特徴的な変動は、大規模かつ組織だった壁面乱流構造を解明するための端緒として期待されるのである。

そこで、このような時系列特性に着目し、bursting 現象を明らかにしようとする試みが先の研究者らによってなされ始めた。その中の一つに Wallace et al.⁷⁾ のパターン認識を用いた研究がある。

本論文は、(i) Wallace et al.^{7), 10)} のパターン認識法に独自の修正を加えた条件付抽出法を用いて、彼らの方法では抽出されなかった bursting の完全な周期過程のパターンを求めることにより、bursting の水深方向変化の特性、換言すれば開水路乱流の断面内特性を明らかにする、(ii) パターン認識による知見を定量的に評価し、乱れの動力学に及ぼす大規模乱流運動の貢献度について考察するとともに、可視化研究による結果との比較・対応を試みる、(iii) (i) と (ii) より、参考文献 4) で紹介した大規模乱流構造のモデルを鉛直流れ場に拡張し、時系列特性をも矛盾なく説明し得る乱流構造モデルを提案する、ことを目的とする。

2. 条件付抽出法

(1) 条件付抽出法の手順

ここでは、まず本研究の目的 (i) を遂行するための条件付抽出法(パターン認識法)を、次に目的 (ii) を遂行するための条件付抽出法を説明する。

パターン認識法の詳細については参考文献 7), 10) を参照されたい。Wallace らと著者らのパターン認識法を比較するために、彼らの手法の問題点を列挙した後、引き続いて本手法の手順を述べる。

Wallace らの方法では、(i) パターンがほぼ低速部

($u < 0$) の部分でのみ時間の規格化が施されており、規格化の範囲外($u > 0$)の部分では、もはやパターンの変化(変動の大きさ、加速・減速の度合)が議論ができなくなる。たとえば、レイノルズ応力のパターンに関しては、ejection ($u < 0, v > 0$) では時間の規格化がなされているが、sweep ($u > 0, v < 0$) では解放されている。それゆえ、両者を同等に評価することはできない。したがって、彼らの方法は bursting の一周期内の過

程(加速から次の加速までのパターン)を完全に認識するまでに至っていない。(ii) パターンの時間規模が考慮されていないために、抽出される標本(パターン)は時間規模が小さいと引き伸ばされ、逆に時間規模が大きいと収縮されることになる。したがって、各パターンをアンサンブル平均すれば、平均パターンは歪んだ状態となり、後で詳細に述べるが、bursting とは判断しにくいような時間規模の乱れ(パターン)の影響が平均パターンに含まれるといった問題が生じる。こうした背景から、Wallace らが注目して評価していた u と v のパターンの間の位相のずれにも当然のことながら誤差が含まれることになる。この点に関しては補遺で議論する。

また、今回は各パターン内の u の平均(T.P.A.V.)を用いた反復手法を用いることで抽出されるサブパターンが bursting を反映したものか、あるいはそれ以外の動力学過程を反映したものであるかどうか不明なこと、および可視化研究との比較(可視化法では、大規模変動に重畳する小規模変動までは抽出できないこと)を考慮して、この反復手法は使用しないことにする。実際に、サブパターンによる影響は補遺にも示すごとくわずかであり、結果に対して本質的な変化を与えない。

そこで、(i)、(ii) を考慮してパターン認識に修正を加えた著者らの条件付抽出法の手順を図-2の流れ図によって説明する。

- 1) 移動平均による平滑化を施した変動流速 u_s とその時間微分($du_s/dt \equiv \dot{u}_s$)を計算する。
- 2) u_s の極小値と極大値の間でみつけた $\dot{u}_s$ の最大値 $\dot{u}_{s \max \text{old}}$ から検出を開始する。
- 3) u_s が最初に正から負へ変化する点 $u_{s \phi 1}$ 、次に負から正へ零交差する点 $u_{s \phi 2}$ 、さらに正から負へ再交差する点 $u_{s \phi 3}$ をみつける。
- 4) $u_{s \phi 1}$ と $u_{s \phi 2}$ の間で u_s の最小値を示す点 $u_{s \min}$ および $u_{s \phi 2}$ と $u_{s \phi 3}$ の間で最大値を示す点 $u_{s \max}$ をみつける。
- 5) $u_{s \min}$ と $u_{s \max}$ の間で $\dot{u}_s$ の最大値 $\dot{u}_{s \max \text{new}}$ をみつけて、一つのパターンの検出が終了する。この

図-2 条件付抽出法の流れ図

$\dot{u}_{s \max new}$ から $\dot{u}_{s \max old}$ の間の時間間隔を、一つの bursting 周期とみなしパターン長とよぶことにする。

6) $\dot{u}_{s \max new}$ を $\dot{u}_{s \max old}$ に置換して、2)~5) の過程を繰り返す。

7) アンサンブル平均パターンを求めるために、正規化時間として 200 点を選び、50 番目が $\dot{u}_{s \max old}$ に、150 番目が $\dot{u}_{s \max new}$ に位置するようにパターンを正規化する。

8) 既往の方法に比べて量的に評価でき、かつパターン長(変動の時間規模)の違いによる乱れ特性の変化も議論できるように、パターン長別に標本を分類し、その分類された標本ごとにアンサンブル平均を行う。

以上の 1)~8) の過程に従って組織乱流(bursting)の特性を明らかにする。

一方、著者らはすでに可視化実験によって開水路流れ

の乱れ特性が場所的にも(特に、高・低速渦で)異なることを明らかにしている²⁰⁾。

そこで、本研究では u の正負で区別される高速部($u > 0$)と低速部($u < 0$)における乱れ諸量が、時間規模の違いによっていかに変化するかを調べることで、緒論で述べた本研究の目的(i)と(ii)に対する検討を行う。

