横構・対傾構で連結された2主桁橋の全体横倒れ 座屈荷重の簡易計算式

SIMPLIFIED FORMULA ON OVERALL LATERAL BUCKLING OF BRACED TWIN GIRDER BRIDGES

小松 定夫*・西村 宣男**・中田 憲正***

By Sadao KOMATSU, Nobuo NISHIMURA and Norimasa NAKATA

による座屈解析の結果との比較によって検証する。

1. ま え が き

側道プレートガード橋の一形式である一面の横構と対傾構とで連結された2主桁橋の床版コンクリート硬化前の架設系を対象として、全体横倒れ座屈荷重の簡易計算式を提案するとともに、実橋例の調査に基づくパラメータの分布を踏まえて座屈特性について考察を加える。簡易式には横構面のせん断変形および固定側支点における主桁の実際の支持条件が考慮される。また主桁フランジ断面積や鉛直分布荷重作用位置のスパン方向変化を適正に評価する等価断面、等価偏心量の算定式を示す。

さらに簡易式を整理することによって全体横倒れ座屈現象に直接関与している力学パラメータを見出し、実橋データの分布範囲と座屈荷重に対する影響とから、各パラメータの重要度を評価する。

この形式の2主桁橋架設系の全体横倒れ座屈に対する安全性の照査には、一般に Vlasov^{1),2)} あるいは Bürgermeister³⁾ の一軸対称断面を有する薄肉ばりを対象とした座屈理論が準用されている。しかしながら実橋のパラメータ分布を考慮すると水平曲げ変形に付随する横構面のせん断変形を含まない上記の薄肉ばり理論では水平横方向変形に関する剛性が過大に評価される。そこで本研究では横構面のせん断変形を含み、かつ Vlasov²⁾ や Bürgermeister³⁾ と同程度に簡単な形で座屈荷重算定式を表現するよう心懸ける。簡易式の精度は薄肉はり要素を用いた有限要素法

図-1 2主桁橋モデル

2. 横倒れ座屈式の誘導

(1) 仮 定

図-1 に示す横構と対傾構とで連結された2主桁橋の全体横倒れ座屈に関する1次元化理論を展開する際に以下の仮定を設ける。

① 対傾構は橋断面の断面変形を拘束するに十分な剛性を有している。

② 対傾構間における主桁の局部的横倒れ変形は生じないものとし、両側主桁の水平横方向変位およびねじれ角は相等しいものとみなす。

③ 曲げに付随する主桁のせん断変形は無視する。

④ 横構は等価なせん断剛性を有する薄板に置換するがこの置換板は構面内のせん断力に抵抗するのみで、曲げおよびねじれ剛性には寄与しない。

(2) つり合い方程式の誘導

図-2 に示すように両側の主桁断面は相等しく、1軸対称断面である。主桁腹板の中点を結ぶ水平線と断面の対称軸(y軸)の交点をMとし、点Mの下方 e_b の位置に取り付けられた横構の中点Oを座標軸の原点とする。横倒れ座屈時の橋断面

図-2 座標系と断面寸法

図-3 折板要素

* 正会員 工博 大阪大学教授 工学部土木工学科

** 正会員 大阪大学講師 工学部土木工学科

*** 学生会員 大阪大学大学院工学研究科前期課程

の一般化変位としては水平横方向変位 u , y 軸まわりの回転角 θ_y , ねじれ角 φ およびねじれ率 φ' の 4 自由度を考える。図-2 に示す 13 個の折板要素について要素面内力を変位表示する。

折板要素(図-3)の微小区間 dz について面内力のつり合いを考える。隣接要素からの伝達力を q_i, q_{i+1} と表わすと

$$\left. \begin{aligned} dN_i/dz &= -q_i + q_{i+1} \\ Q_i &= dM_i/dz - (q_i + q_{i+1})c_i/2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

横構面に相当する要素⑦では $q_i = q_{i+1}$ であり, かつモーメントは作用しないから

$$Q_7 = (-q_3 + q_4)b \dots\dots\dots (2)$$

となる。各折板要素の中心 $(\bar{x}_i, \bar{y}_i)$ の変位 U_i, V_i, W_i を一般化変位で表示すると

$$\left. \begin{aligned} U_i &= u - \bar{y}_i\varphi, \quad V_i = \bar{x}_i\varphi \\ W_i &= -\bar{x}_i\theta_y - \bar{x}_i\bar{y}_i\varphi' - (b/2 - |\bar{x}_i|)u' \end{aligned} \right\} \dots\dots (3)$$

ただし要素⑦については

$$U_7 = u, \quad V_7 = 0, \quad W_7 = 0$$

となる。要素に関する面内力と変位の関係は

$$\left. \begin{aligned} dN_i/dz &= Et_i c_i W_i'' \\ Q_i &= -EI_i U_i''' - (q_i + q_{i+1})c_i/2 \text{ (フランジ要素)} \\ Q_i &= -EI_i V_i''' - (q_i + q_{i+1})c_i/2 \text{ (ウェブ要素)} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

