降雨の長期流出解析について

LONG TERM RAINFALL-RUNOFF ANALYSIS

高 島 康 夫*

By Yasuo TAKASHIMA

1. ま え が き

水資源開発計画の樹立に際し降雨の長期流出解析は重要であるが、降雨量と流出量の関係は季節変動の影響を受け解析が複雑である。さらに開発途上国においては十分な観測資料が得られずしかも既存資料にはかなりの誤差が含まれているように思われる。熱帯地域においてはジャングル地帯や容易に近寄れない山地部が流域の大半を占めているため、雨量計の設置箇所はきわめて限られてくる。またわずかに設置されている雨量計も自記式のもの少なく毎日定時の測定作業を必要とする。これらの作業は小学校や村役場等に委託されている例が多い。流量観測は自記水位計を設置しているのが過半で流速測定は付近の部落民を雇傭して行っている。このような観測体制にもかかわらず欠測記録は少ない。しかし観測データをみるとたとえば日流量では明らかにハイドログラフの山があるにもかかわらずこれに対応すべき降雨量が見当たらない場合またはその逆の場合等がかなり頻繁に認められる。このような資料に基づいては精密な解析法を適用してもあまり成果は上がらないであろう。

しかしながら不十分な観測資料ではあっても、それはそれなりにある程度の真値に関する情報を含んでいる。これを引き出すためには何らかの平滑化の工夫が必要である。さらに一般的にはこのような資料に最もよく適合する実用的流出解析法の必要性が痛感される。

以下本論では上記平滑化操作または最適化操作の手法として linear programming (以下 LP と略記する) を採用する。既存の流出解析法の中には解析結果が global optimum であることの数学的証明が確立できないものもあり、したがってそのような解析法を実際に適用するには相当の熟練を必要とする。これに反し LP による最適計算は既開発プログラムの運用について若干の経験を

要するのみで常に global optimum が得られる。このような特長から以下論ずる手法は多くの未開発水資源を擁しかつ技術者数が不足する開発途上国に適していると考えられる。

LP を流出解析に応用した先例に Eagleson らの論文¹⁾がある。その考え方の概要ならびに本論との相違点を以下に示す。Eagleson らは、降雨量の auto-correlation function と、降雨量と流量の cross-correlation function とを unit impulse response, $h_{opt}(K)$ を核とする convolution で結びつけ (Wiener-Hopf equation), この式を最もよく満足するような $h_{opt}(K)$ を LP を用いて求めることを論じている (ただし LP は中程で論じている $h_{opt}(K)$ の和を最小にするのに使用すると良結果が得られないとして終程で論じている slack variable の和を最小にするためにすなわち Wiener-Hopf equation を近似的に解く手段として使用している)。しかしてこの convolution 式と雨量と流量の convolution 式との類似性から上記により求められた $h_{opt}(K)$ を後者の convolution 式に入れることにより雨量から流量の推定ができることを論じている (convolution の核は time invariant でなければならないから $h_{opt}(K)$ は time invariant unit hydrograph に相当する)。しかして論末に各 storm ごとに求められた $h_{opt}(K)$ の形が異なる場合はこれらを平均してすべての storm について最小の誤差を与えるような唯一の $h_{opt}(K)$ を求める必要があるがその方法は明らかでないと述べている。

しかしながら $h_{opt}(K)$ をただ 1 個に限定せず季節によりその形が変化するものと考えの方がより自然に合致する。このような季節 S により変化する $h_{opt}(S, K)$ はもはや time invariant ではないから上記 Wiener-Hopf equation 等の convolution 式は適用できなくなる。本論はこのような $h_{opt}(S, K)$ を求めることを目指すものである。

なお本論において取り扱い時間単位は月程度とする。

* 正会員 EPDC インターナショナル (株)

2. 降雨流出の基本式

第 i 期 ($i = \dots, -1, 0, 1, \dots$) の降雨量を P_i , 流出量を R_i とし, 第 i 期末の残留水分量を M_i とすれば R_i , M_i はそれぞれ次式で表わされる.

$$R_i = a_i(M_{i-1} + P_i) \dots \dots \dots (1)$$

$$M_i = c_i(M_{i-1} + P_i) \dots \dots \dots (2)$$

$$a_i + c_i < 1, a_i > 0, c_i > 0 \dots \dots \dots (3)$$

ここに M_{i-1} は第 $i-1$ 期末すなわち第 i 期初における流域の残留水分量であるから, $M_{i-1} + P_i$ は第 i 期の流域の原水分量を表わす. よって a_i および c_i はこの原水分量のうちから第 i 期に流出および残留する水分量の原水分量に対する比率を示す. しかして R_i , M_{i-1} , P_i とも期によって変化するから a_i , c_i とも期ごとに異なる値をとることとなる.

