フラップゲートおよびナップの自励振動

SELF-EXCITED OSCILLATION OF FLAPGATE AND NAPPE

荻原 国宏*

By Kunihiro OGIHARA

Self-excited oscillations of flapgate are observed in many intake structures such as weirs and dams. Recently this phenomenon occurs in rubber dam which is made by flexible rubber sheets. This oscillation has been analysed partly about ten years ago by author. But this analysis can not make clear all of the occurrence of self-excited oscillation in flapgate and nappe oscillations. In this time, another analysis has been done on this phenomenon by adding to the former analysis and the good results can be derived which are able to explain the almost of the unstable phenomena on the flapgate and nappe oscillations. Namely, my experimental results from 1972 to 1974, H. Ivan Schwartz's " $K+1/4$ " law and E. Pariset's " $K+3/4+\beta$ " law are certified clearly by this analysed results.

1. はじめに

フラップゲートの自励振動, およびナップの振動については, 以前に概論的討論を加えて, 現象を明確にすることができたと考えている¹⁾. しかしながらそのときにも説明できない不安定現象があったわけである. たとえば固有周期の半周期の落下時間 (水のゲート先端より水面までの到達時間) においても不安定振動が発生することが実験では判明していたわけであるが, 理論解析のつめが十分でなく, 説明できないままであった.

1983 年の夏に, 台湾の成功大学における講演のための原稿作成および, 講演時に, 先に発表した論文の解析に目を通していたところ, 新しく, 整理をしないことによって, この不安定現象を説明する手法のあることが判明した.

そこで, このアイデアに基づいて, この現象の不安定条件を, 改めて求め, 実験結果との比較をしてみた. その結果, 新しい事実も判明したので, ここにまとめた.

2. 自励振動の方程式

フラップゲートの自励振動の方程式の誘導については以前に求めているので, ここでは, その考え方と結果についてまとめておく. フラップゲートは, 下端のヒンジを回転軸とする振動系を構成する. これに作用する振動外力は, ゲート上面および下面に作用する圧力変動であり, これのとりえ方が重要な点である.

ゲートの慣性モーメントを I , ゲートの先端でばね定数 k のばねで支持されているとし, R_0 , $F(\theta, t)$ をそ

Fig.1 Flapgate and Nappe.

* 正会員 工博 東洋大学教授 工学部土木工学科
(〒350 埼玉県川越市鯉井中野台 2100)

れぞれ、粘性減衰係数、振動外力とすると、振動方程式は

$$I\ddot{\theta} + R\dot{\theta} + kl^2\theta = F(\theta, t) \dots\dots\dots (1)$$

となる。\$l\$はゲートの扉高である。

振動外力のうち、ゲート下面に作用する圧力変動がキーポイントである。これは、ゲート先端より流出する水流の方向が変動するために、ナップが脈動すると考える。この脈動によって、ゲート下の空気の体積が変動し、圧力変動を発生させると考える。

ゲート上面の圧力変動は、ゲートの運動に伴う流体力によるものであると考え、振動外力を求めると次のようになる。

$$F(\theta) = \frac{RT}{V^2} \frac{B^2 l^2}{2} \left[\int_0^{x_1} x \theta \left(t - \frac{x}{v_0 \cos \varphi_1} \right) dx - \frac{l^2}{2} \theta \right] - \int_0^l B \frac{dP_1}{d\varphi} z dz \cdot \theta \dots\dots\dots (2)$$

この式の第1項が、ナップの脈動による振動外力であり、第2項が、ゲート上面に働く圧力 \$P_1\$ による振動外力である。

\$B\$はゲートの幅（ゲート長）であり、\$V\$はゲート下面および、ナップ下の空気の体積である。\$R\$、\$T\$は気体定数および、絶対温度である。式（2）を式（1）に代入して \$I\$ で両辺を割りパラメーターを整理すると次の式が得られる。

$$\ddot{\theta} + 2\gamma\dot{\theta} + \omega_n^2\theta = M_1 \int_0^{x_1} x \theta \left(t - \frac{x}{v_0 \cos \varphi_1} \right) dx \dots\dots\dots (3)$$

$$\begin{cases} 2\gamma = \frac{R_0}{I}, \quad M_1 = \frac{1}{I} \frac{RT}{V^2} \frac{B^2 l^2}{2} \\ \omega_n^2 = \frac{1}{I} \left[kl^2 + \int_0^l B \frac{dP_1}{d\varphi} \cdot z dz + \frac{RT}{V^2} \frac{B^2 l^4}{4} \right] \end{cases} \dots\dots\dots (4)$$