と表わされる。ここに t_i は要素の板厚, $I_i = t_i c_i^3/12$ 。

すべての折板要素について, 式 (3), (4) を用いて面内力を一般化変位で表示し, 橋断面について x 軸方向およびねじりに関する分布外力とのつり合いを考えたと

$$\begin{aligned} &2EI_y m u'' + 2E \left\{ I_y f u \left(\frac{h}{2} + e_b \right) - I_y f l \left(\frac{h}{2} - e_b \right) \right\} \varphi'' + EA_m \frac{b^2}{2} \theta_y''' \\ &- EA_m e_b \frac{b^2}{2} \varphi'' - E(A_{fu} - A_{fl}) \frac{b^2 h^2}{4} \varphi'' = 2p_x \end{aligned} \dots\dots\dots (5)$$

$$\begin{aligned} &EC_w \varphi'' - GJ \varphi'' + 2E \left\{ I_y f u \left(\frac{h}{2} + e_b \right) - I_y f l \left(\frac{h}{2} - e_b \right) \right\} u'' - \frac{b^2}{2} EA_m e_b \theta_y''' \\ &- E(A_{fu} - A_{fl}) \frac{b^2 h}{4} \theta_y''' = m_t \dots\dots\dots (6) \end{aligned}$$

ここに, A, I_y, C_w, J はそれぞれ断面積, 断面 2 次モーメント, 曲げねじり抵抗およびねじり抵抗を表わし, 添字 g, m, fu, fl はそれぞれ橋断面, 主桁, 上フランジおよび下フランジに関する諸量を表わす。また $2p_x$ および m_t は点 O に作用する分布力である。

(3) 横構面せん断変形の導入

橋断面の y 軸まわり回転角 θ_y と横構置換板のせん断ひずみ r およびたわみ角 u' の間に

$$\theta_y = u' - r \dots\dots\dots (7)$$

の関係がある。またこの形式の 2 主桁橋では水平横方向せん断力の大部分が横構を通じて伝達されることから, せん断ひずみ r は近似的に

$$r = Q_x^g / Gbt_b^* \dots\dots\dots (8)$$

と表わすことができる。ここに t_b^* は横構換算板厚である。

式 (7) と (10) より

$$\theta_y''' = u'' + 2(p_x)'' / Gbt_b^* \dots\dots\dots (9)$$

(4) 横倒れ座屈方程式

鉛直面内に曲げモーメント M_x と等分布荷重 p_y を受ける場合, 横倒れ座屈に関する内力 p_x および m_t は次のように表わすことができる。

$$\left. \begin{aligned} p_x &= -(M_x \varphi)'' / 2 \\ m_t &= -M_x u'' + 2\beta_y (M_x \varphi')' + p_y e_y \varphi \end{aligned} \right\} \dots\dots (10)$$

ここに, $\beta_y = \int_F y(x^2 + y^2) dF / I_y^g$, e_y は荷重 p_y の作用点と横構面の距離を表わす。

式 (5), (6), (9) および (10) より θ_y, p_x および m_t を消去すると, 全体横倒れ座屈方程式は以下のように与えられる。

$$\begin{aligned} &EI_y \varphi u'' + E \left[2 \left\{ I_y f u \left(\frac{h}{2} + e_b \right) - I_y f l \left(\frac{h}{2} - e_b \right) \right\} \right. \\ &\quad \left. - \left\{ A_m e_b + (A_{fu} - A_{fl}) \frac{h}{2} \right\} \frac{b}{2} \right] \varphi'' + (M_x \varphi)'' \\ &\quad - \frac{EA_m b^2}{2 Gbt_b^*} (M_x \varphi)'' = 0 \dots\dots\dots (11) \\ &EC_w \varphi'' - GJ \varphi'' + 2E \left\{ I_y f u \left(\frac{h}{2} + e_b \right) - I_y f l \right. \\ &\quad \cdot \left(\frac{h}{2} - e_b \right) \left. \right\} u'' - E \left\{ A_m e_b + (A_{fu} - A_{fl}) \frac{h}{2} \right\} \\ &\quad \cdot \frac{b^2}{2} u'' + M_x u'' - 2\beta_y (M_x \varphi')' - p_y e_y \varphi \\ &\quad + \frac{Eb^2 \{ 2 A_m e_b + (A_{fu} - A_{fl}) h \}}{4 Gbt_b^*} (M_x \varphi)'' = 0 \end{aligned} \dots\dots\dots (12)$$

(5) 簡易座屈式とパラメーター

式 (11) および (12) の変位 u および φ に対して, 境界条件を満足する適切な関数を与え, Galerkin 法を適用すると 1 軸対称断面の主桁を有する場合の横倒れ座屈荷重の近似値を求めることができる。単純桁橋を対象とし, 両側支点で x 軸および y 軸まわりの回転と断面のそりとは拘束されない理想的境界条件 (以下 $S-S$ と称す) に対し変位を

$$u = s_1 \sin \frac{\pi z}{l}, \quad \varphi = s_2 \sin \frac{\pi z}{l} \dots\dots\dots (13)$$

