海岸付近の砂地盤における井戸からの効率的な上層取水

EFFICIENT WITHDRAWAL OF FRESH WATER FROM WELL
THROUGH PERMEABLE STRATUM NEAR COAST

崎山 正常*・細川土佐男**・阿部孝行***・林 正國****

By Masatsune SAKIYAMA, Tosao HOSOKAWA,
Takayuki ABE and Masakuni HAYASHI

1. ま え が き

先に著者らは、2次元暗渠の解析結果に基づき、海岸付近の砂層地盤内で、上層淡水の取水と同時に下層塩水の排水を行えば、取水だけを行って排水を行わない場合に比較し、これが取水可能量の増加や淡塩境界面上昇防止に大きく寄与することを述べている^{1),2)}。

さて本報では、その取・排水の機構を、2次元暗渠より実際のであると考えられる3次元の井戸としている。すなわち影響円内の井戸の平面的配置は図-1の下部に示すようなものとし、同図の上部に示す取・排水井戸の詳細は、たとえば図-2のNo. 1あるいはNo. 2のような機構を考えている。

なお、本報の内容には、既往の知識や研究から、容易に推論できる物理的定性も多々含まれている。しかしこれまで、地下密度流場での3次元井戸に対する数値解析的研究は見当たらず、地下水開発の必要がますます高ま

る折から、本報で示した具体的数値解析手順とその結果は、貴重な海岸地下淡水の3次元井戸による有効取水計画において、参考資料の一端には加えられるものと考え

2. 基礎方程式と境界条件

(1) 軸対称単一井戸の場合

取・排水井戸あるいは取水井戸を影響円の中心部に1個だけ配置したものをここでは軸対称単一井戸と呼称し、その模様を図-3あるいは図-4に示している。

まず、取・排水井戸については、図-3に示す記号に従い流れの場の r, z について、一定とみなす海水位 H_s で、 $R=r/H_s$, $Z=z/H_s$ なる無次元化を行い、次に速度ポテンシャル ϕ 、Stokesの流れ関数 ψ については $\phi_f = (k_f H_f - \phi_f)/(k_f h_f)$, $\phi_s = \psi_f/(k_f h_f H_s)$, $\phi_s = (k_s H_s - \phi_s)/(k_s h_s)$, $\psi_s = \psi_s/(k_s h_s H_s)$ なる無次元化を行う。ここに k は透水係数である。また、添字の f および s はそれぞれ淡水および海水のそれらを表わしている。なお、 ϕ_f および ϕ_s はそれぞれ $\phi_f = k_f \{(p_f/r_f) + z\}$, $\phi_s = k_s \{(p_s/r_s) + z\}$ と定義され、ここに p および r は、流体の圧力および単位重量である。そうすると ϕ および ψ の変域は、図-3にも示しているように $0 < \phi_f < 1.0$, $0 < \phi_f < q_f/(k_f h_f H_s)$; $0 < \phi_s < 1.0$, $0 < \phi_s < q_s/(k_s h_s H_s)$ となる。なお、 q は単位角(1rad)

図-1 取・排水機構のモデル化

図-2 井戸機構の提案

図-3 軸対称単一井戸の境界条件(上層と下層)

図-4 軸対称単一井戸の境界条件(上層のみ)

* 正会員 工博 九州産業大学教授 工学部土木工学教室
 ** 正会員 工修 九州産業大学助手 工学部土木工学教室
 *** 正会員 九州産業大学副手 工学部土木工学教室
 **** 正会員 工修 (株)総合技術コンサルタント技師

当たりの井戸への浸透流量である。

これらを軸対称流の基礎式³⁾に適用すれば添字の f または s を省略して

$$V_r = (v_r/k)/(h/H_s) = -\frac{\partial \phi}{\partial R} = -\frac{\partial \phi}{R \partial Z} \quad \cdots (1)$$

$$V_z = (v_z/k)/(h/H_s) = -\frac{\partial \phi}{\partial Z} = \frac{\partial \phi}{R \partial R} \quad \cdots (2)$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial R^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial Z^2} + \frac{\partial \phi}{R \partial R} = 0 \quad \cdots (3)$$

$$d\phi = -R \frac{\partial \phi}{\partial Z} dR + R \frac{\partial \phi}{\partial R} dZ \quad \cdots (4)$$

なる無次元式が得られる。ここに v_r, v_z は、それぞれ r, z の負方向の流速であり、 V_r, V_z はその無次元表示である。そこでこれらの基礎式を用いて、流れの場を解析するにあたり、その境界条件は、図-3 に示しているとおりである。いま、 $p_{f,C} = p_{s,C}, p_{f,D} = p_{s,D}$ であり、さらに一例として $Z_C = Z_D = D_s$ とおけば、 $p_{f,CD} = p_{s,CD}$ なる条件より得られた 図-3 中の Z_{CD} の式より

$$\frac{H_f}{H_s} = \frac{r_s}{r_f} - \left(\frac{r_s - r_f}{r_f} \right) \cdot \frac{D_s}{H_s} \quad \cdots (5)$$

$$\frac{h_s}{H_s} = \frac{r_f}{r_s} \cdot \frac{\phi_{f,D}}{\phi_{s,D}} \cdot \frac{h_f}{H_s} \quad \cdots (6)$$