そのための条件付抽出法を式(1)~(3)に示す。

時間規模 $T^+{}_B (\equiv T_B U_0 / H)$, T_B : パターン長, U_0 : 主流速, H : 水深)を考慮した水理量 Q の条件付平均値 $\langle Q / C_i \rangle_{T^+{}_B, m}$ は次式により得られる。

$$\langle Q / C_i \rangle_{T^+{}_B, m} \text{ 注 1) } = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{\int_0^T Q(t) H(C, T^+{}_B : t) dt}{\int_0^T H(C, T^+{}_B : t) dt} \quad \dots\dots\dots (1)$$

検出関数 $H(C, T^+{}_B : t)$ は、

$$H(C, T^+{}_B : t) \begin{cases} = 1 & C = C_i, T^+{}_B = T^+{}_B, m \\ = 0 & \text{その他} \end{cases} \quad \dots\dots\dots (2)$$

で定義される。ここに、 C_i は乱れの事象を、 $T^+{}_B, m$ はパターン長をそれぞれ規定するための条件を表わす。たとえば、パターン長を $T^+{}_B = 0.15$ ごとに分割した場合、 $m=1$ は $T^+{}_B$ が $0.15 \sim 0.3$ の範囲を示す。以下では、パターン長の分割幅を $\Delta T^+{}_B$ で表わす。

条件 C_i は、式(3)で具体的に区別される。

$$C_i = \left\{ \begin{array}{l} u > 0 \dots\dots\dots \text{高速部} \\ u < 0 \dots\dots\dots \text{低速部} \\ v > 0 \dots\dots\dots \text{鉛直上向き} \\ v < 0 \dots\dots\dots \text{鉛直下向き} \\ u < 0, v > 0 \dots\dots \text{ejection} \\ u > 0, v < 0 \dots\dots \text{sweep} \end{array} \right\} \quad \dots\dots\dots (3)$$

また、長時間平均値 $\bar{Q}$ は式(4)により得られる。

$$\bar{Q} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T Q(t) dt \quad \dots\dots\dots (4)$$

(2) 時系列の平滑化

流速 U から小規模な偶然変動を除去し、大規模乱流構造を反映すると考えられるような変動を抽出しやすくするために、時系列信号の平滑化が施された。特に、今回の抽出法は単に変動が著しく大きな部分のみを検出するのではなく、時系列の特徴的な変動パターンにも注目して組織乱流構造の変遷過程を明らかにしようとするものであるから、他の条件付抽出法に比べて平滑化の影響を受けやすい。

ここでは、路床から鉛直上向き無次元距離 $y^+ \equiv y u_* / \nu \approx 30$ (u_* : 摩擦速度, ν : 動粘性係数) におけるパ

注 1) 図中において、 $\langle Q / C_i \rangle_{T^+{}_B, m}$ は $\langle Q / C \rangle_{T^+{}_B}$ として表現される。

図-3 平滑化項数と平均パターン長の関係

ーン長と平滑化項数 N_s との関係を図-3に示すが、平滑化項数が増えるに従って平均パターン長は増大している。

しかしながら、ただ単に平滑化項数を増加させるだけでは秩序だった乱流構造の特徴が失われる危険性があるので、平滑化項数の決定に際してはなんらかの基準を設定することが必要となる。

ここで対象とする大規模乱流は乱れエネルギーの逸散よりはむしろ生成に大きく寄与するというのが通説であるから、bursting運動の特性は、平均渦径程度に相当する時間規模よりも長い時系列変動の方により顕著に現われやすいとの考え方は妥当であろう。

このような観点から、路床近傍では少なくとも積分時間規模以上の変動の様相を忠実に再現するために、

$$N_s \leq T_I / \Delta t \equiv L_X / (\Delta t \bar{U}(y)) \dots\dots\dots (5)$$

で規定される N_s を平滑化項数として採用する。本研究では $N_s=13$ とし、移動平均法を用いて時系列の平滑化を行った。ちなみに、実験による流下方向の平均渦径と水深の比は $y/H=0.09$ で $L_X/H=0.36$ 、一方、式(5)による $L_X/H=0.28$ である。さらに、平均 burst 周期と比較すれば、 $\Delta t N_s / \bar{T}_B = 0.37$ となり、 $N_s=13$ とする平滑化によって bursting は十分検出可能である。ここに、 T_I は積分時間規模、 Δt は標本化時間間隔、 $\bar{U}(y)$ は局所平均流速を表わす。

3. 実験方法およびデータ処理法

実験に用いた水路は長さ 20 m、幅 0.5 m、高さ 0.32 m のアクリル樹脂製可変勾配水路であり、断面平均流速 $U_m=10.0$ cm/sec、水深 $H=7.0$ cm、レイノルズ数 $Re=U_m H/\nu=6760$ の実験条件のもとで、等流を維持した状態で計測を行った。

流速の測定には、2成分熱線流速計が使用され、得られた出力は大阪大学大型計算機センターの電算機(ACOS-900)で処理された。A/D変換は100 Hzと50 Hzの2種類でなされ、同計算機センターのX-Yプロッターを用いて時系列を描き、形状に差異のないことを確認した後、本研究では50 Hzを採用することにした。データ数は24000とかなり多いために、データを適当に分割して乱れ諸量および統計量を求め、既往の結果と比較

することで、データの妥当性およびトレンドについて検討を行った。

4. 開水路乱流場の時間特性

図-4は他の実験ケース

も含めて、平均パターン長 $\bar{T}_B^+ \equiv \bar{T}_B U_0 / H$ と y^+ の関係を示したものであり、 U_0 は主流速(平均速度勾配が小さな $y/H=0.7 \sim 0.9$ における平均流速)を表わす。壁面近傍における $\bar{T}_B^+$ の値は約1.4~1.7となり、