これらの式中の M は測定がきわめて困難で通常観測値はない. よってまず両式より M を消去することから始める.

(2) から演繹すると

$$M_{i-1} = c_{i-1}(M_{i-2} + P_{i-1})$$

これを (1) の M_{i-1} に代入すれば

$$R_i = a_i(c_{i-1}M_{i-2} + c_{i-1}P_{i-1} + P_i)$$

この式中の M_{i-2} は再び (2) より

$$M_{i-2} = c_{i-2}(M_{i-3} + P_{i-2})$$

と表わされるから上の R_i の式は

$$R_i = a_i(c_{i-1}c_{i-2}M_{i-3} + c_{i-1}c_{i-2}P_{i-2} + c_{i-1}P_{i-1} + P_i)$$

となる. 以下同様に繰り返して M_{i-n} まで行けば

$$R_i = a_i(c_{i-1} \dots c_{i-n}M_{i-n-1} + c_{i-1} \dots c_{i-n}P_{i-n} + c_{i-1} \dots c_{i-n+1}P_{i-n+1} + \dots + c_{i-1}P_{i-1} + P_i) \dots (4)$$

が得られる. この式中の括弧内の第 1 項および第 2 項はいずれも n 個の c の積を含むが第 3 項以下はいずれも $n-1$ 個以下の c の積しか含まない. (3) を考慮すればこれらの c の乗積値は乗積数が増加するにつれて小さくなるのがわかる. いま正の整数 N を次のように選ぶ. すなわち c の乗積数が N 個以上の場合いかなる c の乗積の組合せをとっても乗積値は近似的に 0 とみなし得るが, $N-1$ 個またはそれ以下の乗積数の場合, c の乗積の組合せのうち少なくとも 1 個の乗積値が 0 とはみなし得ない値をとること

となるような数を N の値とする. このように選ばれた N を上式の n に代入すると括弧内の第 1 項および第 2 項は消失するから

$$R_i \doteq a_i(c_{i-1} \dots c_{i-N+1}P_{i-N+1} + \dots + c_{i-1}P_{i-1} + P_i) \dots \dots \dots (5)$$

となる. この式にはもはや M は含まれていない. ここで

$$k_{i,w} = \frac{a_i}{c_i} \prod_{j=i-w+1}^i c_j, \quad 0 < k_{i,w} < 1 \dots \dots \dots (6)$$

の置換えを行うと

$$R_i \doteq \sum_{w=1}^N k_{i,w} P_{i-w+1}, \quad i = \dots, -1, 0, 1, \dots \dots (7)$$

となる. (5) は a , c に関して非線形であったが, (7) は k に関して線形化された. ただしその代償として 1 期当たりの未知数の数が (5) の場合は a , c の 2 個であったのが (7) の場合は N 個の k に増加した不利 (変数の増加による解の不安定性の増加) を伴っている.

さてここで (7) の意味するところについて検討してみよう. 便宜上 $N=6$ の場合についてこの式を展開したものの一부를 Fig. 1 に示す. これは i を行カウンター, w を列カウンターにとり (7) を行列として表示したのである. 図において第 i 行の要素の合計が流出量 R_i を示す (たとえば $i=1$ 行の流出要素の合計が流量 R_1 に等しい) ことは (7) を展開した以上当然であるが, ある一つの対角線上に並んでいる流出要素列に注目するといずれも共通の降雨からの流出要素のみから成り, しかもこの降雨はこの対角線のみに現われている (たとえば

Period	Rainfall	Runoff Elements , $k_{i,w} P_{i-w+1}$						Runoff
		w						
		1	2	3	4	5	6	
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
-5	P_{-5}	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	R_{-5}
-4	P_{-4}	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	R_{-4}
-3	P_{-3}	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	R_{-3}
-2	P_{-2}	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	R_{-2}
-1	P_{-1}	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	R_{-1}
0	P_0	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	R_0
1	P_1	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	R_1
2	P_2	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	R_2
3	P_3	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	R_3
4	P_4	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	R_4
5	P_5	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	R_5
6	P_6	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	R_6
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	R_7

Fig. 1 Expansion of Equation (7), $N=6$.