と仮定する。等曲げモーメント ($M_x = M_0, p_y = 0$) を受ける場合の座屈モーメント (M_0)_{cr} は次の行列式の根と

して与えられる。

$$\begin{vmatrix} EI_y \theta^2 s^2 & (D_1 - D_2) s^2 - \left(1 + \frac{EA_m b^2}{2 G b t_b^*} s^2\right) \\ (D_1 - D_2) s^2 - M_0 & EC_w \theta^2 s^2 + G J \theta^2 + \left(2 \beta_y + \frac{D_2}{G b t_b^*} s^2\right) M_0 \end{vmatrix} = 0 \quad (14)$$

ここに、 $D_1 = 2 \{EI_y f^u (h/2 + e_b) - EI_y f^l (h/2 - e_b)\}$
 $D_2 = \{EA_m e_b + (EA_{fu} - EA_{fl}) h/2\} b^2/2$

また $D_1 - D_2 = -y_0 EI_y \theta^2$ の関係がある。

さらに簡単な座屈式を導くために主桁の上下フランジが等しい場合を考え、かつ微小項を省略すると

$$\frac{(M_0)_{cr} l}{EI_y \theta^2} = \pi^2 \frac{r_x}{l} \frac{\sqrt{c_1 \eta + (2 e_b/r_x)^2} - 2 e_b/r_x}{c_1} \quad (15)$$

ここに、 $c_1 = 1 + \pi^2 P_4^*$ 、 r_x ：主桁の回転半径

$$\eta = 1 + \frac{2}{P_3} \left\{ \left(\frac{h}{2 r_x} \right)^2 + 4 \left(\frac{e_b}{r_x} \right)^2 \right\}$$

上式に含まれている5個の無次元パラメータの力学的意味は以下のとおりである。

e_b/r_x ：横構取付位置に関するパラメータ

h/r_x ：主桁高と回転半径の比

l/r_x ：主桁の細長比

$P_3 = I_y \theta^2 / I_y^m$ ：橋断面と主桁の断面2次モーメント比

$P_4^* = EI_y \theta^2 / G b t_b^* l^2$ ：横構のせん断変形に関するパラメータ

等分布荷重 p_y が作用する場合についても、単純桁橋の境界条件 $S-S$ に対する座屈荷重は式 (13) の変位を仮定すると、次の行列式の根として与えられる。

$$\begin{vmatrix} EI_y \theta^2 s^4 & (D_1 - D_2) s^4 - p_y \frac{\pi^2 + 3}{12} \\ (D_1 - D_2) s^4 & EC_w \theta^2 s^4 + G J \theta^2 s^2 + p_y \left(2 \beta_y \frac{\pi^2 - 3}{12} - p_y \frac{\pi^2 + 3}{12} - e_y + \frac{D_2 \pi^2}{G b t_b^* l^2} \frac{\pi^2 + 3}{12} \right) \end{vmatrix} = 0 \quad (16)$$

主桁が2軸対称断面の場合、座屈式は微小項を省略して

$$\frac{(p_y)_{cr} l^3}{EI_y \theta^2} = 42.345 \frac{r_x}{l} \frac{\sqrt{4.601 c_1 \eta + c_2^2} - c_2}{c_1} \quad (17)$$

ここに、 $c_2 = e_y/r_x + 3.29 e_b/r_x$ 。

前出の無次元パラメータのほかに荷重 p_y の作用位置に関するパラメータ e_y/r_x が追加される。

ところで実橋では、固定側支点で主桁下フランジ位置で橋軸方向変位が拘束されている（以下この境界条件を $F-S$ と称する）。このような実際的な境界条件を完全に満足する関数を見出すことは困難である。本理論では座屈原点を横構面の中央に置いているので、横構が主桁下

フランジの近くに取り付けられている場合は近似的に水平横方向変位 u に関してのみ固定側支点 ($z=0$) の拘束を考える。その場合、変位 u を次のように与える。

$$u = s_1 \left(\frac{\sin \mu z}{\tan \mu l} - \cos \mu z + 1 - \frac{z}{l} \right) \quad (18)$$

式中の μl は $\mu l - \tan \mu l \{1 + P_4^* (\mu l)^2\} = 0$ を満足する正の最小値である。式 (18) は1端固定、他端ヒンジ柱の曲げ座屈モードでせん断変形の影響を含んでいる。ねじれ変形は式 (13) を用いて基礎方程式 (11)、(12) に Galerkin 法を適用すると、等分布荷重 p_y に関する次の座屈条件式を得る。

