有効地震動の計算式とその実測例による検討

MODEL OF THE EFFECTIVE SEISMIC MOTIONS OF EMBEDDED FOUNDATION AND ITS VERIFICATION BY OBSERVED DATA

原田 隆典*・久保慶三郎**・片山 恒雄***

By Takanori HARADA, Keizaburo KUBO and Tsuneo KATAYAMA

With the aid of currently available finite element method results, an approximate analytical solution is developed for the effective seismic motions of cylindrical embedded rigid foundations having the two embedment cases as follows: Case 1; embedded in a viscoelastic surface layer with the foundation base resting on a much stiffer bedrock, Case 2; embedded in a viscoelastic surface layer with the foundation base resting within the surface layer. The characteristics of the solution are compared with the results of the laboratory tests by shaking table and also with the responses observed at an actual embedded foundation during an earthquake, where the original data were available by other investigators. It is found from the comparisons that the solution developed in this paper well agrees with the experimental and observed data.

1. ま え が き

有効地震動とは、基礎の幾何学条件により、基礎周辺地盤の地震動が拘束され変形されるために生ずる地震動で、図-1のような基礎-地盤系を等価な剛体2自由度モデルに置換するときの入力地震動 u'_0 , ϕ' となる。物理的には、“質量が零の基礎の地震応答値”と定義される^{1)~3)}。したがって、この有効地震動を観測によって直接とらえるためには、質量効果の小さい地中構造物を用

いなければならない。このような構造物としては地下式タンク等が考えられるが、たとえば、図-2と3は浜田博士による地下タンクとその周辺地盤の地震観測記録とそのパワースペクトルを示す⁴⁾。地表の波形A1XやA4'Xに比べるとタンクの応答加速度波形A2X, A7Xには、明らかに短周期成分が少ない。また、タンク上面の波形は底面のものより大きい。タンクは、水平と回転の連成運動を行っている。このタンクの応答波形がまさに有効地震動で地表の波形とは異なる。一般に、地表の波形に比べると、地下数十m程度の波形は、その振幅が小さい。したがって、基礎底面と基礎上面との2点間の地盤には相対変位が生じるが、基礎周面と地盤の摩擦力のために、基礎はこの相対変位に追従して、結局、水平と回転の運動をすることになる。このように基礎周辺地盤の地震動が基礎の幾何学条件により拘束されて生じる有効地震動の考え方は決して新しいものではないが、いまだに確定した考え方もなく、研究が少ないのが現状である。1969年、山原博士は初めて基礎版による地震波の入力損失を一種の数値フィルターとして考える論文を発表した⁵⁾。その後、しばらく間をおくが、アメリカ合衆国において、原子力発電所の耐震設計の問題とからんで、この種の研究が活発化する。たとえば、1977年、Newmark博士らは、Hollywood Storage ビルの地震記録を用いて、入力損失の実証を試みている⁶⁾。しかし、

図-1 地震動を受ける基礎-地盤系とそのばね-質量モデル

* 正会員 工博 宮崎大学助教授 工学部土木工学科
(〒880 宮崎市霧島 1-1-1)

** 正会員 工博 東京大学名誉教授、埼玉大学教授 建設工学科 (〒338 浦和市下大久保 255)

*** 正会員 Ph.D. 東京大学教授 生産技術研究所
(〒160 港区六本木 7-22-1)

図-2 地下タンクと周辺地盤の加速度記録（浜田博士による）

図-3 加速度波形のパワースペクトル

図-4 数学モデルと記号

アメリカをはじめ、当時は、有限要素法等を使った数値シミュレーションによって地盤と構造物の動的相互作用問題を解析することが主流であったこともあって、基礎版の入力損失効果をどのようにモデルに組み込むか等、地盤と構造物の動的相互作用問題との関係はあいまいであった。しかし、1977年、Kausel 博士らによる有限要素法や⁷⁾、1978年、1981年、著者らによる弾性波動理論を用いた定式化等^{1)~3)}が発表されこの有効地震動の物理的意味や動的相互作用問題における位置づけ等がしだいに明確化してきている。最近では、わが国において、原子力発電所の合理的耐震設計の問題にからみ、この問題が実証的に研究され始めている^{8),9)}。