水の下流面に落下する位置とゲート先端との水平距離 \$x_1\$ は、水が自由落下運動をするものとして、落下高さ \$h\$ との関係で、次のように求められる。

$$x_1 = \sqrt{\frac{2h}{g}} \cdot v_0 \cos \varphi_1 \dots\dots\dots (5)$$

3. 自励方程式の特性方程式

このようにして式（3）のような自励振動の方程式が求まったので、これの特性を求めるために、振動方程式の特性根を求めることにする。

まず式（3）の特性方程式を求める。この式にラプラス変換をし、\$t=0\$ で \$\theta=0\$ とすると次式が求まる。

$$F(s) \left[s^2 + 2\gamma s + \omega_n^2 - M_1 \left\{ \frac{c^2}{s^2} (1 - e^{-\frac{x_1}{v_0} s}) - \frac{c}{s} x_1 e^{-\frac{x_1}{v_0} s} \right\} \right] = \theta'(0) \dots\dots\dots (6)$$

ただし

$$c = v_0 \cos \varphi_1 \dots\dots\dots (7)$$

したがって、特性方程式は

$$z(s) = s^2 + 2\gamma s + \omega_n^2 - M_1 \left\{ \frac{c^2}{s^2} (1 - e^{-\frac{x_1}{v_0} s}) - \frac{c}{s} x_1 e^{-\frac{x_1}{v_0} s} \right\} = 0 \dots\dots\dots (8)$$

となる。

この方程式の特性根を求めて、その実部の正負より不安定および安定条件を求めればよいが、式（8）が無理方程式であるので、単純にはゆかない。

そこで複素平面の写像の考え方を使い、特性根を

$$s = \sigma + i\omega \dots\dots\dots (9)$$

と表わし、式（8）に、これを代入し、実部および虚部に分ける。

$$z(\sigma + i\omega) = X + iY \dots\dots\dots (10)$$

このようにすると、\$s\$ 平面上の点は \$z\$ 面上の点に、写像関数 \$z(s)\$ によって写像されることになる。しかも特性根 \$s\$ は \$z(s)\$ を 0 とすることから、\$s\$ 平面上の特性根はすべて、\$z\$ 平面上の原点に写像されてしまうことになる。

さて、\$s\$ 平面での特性根のうち \$\sigma > 0\$ のものは不安定に、\$\sigma < 0\$ のものは安定に相当しているので、\$\sigma = 0\$ の場合が、安定、不安定の限界条件を示していることになる。すなわち

$$s = i\omega \dots\dots\dots (11)$$

の条件は、自励振動の発生条件（\$\sigma > 0\$）の限界を与えることになる。

すなわち、\$s\$ 平面上で、これは \$i\omega\$ 軸そのものであり、この軸より右は不安定、左は安定ということになる。

したがって \$i\omega\$ 軸上を原点 0 より \$\omega\$ の増加方向にたどるとき、右側にある根は不安定条件、左側にある根は安定条件を与える。

そこで、式（11）が \$z\$ 面上に写像されたときも、同じことになり、\$\omega\$ が増加する方向に写像された曲線上を進むとき、原点（特性根を示す）が右にあるか、左にあるかで、不安定、安定条件を決めることができる。

Fig.2 Relations between \$\tilde{X}\$, \$\tilde{Y}\$ and \$s\$.

