流れによる底泥の飛び出し率

ESTIMATION OF RESUSPENSION RATE OF COHESIVE SEDIMENTS BY CURRENTS

大坪 国順*・村岡 浩爾**

By Kuninori OTSUBO and Kohji MURAOKA

The main purposes of this study are to investigate the influence of shear stress and sediment properties (sediment type, water content, viscosity and yield value) on the resuspension rates of a cohesive bed in streams, and to estimate theoretically the rate as a function of those parameters. Three clays and six muds with several different water contents were used as bed material. From the results obtained by dimensional analysis of experimental data, we concluded that the cohesive bed should be regarded as an aggregation of cohesive sediment for the resuspension phenomenon. A dimensionless resuspension rate function for cohesive sediment was deduced by establishing the equation of motion for a sliding sediment and considering the fluctuation of tractive force. This function showed good agreement with the experimental results.

Keywords : Cohesive sediments, Erosion rate, Mud, Resuspension rate

1. 概 説

底泥は一般に均一度の高い微細粒子群と有機物質の複合体である。そのため流送に対する抵抗力としては粘着力が重力より卓越すると考えられる。底泥は通常 300～1000 % 程度の含水比で堆積しており、含水比の大小により流送抵抗力は著しく変化する。底泥の流送システムを理解するためには、(1) 底泥の初期移動機構(限界掃流力および飛び出し率)の解明、(2) 沈降・圧密機構(堆積状態)の解明、(3) 底泥床面上の流体力(せん断応力)特性の解明、最後に、(4) 浮上した底泥粒子の水流中での挙動の解明が必要となる。これらの知見を有機的に結びつけることにより現地での底泥の浮上量(厚さ)の推定が可能となる。前報¹⁾での限界掃流力の特性につづいて、ここでは飛び出し率を中心に底泥の初期移動機構について考察する。底泥の飛び出し率(浮上率)に関する研究は少なく実験的にも個々の実験条件について求められている程度である^{2)～5)}。底泥の浮上現象を研究するにあたっては、床面での底泥を一相の連続体

として取り扱う方法と、底泥を何らかの大きさおよび形状をもった粒状体の集合として取り扱う方法とがある。Partheniades は後者の立場に立ち、Einstein の方法⁶⁾に準拠してせん断応力の変動を考えて粒子の浮上率の評価を試みた³⁾。誘導した理論式が実験値によく合うとしたが、離脱・浮上時の条件やそれに要する時間を実験値に合うように決めた点に問題が残る。細井は、底泥の飛び出し量を連続体モデルで考えた⁷⁾。Einstein & Li⁸⁾の粘性底泥層の発達・崩壊モデルを、水流層と泥層にそれぞれ考えて、泥層の浮上厚 h なるものを導いた。しかし、このモデルは密度流れ場での上層の流れによる下層の流れの発達のモデルであって、底泥の浮上率を評価するものではないと考えられる。

流送実験で求めた飛び出し量を整理した結果、Table 1 に示した含水比条件の範囲内では、底泥の飛び出し現象は粒状体として取り扱うのが適当であるという結論に至った。この結論と底泥の飛び出しは瞬間に起こるのではなく時間のかかる現象であるという考察をもとに、底泥の飛び出し率の合理的な評価を試みた。粘度に起因する流送抵抗力を考えて底泥粒子について滑動運動方程式を立て、さらに流れの変動を考慮することによって底泥の無次元飛び出し率の推定式を求めた。この推定式は底泥の種類や含水比の影響を包括し、実験結果とよい対応

* 正会員 工博 国立公害研究所研究員 水質土壌環境部
(〒305 茨城県筑波郡谷田部町小野川 16-2)

