地盤の相対変位・ひずみの推定結果に及ぼす 地震波形の変形の影響*

EFFECT OF DEFORMATION OF SEISMIC WAVES ON ESTIMATED
VALUE OF GROUND RELATIVE DISPLACEMENT OR STRAIN

川 上 英 二**・佐 藤 靖 彦***

By Hideji KAWAKAMI and Yasuhiko SATO

1. 序 論

トンネル・パイプラインなどの地中埋設ライフライン構造物または橋梁・タンク等の長大構造物の耐震性は重要な問題であり、種々の面から検討がされている。その1つとしてこれらの構造物の寸法の大きさに着目したものがあ。これらの構造物は他の構造物に比べ寸法が圧倒的に大きく、したがって、これらの構造物の安全性はその延長に沿う2地点間の地盤の相対変位あるいは特に地中構造物では地盤ひずみに大きく影響される。

従来、地盤ひずみは地表面上に沿う応力波の伝播の結果によって生ずると考えられ、位置 x , 時刻 t における変位を

$$u(x, t) = f(x - ct) \quad (c: \text{位相速度}) \cdots \cdots (1)$$

と表わし、これより地震時の地盤ひずみ ϵ は、地盤の振動速度 V と位相速度 c より理論的に

$$\epsilon = V/c \cdots \cdots (2)$$

と求められており、この関係式は一般的に用いられている。しかし、この関係式は理論的には波の形が不変であり、同一波形を保ったまま伝播するという仮定のもとで成り立つものである。実際の地震波は、表面波では位相速度が振動数により異なるという理由のほかに、実体波においても

- ① 地表面の形状または地盤構造の水平面内での不均一性
- ② 各観測点に到達する波動の経路の違い
- ③ 震源断層面より放出される波動の方位による違いなどの理由により、波形の変化が生じることになる。地表面上に沿った多地点での地震波を考える場合、波動は変形しながら伝播していると解釈した方がより現実的であ

る。

実際、地表面上の測線に沿った数地点での地震波の同時 Array 観測が Tsuchida ら^{1), 2)}, 田村ら³⁾, 野田ら⁴⁾, 川島ら⁵⁾, 中村ら⁶⁾などにより、または三点同時観測が浅田⁷⁾, 北条ら⁸⁾, 表ら⁹⁾などにより行われ、その結果、隣接する数地点での記録の波形の特徴は非常によく似ているが、位相のずれが確かめられること、また、波形はまったくの同一波形ではなくいくぶん変形しながら伝播していることが指摘されている。

Tsuchida ら^{1), 2)}, 田村ら³⁾, 中村ら⁶⁾, 赤尾・横田¹⁰⁾などはこれらの記録間の相互相関関数を算定し、地震波の位相速度を求めている。そして、この位相速度と震源との位置関係および地震波の入射方向について考察を加えている。一方、土岐¹¹⁾, 浅田⁷⁾, 北条ら⁸⁾などは振動数の関数として地震波の位相速度を算定している。これらの値は、式(2)により地盤のひずみを算定するに際し有用な値であると思われる。しかし、相互相関関数のピークのずれを明瞭に示し、位相速度がどの程度の大きさであるかを明確に示すことにおもな注意が払われ、波形の変形に伴い相関の程度が減少することにはあまり注意が払われていないように思われる。

一方、桜井¹²⁾, 中村・片山・久保¹³⁾などは、地中構造物に生ずる実測ひずみ振幅と速度振幅とから式(2)に基づき位相速度 c を算定している。そして、この値と地盤のせん断波位相速度との違いを波動の入射角、または波動の種類の違いを用いて説明している。しかし、以上の2種類の方法で求められた位相速度は波動の変形がないと仮定される場合に限り等しいものであり、上述のように波動が変形しながら伝播する場合にはこの2つの位相速度のもつ意味は異なっている。第2の方法で求められる位相速度には波動の伝播によるひずみへの寄与と、前述のような原因により波動が変形することに伴い発生するひずみの大きさへの影響とが合わせて考えられている。

* 土木学会年次学術講演会I部, 1982年で一部発表

** 正会員 工博 埼玉大学助手 工学部建設工学科

*** 学生会員 埼玉大学大学院修士課程在学中

波形が変形する場合に関しては、特に表面波のように位相速度が周期の関数である場合については、高田・Wright¹⁴⁾、後藤・亀田・高田・杉戸¹⁵⁾、小川¹⁶⁾などにより解析が行われ、表面波に対し相対変位・平均ひずみが2地点間の相対距離の関数として求められている。しかし、特定の地盤条件の不連続性が波形の変形に与える影響を扱ったいくつかの研究たとえば^{17)~20)}を除いては、より一般的に位相速度の違い以外の原因による波形の変形が地盤のひずみ・相対変位に及ぼす影響を検討した研究は少ないように思われる。

また、最近、地震動を相関をもつ複数の確率過程と考えた研究がいくつか行われているたとえば^{23)~25)}。しかし、これらはおもに剛体構造物の挙動に着目しており、地盤の相対変位・平均ひずみに着目したものではない。

本論文は、地震波が伝播する場合に波形の変形が生ずるという実測結果に基づいて、この波形変形を考慮した場合、2地点間の相対変位・地盤ひずみはこの影響を考慮しない場合と比較してどのような違いが生ずるかを解析的に検討し考察を加えたものである。ただし、波形変形のうち位相速度が周期の関数であるような表面波ではなく、特に位相速度以外の要因で波形変形が生ずるような実体波に対して解析を行っている。その方法として、変形しながら伝播する波動をパワースペクトルは一定であるが、クロススペクトルにおいて相関の程度が減少しながら伝播する時間、場所両方に関して定常な波動と仮定した。そして、波形が変形する場合の2地点間の相対変位・平均ひずみ¹⁴⁾のスペクトルの定式化を行い、その特性を検討した。さらに、変形しながら伝播する波動をシミュレートすることにより、上記で求められた解析結果を確認した。

2. 場所と時間との2変数の関数としての波動の相関関数およびスペクトルの定義^{26)~28)}

本論文では、時間 t と一次元直線空間（場所） x との2変数の関数としての1方向の変位波動を考える。その際、理論展開において簡単化のため場所 x 、時間 t の両方に関して定常である波動を考える。