まず、式 (11) が z 面上に写像される座標を求めるよう。

$$\left. \begin{aligned} \beta &= \frac{x_1}{c}, \quad A = \frac{2\gamma}{M_1 x_1^2 \beta}, \quad C = \frac{1}{M_1 x_1^2 \beta^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (12)$$

$x = \omega\beta, \quad x_n = \omega_n\beta$
とおき

$$\begin{aligned} \tilde{X} &= \frac{X}{M_1 x_1^2} = \text{Real}[z(i\omega)] = C(x_n^2 - x^2) \\ &\quad + \frac{1 - \cos x}{x^2} - \frac{\sin x}{x} = F_2(x) \dots\dots\dots (13) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tilde{Y} &= \frac{Y}{M_1 x_1^2} = \text{Imag}[z(i\omega)] = Ax + \frac{\sin x}{x^2} \\ &\quad - \frac{\cos x}{x} = F_1(x) \dots\dots\dots (14) \end{aligned}$$

が得られる。

さて、この $\tilde{X}, \tilde{Y}$ は z 面上で、Fig. 3 のような関係になっており、 x が dx 増加したときに、 $\tilde{X}, \tilde{Y}$ がそれぞれ $d\tilde{X}, d\tilde{Y}$ 増加するとすれば、 $(\tilde{X}, \tilde{Y})$ より $(\tilde{X} + d\tilde{X}, \tilde{Y} + d\tilde{Y})$ の点へのベクトルが原点に対してどのようなになっているかを考えればよい。

そこで

$$\begin{aligned} \frac{d\tilde{X}}{dx} &= -2Cx - \frac{2}{x^3} + \frac{2-x^2}{x^3} \cos x + \frac{2}{x^2} \sin x \\ &= F_4(x) \dots\dots\dots (15) \end{aligned}$$

$$\frac{d\tilde{Y}}{dx} = A - \frac{2-x^2}{x^3} \sin x + \frac{2}{x^2} \cos x = F_3(x) \dots\dots\dots (16)$$

とおき、 $F_1 \sim F_4$ までの関数が、 x_n, A, C のパラメーターで、どのような値をとり、 $(\tilde{X}, \tilde{Y})$ より $(\tilde{X} + d\tilde{X}, \tilde{Y} + d\tilde{Y})$ へのベクトルが時計回りか反時計回りかを判定すればよい。

この前の解析では、このベクトルが第1から第4象限でどのようなになるかを個別に考えて、結論を出して、不安定条件として

$$x = n\pi, \quad n = 1, 2, 3 \dots\dots\dots (17)$$

の条件および、自励振動の場合には

$$x = x_n = 2n\pi \dots\dots\dots (18)$$

であることを求めたわけである。

Fig.3 Vector $\tilde{X}, \tilde{Y}, d\tilde{X}$ and $d\tilde{Y}$.

4. 不安定条件

さて、結局、不安定条件は z -面上でのベクトル $d\mathbf{r}$ (Fig. 3) が、原点 0 に対して時計方向に回るか、反時計方向に回るかで、原点を右にみるか、左にみるかで決まることになる。

このことは $(\tilde{X}, \tilde{Y}), (d\tilde{X}, d\tilde{Y})$ で作る 2 つのベクトルの間では、 x 軸となす角の関係より

$$\tan \theta = \frac{\tilde{Y}}{\tilde{X}} = \frac{F_1(x)}{F_2(x)} \dots\dots\dots (19)$$

$$\tan(\theta + d\theta) = \frac{d\tilde{Y}}{d\tilde{X}} = \frac{F_3(x)}{F_4(x)} \dots\dots\dots (20)$$

の関係が得られ、結局、時計方向の回転は

$$\tan(\theta + d\theta) < \tan \theta \dots\dots\dots (21)$$

であることになる。したがって

$$\frac{d\tilde{Y}}{d\tilde{X}} < \frac{\tilde{Y}}{\tilde{X}} \dots\dots\dots (22)$$

が不安定条件になる。よって

$$G(x) = \tilde{X} \cdot d\tilde{Y} - \tilde{Y} \cdot d\tilde{X} < 0 \dots\dots\dots (23)$$

で条件が決定できることになる。さらに自励振動の場合には $x = x_n$ とすればよい。 $F_1 \sim F_4$ で書くと

$$G(x) = F_2(x) \cdot F_3(x) - F_1(x) \cdot F_4(x) \dots\dots\dots (24)$$

である。

式 (24) には x, x_n, A, C の 4 つのパラメーターが含まれている。したがって、これらのパラメーターによって条件がどのように変わってくるかを検討すればよい。