** 正会員 工博 国立公害研究所部長 水質土壌環境部
(同上)

を示した。

2. 流送実験の方法

実験に用いた水路は、透明アクリル製の長方形断面（幅 15 cm×高さ 5 cm）管水路である。全長は約 10 m、長方形断面部の長さは 7 m で、その上流端から 4.5 m 下流に、長さ 90 cm×幅 5 cm×深さ 1.5 cm の移動床区間が設けられている。断面平均濃度を測定するために、移動床下流端から 50 cm 下流に流れを強制的に擾乱させる区間を設けた。所定の含水比の底泥を直接移動床に敷き詰め微小流量で移動床面を冠水させた。その後ただちに流送実験を行った。バルブ操作により流量を徐々に増加させ、流量と濃度を連続的に自動記録した。非定常流れによる付加せん断応力 $\Delta\tau$ の影響をなくするため、 $\Delta\tau$ の増加の割合は $0.025 \text{ (N/m}^2\text{)}/\text{min}$ とした⁹⁾。飛び出し量はレーザー濃度計により計測した。水路を流下する水は懸け流しとし、水温および泥湿とも $20 \pm 5^\circ\text{C}$ の条件で実験を行った。

飛び出し量を求めた底泥の種類と平均粒径 $d_m (\mu\text{m})$ および含水比の条件を Table 1 に示す。表中○印で示される含水比で 3 回ずつ流送実験を行った。含水比の範囲は底泥によって異なるが、いずれも底泥の液性限界値より高い。今回の実験条件では、移動床に敷きつめた後 2 時間以内であれば、含水比は初期条件のまま鉛直方向にも一定と考えられる。

流量を漸次増加させる測定法を用いたため、30 秒間もしくは 60 秒間の平均濃度と平均底面せん断応力との関係を解析した。濃度計の出力の低下は流水中の底泥粒子濃度の増加に対応し、また、飛び出した底泥粒子は移動床部に再び停止・堆積することがないため、濃度計の出力低下量は移動床部での底泥の飛び出し量に直接結びついている。流送実験に関する詳しいことは文献 9)、10) を参照されたい。

3. 実験結果の概要

Fig. 1 の一連の図は、飛び出し量 P_m とせん断応力 τ の関係の一例である。霞ヶ浦泥 1 と印旛沼泥は第一底泥グループに、ベントナイト (Na^+) は第二底泥グループに属する¹⁾ (底泥は、沈降形態、流動曲線および流送形態の特徴から 2 つのグループに明確に分類された^{1), 9)}。初期移動に深く関連すると考えられる流動曲線を例にとれば第一底泥グループでは降伏値 τ_{v1} の存在と曲線の屈曲が特徴であり、第二底泥グループでは τ_{v1} が存在せず曲線が滑らか (ベキ乗則の成立) などが特徴である)。含水比が高いほど、同一の τ に対する P_m の値は大きく、ほとんどの条件で P_m は τ の 4~5 乗に比例している。この関係は、掃流力が小さいときの砂粒の飛び出し率とせん断応力の関係に近い¹¹⁾。図中の*印は、 $\tau > \tau_{c2}$ の結果である (τ_{c2} : 破壊限界。著者らは底泥の流送に関して 2 種類の限界掃流力を定義した。1 つは流送限界 τ_{c1} で底泥粒子の浮上が起こり始める限界時のせん断応力 τ の値であり、現象的には砂粒の移動限界に類似している。他の 1 つは破壊限界 τ_{c2} で底泥床面が破壊し大量の底泥が短時間に流送される限界での τ の値であ

Table 1 Water content condition of clays and muds in hydraulic experiment.

Mud	$d_m (\mu\text{m})$	W (%)
Kaolinite	(65)	
Bentonite	(144)	
Montmorillonite	(21)	
Kasumi Mud 1	(207)	
Kasumi Sediment	(277)	
Inbanuma Mud	(154)	
Teganuma Mud	(266)	
Ushikunuma Mud	(17.3)	
Hinuma Mud	(11.8)

Fig. 1 Experimental results of resuspension mass P_m and shear stress τ .