位置 x 、時刻 t における変位を $u(x, t)$ と表わし、時間、場所に関する定常性により変位の時間に関する自己相関関数を2時刻間の時間差 τ の関数として式 (3) で

$$R_T(\tau) = E[u(x, t)u(x, t + \tau)] \cdots \cdots \cdots (3)$$

変位の2地点間の距離の関数としての場所に関する自己相関関数は式 (4) で

$$R_X(x_0) = E[u(x, t)u(x + x_0, t)] \cdots \cdots \cdots (4)$$

変位 $u(x, t)$ と $u(x + x_0, t + \tau)$ との相互相関関数は、距離 x_0 および時間差 τ の関数として式 (5) で

$R_{XT}(x_0, \tau) = E[u(x, t)u(x + x_0, t + \tau)] \cdots \cdots (5)$ 定義する。ただし、 $u(x, t)$ は1つの地震による位置 x 、時刻 t における変位を表わし、前述のように時間、場所両方に関して定常である波動を考えている。また E は定常な一つ一つの波動に対する時間または場所に関する平均値を表わすものとする。

次に、相関関数をフーリエ変換してスペクトルを定義する。なお、本論文では両側スペクトルを考えるものとする。変位の振動数スペクトルは、角振動数 ω の関数として、

$$S_T(\omega) = \frac{1}{2\pi} \lim_{\tilde{\tau} \rightarrow \infty} \int_{-\tilde{\tau}}^{\tilde{\tau}} R_T(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \cdots \cdots \cdots (6)$$

変位の波数スペクトルは、波数 k の関数として

$$S_X(k) = \frac{1}{2\pi} \lim_{\tilde{x} \rightarrow \infty} \int_{-\tilde{x}}^{\tilde{x}} R_X(x_0) e^{-ikx_0} dx_0 \cdots \cdots (7)$$

一方、クロススペクトルは

$$S_{XT}(x_0, \omega) = \frac{1}{2\pi} \lim_{\tilde{\tau} \rightarrow \infty} \int_{-\tilde{\tau}}^{\tilde{\tau}} R_{XT}(x_0, \tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \cdots \cdots \cdots (8)$$

で定義する。

3. 変形しながら伝播する波動による2地点間の相対変位・平均ひずみの特性の理論的検討

(1) 変形しながら伝播する波動

まず、波形が変形しながら伝播する波動をどのように具体的に考え定義するかについて明らかにする必要がある。本論文では、従来、風工学または海洋工学でも行われている²⁸⁾ように、変形しながら伝播する波動を各地点での波動の振動数スペクトル $S_T(\omega)$ は一定であるが、2地点での波動のクロススペクトル $S_{XT}(x_0, \omega)$ において相関の程度が減少しながら伝播する波動と考えた。そして、まず、簡単のため次のような場合について検討した。

実際の地震波において離れた2地点で観測された波形を比較すると、2地点間の距離 $|x_0|$ が大きいほど、また長周期の波より短周期の波ほど2地点での波形は異なり相関が小さくなるものと考えられるたとえば^{23), 24)}。そこで、波動の伝播時間 $|x_0|/c$ (x_0 : 2地点間の距離、 c : 地表面に沿う波動の位相速度) と角振動数 $|\omega|$ に比例する波形変形を考えた。すなわち、2地点間に含まれる波数に比例して相関が減少するものと仮定した。そして、無次元量 $|\omega||x_0|/c$ の関数 $A(|\omega||x_0|/c)$ を用いて変形しながら伝播する波動のクロススペクトル $S_{XT}(x_0, \omega)$ が次式のように表わせるものと仮定した^{28), 23), 24)}。

$$S_{XT}(x_0, \omega) = S_T(\omega) \exp(-i\omega x_0/c) A(|\omega||x_0|/c) \cdots \cdots \cdots (9)$$

ただし、 $S_T(\omega)$ は通常用いられている 地震波動の振動数両側パワースペクトルである。波動は $\exp(-i\omega x_0/c)$ より速度 c で伝播するが、ここでは前述のような実体波について考えるため振動数によらず一定速度 c で伝播するものとしている。また関数 $A(\)$ はコヒーレンシーとよばれているものであり、石井の研究^{23), 24)}に基づき、この関数を

$$A(|\omega||x_0|/c) = \exp(-\alpha|\omega||x_0|/(2\pi c)) \dots\dots\dots (10)$$

と仮定した。ここで、 α は波動の変形しやすさの程度を表わすパラメーターである。 $\alpha=0$ は波形変形のない場合を表わしており、 α が大きいほどクロススペクトルの相関は著しく減少する。そこで、この値 α を今後、変形定数とよぶことにする。

なお、石井²⁴⁾は地震観測資料を検討した結果 $\alpha (=2\pi \times (0.2 \sim 0.4)) \approx 1.3 \sim 2.5$ の値を示しており、本研究と同様な考えのもとに、構造物に地盤から入射する波動が伝播するのみでなく、場所により変形することを用いて入力損失の考えを確立している。石井²⁴⁾が構造物に着目したのに対し、本論文は地盤の方に着目し、ここで発生する相対変位、ひずみを検討しようと試みるものである。ただし、式 (9), (10) のクロススペクトルの関数形の仮定、特にコヒーレンシー関数 $A(\)$ の仮定は相対変位、ひずみの算定結果に大きな影響を与えるものと考えられ、アレー観測結果は本論文に示す観点からも詳細に再検討され、式 (9), (10) の妥当性を明らかにする必要があると考える。

しかし、本論文より得られる定性的な結論は (5) に示すように関数 $A(\)$ の形によらず、波が変形しながら伝播すること、つまり、波形が各地点で完全従属ではなく波形が乱れ独立に近づくことのみにより説明されるものである。また、定量的にもこれらの関数形は、石井²⁴⁾が構造物の挙動を検討するために地震動の実測結果に基づいて、すでに提案しているものであるため、得られた結果は第1近似的には1つのめやすを表わす結果であるものと考えられる。

さて、話を戻して、相互相関関数は式 (9) を逆フーリエ変換して

$$R_{XT}(x_0, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S_T(\omega) A\left(\frac{|\omega||x_0|}{c}\right) \cdot e^{i\omega(\tau - x_0/c)} d\omega \dots\dots\dots (11)$$