$$\begin{aligned} & (\mu l)^3 \left(\frac{\mu l}{2 \sin^2 \mu l} + \frac{1}{2 \tan \mu l} - \frac{1}{\mu l} \right) \\ & * 2 \left\{ \frac{D_1 - D_2}{EI_y \theta^2 l} \frac{(\mu l)^4 \pi}{(\mu l)^2 - \pi^2} + \frac{(p_y)_{cr} l^3}{EI_y \theta^2} - (\mu l)^2 X_0 \right\} \\ & * \left\{ \frac{D_1 - D_2}{EI_y \theta^2 l} \frac{\pi^3 (\mu l)^2}{(\mu l)^2 - \pi^2} + \frac{(p_y)_{cr} l^3}{EI_y \theta^2} \right. \\ & * \left. \cdot \left\{ (\mu l)^2 X_0 + P_4^* \left(1 - \frac{2}{P_3} \right) \pi X_1 \right\} \right. \\ & * \left. \frac{EC_w \theta^2}{EI_y \theta^2} \pi^4 + \frac{(p_y)_{cr} l^3}{EI_y \theta^2} \left\{ \frac{2 \beta_y}{l} \frac{\pi^2 - 3}{12} - \frac{e_y}{l} \right. \right. \\ & * \left. \left. + \frac{D_2}{EI_y \theta^2 l} P_4^* \frac{\pi^2 (\pi^2 + 3)}{12} \right\} \right\} \\ & = 0 \quad (19) \end{aligned}$$

ここに、

$$X_0 = \frac{\pi}{\{\pi^2 - (\mu l)^2\}^2} \left\{ \frac{\pi^2 + 3 (\mu l)^2}{\pi^2 - (\mu l)^2} - \frac{\mu l (1 - \cos \mu l)}{\sin \mu l} \right\}$$
$$X_1 = \pi^3 X_0 - 1$$

(6) 等価フランジ断面積と等価荷重作用高さ

横構・対傾構で連結された2主桁橋は、横桁で連結された同種の橋梁と異なり鉛直荷重による作用曲げモーメントに応じてフランジ断面積を変化させることが多い。またそれに伴って鋼重もスパン方向に変化するので、等剛性、等分布荷重を仮定した簡易式 (14)、(16) および (19) の適用に際しては変断面などの効果を適正に評価する等価フランジ断面積、等価荷重作用高さの算定式が必要となる。基礎方程式に Galerkin 法を適用する場合の積分計算より境界条件 $S-S$ に対して

$$\bar{A}_{fu} = \sum_{i=1}^N A_{fu,i} \{ \xi_{i+1} - \xi_i - (\sin 2 \pi \xi_{i+1} - \sin 2 \pi \xi_i) / 2 \pi \} \quad (20)$$

$$\bar{A}_{fl} = \sum_{i=1}^N A_{fl,i} \{ \xi_{i+1} - \xi_i - (\sin 2 \pi \xi_{i+1} - \sin 2 \pi \xi_i) / 2 \pi \} \quad (21)$$

$$\bar{e}_y = \frac{1}{p_y} \sum_{i=1}^N p_{yi} e_{yi} \{ \xi_{i+1} - \xi_i \}$$

$$-(\sin 2\pi\xi_{i+1} - \sin 2\pi\xi_i)/2\pi\} \cdots \cdots (22)$$

ここに、 N は変断面区間数、 ξ_i, ξ_{i+1} は断面変化位置の z 座標をスパン長で割った無次元座標、また

$$\begin{aligned} \bar{p}_y = & \frac{12\pi^2}{\pi^2+3} \sum_{i=1}^N p_{yi} \left[\frac{\xi^2}{4} - \frac{\xi}{4\pi} \sin 2\pi\xi \right. \\ & - \frac{1}{8\pi^2} \cos 2\pi\xi - \frac{\xi^3}{6} + \frac{\xi^2}{4\pi} \sin 2\pi\xi \\ & \left. + \frac{\xi}{4\pi^2} \cos 2\pi\xi - \frac{1}{8\pi^2} \sin 2\pi\xi \right]_{\xi_i}^{\xi_{i+1}} \cdots (23) \end{aligned}$$

同様に境界条件 $F-S$ に対して

$$\begin{aligned} \bar{A}_{fu} = & \frac{1}{C} \sum_{i=1}^N A_{fu,i} \left[2 \sin \mu l \{ \sin \mu l (1-\xi) \right. \\ & \left. - \mu l (1-\xi) \cos \mu l (1-\xi) \} \right. \\ & \left. + \frac{\mu l}{2} \{ \sin 2\mu l (1-\xi) + 2\mu l \} \right]_{\xi_i}^{\xi_{i+1}} \cdots (24) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{A}_{fi} = & \frac{1}{C} \sum_{i=1}^N A_{fi,i} \left[2 \sin \mu l \{ \sin \mu l (1-\xi) \right. \\ & \left. - \mu l (1-\xi) \cos \mu l (1-\xi) \} \right. \\ & \left. + \frac{\mu l}{2} \{ \sin 2\mu l (1-\xi) + 2\mu l \} \right]_{\xi_i}^{\xi_{i+1}} \cdots (25) \end{aligned}$$