可視化法で得られた値⁴⁾($\bar{T}_B^+=1.5 \sim 3.0$)に比べて若干小さいが、オーダー的にはほぼ一致する。

また、 $\bar{T}_B^+$ の水深方向変化をみると、 $\bar{T}_B^+$ は $y^+ \leq 70 \sim 100$ までは y^+ の増大につれて減少しているが、それ以上に壁面から離れると $\bar{T}_B^+$ はほぼ一定か、若干減少している程度にばらつく。この結果は、Ueda と Hinze¹¹⁾ や Brodkey ら¹²⁾ が乱流境界層で、柵津ら¹³⁾ が開水路乱流で得た結果と同様な傾向を示す。

これより、最大の乱れエネルギーが生成されるバッファー領域($y^+=10 \sim 20$)における低周波数の bursting は、 $y^+ \approx 70 \sim 100$ までは路床から離れるに従ってしだいに高周波数の運動に推移すると推察される。

図-5は $y^+ \approx 30$ ($y/H=0.09$)におけるパターン長の確率密度分布を示したものである。可視化実験で得られた結果²⁰⁾(高、低速縞の通過周期の確率密度分布)と同様に、パターン長が対数正規分布に従って現われることは図中に示す理論曲線との一致から明らかであり、 χ^2 -検定からも十分採択される。

図-4 平均パターン長の水深方向変化

5. 開水路流れの乱れ運動特性

(1) アンサンブル平均パターン

開水路断面内の乱れ特性の変化については従来あまり議論されておらず、興味深い問題の1つである。ここで

図-5 パターン長の確率密度分布

は、大規模かつ秩序だった乱流運動が路床から離れるに従っていかに変化するかを、種々の y/H で求めたアンサンブル平均パターンより検討する。

なお、以下に記す y^+ の値は後で詳細に述べるように、乱流運動の水深方向変化の過程を顕著に示す領域の代表値であり、可視化実験による流速 U の横方向分布 $U(z)$ の断面内特性との対応も可能と思われる。

著者らは開水路乱流場を3つの領域に分類できると考えており、可視化研究の成果に基づくこの領域の特性を要約すれば、次のとおりである。

(i) 内部領域：bursting 運動が活発なバッファ層（明瞭な $U(z)$ の非一様分布が現われる領域）から路床近傍までの領域…… $y^+ \approx 30$ ($y/H=0.09$)

(ii) 外部領域：ほぼ一様な $U(z)$ が現われるような水面近傍の領域…… $y^+ \approx 255$ ($y/H=0.7$)

(iii) 遷移領域：(i) と (ii) の中間領域…… $y^+ \approx 100$ ($y/H=0.3$)

また、 $\langle Q \rangle$ は水量 Q のアンサンブル平均を表わす。

(A) 内部領域

図-6 はパターン長別に分類された標本から求めた $\langle u \rangle$, $\langle v \rangle$ および $\langle -uv \rangle$ のパターンを示したものであり、縦軸は $\langle u \rangle$, $\langle v \rangle$ をそれぞれの乱れ強度で、また $\langle -uv \rangle$ は平均値 $\overline{uv}$ で無次元化した値を表わす。横軸は正規化された時間の規模を表わしており、2つの小さなきざみは $\dot{u}_{s \max old}$ と $\dot{u}_{s \max new}$ (50 番目と 150 番目) を示す印である。

まず、図-6(a) は短周期 ($T^+_B=0.25 \sim 0.5$) の変動によるパターンを示すが、 $\langle u \rangle$ のパターンはほぼ正弦関数的であり、 $\langle v \rangle$ との間の相関もそれほど明確でない。

$\langle -uv \rangle$ の値も時間平均値に比べて小さく、平均レイノルズ応力への貢献が低いことより、短周期の変動は bursting によるものとは判断しにくい。

平均周期程度 ($T^+_B=1.0 \sim 1.25$) の変動になると、図-6(b) に示すごとく $\langle u \rangle$ にはのこぎり歯状のパターンが現われ、 $\langle v \rangle$ との間で明確な負の相関関係が成立する。さらに $\langle u \rangle$ と $\langle v \rangle$ のパターンを詳細に眺めると、

$\langle u \rangle$ の正の極値の後に $\langle v \rangle$ の負の極値が現われており、 v より u の方がわずかに位相が進んでいる。このことから路床向きの流動は流下方向の流れが加速し始めた後に起こると解釈できる。しかしながら、 $\langle u \rangle$ の負の極値と $\langle v \rangle$ の正の極値の時間遅れに関してはそれほど明確な傾向が現われない。

図-6 アンサンブル平均パターン（内部領域）

また, bursting の平均周期が流れの外部パラメータで規定されるという既往の結果^{4),5)}から判断すれば, 高速流体が路床に向かって侵入することが引き金となって低速流体の水面向き移動が励起されると考えるのが妥当であろう。

$\langle -uv \rangle$ については $\langle u \rangle$ の負および $\langle v \rangle$ の正の極値付近で, 平均値の2倍程度の値をもつ明瞭なピークが現われるようになり, 他の周期別による結果も含めて, $\langle v \rangle$ の負の極値付近に対応する $\langle u \rangle$ の正の部分においても平均値以上の $\langle -uv \rangle$ の値が現われてくる。このような $\langle -uv \rangle$ の特性は, sweep よりも ejection の方が極大値, 平均レイノルズ応力への寄与がともに大きいという Lu と Willmarth⁹⁾, Brodkey ら¹²⁾, 衿津ら¹³⁾の結果を具体的に示したものと見える。

$\langle u^2 \rangle, \langle v^2 \rangle$ は短周期では明確な傾向が現われないが, 平均周期程度になると, $\langle u^2 \rangle, \langle v^2 \rangle$ とともに高速部に比べて低速部で大きな値をとるようになり, 高速流体よりも低速流体の方が変動レベルは大きいと推察される。

次に, 乱れエネルギー方程式において重要な拡散項に関連する乱れエネルギーの拡散率 D のアンサンブル平均パターンを調べる。 D は式 (6) で定義される。

$$D = \frac{1}{2} (\overline{u^2 + v^2 + w^2}) v \approx \left(\frac{u^2}{2} + v^2 \right) v \dots \dots (6)$$