そこで、本論文では、わが国の多くの地震観測データが有効に使われ有効地震動の特性が明らかにされ、これを取り入れた耐震設計が確立されることを目標に、円筒埋設剛体基礎に対する有効地震動の計算式を提案する。有限要素法の結果と比較し、本提案式の妥当性を確認したあと、さらに多くの基礎-地盤系に対するパラメーター解析を実施し、有効地震動の簡略式を提案する。これらの計算式による有効地震動の妥当性を検証するために模型地下タンクの実験や図-2に示した地下タンクの地震記録との比較検討を行う。

2. 有効地震動の計算式

質量が零の基礎の地震応答値という定義に従って、図

—4(a) のような一様地盤中の基礎を考える。地盤の動きによって基礎は水平と回転の連成運動となるが、これを図-4(b) のような数学モデルによって検討する。このモデルでは、質量が零の基礎はばねとダッシュポットで支持され、これらの支点に地震動が入力される。基礎側壁に作用する地震動は簡単のため表層地盤のせん断振動で与えられるものとする。すなわち、振動数 ω の振幅は、 z 点において²⁾、

$$u(z)=\bar{u}_0 \cos [k(H-z)] e^{i \omega t} \cdots \cdots \cdots (1)$$

ここに、

$$k=\frac{\omega}{v_{ss} \sqrt{1+i 2 D_s}} \cdots \cdots \cdots (2)$$

ここに、 v_{ss} =表層地盤のせん断波速度、 D_s =表層地盤材料の減衰定数、 $i=\sqrt{-1}$ 、 t =時間。

式(1)で $\bar{u}_0$ は自然地盤の地表面での振幅である。他方、基礎底面に作用する地震動は、速度 V で x 軸正負の方向に伝播する波動を考えて、次式のもの仮定する。

$$u_h(x)=\bar{u}_0 \cos kh \cos \frac{\omega x}{V} e^{i \omega t} \cdots \cdots \cdots (3)$$

式(3)によると、基礎底面に沿う地震動は、 $\cos \omega x / V$ によって位相が変わることになる。この位相変化については、不明な点が多く、今後、物理的意味を含めて研究しなければならないが、後に示すように、図-4のモデルに鉛直下方から地震波を入力する場合について、FEM モデルにより計算した結果との比較によると

$V=v_{ss}$ とすると、両者がよく一致するため、式(3)ではこの値を使用する。

図4のばねとダッシュポットとしては、次式の複素ばね係数を用いる。

$$\left. \begin{aligned} k_H &= G_s(s_{u1} + i s_{u2}) \cdots \cdots \text{基礎側面の水平} \\ k_{RS} &= G_s a^2 (s_{r1} + i s_{r2}) \cdots \cdots \text{基礎側面の回転} \\ k_S &= G a (c_{u1} + i c_{u2}) \cdots \cdots \text{基礎底面の水平} \\ k_{RB} &= G a^3 (c_{r1} + i c_{r2}) \cdots \cdots \text{基礎底面の回転} \\ G &= \rho v_s^2 \quad G_s = \rho_s v_{ss}^2 \end{aligned} \right\} \cdots \cdots (4)$$

式(4)の複素ばね係数は基礎に単位振幅の変位を与えるために必要な力として求められるが³⁾、ここに、 G 、 G_s はそれぞれ基礎底面および基礎側面の接する地盤のせん断弾性係数、 ρ 、 ρ_s は同じように地盤の密度である。また、 s_{ij} 、 c_{ij} は無次元複素ばね係数とよばれ、具体的な計算式は文献10)に与えられる。

式(1)～(4)で与えられる地震入力と複素ばね係数を用いると、図4(b)の力のつり合いより、質量が零の基礎の地震応答値である有効地震動は次式で与えられる。

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{12} & K_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u'_G \\ \phi' \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} D_1 \\ D_2 \end{Bmatrix} \bar{u}_0 e^{i\omega t} \cdots \cdots (5)$$