で求められる。したがって、時間、場所に関する自己相関関数 $R_T(\tau)$, $R_X(x_0)$ は式 (11) の変数 x_0, τ にそれぞれ零を代入することにより得られる。つまり、時間自己相関関数 $R_T(\tau)$ には $A(\)$ の項が1となるため波形変形の影響はなく

$$R_T(\tau) = R_{XT}(0, \tau) = R_T(\tau)|_{\alpha=0} \dots\dots\dots (12)$$

したがって振動数パワースペクトルは波形変形の有無に

よらず一定であるが、場所自己相関関数 $R_X(x_0)$ には波形変形の影響が認められ、次式の不等号が成立する。

$$R_X(x_0) = R_{XT}(x_0, 0) \neq R_X(x_0)|_{\alpha=0} \dots\dots\dots (13)$$

ただし $|_{\alpha=0}$ は波形変形のない場合 ($\alpha=0$) の値を示すものとする。

(2) 相対変位・平均ひずみの相関関数、スペクトル

距離 x_0 離れた時刻 t での変位が $u(x, t)$, $u(x+x_0, t)$ である場合、2地点間の相対変位 $u_R(x, x_0, t)$ は

$$u_R(x, x_0, t) = u(x+x_0, t) - u(x, t) \dots\dots\dots (14)$$

で、平均ひずみは相対変位を2地点間の距離 x_0 で割って

$$s(x, x_0, t) = \{u(x+x_0, t) - u(x, t)\}/x_0 \dots\dots (15)$$

で定義をする。

これより、相対変位の自己相関関数は

$$\begin{aligned} {}_R R_{XT}(x_0, \tau) &= E[u_R(x, x_0, t) \cdot u_R(x, x_0, t+\tau)] \\ &= E[\{u(x+x_0, t) - u(x, t)\} \\ &\quad \cdot \{u(x+x_0, t+\tau) - u(x, t+\tau)\}] \\ &= 2R_{XT}(0, \tau) - R_{XT}(x_0, \tau) \\ &\quad - R_{XT}(-x_0, \tau) \dots\dots\dots (16) \end{aligned}$$

で求め、相対変位の振動数スペクトルは式 (16) の両辺をフーリエ変換することにより、

$$\begin{aligned} {}_R S_{XT}(x_0, \omega) &= 2S_{XT}(0, \omega) - S_{XT}(x_0, \omega) \\ &\quad - S_{XT}(-x_0, \omega) \\ &= 2\{S_T(\omega) - Re[S_{XT}(x_0, \omega)]\} \\ &\quad \dots\dots\dots (17) \end{aligned}$$

ただし、 $Re[\]$ は実数部を表わし、

$$S_{XT}(-x_0, \omega) = S_{XT}^*(x_0, \omega) \dots\dots\dots (18)$$

(* は共役複素数を表わす)

の関係²⁸⁾を用いた。

一方、平均ひずみの自己相関関数、振動数スペクトルはそれぞれ、

$$sR_{XT}(x_0, \tau) = {}_R R_{XT}(x_0, \tau)/x_0^2 \dots\dots\dots (19)$$

$$sS_{XT}(x_0, \omega) = {}_R S_{XT}(x_0, \omega)/x_0^2 \dots\dots\dots (20)$$

で表わされる。

さらに、相対変位の root mean square (r.m.s.) 値は式 (16), (17) より

$$\begin{aligned} [E\{u_R^2(x, x_0, t)\}]^{1/2} &= [{}_R R_{XT}(x_0, 0)]^{1/2} \\ &= \left[\int_{-\infty}^{\infty} {}_R S_{XT}(x_0, \omega) d\omega \right]^{1/2} \\ &= \left[2 \int_{-\infty}^{\infty} \{S_T(\omega) - Re[S_{XT}(x_0, \omega)]\} d\omega \right]^{1/2} \\ &\quad \dots\dots\dots (21) \end{aligned}$$

で求められ、平均ひずみの r.m.s. 値は

$$\begin{aligned} [E\{s^2(x, x_0, t)\}]^{1/2} &= [sR_{XT}(x_0, 0)]^{1/2} \\ &= \left[\int_{-\infty}^{\infty} sS_{XT}(x_0, \omega) d\omega \right]^{1/2} \\ &= \frac{1}{x_0} \left[2 \int_{-\infty}^{\infty} \{S_T(\omega) - Re[S_{XT}(x_0, \omega)]\} d\omega \right]^{1/2} \\ &\quad \dots\dots\dots (22) \end{aligned}$$

で表わされる. この値は相対変位の r.m.s. 値の $1/\nu_0$ である.

(3) パワースペクトルの仮定による相対変位・平均ひずみのスペクトル, r.m.s. 値の算定式

前述の式を実際に計算して波形変形の影響を具体的に明らかにするため地震波のパワースペクトル密度関数を仮定した. 従来, この密度関数として数多くの式が提案されているが, 本論文では式の展開を簡単にするため, 加速度(変位)パワー両側スペクトル $AS_T(\omega)$ ($S_T(\omega)$) として, Goto, Kameda²⁹⁾ により提案された次式を用いることにする.

$$\begin{aligned} AS_T(\omega) &= \omega^4 S_T(\omega) \\ &= \frac{64}{3\omega_g} (\omega/\omega_g)^4 \exp(-4|\omega|/\omega_g) \cdots (23) \end{aligned}$$

ただし, 加速度波形の r.m.s. 値は 1 に基準化されている. この関数形も式 (9), (10) のコヒーレンシーの関数形と同様に地盤の相対変位, 平均ひずみの大きさに影響を与えるものである. しかし, 前と同様, 本論文より得られる定性的な結論は (5) に示すようにこれらの関数形によらず, 波形が乱れ各地点で独立に近づくことのみにより説明されるものであり, また, 定量的にも, これらの関数が実測結果に基づいて提案されていることにより 1 つのめやすを表わす結果が得られているものと考えられる.

Fig. 1 (a), (b)

はそれぞれ変位と速度との振動数スペクトル $S_T(\omega)$, $\nu S_T(\omega)$ であり,

Fig. 2 (a), (b) はそれぞれ変位と速度との自己相関関数 $R_T(\tau)$, $\nu R_T(\tau)$

である. ただし, 式 (23) 内のパラメータである ω_g を $\omega_g = 2\pi$ (卓越周期 1 秒の地盤に相当²⁹⁾) と仮定し, 加速度の r.m.s. 値を 1 m/s^2 (約 0.1 g) と仮定した.

ここで, 式 (11) に式 (10), (23) を代入すると相互相関関数は

$$R_{XT}(x_0, \tau) = \frac{128}{3\omega_g^5}$$

Fig. 1 Power Spectral Density Functions of (a) Displacement and (b) Velocity.