ここに、 $C = (\mu l)^2 + \sin \mu l (\mu l \cos \mu l - 2 \sin \mu l)$

$\bar{e}_y$ の算定式は式 (22) が有効であるが $\bar{p}_y$ としては

$$\begin{aligned} \bar{p}_y = & \frac{1}{4X_0} \sum_{i=1}^N p_{yi} \left[\frac{\sin(\pi + \mu l)\xi}{(\pi + \mu l)^2} \right. \\ & \cdot \left\{ 1 - 2\xi + \frac{2}{(\pi + \mu l) \tan \mu l} \right\} + \frac{\sin(\pi - \mu l)\xi}{(\pi - \mu l)^2} \\ & \cdot \left\{ 1 - 2\xi - \frac{2}{(\pi - \mu l) \tan \mu l} \right\} + \frac{\cos(\pi + \mu l)\xi}{(\pi + \mu l)^2} \\ & \cdot \left\{ \frac{1 - 2\xi}{\tan \mu l} - \frac{2}{\pi + \mu l} \right\} - \frac{\cos(\pi - \mu l)\xi}{(\pi - \mu l)^2} \\ & \cdot \left\{ \frac{1 - 2\xi}{\tan \mu l} + \frac{2}{\pi - \mu l} \right\} \Big]_{\xi_i}^{\xi_{i+1}} \cdots (26) \end{aligned}$$

ここに、

$$X_0 = \frac{\pi}{\{\pi^2 - (\mu l)^2\}^2} \left\{ \frac{\pi^2 + 3(\mu l)^2}{\pi^2 - (\mu l)^2} - \frac{\mu l(1 - \cos \mu l)}{\sin \mu l} \right\}$$

簡易座屈式 (15), (17) あるいは (19) の計算は卓上計算機で可能であるが、断面変化等を考慮して式 (20) ~ (26) により等価フランジ断面積等を求めるにはパーソナルコンピュータが適している。

3. 簡易式の精度と適用性

(1) Bürgermeister 式との比較

本法において横構面のせん断変形を省略した場合は、Bürgermeister³⁾ の座屈式に一致することを示す。等分布荷重 p_y を満載した単純桁 ($S-S$) の座屈荷重は式 (16) において横構換算板厚 t_b^* を無限大とすると

$$\begin{aligned} & \left| \begin{array}{cc} EI_y \theta^4 & -EI_y \theta y_0 s^4 - p_y \frac{\pi^2+3}{12} \\ -EI_y \theta y_0 s^4 - p_y \frac{\pi^2+3}{12} & EC_w \theta^4 s^4 + GJ \theta^2 s^2 \\ & + p_y \left(\frac{\pi^2-3}{6} \beta_y - e_y \right) \end{array} \right| \\ & = 0 \cdots \cdots (27) \end{aligned}$$

あるいは $\lambda = (p_y)_{cr} l^3 / EI_y \theta$ とおいて

$$\begin{aligned} & \lambda^2 + 84.6 \left(\frac{e_y}{l} - 1.145 \frac{\beta_y}{l} + 2.145 \frac{y_0}{l} \right) \lambda \\ & - 836 \left(\frac{GJ \theta}{EI_y \theta} + \frac{EC_w \theta^M}{EI_y \theta} \frac{\pi^2}{l^2} \right) = 0 \cdots \cdots (28) \end{aligned}$$

ここに、 C_w^M は橋断面の重心に関する曲げねじり抵抗である。

図-4 に示す本法

と Bürgermeister と

の座標系の相違を考

慮して $e_y \rightarrow e_y^* +$

$e_0, \beta_y \rightarrow -\beta_y^*/2 - e_0,$

$y_0 \rightarrow -y_m - e_0, \lambda \rightarrow$

$-\lambda^*$ と書き換えると、式 (28) は

$$\begin{aligned} \lambda^* = & \frac{9.2\pi^2}{l} \{ (y_m - 0.466 e_y^* - 0.267 \beta_y^*) \\ & \pm \sqrt{(y_m - 0.466 e_y^* - 0.267 \beta_y^*)^2 + F^2} \} \\ & \cdots \cdots (29) \end{aligned}$$

ここに、

$$F^2 = \frac{GJ \theta}{EI_y \theta} \frac{l^2}{\pi^2} + \frac{EC_w \theta^M}{EI_y \theta}$$

となり、Bürgermeister の座屈式に一致する。

(2) 有限要素法による座屈解析との比較

図-5 に示す 2 主桁橋モデル (等断面、境界条件 $S-S$) に薄肉はり要素を用いた立体骨組構造の有限要素座屈解析プログラム (BUCK-PG と称す) を適用し、前述の一次元化理論による簡易座屈式の精度の検証を行った。等曲げモーメントを受ける場合 ($e_y = e_b$) および等分布荷重が主桁上フランジの高さに作用する場合 ($e_y = e_b + h/2$) について、両解法による座屈モーメント (荷重) を比較し表-1 に掲げた。両解法による座屈荷重の差は僅少であるが、簡易式による座屈荷重は BUCK-PG による値に比べて若干安全側になっている。