る^{1),9)}。 $\tau > \tau_{c2}$ の状態では河床付近の流れが河床に沿わなくなる。そのため河床は平坦床の場合より大きな流体力を受けているため、*印のデータの τ の値は参考値である。低含水比では、今回のせん断応力の範囲では破壊が起こらないこともあった。

含水比 $w=300\%$ および 350% のベントナイトでは、 $P_m \propto \tau$ の関係が認められる。この場合の表面付近での含水比は、内側よりかなり高くなっていると推察され、上層の流れと底面の間の不鮮明な境界面から一様に微細粒子が連続的に浮上していた。

(1) 連続体としての評価

底泥を連続体とみて、浮上現象を密度流界面での混合現象ととらえる考え方がある。ただ底泥の場合には相対密度 ρ_t/ρ が 0.1 程度と大きく、相対粘度 η/μ も $50 \sim 1000$ と非常に高いのが通常の密度流界面とは異なる (ρ_t = 底泥を連続体とみなした場合の見掛け密度; ρ = 水の密度; η = 底泥の粘度および μ = 水の粘度である)。また、同一密度でも底泥の種類により η の値が異なり、密度差だけでは現象が規定できない。限界状態を内部波の破碎と対応づけ、限界掃流力をクーリガン数で規定する研究も行われた¹²⁾。Fig. 2 は、 $u_{*c2}/(\varepsilon \nu_1 g)^{1/3}$ で定義したクー

Fig. 2 Relation between Keulegan number $u_{*c2}/(\varepsilon \nu_1 g)^{1/3}$ and relative kinematic viscosity ν_1/ν .

Fig. 3 Relation between E and F_i^2 .

Fig. 4 Relation between E and F_i^2 .

Fig. 5 Relation between E and F_i^2 under almost the same viscosity condition.

リガン数 K_1 と ν_1/ν との関係を示したものである¹³⁾。ここで、 $\varepsilon = (\rho_t - \rho)/\rho$; $u_{*c2} = \sqrt{\tau_{c2}/\rho}$ であり、 g は重力加速度; $\nu_1 (= \eta_1/\rho_t)$, ν はそれぞれ底泥および水の動粘性係数である。Fig. 2 において * 印の付いたデータが、内部波らしきものが観察されたもので、粒径が小さくて分散しやすい底泥において破壊限界値が 0.1 N/m^2 程度の条件で現われた。 $K_1 = \text{const.}$ で底泥の限界掃流力を規定する試みがなされたが¹²⁾、Fig. 2 よりそれは難しいこと、また内部波の現われる条件は K_1 の値によって決まらないことがわかる。

Fig. 1 の飛び出し量の結果を連行係数表示した一例が Fig. 3 である。連行係数 E を $P_m/(u_* \rho_t)$ で定義した。ここで ρ_t は底泥を連続体とみた場合の見掛け密度、 u_* は摩擦速度である。横軸の F_i^2 はせん断応力 τ を代表値にとった内部フルード数の 2 乗値 $\tau/[(\rho_t - \rho)gh_u]$ である。ここで h_u は上層水深で 5 cm である。 E と F_i^2 の関係を $E \propto (F_i^2)^{\alpha_1}$ で表現すれば、 $\alpha_1 = 4$ となり、通常の密度流界面で得られている $\alpha_1 = 3/2$ に比べてかなり大きい。また比例定数も底泥の含水比によって異なっている。