Fig. 2 Auto-Correlation Functions of (a) Displacement and (b) Velocity.

$$\cdot \frac{4/\omega_g + \frac{\alpha}{2\pi c} |x_0|}{\left(4/\omega_g + \frac{\alpha}{2\pi c} |x_0|\right)^2 + \left(\tau - \frac{x_0}{c}\right)^2} \cdots (24)$$

と求められ, さらに式 (9), (10), (16), (17), (20) ~ (24) より 2 地点間の相対変位, 平均ひずみの振動数スペクトル, r.m.s. 値はそれぞれ次のように求められる.

$$\begin{aligned} R_{SXT}(x_0, \omega) &= x_0^2 S_{SXT}(x_0, \omega) \\ &= \frac{128}{3\omega_g^5} \exp(-4|\omega|/\omega_g) \\ &\quad \cdot \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{\alpha|\omega||x_0|}{2\pi c}\right) \cos \frac{\omega x_0}{c} \right\} \cdots (25) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} [E\{u_R^2(x, x_0, t)\}]^{1/2} &= x_0 [E\{s^2(x, x_0, t)\}]^{1/2} \\ &= \left[\frac{256}{3\omega_g^5} \left\{ \frac{\omega_g}{4} - \frac{\frac{4}{\omega_g} + \frac{\alpha}{2\pi c} |x_0|}{\frac{x_0^2}{c^2} + \left(\frac{4}{\omega_g} + \frac{\alpha}{2\pi c} |x_0|\right)^2} \right\} \right]^{1/2} \cdots (26) \end{aligned}$$

(4) 数値計算結果

以上求められた各関数を実際に計算して, 波形変形がある場合とない場合とのこれらの関数の比較を行った. ただし, 各地点における振動数スペクトルとしては **Fig. 1** に示したものをを用い, 位相速度 $c = 1000 \text{ m/s}$ と仮定した.

Fig. 3 (a), (b), (c) には式 (11), (24) により算定される相互相関関数 $R_{XT}(x_0, \tau)$ を示す. 実線は自己相関関数 ($x_0 = 0$), 一点鎖線・破線はそれぞれ 2 地点間距離 x_0 が 2000 m, 4000 m の場合の結果を示している.

Fig. 3 (a) は波形の変形がない場合 ($\alpha = 0$) であり, **Fig. 3** (b), (c) は波形が変形して伝播する場合 (それぞれ $\alpha = 1, 2$) である. 本例の場合には位相速度 $c =$

Fig. 3 Cross-Correlation Functions of Displacement.

1 000 m/s と仮定しているため、2 地点間距離 $x_0=2\,000$, 4 000 m ではそれぞれずれ時間 $\tau=2, 4$ s で相互相関関数が波形変形の有無 (Fig. 3 (a), (b), (c)) によらず最大値を示している。しかし、波形変形がない場合 (a) では、相互相関関数の最大値が自己相関関数の最大値に等しいのに対し、波形が変形する (変形定数 $\alpha=1, 2$) 場合には、相互相関関数の最大値は自己相関関数の最大値に比べ減少している。このピークが減少する程度は、変形定数 α が大きいほど、また、2 地点間距離 x_0 が大きいほど著しい。

次に相対変位および平均ひずみの特性について検討を加えた。Fig. 4 は相対変位スペクトルを 2 地点間の距離がそれぞれ 25, 50, 100, 200, 400, 1 000 m の 6 つの場合について求めた結果を示したものである。ただし、実線は波形変形の生じない場合 ($\alpha=0$) についての結果であり、一点鎖線、破線は波形変形の生じる場合 (それぞれ $\alpha=1, 2$) について示してある。

まず、波形変形のない ($\alpha=0$) 場合のスペクトルの卓越角振動数を読み取ると 2 地点間距離

$$x_0=25, 50, 100, 200, 400, 1\,000\text{ m}$$

でそれぞれ

$$\omega=3.15, 3.14, 3.12, 3.04, 2.80, 2.01\text{ rad/s}$$

であり、2 地点間の距離が増大するほど、卓越振動数は減少していることが認められる。

また、注目すべきことには波形の変形の有無にかかわらず、2 地点間の距離が大きいほど相対変位も大きくなっているが、2 地点間の距離が短いところでは変形定数 $\alpha=1, 2$ の場合には $\alpha=0$ の場合よりもスペクトルの値が特に低振動数領域で非常に大きくなっている。変形定数 $\alpha=0$ との比を考えると 2 地点間の距離が小さいほど

その増加の割合は著しい。

また、波形変形が生じない場合には式 (25) で $\cos(\omega x_0/c)=1$ つまり 2 地点間距離がちょうど波長 L の整数倍

$$x_0=\frac{2n\pi c}{\omega}=nL \quad (n=0, 1, \dots) \quad (27)$$

である場合にはスペクトルの値は零になる。そして 1 000 m の場合のように 2 つのピークが認められる場合がある。この現象は波形変形の影響を考慮すると顕著でなくなる。ただし、本論文で用いている波長とは $L=2\pi c/\omega$ で求められるが c は地表面に沿った位相速度であり、地盤中の波速ではないため、この値は各時刻における地

Fig. 4 Spectral Density Functions of Relative Displacement.

Fig. 5 Spectral Density Functions of Average Strain.

表面に沿った位置の関数としての波形の波長であることに注意する必要がある。

次に、Fig. 4 のそれぞれに対応して、Fig. 5 には平均ひずみスペクトルを 2 地点間の距離を変えて示してある。波形変形がない場合 ($\alpha=0$) には 2 地点間距離の減少に伴いスペクトルはやや大きくなるだけである。これに対し、波形変形を仮定した場合 ($\alpha=1, 2$) には距離が長い場合 ($x_0=400, 1000\text{ m}$) では $\alpha=0$ の場合とあまり変わらないが、 $x_0=25, 50\text{ m}$ と短距離になるに従い平均ひずみスペクトルが特に長周期成分で非常に大きくなることがわかる。