ここに, $\bar{}$ は時間平均値を表わす。 D は高次モーメントであるにもかかわらず, パターンは明確であり, 乱れエネルギーは低速部 ($\langle u \rangle < 0$) で水面向きに, 高速部 ($\langle u \rangle > 0$) で路床向きにそれぞれ拡散されることがわかる。

しかも, D の絶対値は高速部よりも低速部で大きいことから, 乱れエネルギーの拡散は相対的に路床向きよりも水面向きの方が活発であると判断できる。

さらに長周期 ($T_B^+ = 1.75 \sim 2.0$) の変動になると, データ個数の減少もあって, 図-6(c) に示すようにパターンはやや煩雑になるが, $\langle u \rangle$ の極値付近での $\langle u \rangle$ と $\langle v \rangle$ の負の相関は認識でき, u が大規模かつ急激に変化する際, v は逆位相となって現われやすいという実際の時系列特性を反映している。

次に, $\langle u \rangle$ パターンについて, その振幅 a ($\langle u \rangle$ の極大値と極小値の差) とパターン長の関係について調べてみた。この結果が図-7であり, 振幅 a は式 (7) に従って長周期になるにつれて一定値に漸近するように増大する。これより, u の変動の大きさと周期(時間規模)の間には密接な関連のあることがわかる。

$$a/u_{rms} = 1.6[1 - \exp(-1.6 T_B^+)] \dots \dots (7)$$

(B) 遷移領域

短周期の変動は内部領域でのパターンと同様の傾向にあり, bursting の特性を反映したものと容認しがた

図-7 変動の大きさとパターン長の関係

図-8 アンサンブル平均パターン (遷移領域)

い。

図-8 は $T_B^+ = 1.25 \sim 1.5$ のパターンを示したものであるが, 同測定位置における他の周期別の結果も含めて注目すべきは $\langle u \rangle$ と $\langle v \rangle$ の相関であり, $\langle u \rangle < 0$, $\langle v \rangle > 0$ の相関に比べて $\langle u \rangle > 0$, $\langle v \rangle < 0$ の相関が相対的に不明瞭となりやすいことである。

このことは低流速の流体塊の水面向き移動に比べて, 高速流体の路床向き移動が不明瞭になることを示唆しており, 内部領域で存在するような秩序だった乱流運動の減衰が推察される。

$\langle -uv \rangle$ は $\langle u \rangle$ の負と $\langle v \rangle$ の正の極値付近と $\langle u \rangle$ の減速過程でそれぞれピークが現われているが, 他の周期別の結果も含めて, 特に前者のピークは明確に認められる。

なお, ここでは図示していないが $\langle u^2 \rangle, \langle v^2 \rangle$ および $\langle D \rangle$ のパターンは内部領域における場合とそれほど変わらない。

また, $y/H \leq 0.3$ における $\langle u \rangle$ のパターンのもう一つの特徴として, 図-9 に示すように $\langle u \rangle$ のパターンの正の極値 a_p と負の極値 a_n の比 a_p/a_n が 1.0 より

小さくなることがあげられる。このことは変動流速 u のピークの絶対値が高速部よりも低速部で大きいことを示唆しており、確率論的には u の確率密度分布のすその部分では、正よりも負側で密度

図-9 a_p/a_n と y^+ の関係

が高くやすくと解釈できる。これについては、Brodkey ら¹⁴⁾、Klebanoff と Philips ら¹⁵⁾の結果からも明らかであり、 u の高次モーメントに及ぼす bursting の影響は無視できないことが予想される。

(C) 外部領域

図-10 は $T_B^+ = 1.0 \sim 1.25$ のアンサンブル平均形を示しているが、遷移領域までのものとは異なっておりかなり複雑なパターンとなり、 $\langle u \rangle$ と $\langle v \rangle$ の間の規則性は認められなくなる。この原因としては、条件付抽出によって周期別にパターンは抽出されるものの長周期ではパターン数そのものが減少すること、およびその周期内で発生している小規模かつ不規則な乱れのために、平均化すれば複雑なパターンになると思われる。

(2) 可視化研究との対比およびパターン認識の結果に対する定量的検証

パターン認識法により、開水路流れの乱れ特性は路床からの距離と乱れの時間規模（パターン長）によって異なることが明らかとなった。

ここでは、上述の乱れ特性をより定量的に求めることにより、乱れの動力学に及ぼす大規模かつ秩序だった乱流構造の影響を評価するとともに、点計測と可視化の関連性について検討を行う。

a) 時間規模に関する可視化研究との比較・対応

図-10 アンサンブル平均パターン
(外部領域)

図-11 時間規模に関する評価

bursting 現象をより具体的に理解するためには、点計測法で検出される周期と可視化法で得られる周期の関連性について検討する必要がある。

4.(1) で述べたごとく、路床近傍での T_B^+ が可視化法による値に比べて小さいという結果は、点計測の方が短周期の変動を抽出しやすいと推察されるが、両周期の関係は図-11 の模式図で大略的には説明できよう。すなわち u -時系列を対象とした場合、同一の bursting 過程であっても可視化法では高・低速稿の通過周期として bursting 周期が評価されることから、 u の極大値 $u_{\max}$ または極小値 $u_{\min}$ が再出現するまでの時間間隔を、一方点計測では $u_{\max}$ の前あるいは $u_{\min}$ の後に生ずる du/dt の極大値の時間間隔をそれぞれ捉えていると考えられる。

b) 空間規模に関する評価

パターン認識により、路床近傍では高速流体の路床向き移動と低速流体の水面向き移動が交互にかつ周期的に発生していることが認められた。

写真-1 は断面平均流速 5 cm/sec、水深 7 cm の水理条件のもとで、流下方向に発生させた水素気泡塊の流動状況を示したものである¹⁵⁾。静止流体中ではほぼ一様に上昇する気泡塊が著しく不均一に上昇していることから、矢印の方向に向かうような流動が作用することによって、気泡塊の上昇が相対的に促進または抑制されると推察される。