横軸 F_i^2 を $(\tau - \tau_{c1})/[(\rho_t - \rho)gh_u]$ で定義して E と F_i^2 の関係をみたのが Fig. 4 である。 $E \propto (F_i^2)^{\alpha_1}$ で表現すれば、 $\alpha_1 = 1 \sim 2$ となるが、比例定数はやはり含水比によって異なる。Fig. 5 は、各底泥の粘度 η_1 が約 $0.3 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ のものを選んで、 E と F_i^2 の関係をみたものである。粘度が同一でも、比例定数は底泥によって異なっている。多くの実験条件の中で、内部波が観察されたのはベントナイトの 2 つの高含水比の場合だけで、河床の流動が観察されたのはベントナイトのほかには高含水比 ($\eta_1 < 0.08 \text{ Pa}\cdot\text{s}$) の 3 条件のみであった。内部波が現われないことで即座に連続体的な取り扱いが不適当とは言及できないが、少なくとも通常の連行係数表示では底泥の飛び出し量は規定できない。底泥の粘度や降伏値を含んだ

形に改良する必要がある。

(2) 粒状体としての評価

砂粒の場合、流送される量は流砂量として評価されることが多い¹⁴⁾。砂粒では step length が粒径の 100 倍程度と非常に短いため、流砂量は局所洗掘などの場合を除いてその地点のせん断応力と結び付けられる。一方、底泥では step length は非常に長く、現地では平衡状態に達しない可能性が高い。また、湖沼や感潮河川部では、むしろ浮遊時間 (duration time) が必要となり、平衡状態量としての流泥量よりも飛び出し率や浮遊時間の評価が重要となる。

非粘性性の砂粒に対する飛び出し率の推定式としては、中川・辻本の式が知られている¹¹⁾。底泥についても飛び出し率の無次元推定式を求めることが目的である。そのための第一段階として、次元解析の考察によって実験結果の無次元表示を試みた。飛び出し量 P_m の無次元表示は、砂粒と同様に考えれば

$$p_{m*} = \frac{A_2}{A_3} \frac{P_m}{\rho_0 d_0} \quad t_0 = p_m t_0 \quad (1)$$

となる。ここで、 A_2 および A_3 はそれぞれ粒子の面積および体積に関する形状係数、 ρ_0 は飛び出し時の代表的粒子の密度、 d_0 はその粒径である。また t_0 は基準時間、 p_m は単位時間当たりに粒子が飛び出す確率で、次元は $[T^{-1}]$ である。

砂粒の離脱の研究では、基準時間として、Einstein や辻本は「流れによらぬ特性時間」を、Paintel や早川は「流れも含んだ砂粒の追従性を示す特性時間」を考えた¹⁵⁾。底泥に対しては、後者を採用して $t_{02} = (d_0/u_r) \cdot (\eta/\mu)$ とし、次に示す p_{m*2} なる無次元量を定義した。ここで u_r は粒子に作用する流れの代表流速である。

Fig. 6 Approximate dimensionless relation between mud resuspension rate and shear stress.

$$p_{m*2} = p_m t_{02} = \frac{A_2}{A_3} \frac{P_m \eta}{\rho_0 d_0 \tau} \quad (2)$$

式 (2) においては、粒子径 d_0 が微細なため、 τ と u_r の間に $\tau \propto \mu(u_r/d_0)$ が成立するとし (粘性底層を想定)、比例定数は便宜的に 1 とした。実験値 P_m を式 (2) で無次元化した。 ρ_0 , d_0 の値はそれぞれ次式で与えられる⁹⁾。

$$\rho_0 = \frac{\rho_t - \rho}{A_3} + \rho \quad (3)$$

$$d_0 = \left(\frac{100\rho + w\sigma}{100\rho} \right)^{1/3} A_3^{1/3} d_m \quad (4)$$

ここで、 ρ は水の密度; w は含水比; σ は底泥の真密度; d_m は粒度試験で得られた底泥の平均粒径である。せん断応力の無次元表示としては後の 4. (2) で述べる理由に基づいて限界掃流力 τ_c としては破壊限界 τ_{c2} を採用し、 τ/τ_{c2} なる無次元量を考えた。