ここに、 u'_G 、 ϕ' は有効地震動の水平および回転成分であり、 K_{ij} は基礎の複素ばね係数で次式のように与えられる。

$$\left. \begin{aligned} K_{11} &= K_{xx} + i\omega C_{xx} \\ K_{12} &= K_{xr} + i\omega C_{xr} \\ K_{22} &= K_{rr} + i\omega C_{rr} \end{aligned} \right\} \cdots \cdots (6)$$

式(6)で、動的ばね係数は、

$$\left. \begin{aligned} K_{xx} &= G a \left(c_{u1} + \frac{G_s}{G} \delta s_{u2} \right) \\ K_{rr} &= G a^3 \left[c_{r1} + \left(\frac{Z_c}{a} \right)^2 c_{u1} + \frac{G_s}{G} \delta s_{r1} \right. \\ &\quad \left. + \frac{G_s}{G} \delta \left(\frac{\delta^2}{3} + \frac{Z_c^2}{a^2} - \delta \frac{Z_c}{a} \right) s_{u1} \right] \\ K_{xr} &= -G a \left[Z_c c_{u1} + \frac{G_s}{G} \delta \left(Z_c - \frac{h}{2} \right) s_{u1} \right] \end{aligned} \right\} \cdots \cdots (7)$$

一方、動的減衰係数は

$$\left. \begin{aligned} C_{xx} &= \frac{G a}{\omega} \left(c_{u2} + \frac{G_s}{G} \delta s_{u2} \right) \\ C_{rr} &= \frac{G a^3}{\omega} \left[c_{r2} + \left(\frac{Z_c}{a} \right)^2 c_{u2} + \frac{G_s}{G} \delta s_{r2} \right. \\ &\quad \left. + \frac{G_s}{G} \delta \left(\frac{\delta^2}{3} + \frac{Z_c^2}{a^2} - \delta \frac{Z_c}{a} \right) s_{u2} \right] \\ C_{xr} &= -\frac{G a}{\omega} \left[Z_c c_{u2} + \frac{G_s}{G} \delta \left(Z_c - \frac{h}{2} \right) s_{u2} \right] \end{aligned} \right\} \cdots \cdots (8)$$

ここに、 $\delta = h/a$ 、 Z_c = 基礎底面から着目点までの距離である。また、 D_1 、 D_2 は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} D_1 &= k_H h \frac{\sin kh}{kh} + k_s \frac{\sin 2ka}{2ka} \cos kh \\ D_2 &= -k_H h Z_c \frac{\sin kh}{kh} - k_H h^2 \frac{\cos kh - 1}{(kh)^2} \\ &\quad - k_s Z_c \frac{\sin 2ka}{2ka} \cos kh \end{aligned} \right\} \cdots \cdots (9)$$

式(5)は有効地震動を与えるが、図4(b)のような簡単な数学モデルによる結果であるため、もっと厳密なモデルから得られる結果と比較しておく必要がある。図5～11の破線は表1の基礎-地盤系について軸対称有限要素法によって質量零の基礎の地震応答値を計算したものである^{2),7)}。これらの図では、基礎底面 $Z_c=0$ における水平成分 $\bar{u}_0$ と回転成分 ϕ' の振幅を自然地盤の地表の応答振幅 $\bar{u}_0$ で除した $\bar{u}'_0/\bar{u}_0$ 、 $\phi' a/\bar{u}_0$ の値が示されている。横軸は地震動の振動数で $\omega h/v_{ss}$ としてプロットされている。以後このような図を有効地震動の伝達関数とよぶ。このような有限要素法による伝達関数と式(5)の結果を比較したところ、式(5)の水平成分は有限要素法の結果とよく一致するが、回転成分では振幅が多少大きく与えられた。そこで、回転成分では、スケーリング係数として、0.65を採用して、式(5)より、次式のように基礎底面における有効地震動の計算式を求めた。

$$\left. \begin{aligned} u'_0 &= \left[\frac{D_1 K_{22} - D_2 K_{12}}{K_{11} K_{22} - K_{12}^2} \right] \bar{u}_0 e^{i\omega t}, \quad Z_c=0 \\ \phi' &= 0.65 \left[\frac{D_2 K_{11} - D_1 K_{12}}{K_{11} K_{22} - K_{12}^2} \right] \bar{u}_0 e^{i\omega t}, \quad Z_c=0 \end{aligned} \right\} \cdots \cdots (10)$$