上向きの矢印が低速流体に、下向きの矢印が高速流体に対応するという保証はないが、いずれにせよ矢印で示すような大規模な水面向き流動と路床向き流動が交互に存在していると仮定すれば、同写真はパターン認識による知見を矛盾なく説明している。

写真-1 気泡塊の流動状況

ちなみに、内部領域 $y/H=0.1\sim 0.2$ における気泡塊の流下方向の間隔 S_c の確率密度分布を 図-12 に示すが、 S_c は対数正規分布に従っている。また、 S_c の平均値は $\bar{S}_c/H \approx 0.8$ 、一方、平均パターン長 $\bar{T}_B^+$ に局所平均流速 $\bar{U}(y)$ を乗じた空間規模 S_X を水深 H で無次元化すると、 $S_X/H \approx 1.0$ となり、可視化による値が点計測によるそれに比べてわずかに小さいが、 S_c と S_X はほぼ同程度の規模と考えられる。

c) 乱れの規則性に関する評価

$\langle u \rangle$ と $\langle v \rangle$ のパターンにみられる逆位相（負の相関）の関係は秩序（あるいは組織）だった乱れの存在を示唆するものであり、前章までの結果により、この相関はパターン長の大きさによって異なることが、定性的ではあるが識別できた。

図-12 空間規模 S_X の確率密度分布

(a)

(b)

図-13 相関係数とパターン長の関係

そこで、時間規模の違いによる乱れの規則性の度合を表わす指標として、式 (8) で与えられるような u と v の相互相関係数を求める。

$$\langle R \rangle_{T+B} = \frac{\langle -uv \rangle_{T+B}}{(\langle u^2 \rangle_{T+B})^{1/2} \cdot (\langle v^2 \rangle_{T+B})^{1/2}} \dots\dots\dots (8)$$

この結果が、図-13 であり、(a) は $y/H=0.09$ の内部領域、(b) は $y/H=0.7$ の外部領域における結果をそれぞれ示す。同図より、内部領域では T_B^+ の増大とともに $\langle R \rangle_{T+B}$ は式 (7) の右辺と相似な分布形を呈して増大しているが、外部領域になるともはや T_B^+ による差異は認めにくい。なお同図には、 $\Delta T_B^+=0.15, 0.2, 0.25$ の 3 種類の結果を併示しているが、3 者とも同様な傾向を示す。

以上より、(i) 内部領域では、時間規模の小さなパターンよりも時間規模の大きなパターンの方が大規模かつ秩序だった乱れを示している（この傾向は遷移領域においてもまだ認められる）、(ii) 外部領域では内部領域ほどには大規模組織乱流の影響は受けにくい、ことが理解できる。

d) 乱れ強度

ここでは、乱れ強度に関連する量として変動速度の 2 次モーメント u^2, v^2 を用いて、任意のパターン長ごとに、高・低速部における $\langle u^2(u>0) \rangle_{T+B}, \langle u^2(u<0) \rangle_{T+B}$ および $\langle v^2(u>0) \rangle_{T+B}, \langle v^2(u<0) \rangle_{T+B}$ を調べる。それぞれの結果を内部、遷移、外部の領域別に順次示したのが 図-14(a), (b), (c) および 図-15(a), (b), (c) である。同図より、(i) 3 領域とも u^2, v^2 は高速部より低速部の方で大きく、平均的には $u^2(u<0)/u^2(u>0)=1.2\sim 1.6$ 、また $v^2(u<0)/v^2(u>0)=1.3\sim 1.5$ となる、(ii) パターン長で比較すれば、短周期よりは長周期の方で乱れ強度は大きいという傾向が内部、遷移領域では認められるが、外部領域ではもはや認められない、(iii) u^2 と v^2 でパターン長による差異を比較すれば、 v^2 は u^2 ほど明確でない、ということがわかる。

特に、(i) で述べた乱れ特性の内部領域における結果より、高速部と高速縞をまた低速部と低速縞を対応させて考えれば、低速縞での乱れ強度が高速縞でのそれよりも 20~30% 大きいという可視化の結果²⁰⁾と酷似していることがわかる。

e) レイノルズ応力

乱れエネルギーの発生に關与するレイノルズ応力 $-uv$ に対しても、可視化との対応が可能であるかどうかを検討することを目的として、 u の正負で条件付けした内部領域 ($y/H=0.09$) における結果を 図-16(a) に、あわせて v の正負で条件付けした結果を 図-16(b) にそれぞれ示す。両図より、(i) レイノルズ応力は高速部よりは低速部の方で約 2 倍程度、また $v<0$ より $v>$

(a)

(b)

(c)

図一四 条件付き乱れ強度 (u^2) とパターン長の関係

0 の際に約 3 倍程度大きくなる, (ii) パターン長で比較すると, 図に記した点にばらつきはあるものの, T_B^+ の増大に伴ってレイノルズ応力も増大している, ことがわかる。

特に注目すべきことは (i) の内容であり, これについても, 低速渦におけるレイノルズ応力が高速渦におけるそれよりも 2 倍程度大きいという可視化で得られた結果²⁰⁾と一致する。

さらに, 前節の結果 (u^2 は T_B^+ に比例して増大す

(a)

(b)

(c)

図一五 条件付き乱れ強度 (v^2) とパターン長の関係

る)とあわせて, 乱流のエネルギー平衡の観点から考えれば, 乱れエネルギーの生成率 $-\rho \overline{uv} d\overline{U}/dy$ が主流方向の運動エネルギー u^2 に変換される^{16), 17)} ことより, 乱れエネルギーの発生 (生成) に及ぼす大規模乱流運動の貢献の高いことが理解できる。