実験値における p_{m*2} と τ/τ_{c2} との間には、同一底泥においては含水比によらずほぼ一定の関係を得た。

Fig. 6 は第一グループの各底泥に対して得られた p_{m*2} と τ/τ_{c2} の関係を両対数紙上で直線近似したものである。多少のばらつきはあるが、底泥によらず p_{m*2} と τ/τ_{c2} の関係は次式で整理される。

$$p_{m*2} = c_2 \left(\frac{\tau}{\tau_{c2}} \right)^{\alpha_2} \quad (5)$$

ここで c_2 および α_2 は実験定数である。特性時間として t_{02} を用いることにより、底泥の飛び出し率の結果は含水比や底泥の種類に関係なく一義的に整理された。基準時間の考え方やせん断応力の無次元表示については他の方法も検討したが、いずれの場合も Fig. 6 のようには整理できなかった^{10), 16)}。

4. 底泥粒子の初期移動機構

(1) 移動限界

底泥の流送に対する抵抗力としては、重力抵抗と粘着抵抗が考えられる。不飽和状態の土では表面張力の影響がかなり大きい底泥の場合は無視できよう。

粘着抵抗としては、降伏値によるものと粘度によるものを取り上げた。本来これらは連続体的特性量であるが、粘着力を微視レベルで評価できない現状では、これらが粒子間の複雑な結合力を包括的に反映し、粒子間個々の粘着特性をも代表する量であると仮定して、底泥の初期移動現象を説明しようと試みた。降伏値によるものは現象の時間スケールに無関係であり、粘度によるものは応力のかかる速度や変形速度などによって変化する。たとえば、降伏値がなくて非常に高粘度の物質は、応力が大きくても作用時間が短ければ変形せず移動抵抗を発揮するが、応力が小さくても長時間作用すれば変形はゆっく

りではあるが進行する。一方、降伏値はもつが粘度が非常に小さい物質の場合は、作用時間が短くても応力が大きいと破壊し、小さな応力ではそれが長時間作用しても変形しない。粘度による破壊抵抗は延性強度に関係し、降伏値によるそれは脆性強度に関係すると考えられる。

底泥の限界掃流力を評価する場合に粘度に起因する粘着力を含めるか否かの問題がある。応力の作用時間が短ければこの力も初期移動抵抗に寄与するが、流送現象ではせん断応力は常に底泥床面に作用しているので、この粘着力は移動限界時の抵抗力としては寄与できないと考えられる。そのため限界掃流力を評価するにあたっては、粘度起因の粘着抵抗を考慮せず、静的なつり合い状態として現象をとらえる必要がある。この粘着抵抗力は底泥の運動に伴う力であって、むしろ底泥の飛び出し率を評価する際に重要な因子となる。

(2) 限界掃流力に及ぼす重力の影響

4.(1) に述べた主旨に沿って、底泥の離脱に関する限界状態を静的つり合い状態としてとらえる。この状態でのつり合い式は

$$\tau_c = \tau_{cg} + \tau_y \dots\dots\dots (6)$$

となる。ここで τ_c は限界掃流力、 τ_{cg} は重力に起因する摩擦力、 τ_y は移動粒子周辺の降伏値である。 τ_{cg} は

$$\tau_{cg} = k_1 (\rho_b - \rho) g d_0 \dots\dots\dots (7)$$

で与えられる。ここで k_1 は比例定数、 ρ_b 、 d_0 はそれぞれ底泥粒子の代表密度と代表粒径である。 τ_y は

$$\tau_y = k_2 \tau_{y1} \quad (k_2 < 1) \dots\dots\dots (8)$$

と考えられる。 τ_{y1} は底泥の降伏値である¹⁰⁾。底泥の限界掃流力を評価するに際して、重力に起因する抵抗力を考慮する必要があるか否かを検討する。Table 2 は ρ_b および d_0 の代表的な値に対して $(\rho_b - \rho) g d_0$ を求めたものである。①では、 ρ_b および d_0 として物理試験⁹⁾ で求めた底泥の真比重と平均粒径を用いた。②および③では式