$k_{1,1}P_1, \dots, k_{6,6}P_1$ を含む対角線上の各流出要素はすべて同一の降雨 P_1 からの流出要素でありかつこの P_1 は他の対角線には現われない。

このことからこれらの対角要素列は各降雨についての流出図を表わし、さらにこれらの対角要素から P_i を除いた k のみの対角要素列(たとえば $k_{1,1}, \dots, k_{6,6}$)は単位図を形成していることがわかる。この k の対角要素列を k ハイドログラフまたは単に k 図と略称する。 k 図の物理制約として次式が存在する。

$$\sum_{v=0}^{N-1} k_{i+v,v+1} \leq 1 \dots\dots\dots (8)$$

$$k_{i+v,v} \geq k_{i+v+1,v+1} \geq 0, v=1, \dots, N-1 \dots\dots (9)$$

(8), (9) は正確には不等記号のみで表わさるべきであるが、次節で論ずるように両式を LP の制約条件式とするため等記号を付加した。したがって両式は一種の近似式である。なおこの等号付加に関連する問題について 4. で論ずる。

(9) は単に流出の非増大を規定しているにすぎず、流出の減衰条件とみるにはあまりにも弱力である。

Fig. 2 k Hydrograph (Exponential fit).

Fig. 3 k Hydrograph (General fit).

前に (6) の誘導に際し w が $N+1$ 以上のときは k の値は近似的に 0 とみなし得るとした。しかれば w が N または N に近い部分すなわち k 図の末尾部分 Tail portion の $k_{i,w}$ の値は i のいかにかわらずで十分に小さな値となっているはずである。よって近似的に

$$k_{i,w} \doteq k_{j,w} \dots\dots\dots (10)$$

for $w, w+1$ tail portion

$$k_{i,w} \doteq k_{i,w+1} \dots\dots\dots (11)$$

を制約式として追加することができる。

なお (6) から導かれる k 相互間の非線形条件—たとえば $k_{2,2}/k_{1,1} = k_{2,3}/k_{1,2}$ 等—を上記線形制約式に加えることができない。このため上記各式を解いて得られる k の値は中間解にすぎないことに留意すべきである。

さらに (6) について次の注記を要する。一般に流出の減衰曲線は指数関数によって近似し得るとされているがこれは (6) で $a_1 = a_2 = \dots = a, c_1 = c_2 = \dots = c$ とおいた特殊ケースに属する(‘このとき $x = -(w-1)\ln c$ とおけば $k_w = ac^{w-1} = ae^{-x}$)。したがって (6) は指数関数を含みさらに一般的な形で減衰曲線を表わしている。すなわちたとえば Fig. 2 のスムーズな指数曲線も、また Fig. 3 のような折線形もともに (6) によってカバーされる。逆に考えれば、仮に (6) を解くことができても Fig. 3 のような変化をする k が得られることを意味する。これは基本式 (1), (2) の設定に際し、単に a, c の上下限値の規制以外には(特にその減衰の形について)何らの条件式も与えられていないことに起因する。

3. リニアプログラミングの問題形成

いま (7) において P および R をそれぞれ観測値 $\hat{P}$ および $\hat{R}$ によって置き換えたものを考えよう。簡単のため、しばらくの間制約式 (8)~(11) を無視する。しかるときは P_i および R_i は既知となるから (7) は未知数 k に関する連立一次方程式となる。しかして 1 個の i に対して 1 対の $\hat{P}_i$ および $\hat{R}_i$ が与えられているから平均すると 1 期当たり 1 個の式が存在するのみである。しかるにこの一つの式中に存在する k の数は N 個であり、仮定により N は大きな値である。したがって未知数の数が式の数の N 倍あることとなりこのままではこの連立方程式は不定である。これを解決するための措置として次の仮定を導入する。すなわち季節変化のサイクルは 1 か年とみなし k 図は各年の同一期においては同一の値を繰り返してとるものとする。たとえば期の単位として月をとれば

$$k_{m,w} = k_{i,w}, i = m + 12l, l = 1, 2, \dots, m = 1, \dots, 12$$

$$\dots\dots\dots(12)$$

となる。このように仮定すれば N 年間の観測値があれば方程式数と未知数の数は一致することとなり k の数が非常に多くない場合には k の値は一義的に決定される。

しかしながらここで未知数の数 ($=k$ の数) は通常数 10 または 100 以上に達する。このような多数の未知数をもつ連立方程式の機械的計算結果は無意味なものとなっている²⁾。この問題を解決するための一法は LP を用いることである (その理由については後論する)。他の一つの問題点はすべての水文量の観測値にはかなりの大きさの誤差が含まれているという事実である。これらの誤差が k の値に与える変動をできる限り平滑化するためには方程式数が未知数の数に等しいだけでは不十分で、未知数の数倍の方程式数が得られることが望ましい。しかしながら実際問題として観測年数は限られているので十分な式数が得られないことが多い。そのような場合の対策として末尾部分 (10), (11) の長さを増加することにより k の数を減らすことが必要となる。なおこのほかにも末尾部分の長さの選定は最適形の k 図を求めるためにも重要となる (4. で論ずる)。