次に, 同じ条件によって求めたレイノルズ応力の分散 $\langle \sigma_{uv} \rangle_{T_B^+}$ を図一七(a), (b) に示す。同図より, (i) T_B^+ によって多少の違いはあるが, 平均的には $\sigma_{uv}(u < 0)/\sigma_{uv}(u > 0) \approx 1.2$, $\sigma_{uv}(v > 0)/\sigma_{uv}(v < 0) \approx 2.4$ となる, (ii) T_B^+ の増大に伴って $\langle \sigma_{uv} \rangle_{T_B^+}$ も増大する, ことがわかる。以上の結果から総じていえることは, 高速部に

比べて低速部の方が、乱れ諸量の変動レベルの高いことであり、低速流体は高速流体に比べて活動的である (Bradshaw¹⁸) 流に解釈すれば低速流体の関与する運動の方がより active な運動^{注2)}である) と解釈できる。

ちなみに、内部および外部領域において時間規模を考慮した ejection と sweep によるレイノルズ応力 $\langle -uv_{ej} \rangle_{T+B}$, $\langle -uv_{sw} \rangle_{T+B}$ を図-18(a), (b) に示す。同図より次のことが指摘できる。(i) 領域に関係なく平均的に $\langle -uv_{ej} \rangle / \langle -uv_{sw} \rangle \approx 1.7$ となる。(ii) 内部 (遷移領域も含む) 領域では $\langle -uv_{ej} \rangle_{T+B}$, $\langle -uv_{sw} \rangle_{T+B}$ とも T_B^+ の増大に伴って式 (7) の右辺と相似な分布形を呈して増大しているが、外部領域になるとこの傾向はもはや認められない。

上述の結果は高速流体の路床向き移動よりも低速流体の水面向き移動の際に、大きな値をもつレイノルズ応力が発生しやすいというパターン認識による指摘を、定量的に検証したものといえよう。

f) 乱れエネルギーの拡散

乱れエネルギーの拡散率は可視化研究で明らかのように²⁰⁾、高速編では路床向きの、逆に低速編では水面向きの

(a)

(b)

図-16 条件付きレイノルズ応力とパターン長の関係

注 2) セン断応力の発生と逸散に関与する乱流運動。

(a)

(b)

図-17 条件付きレイノルズ応力の分散とパターン長の関係

(a)

(b)

図-18 ejection と sweep によるレイノルズ応力とパターン長の関係

の流動がそれぞれ卓越することから、乱れエネルギーの拡散方向は両稿で異なることが予想される。

また、前節までの結果に基づけば u と v のパターンにみられる乱れ運動と上述の可視化研究に基づくそれとが酷似していることより、内部領域においては高、低速稿と高、低速部の対応が可能と思われる。そこで、点計測と可視化による知見とを比較する目的で、 u の正負で条件付け、パターン長ごとに D の値 $\langle D(u > 0) \rangle_{T+B}$, $\langle D(u < 0) \rangle_{T+B}$ を求める。

こうして得られた結果を内部・外部の領域別に示したのが図一19(a), (b)である。同図より、以下の点が指摘される。(i) 遷移領域も含め3つの領域に関係なく、乱れエネルギーは高速部では路床向きに、低速部では水面向きに拡散する。(ii) 高・低速部で比較した場合、後者における D の絶対値は前者のそれに比べて約3倍程度大きく、パターン認識による傾向を支持する。(iii) パターン長で比較した場合、内部(遷移領域も含む)領域までは $\langle D(u > 0) \rangle_{T+B}$, $\langle D(u < 0) \rangle_{T+B}$ とも $T+B$ に伴って式(7)の右辺と相似な分布形を呈して増大しているが、外部領域になるとこの傾向は認められない。

特に、(i), (ii) の結果より、単に式(6)を用いて D を求めるだけでは、組織乱流の特性を理解するまでに至らないことがわかる。

以上、5.(2) で得られた条件付乱れ特性は可視化による知見およびパターン認識による考察を定量的に示した

図一19 乱れエネルギー拡散率とパターン長の関係

だけでなく、乱れの動力学に及ぼす大規模組織乱流の影響の大きいことも示唆するものである。

6. 大規模乱流構造のモデル化

前節までで得られた知見を参考文献 1) に示す大規模乱流構造モデルに適用し、水深方向に拡張した乱流構造の概念図が図一20である。

この概念図と模式的な時系列より、以下の事柄が説明できる。

(A) 内部領域

(i) 路床から離れた領域より高速流体が路床近傍の低速領域へ侵入することが誘因となり、低速流体の水面向き移動が励起される。その結果、 $\langle u \rangle$ と $\langle v \rangle$ のパターンは逆位相(負の相関)を呈する。

(ii) 侵入した高速流体により急激な加速が生じるが、その後粘性抵抗および両流体塊の混合により、高速流体は緩やかに減速するため、 u -時系列にのこぎり歯状の変動が現われる。

(B) 遷移領域

路床から噴出した低流速の流体塊が外部高速流体へ侵入するために、 $\langle u \rangle < 0$, $\langle v \rangle > 0$ に比べて $\langle u \rangle > 0$, $\langle v \rangle < 0$ の関係が不明瞭になりやすい。

(C) 外部領域

いわゆる chaotic (無秩序な) 乱れに起因して u および v の時系列ともに内部領域ほどの大規模かつ規則的

図一20 大規模乱流構造と時系列の概念図

変動は現われにくい。

7. 結 論

本研究は緒論でも述べたように、開水路流れの大規模組織乱流の運動特性、乱れの動力学に及ぼす影響について定量的に把握するとともに、可視化法により得られた知見との比較・対応を試み、実際現象との対比でもって点計測に基づく結果をより具体的に理解しようとするものである。