(3) および式 (4) で与えられる ρ_b および d_0 を用いた。②は粒子を球状と仮定した場合、③は立方体と仮定した場合である。 ρ_b および d_0 とも含水比によって多少変化するが、ここでは平均的な値を用いた。Table 2 によれば含水比が高くて降伏値 τ_{y1} が 0.1 N/m^2 程度の場合、 τ_{cg} は k_1 の値によっては無視できないと考えられる。非粘着性粒子の場合、岩垣公式¹⁴⁾によれば、砂粒レイノルズ数 $Re_* (= u_{*c} d_m / \nu)$ が 0.79 以下では $k_1 = 0.14$ であり、Mantz の研究¹⁷⁾では、 $0.03 < Re_* < 1$ において $0.28 > k_1 > 0.1$ である。底泥粒子の場合、 k_1 がどの程度の値となるかは難しい問題である。微視的には、静止摩擦係数を生み出す機構と粘着抵抗を生み出す機構は別のもではなく、何らかのかかわりをもっており区別するのは困難である。しかし上記の k_1 の値は砂粒子が互いに直接接触している場合の値であり、少なくとも Table 2 の①の条件には適用できないと考えられる。高含水比の場合、①の条件では底泥粒子は水中に分散して直接接触していない。このとき①の条件は、逆に $\tau_{cg} = 0$ のモデルとなる (Fig. 7 (a) 参照)。②、③の条件は、モデル化の際に Fig. 7 (b) のように粒子の接触を考えているので、 k_1 の値としては 0.2 程度の値を考えてもよい。その場合、 τ_{cg} は $0.01 \sim 0.015 \text{ N/m}^2$ となり、 τ_{y1} に比して約 10 分の 1 となる。よって通常の堆積状態では、 τ_{cg} は τ_{y1} に比べて無視できる値と考えられる。 τ_{cg} が無視できるとなると、限界状態でのつり合い式は、

$$\tau_c = \tau_y = k_2 \tau_{y1} \dots\dots\dots (9)$$

となる。降伏値 τ_y は、底泥が流体として移動し始める限界値であるので、式 (9) の τ_c は破壊限界 τ_{c2} に対応するものと考えられる。前報¹⁾における破壊限界に対する実験結果も式 (9) の成立を裏付けている。 k_2 が 1 以下になる理由については前報¹⁾で考察した。

(3) 底泥の離脱様式

底泥の限界掃流力を理論的に評価するに先立って、底泥での主要な離脱様式は何かを検討する。底泥の浮上・流送現象を粒状体的にみると、離脱の形態としては転動、揚力による浮上、および滑動が考えられる。転動や揚力による浮上離脱では底泥粒子は隣接する粒子から引き剥がされ、滑動離脱では底泥粒子はずり剥がされる。そのため引き剥がしに要する力とずり剥がしに要する力を評価して、その大小により主要な離脱様式を判定した。

粒子径 d_0 の粒子が隣接しその間隙を粘度 η の物質が埋めており、その結合部分は直径 d_* 、厚さ h_* の円盤と考える。結合部分の中心を原点とし、水平方向に r 、 θ 軸を、鉛直方向に z 軸を定義する。水平方向の粘着物質の挙動は等方的とし、簡単のため移動開始直後の状態を考え、水中重量は無視する。

Fig. 8 (a) は引き剥がし過程の説明図である。最初、

Fig. 7 Explanation sketch of density and diameter for resuspension sediment.

Table 2 Values of representative density ρ_b and diameter d_0 , and values of $(\rho_b - \rho) g d_0$.

	ρ_b (t/m^3)	d_0 (μm)	A_3	$(\rho_b - \rho) g d_0$ (N/m^2)
①	$\sigma = 2.3$	$d_m = 20$	—	0.255
②	1.2	38	$\pi/6$	0.074
③	1.1	47	1	0.046

Fig. 8 Schematic figures of sediment's detachment styles.