まず、始めに $x_n = 1(2\pi)$ として $C = 0.00001, 0.001, 0.1$ とした場合の $G(x)$ の変化について調べてみることにした。

式 (13)~(16) の各式は、 x^2, x^3 で割った形となっているので、 x が 0 に近いときに非常に大きな値になってしまう、グラフ表示しにくいので、式 (13), (14) には x^2 を、式 (15), (16) には x^3 をかけて、扱うことにする。

すなわち

$$\overline{G}(x) = x^5 \cdot G(x) \dots\dots\dots (25)$$

の形でグラフ表示する。 $x > 0$ の範囲で考えるので、 $G(x) < 0$ は $\overline{G}(x) < 0$ に対応できることになる。

さて、 $A = 0.0001$ から 0.1 までの間を 10 点選び、三次元グラフ表示したのが、Fig. 4 のグラフである。

横軸は x の値を示しており $x = 0$ より $x = 4$ までの計算結果が示されている。

縦軸は式 (25) で示す $\overline{G}(x)$ の値である。この値が負の範囲が不安定振動になっていることになる。

このグラフから次のようなことがわかる。

イ) 共通していえることは、 A の値が大きくなるに従って、 $\overline{G}(x)$ の値は変動が小さくなっていく。

また同時に安定の範囲は少なくなっている。

ロ) $x=1, 2, 3, 4$ の付近で、 $\bar{G}(x)$ が+より-に変化している。

ハ) $x=n+1/4, n+3/4$ の付近では+側より-側へ、または逆に-側より+側へと急変するところが発生している。

二) $x_n=1$ の場合を示してあるが、他の場合でも、 $x=x_n$ を境にして、グラフの傾向は逆転している。すなわち、 x の増加方向にたどるとき、ハ) に述べた傾向が+より-に変化していたのが+より+に変化するようになる。

ホ) C の値が大きくなるに従って、安定の部分が増

加してくる。

Fig. 4 のグラフの横軸は、 $x/2\pi$ の値を表示している。

次に自励振動の発生する条件、すなわち、振動系の固有振動の周期で振動が発生し、不安定振動になる条件を求めてみる。

式 (25) で $x=x_n$ として、 $\bar{G}(x)$ の値を求めてみた。結果は Fig. 5 である。表示の仕方は、Fig. 4 と同じである。

これらのグラフと Fig. 4 のグラフと比較してみると、

1) $C=0.00001$ の場合のグラフはよく似た傾向を示しているが、 $x=1, 2, 3, 4$ の付近で、対称形をなすようにピーク値を示している点が異なっている。

2) C の値が大きくなると、 $\bar{G}(x)$ の値は小さくなる傾向を示しており、 $C=0.1$ の場合には、ほとんどの範囲にわたって負の値を示している。

3) $n+1/4, n+3/4$ の付近でマイナスのピークが出ているのは、先の Fig. 4 の場合と同じ傾向である。

4) $C=0.00001$ の A の値の小さい部分で、 $x=2+1/4, 3+1/4, C=0.001$ の $x=1+1/4$ の付近では、安定の部分がなく、不安定でマイナスのピークが現われている。

このようにしてみると、パラメーター C, A, x_n の組合せによって、かなり様相が変わってくるのがわかった。

そこで、もう少し考え方、見方を変えてみる。

式 (24) で $G(x)$ の値を求めるのではなく、 $G(x)=0$ が安定、不安定の限界条件を与えるのであるから、この条件より、 A の値を定めることにする。

すなわち式 (14)、式 (16) で、 A の含まれていない項を $\tilde{Y}_1, d\tilde{Y}_1$ とおくと

$$\tilde{Y} = Ax + \tilde{Y}_1 \dots \dots \dots (26)$$

$$d\tilde{Y} = A + d\tilde{Y}_1 \dots \dots \dots (27)$$

$$\tilde{Y}_1 = \frac{\sin x}{x^2} - \frac{\cos x}{x} \dots \dots \dots (28)$$

$$d\tilde{Y}_1 = -\frac{2-x^2}{x^3} \sin x + \frac{2}{x^2} \cos x \dots \dots (29)$$

のように式が書ける。 $G(x)=0$ の条件より A の値を定めると

$$A = \frac{d\tilde{X} \cdot \tilde{Y}_1 - \tilde{X} d\tilde{Y}_1}{\tilde{X} - x d\tilde{X}} \dots \dots \dots (30)$$

が得られる。

A の値は式 (12) よりわかるごとく、粘性減衰係数に相当しているので、 A の値が

Fig. 4 Relations between $\bar{G}(x)$ and parameters A and C .