開水路流れの乱れ運動特性を領域別に要約すれば、以下になる。

(A) 内部領域

(1) 開水路流れの乱れ特性は u -時系列に顕著に現われ、のこぎり歯信号（急激な加速の後、緩やかな減速を呈するような信号）として認識できる。

(2) (1)の乱れ特性は高速部 ($u > 0$) と低速部 ($u < 0$) で異なっており、乱れ強度、レイノルズ応力および乱れエネルギーの拡散率は高速部より低速部の方で大きい。また、乱れエネルギーの拡散方向は高速部で路床向き、低速部で水面向きとなる。

(3) (2)の乱れ特性は可視化観察による結果と酷似しており、内部領域においては高速部と高速縞および低速部と低速縞の対応が可能である。

(4) (2)の乱れ特性について時間規模を考慮して評価すれば、小規模乱流運動に比べて流れの外部パラメータで規定されるような大規模乱流運動の方が、(i) 乱れ強度、レイノルズ応力、乱れエネルギーの拡散率とともに大きく、(ii) u と v の負の相関も高い、ことから大規模乱流運動は秩序だっていると同時に、乱れの動力学に及ぼす影響も大きいことがわかる。

(B) 遷移領域

(5) 遷移領域では(3)で述べたような可視化との対応はできなくなるが、(1)、(2)、(4)の乱れ特性は認められる。

(6) パターン認識からは $\langle u \rangle$ と $\langle v \rangle$ の間の負の相関は確認できるが、低速流体の水面向き移動に比べると高速流体の路床向き移動が不明瞭となる傾向にあり、秩序だった大規模乱流運動の減衰が示唆される。

(C) 外部領域

(7) $\langle u \rangle$ および $\langle v \rangle$ のパターンは煩雑となり、大規模かつ秩序だった乱れ特性は認識しにくい。

(8) 内部領域で確認されるような大規模組織乱流の影響とも推測されるが、(2)の乱れ特性は容認できる。しかしながら、時間規模を考慮したことによる(4)の乱れ特性は認められない。

次に、開水路乱流場の時間的特性について得られた結

果を列挙する。

(9) パターン長の確率密度分布は対数正規分布に従い、平均パターン長は $y^+ = 70 \sim 100$ までは路床から離れるに従って減少するが、その後はあまり変化しない。

(10) 点計測と可視化に基づく開水路乱流場の時間的特性は類似の傾向を示し、両者の関連性は図-11により説明できる。

以上の知見に基づけば、

(11) 開水路乱流場における大規模かつ組織だった乱流構造は図-20に示すような概念図で説明できる。

補遺：不規則信号による条件付抽出法の妥当性の検証

条件付抽出法を用いて得られたアンサンブル平均パターンには、 $\langle u \rangle$ にみられるようなのこぎり歯状の変動をはじめとして、 $\langle v \rangle$ や $\langle -uv \rangle$ にも秩序だった変動が存在し、この変動が組織乱流構造の特性を顕著に反映していると考えられる。しかしながら、アンサンブル平均の形状が大規模乱流固有の特性であるのか、あるいはパターン認識法そのものの特徴であるかを明確にしない限り、いままでの結果が信頼できるのかどうかは保証できない。そのため、以下では条件付抽出法に不規則信号を適用し、解析法の妥当性を検証する。

u, v に相当する不規則信号は、相互に統計的に独立である2つの正規乱数 α, β の線形結合 $u = c\alpha + \beta, v = \alpha + c\beta$ で与えられる。正規乱数の分散および定数 c は、実験で求めた u, v の乱れ強度や相互相関係数と一致するように決定される。なお、不規則信号は、自己相関関数等の時間的特性までは実験値と一致させておらず、周期による変化はないとして、周期の長さを考慮せずにアンサンブル平均操作を行う。

図-21は $y^+ = 30$ における乱れ特性値を不規則信号に適用した場合の結果である。正規化された時間の内部では $\langle u \rangle, \langle v \rangle$ とともに逆対称に近い正弦波状のパターンとなり、急激な加速およびその後の緩やかな減速といった特徴はみられない。このような $\langle u \rangle$ と $\langle v \rangle$ のパターンは図-6(a)に示すような短周期のパターンとほぼ類似

図-21 不規則信号によるアンサンブル平均パターン（著者ら）

であることから短周期の変動は不規則信号に近い性質を有していると推察される。

$\langle -uv \rangle$ に関しては、不規則信号の場合、 $\langle u \rangle$ の正と負の部分で $\langle -uv \rangle$ は同じような大きさと分布形をもったパターンとなり、図-6(b) に示すような実測の結果とは大きく異なる。

また、正規化された時間より外部の $\langle u \rangle$ については、もはや加速・減速の状態は確認できず、引き続いて起こる次の変遷過程も不明瞭となる。

一方、図-22 は、上述とまったく同じ条件下での Wallace らの結果⁷⁾ である。対象がランダム信号である以上、各パターンは当然ながら、横(時間)軸の中央を中心として対称に近い分布形になるはずである。しかしながら、各パターンをみるとどれも非対称性が強く、特に u のパターンは顕著である。この原因としては、2つ考えられる。(i) パターンの正規化が $u_{s\max}$ から $u_{s\min}$ の間に現われる $\dot{u}_s$ の負の極値 $-\dot{u}_{s\max}$ から次の $\dot{u}_{s\max\text{new}}$ の間でなされていること——正規化の違い。(ii) 時間規模が解放された規格化の範囲外のパターンのために、得られたパターン全体が歪まされる。

これより、 $u > 0$ の部分における各パターンは、 $u < 0$ におけるそれらと同等に評価できないことが理解され

図-22 不規則信号によるアンサンブル平均パターン注3)
(Wallace ら)

注 3) 太線部分のみ対象とする。

る。

このように、著者らのパターン認識法は単なる不規則信号にパターン認識法を適用した場合には実際の時系列に基づくような明確な特性が存在せず、大規模乱流構造の検出に有効な手段であることが再確認された。