しかし、波形変形がある場合の方がない場合より常に相対変位・平均ひずみが大きいわけではない。 $x_0=400\text{ m}$ では $\omega=3.9\text{ rad/s}$ 以上で $x_0=1000\text{ m}$ では $\omega=1.6\sim 4.7\text{ rad/s}$ の範囲で波形変形がある方が逆にスペクトル値が小さくなっていることが認められる。このことは式 (25) のスペクトルの関数で考えれば、 $\cos(\omega x_0/c) > 0$ では波形変形によりスペクトルは大きくなり、 $\cos(\omega x_0/c) < 0$ では逆にスペクトルは小さくなることに対応している。つまり、たとえば $0 < \omega < \pi c/(2x_0)$ ではスペクトルは大に、 $\pi c/(2x_0) < \omega < 3\pi c/(2x_0)$ ではスペクトルは小さくなる。逆に、地表面に沿った波長 $L=2\pi c/\omega$ より、ある角振動数 ω に対して 2 地点間距離 x_0 が $0 < x_0 < L/4$ ではスペクトルは大に、 $L/4 < x_0 < 3L/4$ ではスペクトルは小になっている。これは波の変形がある場合の 2 地点の波形が一对の独立波形に近づくものと考えることにより直観的な説明が可能である。つまり、2 地点間の距離が地震波の波長の $1/4$ 以下の距離では波長成分が 2 地点間で同位相であるため、2 地点の波形が独立波形に近づくことにより、必ずしも同位相ではなくなり平均ひずみは大きくなる。一方、 $1/4\sim 3/4$ 波長の間の距離では波長成分が 2 地点間で逆位相となるため独立波形に近づくことにより、必ずしも逆位相でなくなり平均ひずみが小さくなるものと考えられる。このことより、相対変位・平均ひずみは波形変形を無視すると 2 地点間の距離が卓越波長の $1/4$ までの場合では過小評価され、逆に $1/4$ から $3/4$ までの場合では過大評価されることになるものと推測される。言い換えれば、このことより、2 地点間の距離が短い場合に特に低振動数で相対変位・平均ひずみのスペクトルが波形変形を考慮することにより増大したものと考えられる。

最後に Fig. 6 (a), (b) はそれぞれ相対変位・平均ひずみの r.m.s. 値と 2 地点間の距離 x_0 との関係を示している。ただし実線は波形変形のない場合、一点鎖線・破線は波形変形のある場合 (それぞれ $\alpha=1, 2$) である。これらはそれぞれ Fig. 4, 5 のスペクトルの面積の 2 倍の平方根に等しい (式 (21), (22) 参照)。なお、図中

Fig. 6 Effects of Wave Deformation on R.M.S. Value of (a) Relative Displacement and (b) Average Strain.

$\Delta, \circ, \square$ の記号は後述のシミュレーション結果によるものを示す。相対変位の r.m.s. 値は波形の変形の有無によらず 2 地点間の距離の増加に伴い漸増し一定値約 0.12 m に漸近する。これは、距離が大きくなると波がまったくずれてしまうため、2 地点での波形は 1 対の独立な波とみなすことが可能であり、1 地点での波動の r.m.s. 値の $\sqrt{2}$ 倍に相対変位の r.m.s. 値が等しくなることによる。実際、式 (9), (10) において $x_0 \rightarrow \infty$ とすると、 $S_{XT}(x_0, \omega) \rightarrow 0$ となり式 (21), (26) より

$$\lim_{x_0 \rightarrow \infty} [E\{u_R^2(x, x_0, t)\}]^{1/2} = \left[2 \int_{-\infty}^{\infty} S_T(\omega) d\omega \right]^{1/2} \approx 0.12\text{ m} \dots\dots\dots (28)$$

となり上述の相対変位の r.m.s. 値に収束する。

波形変形を考慮した $\alpha=1, 2$ の場合、2 地点間の距離 $x_0 \approx 750\text{ m}$ くらいまでは波形変形の影響により相対変位がいくぶん大きくなっているが、これ以上では逆に小さくなっている。このことは前述のように 2 地点間距離が卓越している波長の $1/4\sim 3/4$ 倍の中に入ってしまうためであると思われる (もとより、本例の場合、卓越波長は 1 つの値に決まらずに分布しているが (Fig. 1 参照)、卓越波長に相当するものがあると考えられる)。しかし、相対変位に及ぼす波形変形の影響は全体にそれほど顕著ではない。

一方、平均ひずみは波形変形の有無によらず 2 地点間の距離が減少すると増加する (Fig. 6 (b) 参照)。波形変形を考慮した ($\alpha=1, 2$) 場合には、 $x_0 \approx 750\text{ m}$ 以下で波形変形による平均ひずみの増大が認められ、2 地点間距離が短いほど波形変形の影響は顕著である。もとよ

り、実際の現象と対応させるためには、2地点間の距離 x_0 が零のとき、平均ひずみが局部ひずみ¹⁴⁾に収束することが望まれるが、本解析結果では波形変形が存在する場合、2地点間の距離 x_0 を零として極限值を求めることとひずみの r.m.s. 値は無限大と求められてしまう。この理由は式 (10) で仮定した関数 $A(\cdot)$ が $x_0=0$ で微係数が連続となっていないからであり、この関数の正確な $x_0 \approx 0$ 付近での形状は今後十分に検討する必要があると考える。しかし、石井²³⁾により求められたこの関数は x_0 がある程度大きい値 (40 m, 78.5 m) の場合に対して求められていることを考えると、 x_0 が数十 m 以上の場合に対しては1つのめやすとなる結果が得られているものと考えられる。

以上の結果より、波形変形が存在する場合、平均ひずみのスペクトルは波形変形の影響を無視した場合よりも特に長周期成分で増大され、この傾向は2地点間の距離が短いほど著しいことがわかった。

(5) 考 察

以上得られた結果の直観的な理解を助けるため、2地点の波形がまったく独立または従属である場合の相対変位・平均ひずみのスペクトル・r.m.s. 値を検討した。

ある地点 x における変位波形 $u(x, t)$ が次式で表わされるものとする^{24, 27, 30)}。

$$u(x, t) = \sum_k 2\sqrt{S_T(\omega_k)} d\omega \cos(\omega_k t + \phi_k) \dots (29)$$

ただし、 $S_T(\omega_k)$ は変位の振動数両側スペクトルであり、 ϕ_k は $0 \sim 2\pi$ 間で一様に分布する乱数とする。この地点より波動の伝播方向に x_0 離れた地点での変位波形は波形がまったく独立の場合は

$$u^I(x+x_0, t) = \sum_k 2\sqrt{S_T(\omega_k)} d\omega \cos(\omega_k t + \psi_k) \dots (30)$$

一方、まったく従属している場合には

$$u^D(x+x_0, t) = \sum_k 2\sqrt{S_T(\omega_k)} d\omega \cdot \cos\left\{\omega_k \left(t - \frac{x_0}{c}\right) + \phi_k\right\} \dots (31)$$

で表わせる。ここで、 ψ_k は $\phi_k (k=1, \dots)$ と独立な $0 \sim 2\pi$ 間で一様に分布する乱数であり、 c は波動の位相速度である。また、I, D は Independent, Dependent の頭文字を示している。ただし、本節以降の式 (30), (42) で求められる波形は時間に関しての平均ばかりでなく、さらに標本のアンサンブル平均をもとった場合に独立であったり、相関が与えられた値を厳密にとり得るものとなっている。このため、これまで求められた相対変位・平均ひずみの平均値との比較にあたっては、時間に関する平均のみでなくアンサンブル平均をもとる必要があるものと考えられる。