続いて、フランジ断面が変化する主桁を有する場合についての簡易式の精度を検証するために図-6 に示す 2 主桁橋モデルを BUCK-PG および式 (14), (19) によって解析した。境界条件は $F-S$ および $S-S$ の両方を考えた。

解析結果を座屈荷重について比較し表-2 に掲げた。なお等価フランジ断面などの評価法として前述の力学的

図-4 座標系の比較

表-1 比較計算例 1 (境界条件 S-S)

No.	e_b/r_x	P_1^*	Equal end moment			Uniformly distributed load at centroid				Uniformly distributed load at upper flange			
			Eq. (15) A (t/m)	BUCK-PG B (t/m)	A/B	e_y/r_x	Eq. (17) A (t/m)	BUCK-PG B (t/m)	A/B	e_y/r_x	Eq. (17) A (t/m)	BUCK-PG B (t/m)	A/B
1	0.4	0.014	2 366	2 436	0.971	0.4	6.091	6.161	0.989	1.57	4.242	4.351	0.975
2	0.7	0.014	1 640	1 679	0.977	0.7	4.182	4.250	0.984	1.87	3.172	3.256	0.974
3	1.0	0.014	1 246	1 277	0.976	1.0	3.178	3.233	0.983	2.17	2.554	2.619	0.975
4	0.4	0.05	2 234	2 300	0.971	0.4	5.749	5.814	0.989	1.57	4.108	4.212	0.975

図-5 比較計算モデル 1 の諸元

平均値のほかにスパン中央断面の諸量を用いた場合およびスパン方向の分布長を重みとした算術平均値を用い、簡易式 (14), (19) によって求めた座屈荷重も併せて表-2 に示した。BUCK-PG による座屈荷重に比べて、スパン中央断面の諸量を用いた場合は危険側の値が、また算術平均値を用いた場合は過度に安全側の値が求まるのに対し、力学的平均値を用いた場合は良好な結果が得られた。

(3) 簡易式の適用範囲

簡易式は全体横倒れ座屈を対象としているが、対傾構間隔 a が大きく、かつ主桁のフランジ幅 b_f が狭い場合には、主桁の局部横倒れ座屈が全体横倒れ座屈に先行して生ずる可能性がある。そこで全体と局部の横倒れ座屈モーメントの比較により、簡易式の適用範囲を明らか

図-6 比較計算モデル 2 の諸元

表-2 比較計算例 2

Method	Support Condition	F-S	S-S
BUCK-PG	Variable Section	3.615 t/m	2.878 t/m
Simplified Formula Eq. (16) or Eq. (19)	Center Section	4.120 t/m (1.140)	3.190 t/m (1.108)
	Arithmetical Mean Section	2.977 t/m (0.824)	2.291 t/m (0.796)
	Mechanical Mean Section	3.546 t/m (0.981)	2.819 t/m (0.979)

Numerical values in (): Simplified formula/BUCK-PG

にする。等曲げモーメントを受ける場合、主桁の局部横倒れ座屈モーメント $(\bar{M}_0)_{cr}$ を次式で近似する。

$$(\bar{M}_0)_{cr} a / EI_y^m \cong 2 \pi^2 / a \cdot \sqrt{C_w^m / I_y^m} \dots \dots \dots (30)$$

式 (15) の全体横倒れ座屈モーメント $(M_0)_{cr}$ が $(\bar{M}_0)_{cr}$ より小である条件から全体横倒れ座屈が先行する場合の判別式が以下のように与えられる。

$$P_2^2 = \left(\frac{l}{a} \right)^2 > \left(\frac{b}{b_f} \right)^2 \sqrt{3(\rho + 2)(\rho + 6)} \cdot \frac{\sqrt{c_1 \eta + (2 e_b / r_x)^2 - 2 e_b / r_x}}{c_1} \dots \dots \dots (31)$$

ここに、 ρ は主桁の腹板とフランジの断面積比である。

4. 実橋におけるパラメーターの分布

スパン長、主桁間隔比 l/b が 15 を越える範囲で一面の横構と対傾構で連結された2主桁橋の実例 (28 橋) の設計データから前出の無次元パラメーターの分布を調査した。

図-7 に力学パラメーターの分布を示す。各パラメーターは以下のような特徴を有している。

- ① スパン長、主桁間隔比: l/b
直観的な細長さを表わすパラメーターで最大値は 40 となっている。側道橋では主桁間隔を 1.8 m ~ 2.2 m とした例が多いので、 l/b と l との相関は比較的強い。
- ② 橋断面のねじり定数比: $P_1 = \sqrt{GJ^0 / EC_w^0} l$
このパラメーターは 1 以下であり 2 主桁のねじり剛性に対する GJ^0 の寄与は小さい。前述の簡易式 (15), (17) および (19) では P_1 の関与する項は省略している。
- ③ 横構取付位置に関するパラメーター: e_b/r_x
主桁腹板の中心と横構面の距離 e_b と x 軸に関する主桁の回転半径 r_x の比で実橋では 0.4 ~ 1.3 の範囲に分布している。0.6 ~ 1.0 の例が多い。
- ④ 主桁の細長比: l/r_x
スパン長との相関は弱く 50 ~ 80 の間に分布している。
- ⑤ 横構面のせん断パラメーター: P_1^*
 P_1^* は 0.015 ~ 0.1 の間に分布しており、 l/b が大きいほど小さくなる傾向を有している。