ここで、 D_j と K_{ij} は式(7)～(9)で与えられる。式(10)による伝達関数を図5～11に一点鎖線で示す。細部においては、違いがみられるが、全体的に有限要素法の結果とよく一致しているのが認められる。これらの結果によると、回転成分は振動数の増加とともに徐々に大きくなり $\omega h/v_{ss} = 0.5\pi$ 以降は波うちながらもほぼ一定の値を示す。一方、水平成分は振動数の増加とともに減少してゆき、無次元振動数がこれも 0.5π 以降は波うちながらも一定の傾向を示している。

図5～11に示した結果をもとに、式(10)を使って、さらに、原子力発電所や道路橋ケーソン基礎を対象に合計21の基礎-地盤系に対して、有効地震動の伝達関数を計算して²⁾、この結果を式(11)、(12)のような伝達関数にまとめた。式(12)による伝達関数を図5～11に実線で示す。この簡略式は、図5～11からもわかるように伝達関数をやや大きめに評価するように決めているが、各ケースにおいて、全体的傾向は、よく一致しているのが認められる。

CASE I : 基礎底面が堅固な基盤に設置され表層地盤に埋設される場合

図-5 Case 1 の伝達関数

図-6 Case 2 の伝達関数

図-9 Case 5 の伝達関数

表-1 解析に用いた基礎-地盤系諸定数						
Case	No. of Fig.	G_s/G	a	H	h	LEGEND
1	Fig. 5	1	1.0	1.5	0.5	
2	Fig. 6	1	1.0	2.0	0.5	
3	Fig. 7	1	1.0	2.5	0.5	
4	Fig. 8	1	1.0	1.5	1.0	
5	Fig. 9	1	1.0	2.0	1.0	
6	Fig. 10	1	1.0	2.5	1.0	
7	Fig. 11	1	1.0	2.0	1.5

図-7 Case 3 の伝達関数

図-8 Case 4 の伝達関数

図-10 Case 6 の伝達関数

図-11 Case 7 の伝達関数

水平成分は、

$$\frac{\bar{u}_0'}{\bar{u}_0} = \begin{cases} |\sin kh / (kh)| & 0 \leq kh \leq \pi/2 \\ 0.63 & \pi/2 \leq kh \end{cases} \quad (11)$$

回転成分は、

$$\frac{\bar{\psi}'a}{\bar{u}_0} = \begin{cases} \left[\frac{(0.2-0.4G_s/G)}{3} \left(\frac{h}{a} - 1 \right) + 0.4 \frac{G_s}{G} \right] \times [1 - \cos kh] & 0 \leq kh \leq \pi/2 \\ \left[\frac{(0.2-0.4G_s/G)}{3} \left(\frac{h}{a} - 1 \right) + 0.4 \frac{G_s}{G} \right] & \pi/2 \leq kh \end{cases}$$

CASE II：表層地盤の途中に基礎底面が設置される場合

水平成分は、

$$\frac{\bar{u}_0'}{\bar{u}_0} = \begin{cases} |\sin kh / (kh)| & 0 \leq kh \leq \pi/2 \\ 0.63 & \pi/2 \leq kh \end{cases} \quad (12)$$

回転成分は、

$$\frac{\bar{\psi}'a}{\bar{u}_0} = \begin{cases} 0.4h/a(1 - \cos kh) & 0 \leq h/a \leq 1 \\ (0.405 - 0.05h/a)(1 - \cos kh) & 1 \leq h/a \\ 0.4h/a & 0 \leq kh \leq \pi/2 \\ 0.405 - 0.05h/a & \pi/2 \leq kh \end{cases}$$

3. 模型地下タンクの実験値との比較

前章で求めた有効地震動の伝達関数の妥当性を検討するために、模型地下タンクの実験値との比較を行う。模型実験は地下タンクの地震時挙動を観測する目的で実施されたものであるが、タンクの質量がきわめて小さいこと、タンクの運動は巨視的には剛体運動であることのためにこの実験結果はまた有効地震動の計測のためにも用いることができる。この種の実験では、模型地盤の側方境界の影響が問題となる場合が多いが、有効地震動の伝達関数に関しては、この関数は地盤の応答と地下タンクの応答の比として与えられるため、模型地盤の側方境界の影響は少ないものと考えられる。