2地点間の相対変位は独立、従属それぞれの場合、

$$\begin{aligned} u_R^I(x, x_0, t) &= u^I(x+x_0, t) - u(x, t) \\ &= \sum_k 2\sqrt{S_T(\omega_k)} d\omega \cdot 2 \sin \frac{\phi_k - \psi_k}{2} \\ &\quad \cdot \sin\left\{\omega_k t + \frac{\phi_k + \psi_k}{2}\right\} \dots (32) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u_R^D(x, x_0, t) &= u^D(x+x_0, t) - u(x, t) \\ &= \sum_k 2\sqrt{S_T(\omega_k)} d\omega \cdot 2 \sin \frac{\omega_k x_0}{2c} \\ &\quad \cdot \sin\left\{\omega_k t - \frac{\omega_k x_0}{2c} + \phi_k\right\} \dots (33) \end{aligned}$$

と求められる。式 (32), (33) を式 (29) と比較することにより、これら相対変位の振動数スペクトルの期待値はそれぞれ、

$$\begin{aligned} R S_T^I(\omega) &= 4 S_T(\omega) E^* \left[\sin^2 \frac{\phi - \psi}{2} \right] = 2 S_T(\omega) \\ (E^* \text{ はアンサンブル平均}) &\dots (34) \end{aligned}$$

$$R S_T^D(\omega) = 4 S_T(\omega) \sin^2 \frac{\omega x_0}{2c} \dots (35)$$

で与えられる。また、平均ひずみの振動数スペクトルは式 (20) より次式で求める。

$$S S_T^I(\omega) = 2 S_T(\omega) / x_0^2 \dots (36)$$

$$S S_T^D(\omega) = 4 S_T(\omega) \sin^2 \frac{\omega x_0}{2c} / x_0^2 \dots (37)$$

さらに、波形変形がない完全従属の場合には、式 (35), (37) における $x_0 \rightarrow 0$ で $\sin(\omega x_0 / (2c)) \rightarrow \omega x_0 / (2c)$ より

$$R S_T^D(\omega) \rightarrow \frac{x_0^2}{c^2} \omega^2 S_T(\omega) = \frac{x_0^2}{c^2} v S_T(\omega) \dots (38)$$

$$S S_T^D(\omega) \rightarrow \frac{1}{c^2} \omega^2 S_T(\omega) = \frac{1}{c^2} v S_T(\omega) \dots (39)$$

となり、式 (39) は従来提案されている波形変形のない場合の式に一致する。

また、 $\omega x_0 / (2c) \rightarrow \pi/2$ つまり、 $x_0 \rightarrow L/2$ つまり、2地点間の距離が卓越波長の半分である値まで増加するに伴い、卓越角振動数の近傍の角振動数領域では $\sin(\omega x_0 / (2c)) \approx 1$ となり

$$R S_T^D(\omega) \rightarrow 4 S_T(\omega) \dots (40)$$

$$S S_T^D(\omega) \rightarrow 4 S_T(\omega) / x_0^2 \dots (41)$$

となる。

以上の結果をスペクトルの形状を表わす ω の関数とその係数である2地点間の距離 x_0 の関数との積に分けて示した結果を **Table 1** に示す。この結果、次のことがわかる。

① 相対変位・平均ひずみのスペクトルは、波形が従属の場合には2地点間の距離 $x_0 \approx 0$ で速度スペクトルに比例するが、 $x_0 \rightarrow L/2$ で変位スペクトルの形状に似る。一方、独立の場合には x_0 の値のいかにかわらず変位スペクトルに比例する。したがって、従属の場合には x_0 が 0 から $L/2$ に増加するにつれて卓越振動数は減少する。この結果は **Fig. 4** で前述したような x_0

Table 1 Spectral Density Functions of Relative Displacement and Average Strain.

		Separation Distance			
		$x_0 \approx 0$		$x_0 \approx L/2$	
		$(\text{Function of } x_0) \times (\text{Function of } \omega)$		$(\text{Function of } x_0) \times (\text{Function of } \omega)$	
Dependent	Relative Displacement	$\frac{x_0^2}{c^2}$	$\omega^2 S_T(\omega) = \nu S_T(\omega)$	4	$S_T(\omega)$
	Average Strain	$\frac{1}{c^2}$	$\omega^2 S_T(\omega) = \nu S_T(\omega)$	$\frac{4}{x_0^2}$	$S_T(\omega)$
Independent	Relative Displacement	2	$S_T(\omega)$	2	$S_T(\omega)$
	Average Strain	$\frac{2}{x_0^2}$	$S_T(\omega)$	$\frac{2}{x_0^2}$	$S_T(\omega)$

の変化に伴う卓越角振動数の変化の傾向を説明している。一方、独立の場合には卓越振動数は不変であり $x_0 \approx L/2$ で従属の場合の値に類似する。つまり、 x_0 が小さい間は波形変形を考慮することにより、低振動数成分が卓越することになる。この結果は Fig. 4, 5 の結果と定性的に一致している。

② 2 地点間距離 $x_0 \approx 0$ で従属の場合には、相対変位は零、平均ひずみは有限値になるのに対し、独立の場合には、相対変位は有限値、平均ひずみは無限大となる。このことより、 $x_0 \approx 0$ での相対変位、平均ひずみは、波形の独立性を考慮することにより増加するものと考えられる。この結果は Fig. 6 の r.m.s. 値の傾向と定性的に一致する。

一方、 x_0 が増大するに伴いこの傾向は逆転し、 $x_0 \approx L/2$ では従属の場合の方が独立の場合より大きくなり、 $x_0 \approx L/2$ では 2 倍の値を示している。この結果は Fig. 6 の r.m.s. 値の傾向を定性的に説明するものと考えられる。

なお、注目したいことには以上の結果は地震動のスペクトルの形状、または波形変形の関数 $A(\cdot)$ によらず、2 地点間の波形が独立に近づくことのみによっていえることである。式 (10), (23) で波形変形の関数および地震動のスペクトル関数の仮定が式の展開を簡単にするために行われたが、これらの関数のいかんによらず、同様な定性的な結論が波形が変形する、つまり、2 地点間の波形が乱れ独立に近づくことのみによって導かれることが以上の考察によって推測されるものと考えられる。