図-7 実橋のパラメーター分布

⑥ 橋断面と主桁の断面 2 次モーメント比: P_3

P_3 は $10^2 \sim 10^3$ の間に分布している。

⑦ スパン長, 対傾構間隔比: P_2

対傾構は 4 ないし 6 m 間隔に設けられており, P_2 は 5 ないし 12 のものが多い。

5. 全体横倒れ座屈特性

(1) 座屈強度に対する各パラメーターの影響

2. で述べた簡易座屈式を用いて, 境界条件 $S-S$ および $F-S$ の場合について座屈荷重に対する各パラメーターの影響を詳細に調べた。その結果を要約すると境界条件 $S-S$ の場合:

① 横構取付け位置に関するパラメーター e_b/r_x は座屈荷重に大きな影響を与える。取付位置が主桁の腹板中心から下方に離れるほど, 橋断面のせん断中心が下方に移動するので, 座屈荷重の減少が顕著である。 $e_b/r_x=0$ の場合を基準とすると, 実橋におけるこのパラメーターの平均値 $e_b/r_x=0.8$ の場合の座屈荷重は 30~50% に低下する (図-8, 9 参照)。

② 横断面のせん断変形に関するパラメーター P_4^* の影響は実橋におけるこのパラメーターの分布範囲 $10^{-2} < P_4^* < 0.1$ を考慮すると, 最大限 30% の強度低下として現われる。 P_4^* の影響は e_b/r_x が小さいほど重要であるが e_b/r_x が 1 を越えると僅少となる。

③ 分布荷重の作用位置に関するパラメーター e_y/r_x も座屈荷重に対して大きく影響を与える。図-8 および 9 では分布荷重が主桁腹板の中心の高さに作用する場合

図-8 座屈荷重に対する $e_b/r_x, P_4^*$ の影響 ($S-S$)

図-9 座屈荷重に対する $e_b/r_x, P_4^*$ の影響 ($S-S$)

および上フランジの高さに作用する場合について座屈特性を示した。床版コンクリート打設時の横倒れ座屈を照査する場合の鋼重と床版重量の重心は図示の 2 つの載荷位置の中間にある。

境界条件 $F-S$ の場合：

- ① パラメーター e_b/r_x および e_y/r_x は境界条件 $S-S$ の場合とほぼ同様の影響を座屈荷重に及ぼす（図—10, 11 参照）。
- ② パラメーター P_4^* は座屈荷重に対して境界条件 $S-S$ の場合よりも大きな影響を及ぼす。これは水平たわみモード形に対しても P_4^* が影響を与えることに起因している。しかも横構取付け位置が下フランジに接近した場合でも有意な影響を示している。
- ③ 図—12 に境界条件 $F-S$ と $S-S$ の場合を対比して座屈荷重とパラメーター P_4^* の関係を示す。（ $e_b/r_x = 0.8$ ） P_4^* が大きくなると水平たわみモードの境界条件による差がなくなるので $F-S$ と $S-S$ の座屈荷重は急速に接近する。しかし実橋における P_4^* の分布範囲内では境界条件の差は明瞭に現われている。

図—12 座屈荷重に対する境界条件の影響

（2）主桁の不等フランジの影響

前述のパラメーター解析において主桁断面は2軸対称で上下フランジは同一寸法としたが、この形式の2主桁橋では主桁の上下フランジが同一でないものが数多く存在している。上下フランジの断面積比 A_{fu}/A_{fl} は実橋において 0.4~1.2 の範囲に分布している。

そこで不等フランジとして式 (14) より求めた座屈モーメントと、上下フランジを平均して等フランジとした場合の座屈モーメントの差を調べた。表—3 に上下フランジ断面積比 0.5 および 0.8 の2例を示した。これによると下フランジの方が大きい主桁を有する場合、平均断面を用いた計算Bは不等フランジの計算Aよりやや安全側の座屈モーメントを与えること、この差は横構取付け位置が下フランジに接近するほど僅少になることが判明した。

（3）細長比パラメーター

座屈モーメントと主桁の降伏モーメント M_y の比により座屈時の主桁フランジの応力レベルを無次元表示する。

図—10 座屈荷重に対する e_b/r_x , P_4^* の影響 ($F-S$)

図—11 座屈荷重に対する e_b/r_x , P_4^* の影響 ($F-S$)