最後に、T.P.A.V. によるサブパターンがアンサンブル平均パターンに及ぼす影響を評価する。

図-23 は Wallace らの方法によるパターンである

図-23 アンサンブル平均パターン

図-24 周期別アンサンブル平均パターン

Table 1 Comparison of results

pattern number	Wallace et al.	authors
total	382	348
$\bar{T}^+_B(0.25-0.5)$	67	61
$\bar{T}^+_B(1.0-1.25)$	71	66
$\bar{T}^+_B(2.0-2.50)$	29	36
mean time period $\bar{T}^+_B$	1.33	1.43

が、 $\langle uv \rangle$ は平均値 $\overline{uv}$ で無次元化しているために、縦に引き伸ばされた形となっている。これをパターン長別に分類したのが 図-24 である。(a) の短周期 ($\bar{T}^+_B=0.25\sim0.5$) では、 $\langle u \rangle$ のパターンはほぼ対称に近いが、(b) の平均周期程度 ($\bar{T}^+_B=1.0\sim1.25$) になると、減速よりも加速の方が急激となる。(a)、(b) とも $\langle uv \rangle$ は ejection の方が sweep よりもかなり大きく評価される傾向にある。また、 $\langle u \rangle$ と $\langle v \rangle$ のパターンの間の位相のずれをみると、図-23 と 図-24 ではそれぞれ異なっており、パターンの時間規模を考慮しない 図-23 から、この位相のずれを検討することは適当でないことがわかる。この点については文献 19) でも詳細に論じられている。

さらに、Wallace らと著者らのパターン認識法による標本数 N_P と平均 burst 周期 $\bar{T}^+_B$ の比較を示したのが Table 1 である。T.P.A.V. の使用による N_P の増加は約 9.8%、 $\bar{T}^+_B$ は約 7.5% の減少の程度であり、予想したほどの差異はない。

また、長周期のパターン ($\bar{T}^+_B=2.0\sim2.5$) になると、図-6 (c) のようにパターンは煩雑になる。このことより、アンサンブル平均パターンの滑らかさはサブパターンの影響よりも N_P の多少による影響の方が大きいと思われる。

以上、サブパターンが bursting に起因する変動か否かは別として、アンサンブル平均パターンに及ぼすサブパターンの影響は小さいと考えられる。

おわりに、本研究に関する実験およびデータ整理に協力していただいた本学学生、佐藤 勝君に謝意を表します。

参 考 文 献

1) Kline, S.J., W.C. Reynolds, F.A. Schraub and P.W. Runstadler: The structure of turbulent boundary layer, J. Fluid Mech., Vol. 30, pp. 741~773, 1967.
2) Corino, E.R. and R.S. Brodkey: A visual investigation of the wall region in turbulent flow, J. Fluid

Mech., Vol. 37, pp. 1~30, 1969.
3) Grass, A.J.: Structural features of turbulent flow over smooth and rough boundaries, J. Fluid Mech., Vol. 50, pp. 233~255, 1971.
4) 室田 明・福原輝幸: 開水路流れにおける大規模乱流運動の諸特性について, 第24回水理講演会論文集, pp. 301~306, 1980.
5) Lu, S.S. and W.W. Willmarth: Measurements of the structure of the Reynolds stress in a turbulent boundary layer, J. Fluid Mech., Vol. 60, pp. 481~511, 1973.
6) Brown, G.L. and A.S.W. Thomas: Large structure in a turbulent boundary layer, Phys. Fluid, Vol. 20, pp. 234~252, 1977.
7) Wallace, J.M., R.S. Brodkey and H. Eckelmann: Pattern-recognized structures in bounded turbulent shear flows, J. Fluid Mech., Vol. 83, pp. 673~693, 1977.
8) Blackwelder, R. and R.E. Kaplan: On the wall structure of the turbulent boundary layer, J. Fluid Mech., Vol. 76, pp. 89~112, 1976.
9) Sabot, J. and G. Comte-Bellot: Intermittency of coherent structures in the core region of fully developed turbulent pipe flow, J. Fluid Mech., Vol. 74, pp. 767~796, 1976.
10) Eckelmann, H., J.M. Wallace and R.S. Brodkey: Pattern recognition, a means for detection of coherent structures in bounded turbulent shear flows, Proc. the Dynamic Flow Conf. 1978, pp. 161~172, 1979.
11) Ueda, H. and J.O. Hinze: Fine-structure turbulence in the wall region of a turbulent boundary layer, J. Fluid Mech., Vol. 67, pp. 125~143, 1975.
12) Brodkey, R.S., J.M. Wallace and H. Eckelmann: Some properties of truncated turbulence signals in bounded shear flow, J. Fluid Mech., Vol. 63, pp. 209~224, 1974.
13) Nakagawa, H. and I. Nezu: Prediction of the contributions to the Reynolds stress from bursting event in open channel flows, J. Fluid Mech., Vol. 80, pp. 99~128, 1977.
14) Francois N. Frenkiel and Philip S. Klebanoff: Probability distributions and correlations in a turbulent boundary layer, The physics of fluids, Vol. 16, pp. 725~737, 1973.
15) 末次弘道: 大阪大学特別研究, 1978.
16) Prandtl, L.(白倉昌明ほか訳): 流れ学, コロナ社, 1975.
17) Rotta, J.C.(大路通雄訳): 乱流, 岩波書店, 1975.
18) Bradshaw, P.: 'Inactive' motion and pressure fluctuations inturbulent boundary layers, J. Fluid Mech., Vol. 30, pp. 241~258, 1967.
19) 室田 明・福原輝幸・小田勝也: 開水路壁面乱流に関する実験的研究, 第25回水理講演会論文集, pp. 447~454, 1981.
20) 室田 明・福原輝幸: 可視化法による壁面乱流に関する実験的研究, 土木学会論文報告集, 第319号, pp. 11~21, 1982.