小さいほど、不安定となるわけである。したがって式(30)で決定をされる A より小さい値をとる x , C , x_n の組合せが不安定条件を与えることになる。

そこで、代表的に $C=0.1$ の場合の $x_n=1, 2$ の各場合の A と x のグラフを求めてみたのが Fig. 6 である。このグラフの縦軸は A の値であり、横軸は x を表わしている。

図中の赤の部分が、 $\bar{G}(x) < 0$ の領域であり、不安定の部分である。このグラフより次のようなことが判明する。

1) $x=n$, $n=1, 2, 3$ の付近に不安定領域があり、 $x > x_n$ の範囲では、不安定領域が $x=n \sim x=n+1/2$ に広がっており、 $x < x_n$ の範囲では、 $x=n-1/2 \sim x=n$ の部分で不安定領域が生じている。

2) $x=x_n$ のところでは、不安定領域が広がっており、 $x=n-1/2 \sim x=1/2+n$ までであり、ピークが2つ現われていることがわかる。

3) 系の固有振動と同じ振動周期で自動振動の発生する条件は、 $x=x_n$ の場合のグラフ (Fig. 6 3) であり、 $x_n=n$, $n=1, 2, \dots$ のときに不安定になっていることがわかる。またこの場合には、 $x=x_n=0.3$ 付近に、大きなピークを示す部分が現われている。

4) いずれの場合にも x が大きくなるに従って、不安定度は小さくなってゆく。

このように、部分的にみているだけでは、全体的な傾向がよくつかめないのが、三次元グラフで、全体的な傾向をつかむことにする。

Fig. 7 に $x_n=1.25$ と $x_n=1$ の場合で、 C が 0.00001 より 10 まで変化させたときの状況を三次元グラフで示してある。

縦軸は A の値を対数表示したものであり、 $0.001 \sim 1$ までの値を圧縮して示してある。

横軸は、 x の値である。グラフは奥の方から手前に向かって、 C の値を増加するようにして表示してある。 $C=1 \times 10^m$, $m=-5 \sim -2$ の場合のグラフは、不安定部分を赤色に塗って示してある。これ以外の中間部分のグラフは赤線のみで示してある。

中間のグラフの C の値は、対数グラフの $1/4, 1/2, 3/4$ の点に相当する、 1.8×10^m , 3.2×10^m , 5.6×10^m , $m=-5 \sim -2$, の値で計算している。

さて、このように三次元グラフにしてみると、非常に面白い傾向のあることがわかる。

1) C の値の小さい領域では、不安定領域の両サイドで、鋭いピークを示す部分がある。

また C の値が大きくなると、この部分が消えて、丸味をもった、領域の中央でピークをもつ傾向となる。

2) C が 0.1 以下の部分では不安定領域が分裂し、または、分裂したものが、 C の増加に従って合体するような、渡りの現象が現われている。

このために、全体としては $x=n$, $n=1, 2, \dots$ で不安定にある傾向であるが、 $x=n+1/4$, $x=n+1/2$, $x=n+3/4$ でも不安定になる場合もでてきている。

3) $x_n=1.5, 1.75$ 等の場合も求めてみたが、この渡

Fig. 5 Relations between $\bar{G}(x)$ and parameters A and C in the case with the same frequency of natural oscillation.