表—3 不等フランジの影響（境界条件 $S-S$ ）

model A : unequal flanges B : equal flanges	bracing position e_b (m)	buckling moment (M_o) _{cr} L / EI _y ³		B/A
		A	B	
main girder $l = 60$ m $b = 2$ m $P_4^* = 0.04$	400×20 450×20	0.0	0.119 0	0.947
	1980×10 1980×10	0.2	0.078 9	0.954
	1980×10 1980×10	0.4	0.055 0	0.967
	1980×10 1980×10	0.6	0.041 1	0.978
	500×20 450×20	0.8	0.032 6	0.988
main girder $l = 60$ m $b = 2$ m $P_4^* = 0.04$	300×20 300×30	0.0	0.130 6	0.862
	1975×10 1970×10	0.2	0.084 8	0.884
	1975×10 1970×10	0.4	0.057 2	0.923
	1975×10 1970×10	0.6	0.041 5	0.957
	400×30 300×30	0.8	0.032 1	0.981

図—13 実橋における α^0 と l/b の関係

$$\frac{M_{cr}}{M_y} = \kappa \frac{E}{\sigma_y} \left(\frac{b}{l} \right)^2 \frac{\sqrt{3}}{4} \sqrt{\frac{\rho+2}{\rho+6}} \dots\dots\dots (32)$$

ここに、係数 κ は荷重状態に応じて次の値をとる。

等曲げモーメント： $\kappa = (M_0)_{cr} l / EI_y \cdot l / r_x$

等分布荷重： $\kappa = (p_y)_{cr} l^3 / 8 EI_y \cdot l / r_x$

したがって全体横倒れ座屈に関する細長比パラメーターは次式で定義される。

$$\alpha^0 = \sqrt{\frac{M_y}{M_{cr}}} = \frac{1.52}{\sqrt{\kappa}} \sqrt{\frac{\sigma_y}{E}} \frac{l}{b} \sqrt{\frac{\rho+6}{\rho+2}} \dots\dots\dots (33)$$

図—13 に実橋の細長比パラメーター α^0 とスパン長主桁間隔比 l/b の関係を示す。 α^0 は直観的な細長さのパラメーターである l/b とかなり強い相関を示している。このような特性は横桁で連結された2主桁橋ではみられなかった^{4),5)}。

6. 結 論

一面の横構と対傾構とで連結された2主桁橋の全体横倒れ座屈に関する本研究の結論を要約すると以下のとおりである。

(1) 横構面のせん断変形を考慮した1次元化理論により全体横倒れ座屈方程式を誘導し、主桁フランジの変断面効果を含み、さらに実際の境界条件を考慮した簡易座屈式を提示した。簡易式の精度は有限要素法による座屈解析により検証した。

(2) 全体横倒れ座屈荷重に有意な影響を与える力学パラメーターは P_4^* 、 l/r_x 、 e_b/r_x および e_y/r_x である。これらのパラメーターの分布特性を実橋データの調査に

より明らかにした。

(3) 座屈モーメントを降伏モーメントで無次元表示し、全体横倒れ座屈に関する細長比パラメーター α^0 を定義した。実橋データにより α^0 の分布特性を調べたところ、 α^0 と直観的な細長さのパラメーター l/b の間に強い相関性が認められた。

(4) 横構面のせん断変形が横倒れ座屈荷重に与える影響の程度は境界条件に左右される。両端単純支持(S-S)のもとでは主桁下フランジ近くに横構が取り付けられた場合、横構面せん断変形の影響は僅少である。実際の境界条件(F-S)の場合はせん断変形が横たわみモードに与える影響との相乗効果により座屈荷重は有意な影響を受けることが明らかになった。

本研究では架設時構造系の横倒れ座屈を対象としているので、弾性座屈問題として理論を構成した。しかし、細長比パラメーターの全領域にわたり、2主桁橋の極限強度を正確に評価するためには初期不整、残留応力を考慮した弾塑性有限変形解析により現象を明らかにする必要がある⁶⁾。

謝 辞：本研究の遂行にあたり、実橋データを提供いただいた橋梁メーカー各位に感謝の意を表します。また本学学生 藤本明生君(現・間組)には数値計算とその整理にあたり協力いただいた。記して謝意を表します。

参 考 文 献

- 1) 日本道路協会：鋼道路橋設計便覧，1979。
- 2) Vlasov, V.Z. (奥村ほか訳)：薄肉弾性ばりの理論，技報堂，1967。
- 3) Bürgermeister, G., H. Steup and H. Kretzschmar：Stabilitätstheorie, Akademik-Verlag, 1966。
- 4) 小松定夫・西村宣男・大野正人：横桁で連結された2主桁橋の全体横倒れ座屈特性と補剛設計法，土木学会論文報告集，No. 329, 1983。
- 5) Komatsu, S., N. Nishimura and M. Ohno：Effects of local deformation on ultimate behavior of ladder-like plate girder bridges, Tech. Rept. of Osaka Univ., Vol. 32, 1982。
- 6) Komatsu, S. and N. Nishimura：Overall lateral instability of twin girder bridges with slender aspect ratio, Preliminary rept.3rd Int. Colloquium on Stability of Metal Structures, Paris, 1983。

(1983.6.27・受付)