実験値は日本ガス協会⁽¹⁾と大林組技術研究所⁽²⁾の実施したものを用いる。図-12と13に示すように、振動台上にゴムと重合体で作った地下タンクと地盤をのせて、種々の加振実験が行われた。ここでは、正弦波加振による地表と地下タンクの応答振幅を用いて、タンク底面の伝達関数を求めた。地表の振幅は場所によって違うために、地表の振幅とタンクの振幅の比として与えられる伝達関数の値はばらつくが、これらを整理すると、図-14と15のような伝達関数が得られた。これらの図には、

	Material	Young's Modulus $E(\text{kg/cm}^2)$	Poisson's Ratio	Unit Weight (g/cm^3)
Tank	Chloroprene Rubber	92.0	0.34	1.26
Soil 1	Polymer	0.10	0.5	1.05
Soil 2	Polymer	0.57	0.5	1.07
Soil 3	Polymer	1.56	0.5	1.09

図—12 模型地下タンクと地盤 (実験 1¹¹⁾)

	Material	Shear Wave Vel. (m/sec)	Damping %	Unit Weight (g/cm ³)
Tank	Silicone Rubber	$E=130\text{kg/cm}^2$		1.26
Soil 1	Polymer	1.97	4.8	1.0
Soil 2	Polymer	2.68	2.4	1.0
Soil 3	Polymer	4.81	1.2	1.0

図-13 模型地下タンクと地盤 (実験 $2^{12})$)

(a) = Variation for Translation Motion with frequency
(b) = Variation for Rocking Motion with frequency

図—14 実験1の伝達関数との比較

(a) = Variation for Translation with Frequency
(b) = Variation for Rocking Motion with Frequency

図—15 実験2の伝達関数との比較

式(12)による伝達関数を実線で示すが、全体的傾向のよい一致が認められる。

4. 実物地下タンクの地震観測結果との比較

ここでは、図—2 に示した地下タンクの地震観測結果⁴⁾を使って、有効地震動の伝達関数について検討する。この地下タンクは、図—16 に示すように内径 24 m、深さ 10.3 m の円筒形状をした RC 構造で、側壁は外側の地中壁と内側のコンクリート壁の 2 重構造である。地中壁は 17 個の直線エレメントよりなりおのおの縦ジョイントにより閉合されているが、内側のものはコンクリートで打継目なしに打設されている。タンク頂部は幅 1.3 m、高さ 1.5 m のコンクリートリングにより補強されているが、底版は 20 cm 厚のコンクリートスラブで側壁とは完全に分離されている。

この地下タンクの頂部と底版の加速度波形 A2X, A7-X および地表の A1X (図—2 参照) を用いて、タンク底面における有効地震動の伝達関数 $\bar{u}_0/\bar{u}_0$ および、 $\varphi a/\bar{u}_0$ を計算したものを図—17 に示す。このように観測波形から求めた伝達関数もまたこれまでに有限要素法や計算式から求めた伝達関数と同じ傾向を示しているのが認められる。

図—16 地下タンクの構造

図一17 実物地下タンクの地震記録から求めた伝達関数（実線）と近似式（点線）の比較

次に近似式(12)との比較を行うが、上述したようにこの地下タンクは外側の地中壁が約20m深さまで打設されている等これまでに計算で用いたような完全な円筒タンクではない点に注意しておかなければならない。地盤のせん断波速度とタンクの半径に関しては実測値を用いて、 $v_{ss}=150\text{ m/s}$ 、 $a=12.15\text{ m}$ とするが、埋設深さ h については、図-16を参考にして、 $h=10, 15, 20\text{ m}$ の3種類を用いることとした。これらの定数を式(12)に代入して伝達関数を計算したものを点線で図-17に示すが、埋設深さを15, 20mとした場合の方が実測結果に近いようである。いずれにしても、今後、実測結果の蓄積をはかり式(10)~(12)の妥当性の検証や改良が必要であろう。