なる密度流の特性式が得られる²⁾。

また、下層排水を中止した上層取水のみの流れの場を 図-4 に示しているが、この場合にも $p_{f,CD} = p_{s,CD}$ なる条件より得られた 図-4 中の Z_{CD} の式より

$$\frac{h_f}{H_s} = \left(\frac{r_s - r_f}{r_f} \right) \left(\frac{Z_D - Z_C}{\phi_{f,D}} \right) \quad \cdots (7)$$

$$\frac{H_f}{H_s} = \frac{r_s}{r_f} - \left(\frac{r_s - r_f}{r_f} \right) \cdot Z_C \quad \cdots (8)$$

なる特性式が得られる²⁾。

(2) 群井戸の場合

現象を 図-1 に示している影響半径 R_i 、高さ H_f の円柱内で考える場合には、基礎方程式としては、前節(1)の場合と同様の記号を用いて、円柱座標による

$$V_r = (v_r/k)/(h/H_s) = -\frac{\partial \phi}{\partial R} \quad \cdots (9)$$

$$V_\theta = (v_\theta/k)/(h/H_s) = -\frac{\partial \phi}{R \partial \theta} \quad \cdots (10)$$

$$V_z = (v_z/k)/(h/H_s) = -\frac{\partial \phi}{\partial Z} \quad \cdots (11)$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \cdot \frac{\partial \phi}{\partial R} + \frac{1}{R^2} \cdot \frac{\partial^2 \phi}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial Z^2} = 0 \quad \cdots (12)$$

が便利である。

そこで、図-1 のような円平面柱のモデルにおいて井戸の個数を n とすれば、必要な解析領域は、その中心角を π/n とする扇平面柱の領域となり、その模様を 図-5 に示している。

この場合の境界条件は、図-5 にも示しているように、

図-5 群井戸の所要解析領域とその境界条件

前節(1)で述べた淡塩境界線(CD)や自由水面線(AB)上で考えたことと同様なことを、ここでは淡塩境界面(C'D')や自由水面(B'BA')上で考えればよい。また、式(5)、(6)に対応するこの場合の特性式もまったく同様に表わされる。

3. 数値解析の例

(1) 軸対称単一井戸の場合

この場合の流れの場を 図-6 のように格子に分割し、これを用いて式(3)を差分化すれば、若干の演算の後に

$$\begin{aligned} \phi_{I,J} = & \frac{1}{2\{1+(a/b)^2\}} \left[\left(\frac{a}{b} \right)^2 \phi_{I+1,J} \right. \\ & + \left\{ 1 - \frac{1}{2(J-1)} \right\} \phi_{I,J-1} + \left(\frac{a}{b} \right)^2 \phi_{I-1,J} \\ & \left. + \left\{ 1 + \frac{1}{2(J-1)} \right\} \phi_{I,J+1} \right] \quad \cdots (13) \end{aligned}$$

が得られる。次に、式(4)を $R = \text{const.}$ にそって Z 方向に積分するとたとえば上層の $r_0/H_s < R < R_i/H_s$ で

図-6 差分表示のための格子

$$\phi_{I,J} = \frac{(J-1)b}{2} \sum_{I=I_{CD}+1}^I (\phi_{I,J-1} - \phi_{I,J+1}) \quad \cdots (14)$$

が得られる。

そこで文献2)の図-5と同様な試行過程を経て、たかだか第3近似までの ϕ の数値解析を行い、さらにこの場合の ϕ を用いて ϕ を算定した結果を整理すれば、図-7および図-8に例示しているように、妥当な水理諸量が得られる。

図-7 上層取水および下層排水の数値解析例

図-8 下層排水中止時の上層取水の数値解析例

(2) 群井戸の場合

この場合の流れの場に対しては、図-9, 10 のような分割を行う。そうすると井戸周辺の格子点はたとえば図-11 の点Aおよび点Bようになる。そこで、図-9 ~11 に示している記号に従って式 (12) を差分化し、若干の演算を行えば

$$\phi_{I,J,K} = \{C_1 \cdot \phi_{I+1,J,K} + C_2 \cdot \phi_{I-1,J,K} + C_3 \cdot \phi_{I,J+1,K} + C_4 \cdot \phi_{I,J-1,K} + C_5 (\phi_{I,J,K+1} + \phi_{I,J,K-1})\} / C_0 \quad (15)$$