さて方程式数が未知数より多くなると通常の連立方程式として解くことは困難で、さらに不等式 (8), (9) のため最小二乗法も適用できない。このような問題を解く手法の一つに LP がある。よって以下 LP を適用することとする。いまの場合 LP の問題形成は次のようになる。

$$\left. \begin{array}{l} \text{Minimize : } D = \sum_i |R_i - \tilde{R}_i| \\ \text{Subject to (7), (8), (9), (10), (11)} \end{array} \right\} \dots\dots(13)$$

ここで R_i は (7) より計算される第 i 期の流量の推定値であり、 $\tilde{R}_i$ はこれに対する観測値である。上式中の絶対値記号は非負の変数 U, V を導入することにより次のように消去される (この手法は LP の問題形成に際し常用の手法である。誘導の詳細については文献 3), 4) 等を参照)。

$$|R_i - \tilde{R}_i| = U_i + V_i$$

ここで

$$R_i - U_i + V_i = \tilde{R}_i, \quad U_i, V_i \geq 0$$

したがって (13) は次の形に変換される。

$$\left. \begin{array}{l} \text{Minimize : } D = \sum_i (U_i + V_i) \\ \text{Subject to } R_i - U_i + V_i = \tilde{R}_i, \quad U_i, V_i \geq 0 \\ (7), (8), (9), (10), (11) \end{array} \right\} \dots\dots\dots(14)$$

なおほとんどの計算センターには LP はパッケージとして備えられているから新たに LP そのもののプログラミングを行う必要はない。特に MGRW³⁾ は通常の LP で要求されるデータシート作成の必要がなく有効である。

さてこの LP を解いて求められた $\hat{k}$ は前にも述べたとおり k の中間解にすぎない。しかしながら単に雨量から流量を推定する目的に対してはこの $\hat{k}$ を用いた流量推定で十分であることはこれまで試みられたいくつかの計算例 (日本, 韓国, 泰国の流域面積 200~6400 km² の諸河川) において確かめられている。その理由は $\hat{k}$ を求める過程が雨量に関する一種の微分操作であったのに対し、 $\hat{k}$ 図を用いて流量を推定する過程は積分操作であることによる。すなわち積分過程は一般に誤差を平滑化するから $\hat{k}$ 図に多少の誤差が含まれていても流量の段階ではならされて大きなばらつきとなって現われてこないことによると思われる。

4. k ハイドログラフの選定

前節の LP を解いて得られた $\hat{k}$ をそのままプロットしても普通スムーズな形の k 図は得られない。そのおもな理由は 2 つ考えられる。その 1 つは LP の本質に関する問題である。絶対値の和である目的関数を最小ならしめる LP の解は (8), (9) の等号の成立数がきわめて多いものとなる (仮に (13) の目的関数を二乗の和に置き換えたものを何らかの Non linear programming の手法を用いて計算した場合には等号の成立数ははるかに少ないものと予想される)。このようになる数学的根拠はつまびらかでないが実際に未知数の数を逐次増加させて LP 計算を行ってみると増加させた未知数の大部分が 0 となるかあるいは相互に等しい値をとり、上記等号が多数成立した解となって現われる (Table 1)。したがっていかに多くの未知数を設定しても相異なる値をとる解の数はそのうちの一部にすぎず、これは実質的には未知数の数を減少させたことに相当する (このゆえに LP では前述の解の不安定性の問題が解決されている)。

一方この解を k 図としてみた場合、多数の同一値または 0 値をとる $\hat{k}$ は各 k 図に一樣には分布しない。たとえばある k 図の縦距はわずか 1, 2 か月で消滅しているのに対し他の k 図は同一高さをもつ縦距が数か月にわたって継続するような結果が現われる。このような傾向は当初設定する未知数の数がある限度をこえるとますます助長される。一般に k 図の減衰形は指数関数によって近似されると考えられるが上記未知数のある限度以上の増加は水平区間数の増加による k 図の偏平化を招き、かえって近似さるべき指数曲線からの離脱を増大する結果となる。以上が Smooth な形の k 図が得られない第 1 の理由である。