りの現象は現われており、その分裂、合体する C の値に若干のずれがある程度で、全体の傾向は同じである。

このようにみえてくると、この現象は非常に複雑であることがわかる。

4) x_n の影響は、 $x > x_n$ では、不安定領域が $x = n$, $n = 1, 2, 3 \dots$ の大きい方にずれ、 $x < x_n$ の部分では、小さい方向にずれている。

また、 $x = x_n$ の部分では不安定領域が広がる傾向を示している (Fig. 8)。

1) 不安定領域は、 $x_n = x = n$, $n = 1, 2, 3 \dots$ で発生しており、その前後 $\pm 1/2$ の範囲に存在している。

2) C の値が小さいときには、不安定領域が広く、値が大きくなるに従って狭くなってきている。

3) $C = 0.001$, $x = 3.5$ 付近で分裂した不安定領域は、 $C = 0.1$, $x = 0.5$ 付近までに渡ってきている。

次にゲートの振動系が応答しないケースとして、 $x_n = 0$ の場合について検討してみよう。これはちょうどナップのみの脈動が起こっている場合に相当している。Fig. 9 は、 $C = 0.1$ で $x_n = 0$ の場合のグラフである。

1) $x = 1/2$ でピークを示す不安定領域があり、 $x = n$, $n = 1, 2, 3 \dots$ で不安定領域が発生している。

2) $x = n$ での不安定領域は、 n の若干小さい値より $n + 1/2$ 付近まで広がっていることがわかる。

C の値の全体の影響をみるために三次元グラフ表示したのが、Fig. 10 である。これは先の Fig. 7, Fig. 8 と同じ形式で表現してある。また基本的な傾向は、 $x_n = x$ の場合のグラフと同じであるが、次のような点で傾向が異なっている。

1) 全体に不安定度は増加している。また不安定領域の分裂合成が明確に現われており、合成された後には、なめらかな曲線形を示している。

2) 不安定領域は $x = n$, $n = 1, 2, 3 \dots$ をはさんで両側にあるが、 $x = x_n$ の場合には、 $x = n$ をほぼ中央にして分布しているが、 $x_n = 0$ のケースにおいては、 C の小さい値の部分では $x = n - 1/4 \sim n + 1/5$ で不安定となり、 C の大きく、不安定領域が合体した後では $x = n - 1/5 \sim n + 1/2$ の範囲に存在しており、ずれが生じている。

5. 模型実験結果との関係

実験で振動の発生した条件と、これらの解析結果の適合性について検討してみよう。

Fig. 11 は、模型実験によって、自励振動の発生した状態を、水の落下時間と振動周期との関係で示したものである。このときの模型の大きさは、 $B = 40$ cm, $l = 20$ cm と 30 cm の 2 つであり昭和 47～49 年にかけて実験している。

これらの場合について式 (4) および式 (12) で与え

られる C の値を求めてみた。水の落下時間によってゲートおよび、ナップ下の体積が異なってくるが、Fig. 11 より自励振動の起こっている時間が $\beta = 0.1 \sim 0.4$ s であるので、この範囲で考えてみることにする。結果は Table 1 のようになった。

これらの場合 $6 \times 10^{-4} \sim 2 \times 10^{-3}$ の範囲に存在していることがわかる。これを Fig. 8 の固有振動と同じ周期で振動する自励振動の場合としてみると、グラフの上の中心付近の $C = 0.0001 \sim 0.01$ に相当していると考えてよい。このグラフのピーク値を示す位置と、Fig. 11 の自励振動の周期と、落下時間とのグラフを比較してみると、よい相関を示していることがわかる。

すなわち、 $X = 0.5$ のピークは、Fig. 11 の $n = 0.5$ に、 $X = 1.1$ のピークは $n = 1$ に、 $X = 1.7, 2.2$ のピークは $n = 2$ に、 $X = 3.7$ 付近のピークは、 $n = 4$ に相当していることがわかる。

前回の解析では $n = 0.5$ のケースの不安定条件が明確につかめなかったが、今回の解析によって明確にできたわけである。

また、H. Ivan Schwartz の提案した²⁾ナップの脈動についての法則 “ $K + 1/4$ ” についても、この解析結果が適用できることがわかった。この法則は、水脈が脈動するとき、落下開始点より、下流水面までの間に $K + 1/4$, $K = 1, 2, 3 \dots$ の波が存在するときに脈動が発生するというものである。この解析の場合ではゲートが、圧力変化に応答しない場合に相当しており、Fig. 10 の場合に相当している。これでみればわかるごとく、 $x = n + 0.2 \sim n + 0.3$ の間にピークがあるのは明確であり、特に C の値が大きい場合には $n + 1/4$, $n = 1, 2, 3 \dots$ でピークを示しており、まったく “ $K + 1/4$ ” 法則に一致していることがわかる。