が得られる。ただし、 $C_0 = (1+\mu)(1+\nu)[2\nu\{(J-1)\Delta\theta \cdot \Delta Z\}^2 + \nu(1-\mu)(J-1)(\Delta\theta \cdot \Delta Z)^2 + 2\mu(\Delta Z)^2 + 2\nu\{(J-1) \cdot \Delta R \cdot \Delta\theta\}^2]$, $C_1 = 2\mu\nu(1+\mu)(\Delta Z)^2$, $C_2 = 2\mu(1+\mu)(\Delta Z)^2$, $C_3 = 2\nu(1+\nu)\{(J-1) \cdot \Delta\theta \cdot \Delta Z\}^2 + \nu(1+\nu)(J-1)(\Delta\theta \cdot \Delta Z)^2$, $C_4 = 2\nu\nu(1+\nu)\{(J-1) \cdot \Delta\theta \cdot \Delta Z\}^2 + \nu(1+\nu)(J-1)(\Delta\theta \cdot \Delta Z)^2$, $C_5 = \mu\nu(1+\mu)(1+\nu)\{(J-1) \cdot \Delta R \cdot \Delta\theta\}^2$ であり、複号は上部のものが図-11 の点 A

図-9 差分表示のための格子

図-10 数値解析手順の説明図

図-11 井戸周辺の詳細図

図-12 群井戸の数値解析例 (取・排水井戸各 4 個の場合)

図-13 取・排水量と井戸個数および井戸半径との関係

($\mu \approx 1, \nu \approx 1$) とその左下方の不完全な格子点 ($\mu \approx 1, \nu = 1$), 下部のものが点 B ($\mu \approx 1, \nu \approx 1$) とその右下方の不完全な格子点 ($\mu \approx 1, \nu = 1$) に対応し、また、点 A と点 B の中間の不完全な格子点 ($\mu = 1, \nu \approx 1$) では上部のものと下部のものを混同することなくいずれか片方を用いればよい。

さらにまた、 $\mu = 1$ かつ $\nu = 1$ ならば、式 (15) はもちろん図-9 に示すような一般の格子点に対応するものとなる。そこでこの場合にも、図-10 に示す θ に対して、たとえば図-12 のように取・排水井戸の個数 n が 4 個の場合には、 $\theta = 0^\circ, 9^\circ, \sim, 45^\circ$ の断面上で、文献 2) の図-5 と同様な試行過程を経て、たかだか第 4 近似までの ϕ の数値解析を行い、その結果を式 (9) ~ (11) に適用して、流速ひいては流量を算定すれば、図-12, 13 に例示しているような妥当な水理諸量が得られる。

4. 取・排水量の検討

軸対称単一井戸に対する解析結果より、取水と排水とを同時に行う場合の取水可能量と、取水だけを行う場合の限界取水可能量とを比較してみよう。すなわち、図-7 と図-8 に示しているそれぞれの q_f の比は、 $0.01937 : 0.00046 \approx 42 : 1$ となる。したがって、淡水の涵養さえ保証されるならば、下層排水を行えば、これを行わない場合の限界取水可能量に比べて数十倍多く取水することが可能であるといえる。なお、この比はいわゆる軸対称単一井戸の場合についてであるが、このような効率性については、その物理機構の類似性から、群井戸の場合にも同様な定性があると考えられる。

また取水量と排水量を比べると、上層と下層の流れの場の類似性や透水係数などの地層条件にもよるが、ここでは図-13 に示しているように、それぞれの無次元量は排水量の方が取水量よりも若干大きく得られている。

5. 砂模型実験による検討

実験は、砂模型により 図-7, 8 に例示した解析結果について行った。その結果、取・排水量や淡塩境界面などの主要水理諸量は、理論値と実測値とが文献 1), 2) の場合と同程度に、よく一致した^{1), 2)}。

6. 結 論

(1) 海岸付近の砂層地盤では、上層に淡水取水井戸、下層に塩水排水井戸を設けて同時に作動させれば、淡塩境界面をほぼ水平に保つことができ、取水井戸のみで取水する場合に比べ、取水可能量が増加し、効率的な取水ができる。

(2) 井戸個数の増加とともに総取・排水量は漸増し、井戸1個当たりの取・排水量は漸減する。

(3) 井戸半径の増加とともに総取・排水量および井戸1個当たりの取・排水量は漸増する。

(4) 砂模型実験によれば、取・排水量、淡塩境界面などの主要な水理諸量の実測値は、これらの理論値によく一致する。

末筆ながら、本研究には、昭和 55 年度文部省科学研究費補助金一般研究 (D) の補助を受けた。付記して謝意を表する。

参 考 文 献

- 1) 崎山正常ほか3名：海岸付近の淡水池地盤における効率的な上層取水の一方方法，土木学会論文報告集，第291号，pp. 85～99，1979年11月。
- 2) 崎山正常ほか3名：海岸付近の通常砂層地盤における効率的な上層取水の一方方法，土木学会論文報告集，第300号，pp. 143～146，1980年8月。
- 3) 友近 晋：流体力学，pp. 181～188，共立出版，昭和19年3月。

(1981.9.7・受付)