第 2 の理由は雨量および流量の観測値にはかなりの誤差が含まれていてこれらの誤差が LP の計算過程で $\hat{k}$ をばらつかせる方向に作用しているのに対し、 k 図の減

衰の形を規定する制約式は微力な (9) 以外には何ら与えられていないことにある。LP は単に目的関数の値を最小ならしめるだけのものである。したがってもし制約式の係数値 (観測値) に誤差が含まれていても、これを真値と受け取ってこれに見合う最小の目的関数値を追跡する。しかして目的関数値は未知数 k の数を多くするにつれて小さくなる。しかしながらそのようにして得られた最小値が仮に観測値を真値と置き換えて同様に k の数を増加していった場合の目的関数の最小値と一致するとは考えられない。したがって真の k 図を求めるつもりで k の増加措置が実は誤差に忠実に追従するための措置にすぎない結果となる。これが k 図にばらつきを与える第 2 の理由である。

以上により k の数の選定が重要であることがわかる。 k 図に (10), (11) の末尾部分を規定すれば N の値を一定に保って (N は 2. で論じたところによりある大きさをもたねばならない) k の数を減少することができる。よってたとえば $N=12$ か月に保ち末尾部分の長さを逐次変化させ、その各 Case について上記 LP 計算を行う。得られた k 図を観察してたとえば指数曲線を fit する。その fit 誤差の最小なる k 図をもって最適の k 図とすることとなる。

5. 計 算 例

例として泰国北西部を南流し西折して Salween 河に

合流する Nam Yuam 川をとる。流域面積 4 890 km² 内に雨量観測点は 3 点のみでしかもそのうち 2 点はほぼ中央部に相近接し残る 1 点は下流端の流量観測点に併設されている。降雨の状況は熱帯地方特有で雨季には局所的な強雨が断続する。したがって流域平均日雨量を計算しても誤差の大きいものとなる。しかしながら流域内の地形の変化は比較的単調であり降雨の発生地点はほぼ一様に分布しているものと考えられるから月降雨量をとれば比較的流域平均に近いものとなる。Fig. 4 に観測値 (3 点の平均値) を実線で示す。このうち 1972~80 年の 9 年間を k の Calibration 期間に選んだ。降雨流出の継続月数 $N=12$ とし、末尾部分の長さ 11, ..., 6 か月の 6 Case について (14) を形成し、MGRW⁹⁾ および MPSX/370⁹⁾ により IBM 3031 Model 6 を使用し計算した。結果の総括を Table 1 に示す。この表より末尾部分の長さが減少するにつれて k の数は 16 から 73 まで増加するが、このうち相異なる値をとる k の数は 13 から 24 に増加するにすぎないことがわかる。得られた各 k 図のうち一例として末尾部分長 9 か月の場合の k の値を Fig. 5 に○印で示す。各列内の k の値の変化は激しいが全体的に k 図の形は乾季には緩慢で雨季には急激となっており実感と一致している。この k を用いて流量推定を行った結果もおおむね実測値に適合している (Fig. 4 (b)).

次にこれらの形は指数関数の一部分によって近似することができるようにみえる。すなわち標準形 $y=e^{-x}$ の

Fig. 4 Observed Rainfall, Runoff and Estimated Runoffs (Nam Yuam River, Thailand, CA=4 890 km²).

Table 1 Summary Results of *k*-Graph Computations (Nam Yuam River, Thailand).

Case #	Numbers of time variant ordinates	Results of LP computation								Exponential fit		Selected k — Graph *
		Values of objective function	Number of variable K's				Number of constraints $K_{v,w} \leq K_{v+1,w+1}$			Total squared deviations between k — Graphs of LP results & smoothed k — Graphs by fitting exponential equations		
			Total numbers of variable K's	Number of K's which are in basis	Number of K's which take on different values	Number of K's which take on same values	Number of inequality constraints : $K_{v,w} \geq K_{v+1,w+1}$	Number of constraints $K_{v,w} \geq K_{v+1,w+1}$ which are in basis & all take on non 0 values	Number of constraints $K_{v,w} \geq K_{v+1,w+1}$ which are non basis & all take on 0 values			
R 91236	1	729.8	16	16	13	3	15	12	3	.04263	15118	
R 92136	2	607.9	27	27	17	10	26	16	10	.04226	86496	
R 93306	3	591.1	40	40	23	17	39	22	17	.02271 Min	907386	*
R 94206	4	567.5	51	51	23	28	50	22	28	.03105	742892	
R 95106	5	550.2	62	62	28	34	61	27	34	.03638	67754	
R 96006	6	537.7 Min	73	73	24	49	72	23	49	.05951	637488