4. 変形しながら伝播する波動における 2 地点間の相対変位・平均ひずみの特性のシミュレーションによる検討

3. における理論的な検討に対し、本章では波形変形を生じる波動のサンプルを実際にシミュレートすることにより、波形変形が相対変位・平均ひずみに与える影響

を検討した。

(1) 相関を有する複数定常確率過程のシミュレーション手法

互いに相関を有する m 個の平均値 0 の定常確率過程 $u_i(t)$ ($i=1, 2, \dots, m$) はクロススペクトルを用いることにより次式でシミュレートできる^{27), 30)}。

$$u_i(t) = \sum_{p=1}^i \sum_{k=1}^N 2\sqrt{\Delta\omega} |H_{ip}(\omega_k)| \cdot \cos\{\omega_k t + \alpha_{ip}(k) + \phi_{pk}\} \quad (i=1, 2, \dots, m) \dots (42)$$

ただし、

$$\Delta\omega = (\omega_u - \omega_l)/N \dots (43)$$

ω_u, ω_l : スペクトル密度関数の上限値, 下限値

$$\omega_k = \omega_l + \left(k - \frac{1}{2}\right)\Delta\omega$$

$H_{ip}(\omega)$ は要素をスペクトル

$$S_{ij}(\omega) = S_{XT}(x_0|ij, \omega) \dots (44)$$

($x_0|ij$ は 2 地点 ij 間の相対距離)

とするマトリックスを分解して与えられる。

$$\begin{bmatrix} S_{11}(\omega) & \dots & S_{1m}(\omega) \\ \vdots & & \vdots \\ S_{m1}(\omega) & \dots & S_{mm}(\omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{11}(\omega) & & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ H_{m1}(\omega) & \dots & H_{mm}(\omega) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} H_{11}^*(\omega) & \dots & H_{m1}^*(\omega) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & H_{mm}^*(\omega) \end{bmatrix} \dots (45)$$

ただし、 $*$ は共役複素数を表す。また、

$$\alpha_{ip}(k) = \tan^{-1} \left\{ \frac{I_m[H_{ip}(\omega_k)]}{R_e[H_{ip}(\omega_k)]} \right\} \dots (46)$$

(R_e, I_m はそれぞれ実数部, 虚数部を表す)

であり、 ϕ_{pk} は $0 \sim 2\pi$ の範囲で互いに独立な一様乱数である。

(2) シミュレーション結果および考察

Fig. 7 は上から位置 $x=0, 25, 50, 100, 200, 400$ m の

Fig. 7 Sample Functions of Displacement.

6 地点でのシミュレーションにより得られた相関のある変位波形の一例である。実線は波形変形がない ($\alpha=0$) 場合、一点鎖線、破線は波形変形を考慮した場合 (それぞれ $\alpha=1, 2$) である。距離の増加に伴い位相遅れが生じ波動が伝わっている様子が認められる。波形変形がない場合には波の形が変わらず、伝達時間分 (たとえば $x_0=200$ m で $\tau=0.2$ s, $x_0=400$ m で $\tau=0.4$ s) ずれているだけである。これに対し波形変形がある場合には、波が伝わって伝達時間分だけずれるだけでなく、波形そのものもその形は似ているが少しずつ変化しており、2 地点間距離が大きくなるほど、 $x=0$ m の波形と比べると、波形の変形の程度が著しくなっている。

Fig. 8 は、位置 $x=25, 50, 100, 200, 400$ m におけるそれぞれの変位波形と $x=0$ m の変位波形との相対変位波形を表わしたものである。このサンプルの r.m.s. 値を **Fig. 6** (a) にプロットしてある。シミュレーションによるサンプル値は前に求めた理論値とよく一致しており 2 地点間距離が大きいほど、相対変位の振幅が大きい。また 2 地点間距離が短いところでは波形変形がある場合には波形変形がない場合に比べ相対変位の振幅が大きくなっている。

Fig. 8 Sample Functions of Relative Displacement.

Fig. 9 Sample Functions of Average Strain.

Fig. 9 は平均ひずみの波形である。また、相対変位の場合と同様にこのサンプルの r.m.s. 値を **Fig. 6** (b) にプロットしてある。2 地点間距離が短いほど平均ひずみが大きいことが認められる。また、波形変形がある場合にはその傾向が顕著であり、特に 2 地点間距離が短いところでは波形変形がある場合にはこれがない場合に比べ平均ひずみの振幅は著しく ($x_0=25$ m で 2~3 倍にも) 増大している。以上の結果より波形変形を考慮した場合には、2 地点間距離が短い場合の平均ひずみが従来の理論では過小評価されていることが確かめられた。

今後、地盤 (たとえば沖積層、洪積層、岩盤、これらが入り組んだ場所等)、地形、震源、または波動の伝播経路等の条件と位相速度および波形変形の程度 (たとえば変形定数 α) との関係が明らかになった時点で初めて地盤の相対変位、ひずみのより実際に近い合理的な算定方法が得られるものとする。本論文ではその第 1 段階として従来使用されてきた地盤ひずみの算定式における位相速度として近年アレー観測により求められている位相速度を用いることについての再検討を行った。つまり、地表面上の多地点での波形の伝播に伴う乱れ、波形の相関の低下をさらに考慮に加えることにより、この相対変位、平均ひずみへの影響を明らかにした。その結果、波形変形の程度の違いがひずみの推定結果に与える影響が著しいことを示すことにより、本論文は相関の低下という観点からアレー実測結果の再検討の必要性を力説しているものである。そして、従来のひずみと位相速度との関係に、波形変形の程度で表わされる地盤の不均一性という考えを加えて地盤ひずみを合理的統一的に定式化しようとする試みのための資料を与えるものである。なお、本論文では簡単化のため変位波形の場所に関する非定常性は無視しており、また波速 c は一定値である実体波の場合のみを扱っている。これらの点に関しては、今後、さらに検討を進める必要がある。

5. 結 論

長大地中埋設構造物の耐震性は 2 地点間の地盤の相対変位・平均ひずみに大きく影響されるため、ひずみの正しい評価が必要である。従来、地盤のひずみは地震波を変形せずに伝わるものと仮定して推定されている。本論文では、地震波が伝播する場合に波形の変形が生ずるという実測結果に基づいて、この波形変形を考慮した場合、2 地点間の相対変位・平均ひずみは、この影響を考慮しない場合と比較してどのような違いが生ずるかを解析的に検討し考察を加えた。おもな結論を以下に列挙する。