次に、この論文に討議を寄せている K. Petrikat と T. E. Unny は、ゲートのように弾性支持されている場合には “ $K + 3/4$ ” 法則が成立し、E. Pariset が提案している “ $K + 3/4 + \beta$ ”, $\beta = -0.2 \sim 0.1$ が広い範囲に適用できるとしている。

このことは、Fig. 8 においては、 C の値が小さい 0.001 以下において、 $x = n + 0.7$ 付近にピークのあることをみると、ちょうど $n + 3/4$, $n = 1, 2, 3 \dots$ に相当しており、また、 C の値が大きいところでも、 x の値が小さいところでは、これが成立していることがわかる。

Table 1 ゲートの慣性モーメントおよび C の値

	I	C
S 47	3.66×10^6	$(2.04 \sim 3.13) \times 10^{-3}$
S 48	6.72×10^6	$(5.93 \sim 11.3) \times 10^{-4}$
S 49	9.2×10^6	$(7.63 \sim 11.8) \times 10^{-4}$
	$\text{g} \cdot \text{cm}^2$

Fig.6 Unstable zones by parameters A and C.

Fig.7 Unstable conditions by all parameters A , C and x .

Fig.8 Unstable conditions by all parameters A, C and x in same phase of natural frequency.

Fig.9 Unstable zones by parameters A and in x_n is zero.

以上のように、ナップの関連した自励振動の発生条件が、この解析手法によって説明できることがわかった。

6. ま と め

フラップゲートの自励振動が、線形振動としての解析手法によって明確にすることができた。この件について

は、以前に領域の組合せとして判断する手法とによって一部については明確にすることができていたが、今回の手法によって、その条件を明確にすることができ、先の解析では明確にできなかった、H. Ivan Schwartz のナップに関する不安定条件をも、説明することができた。

また、不安定条件が、パラメーターの変化に応じて、

Fig. 10 Unstable conditions by all parameters A, C and x in the case x_n is zero.

Fig. 11 Experimental Results.

周波数領域で分裂したり，合流したりする現象が現われることがわかった．このようなことのため，このナップの脈動に関連した現象の複雑さが起こっていると考えられる．

今回ここで提案した手法は等角写像の考え方を利用しており，線形の不安定問題のみでなく，非線形問題にも

使える方法であり，機会をみて，その種の不安定問題にも利用したいと考えている．

参考文献

- 1) 本間 仁・荻原国宏：フラップゲートの振動についての理論解析，土木学会論文報告集，第238号，1975-6.
- 2) 本間 仁・荻原国宏：フラップゲートの自励振動について，第19回土木学会水理講演会論文集，1974.
- 3) Masashi Homma, Kunihiro Ogiwara : Theoretical analysis of Flap Gate Oscillation, Transaction of JSCE, Vol. 7, 1975.
- 4) Masashi Homma, Kunihiro Ogiwara : Theoretical analysis of Flap Gate Oscillation, (Subject C.c), Proc. of IAHR, 1977.
- 5) Kunihiro Ogiwara, Sachihiko Ueda : Flap Gate Oscillation, IAHR/IUTAM Symposium, Practical Experiences with Flow-induced Vibrations, 1979.
- 6) H. Ivan Schwartz : Nappe Oscillation, Proc. of ASCE, Nov., 1964.
- 7) H. Ivan Schwartz : Edgetones and Nappe Oscillation, Jr. of the Acoustic Society of America, No. 3, 1966.
- 8) Petrikat, K. and Unny, T.E. : Discussion on Nappe Oscillation by H. Ivan Schwartz. Proc. of ASCE, Sept., 1965.
- 9) Eduard Naudascher : Discussion on Nappe Oscillation by H. Ivan Schwartz, Proc. of ASCE, May, 1965.

(1984.6.1・受付)