Fig. 5 $\hat{k}$ and $\tilde{k}$ Hydrographs (Nam Yuam River, Thailand) (○ Shows $\hat{k}$ value before smoothing, $\lambda=0.907$ is Common to all $\tilde{k}$ graphs, Case No. R 93306)

原点を D_m だけ右方に移動し、さらに x 軸を縮尺率 λ で伸縮して w の単位に引き直すと (Fig. 6) 乾季雨季いずれの $\hat{k}$ 図も次式により同定し得るようにみえる。
 $k_{m,w} = e^{-\lambda(W+D_m)}$, $W=w-1, m=1, 2, \dots \dots (15)$

この式の parameter λ と D_m は最小二乗法を用いて次のように求められる。すなわち
 $E_m = \sum_{W=0}^{N-1} (k_{m,W} - \hat{k}_{m,W})^2, m=1, \dots, 12 \dots (16)$

Fig. 6 Exponential fit.

とおき, $\partial E_m / \partial D_m = 0$, $\partial E_m / \partial \lambda = 0$ を求めて整理すると

$$e^{-\lambda D_m} = S_{m,2} / S_1 \dots\dots\dots (17)$$

$$\sum_{m=1}^{12} [(S_3 S_{m,2} - S_1 S_{m,4}) S_{m,2}] = 0 \dots\dots\dots (18)$$

$$\left. \begin{aligned} S_1 &= \sum_{W=0}^{N-1} e^{-2\lambda W} \\ S_{m,2} &= \sum_{W=0}^{N-1} k_{m,W} e^{-\lambda W} \\ S_3 &= \sum_{W=0}^{N-1} W e^{-2\lambda W} \\ S_{m,4} &= \sum_{W=0}^{N-1} k_{m,W} W e^{-\lambda W} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (19)$$

(18), (19) より trial で λ が求められるからこれを (17) に代入して D_m が求められる。これらの式を解いて得られた λ , D_m の値およびこれを用いて (15) より計算した $\bar{k}$ 図を Fig. 5 に示す。また曲線 fit の誤差は (16) より求められる。同様の計算を他のすべての Case について行った結果を Table 1 に示す。これにより LP の目的関数値は最小値でないにもかかわらず曲線 fit の誤差は末尾部分長 9 か月の場合が最小となることがわかる。よってこの Case を最適 Case として採用する。この $\bar{k}$ 図を用いて再度流量推定を行った結果を Fig. 4

(c) に示す。前の (b) 図の推定流量とほぼ同じ結果が得られており指数関数による近似が妥当であったことを示している。なおこの λ , D_m は流域の k 図を表示する parameter となる。

6. む す び

以上 LP を用いた長期流出解析法について論じ、月単位のデータを使用し、泰国北部の実例河川について適用を試みた。十分な精度の観測資料が得られないにもかかわらず推定値と実測値の適合は概して良好である。このような結果は本論にて採用した季節によって流出形を変化させる time variant unit hydrograph の考え方が特に乾季と雨季の対照が著しい熱帯地域の諸河川について適していることを示している。

おわりに Nam Yuam 川の資料を提供され、また諸図の作成等に協力いただいた泰政府国家動力庁の諸官、および多数回の計算に応じていただいた AIT Computer center の諸官に謝意を表します。

参 考 文 献

- 1) Eagleson, P.S. et al.: Computation of optimum realizable unit hydrographs, Water Resources Research, Vol. 2, No. 4, 1966.
- 2) Acton, F.S.: Numerical Methods That Work, Harper & Row Publishers, pp. 253~255, 1970.
- 3) Murty, K.G.: Linear and Combinatorial Programming, John Wiley & Sons, Inc., 1976.
- 4) Stark, R.M. and R.L. Nicholls: Mathematical Foundations for Design, McGraw-Hill, pp. 494~495, 1972.
- 5) IBM: Matrix Generator and Report Writer(MGRW), 1972.
- 6) IBM: Mathematical Programming System Extended/370 (MPSX/370), 1978.

(1982.6.21・受付)