5. ま と め

本論文は、円筒地中剛体基礎に対する有効地震動の計算式とその妥当性について、有限要素法や地下タンクの模型実験結果およびタンクの地震観測結果を用いて、検討したものである。結果は以下のように要約できよう。

(1) 有効地震動の物理的意味や定義に従って、これらの計算式を提案した。この計算式は、地盤の材料定数と基礎-地盤系の幾何学定数(表層地盤の厚さ、基礎の半径および埋設深さ)の関数として与えられる。

(2) この計算式による有効地震動では、自然地盤の地震動に比べて、短周期成分の少ない波となっており、また、水平成分に加えて、回転成分が現われる。

(3) 有限要素法や模型地下タンクの実験資料および地下タンクの地震観測資料から、有効地震動を計算し、計算式によるものとの比較では、細部は一致しないが、全体的傾向はきわめてよく一致した。今後、実測記録の蓄積と本論文で示したような方法によってこれらの計算式の妥当性の検証や改良が必要であるが、いずれにしても、有効地震動の物理的意味や基礎と地盤の地震時相互作用問題における位置づけが明らかとなっており、また、有効地震動の特性も上述したようにはっきりしてきている。特に、自然地盤の地震動に比べて短周期成分が少ないこと等の特性は、現在、一般によく用いられているように自然地盤の地震動を使った構造物の地震応答計算結果に比べると、有効地震動による応答計算結果が短周期領域でかなり低減されることを意味している。このような特性をもつ有効地震動であるが、実務設計においても、

今後、もっと積極的に有効地震動が検討されてよいように思われる。なお、利用した資料は、本来、地下タンクの地震時挙動の研究目的に、それぞれ、浜田政則博士(東海大学)、後藤洋三氏(大林組技術研究所)および日本ガス協会の関係諸氏らにより得られたものであるが、本研究の目的を理解していただき、有効地震動の実証例のために提供されたものである。記して感謝の意を表わす次第である。

参 考 文 献

- 1) 原田隆典・久保慶三郎・片山恒雄：地震動を受ける埋設剛体基礎の運動方程式，第33回土木学会年次講演I-230，1978。
- 2) Harada, T., Kubo, K. and Katayama, T. : Dynamic Soil-Structure Interaction Analysis by Continuum Formulation Method, 東京大学生産技術研究所報告, Vol. 29, No. 5, 1981。
- 3) 原田隆典・久保慶三郎・片山恒雄：地中埋設剛体構造物の地震応答解析モデルの考え方，土木学会論文報告集，第334号，pp. 173~176，1983。
- 4) 浜田政則：大型地下タンクの地震時挙動の観測と解析，土木学会論文報告集，第273号，1978。
- 5) 山原 浩：地震時の地動と地震波の入力損失，日本建築学会論文報告集，No. 165，1969およびNo. 167，1970。
- 6) Newmark, N.M., Hall, W.J. and Morgan, J.R. : Comparison of Building Response and Free Field Motion in Earthquakes, 6th World Conference on Earthquake Engineering, 1977。
- 7) Kausel, E., Whitman, R.V., Elsasbee, F. and Morray, J.P. : Dynamic Analysis of Embedded Structures, Proc. of 4th SMIRT, K 2/6, 1977。
- 8) 沢田義博・矢島 浩・佐々木俊二・桜井彰雄・高橋 忠：地震動に対する基礎の制震効果とその特性について，第6回日本地震工学シンポジウム，pp. 1553~1560，1982。
- 9) 石井 清・小山和夫：地下タンクの常時微動測定による入力損失効果の検討，土木学会論文報告集，第339号，pp. 51~57，1983。
- 10) 原田隆典・久保慶三郎・片山恒雄・広瀬利光：地中円筒剛体基礎の動的ばね係数と減衰係数，土木学会論文報告集，第339号，pp. 79~88，1983。
- 11) 日本ガス協会，液体天然ガス用保案委員会：液化ガス用貯槽の保案調査について，1979。
- 12) 後藤洋三・白砂 健：沖積地盤における群地下タンクの地震応答特性，第5回日本地震工学シンポジウム，pp. 977~984，1978。

(1984.12.26・受付)