- (1) 波形変形が生じない波動に伴う相対変位・平均

ひずみのスペクトルは2地点間距離が短い場合には速度スペクトルに比例し、2地点間距離が卓越波長の半分程度ではむしろ変位スペクトルに比例するようになる。したがって、2地点間距離の増大に伴い、相対変位・平均ひずみの卓越周期が増大することになる。

(2) 2地点間の相対変位の大きさに及ぼす波の変形伝播の影響は2地点間の距離の長短にかかわらずそれほど著しくない。

(3) 2地点間の平均ひずみに及ぼす波の変形伝播の影響は2地点間の距離が卓越波長の約1/4以上の場合には顕著でない。しかし、2地点間の距離がこれより短いところでのこの影響は著しく、波の変形を無視して推定したひずみでは過小評価されている。

(4) 2地点間の距離が短い場合の平均ひずみの振動数スペクトルは波形変形を考慮しない場合には速度スペクトルと相似形であるのに対し、波形変形を考慮するとむしろ変位スペクトルの形状に近づき、低振動数において卓越したものとなる。

謝 辞：本論文をまとめるにあたり埼玉大学工学部久保慶三郎先生、渡辺啓行先生に貴重なご助言をいただきました。記して深謝の意を表します。

参 考 文 献

- 1) Tsuchida, H. and E. Kurata : Observation of earthquake response of ground with horizontal and vertical seismometer arrays, 第4回日本地震工学シンポジウム, pp. 137~144, Nov., 1975.
- 2) Tsuchida, H. and S. Iai : Observation of earthquake response of ground with horizontal and vertical seismometer arrays (2nd report), 第5回日本地震工学シンポジウム, pp. 169~176, 1980年.
- 3) 田村重四郎・加藤勝行・前田 弘：軟弱地盤表面の線上における地震動の特性について, 土木学会第29回年次学術講演概要集, 第1部, pp. 538~539, 1974年10月.
- 4) 野田節男・倉田栄一・土田 肇：港湾における高密度強震観測, 土木学会第16回地震工学研究発表会講演概要, pp. 37~40, 1981年7月.
- 5) 川島一彦・相沢 興：地震動の同時多点観測記録の解析, 土木学会第16回地震工学研究発表会講演概要, pp. 33~36, 1981年7月.
- 6) 中村 豊・斉藤明夫：軟弱地盤における地震動の高密度観測, 土木学会第16回地震工学研究発表会講演概要, pp. 41~44, 1981年7月.
- 7) 浅田秋江：地震動の3点同時観測, 地盤の動特性および地下構造物の動的挙動に関する研究, 文部省科学研究費自然災害特別研究成果 (代表者：久保慶三郎), No. A-55-2, pp. 39~51, 1980年6月.
- 8) 北条貞宗・岩本利行・若井伸彦：地震波の伝播と地盤歪及びダクトイル管路の挙動に関する実測的考察, 土木学会第16回地震工学研究発表会講演概要, pp. 85~88, 1981年7月.
- 9) 表俊一郎ほか：アレー観測による岩盤の強震地動に関する研究, その1~その7, 日本建築学会大会, 1980, 1981

年.

- 10) 赤尾嘉彦・横田治彦：アレー観測記録を用いた入射波分離の方法, 土木学会第16回地震工学研究発表会講演概要, pp. 25~28, 1981年7月.
- 11) 土岐憲三：強震加速度記録による位相速度の検出, 第4回日本地震工学シンポジウム講演集, pp. 265~272, 1975.
- 12) 桜井彰雄：パイプラインの免震設計, 地下構造物の設計と施工, pp. 175~197, 1976年.
- 13) 中村正博・片山恒雄・久保慶三郎：地中構造物の実測地震時ひずみに関する定量的研究, 土木学会論文報告集, No. 320, pp. 35~45, 1982年4月.
- 14) 高田至郎・J.P. Wright：ライフライン系解析のための相対地盤震動, 土木学会論文報告集, 第299号, pp. 13~21, 1980.
- 15) 後藤尚男・亀田弘行・高田至郎・杉戸真太：埋設管の震害予測のための地震動の統計解析, 地盤の動特性および地下構造物の動的挙動に関する研究, 文部省科学研究費自然災害特別研究成果 (代表者：久保慶三郎), No. A-55-2, pp. 61~68, 1980年6月.
- 16) 小川 好：長大構造物を対象とした地盤の動ひずみの推定法, 土木学会第16回地震工学研究発表会講演概要, pp. 29~36, 1981年7月.
- 17) 土岐憲三・新田篤志：表面波に対する表層地盤の不規則応答, 土木学会第13回地震工学研究発表会, pp. 21~24, 1974.
- 18) 土岐憲三・高田至郎：地盤特性の不連続部における管状構造物の地震応答, 土木学会第13回地震工学研究発表会, pp. 133~136, 1974.
- 19) Kamiyama, M. : Stress and strain in ground during strong earthquake, 第4回日本地震工学シンポジウム講演集, pp. 273~280, 1975.
- 20) 神山 真：強震地震動の非定常スペクトル特性とその波動論的考察, 土木学会論文報告集, 第284号, pp. 35~48, 1979年4月.
- 21) Shinozuka, M. and H. Kawakami : Underground pipe damages and ground characteristics, The Current State of Knowledge of Lifeline Earthquake Engineering, ASCE, pp. 293~307, 1977.
- 22) 原田隆典, M. Shinozuka : 地震動の工学的平面分布モデルにおける確率過程理論の応用, 土木学会第16回地震工学研究発表会講演概要, pp. 129~132, 1981年7月.
- 23) 石井 清：確率手法による地震波の入力損失の検討, 清水建設研究所報34号, pp. 43~53, 1981.
- 24) 石井 清：確率論手法による地震波の入力損失の効果の検討, 第16回地震工学研究発表会講演概要, pp. 317~320, 1981年.
- 25) Matsushima, Y. : Spectra of spatially variant ground motions and associated transfer functions of soil foundation system, 第4回地震工学シンポジウム講演集, pp. 351~358, 1975.
- 26) 高岡宣善：応用不規則関数論, 共立出版, 1975.
- 27) 星谷 勝：確率手法による振動解析, 鹿島出版会, 1974.
- 28) 日野幹雄：スペクトル解析, 朝倉書店, 1977.
- 29) Goto, H. and H. Kameda : Statistical influence of the future earthquake ground motion, Proc., 4WCEE, Chile, Vol. 1, A-1, pp. 39~54, 1969.
- 30) Shinozuka, M. and C.M. Jan : Simulation of multivariate and multidimensional processes II., Tech. Report, No. 12, Columbia Univ., April, 1971.

(1982.10.25・受付)