2 個の粒子間の粘着物質は接触面積 $(4/\pi)d_*^2$ 、厚さ h_* で存在しており、鉛直方向の力 F により粒子間距離が無限大となったとき引き剥がしが完了したと考える。 $r = \pm R$, $z = h_f$ の断面から単位時間に通過する粘着物質の量は、粘着物質の移動に伴う結合部分の単位時間当たりの変形量に等しいという関係と、引き剥がし過程では粘着物質の体積 V_* が一定であるということを考慮して解析を進めると、引き剥がしに要する力積は次式で与えられる¹⁸⁾。

$$F t_a = -\frac{3}{8\pi} \frac{V_*^2}{h_*^4} \eta = -\frac{3\pi}{128} \frac{d_*^4}{h_*^4} \eta \dots\dots\dots (10)$$

ここで t_a は離脱時間である。 Fig. 8 (b) は、ずり剥がし過程の説明図である。ずりが水平方向のみに起こり、せん断応力はずり剥がし過程で一定と仮定する。結合部の接触面積がゼロになったときずり剥がしが終了したと考えると、ずり剥がしに必要な力積は次式で与えられる¹⁸⁾。

$$\overline{F} t_a = \int_0^{t_a} F' dt = \frac{1}{3} \frac{d_*^2}{h_*} \eta \dots\dots\dots (11)$$

ここで F' は粒子に作用するずり剥がし力； $\overline{F}$ は F' の t_a 時間の平均値である。

式 (10)、式 (11) はいずれも限界時の静的つり合い状態を示したのではなく、動き始めてから離脱するまでに必要な力積を示したものであるが、両式ともその力積が離脱に要する時間に無関係となった。さてここでは、 t_a 時間で粒子が離脱するのに必要な力の大きさによって、引き剥がしとずり剥がしによる離脱とで、どちらが起こりやすいかを判定する。 F と $\overline{F}$ の大きさの比を F_* とすると、 F_* は次式となる。

$$F_* = \frac{|F|}{|\overline{F}|} = \frac{9\pi}{128} \frac{1}{a_*} \dots\dots\dots (12)$$

ここで $a_* = h_*/d_*$ である。 Fig. 9 は F_* と a_* の関係

Fig. 9 Dependence of F_* on a_*

Fig. 10 Definition sketch.

を示したものである。 $a_* \leq (9\pi/128)$ で $F_* \geq 1$ なる関係があり、 F_* は a_* に反比例して大きくなる。いま、粒子の充填型式として、 a_* が最大となる球粒子の単純立方充填を考える (Fig. 10 参照)。粒子の直径を d_0 とすると上下の粒子間の間隙体積 V_* は $(6-\pi) d_0^3/6$ となる。一方、上下の粒子が相対している面積 S_* は $(\pi/2) d_0^2$ である。換算結合部厚さ h_* を V_*/S_* で、換算結合部の直径 d_* を $(4/\pi) S_*^{1/2}$ で定義すれば、 $h_* = (6-\pi) d_0/3\pi$, $d_* = \sqrt{2} d_0$ となる。これらの h_* , d_* の値を式 (12) に代入すれば、

$$F_* = \frac{9\pi}{128} \cdot \frac{3\sqrt{2}\pi}{6-\pi} \doteq 1.03 \dots\dots\dots (13)$$

となり、 Fig. 9 では A 点で示される。式 (13) より、 a_* が最大と考えられる充填方式においても、ずり剥がしによる離脱のほうがやや力が少なくてすむことがわかる。一般に、粘着力が支配力となっている状態では、 $d_* \gg h_*$ が成立しており底泥の場合も例外でない。以上の考察により、底泥の離脱様式は力の少なくてすむ滑動離脱 (ずり剥がれ) が主要となり、転動や揚力による浮上離脱 (引き剥がれ) は補足的なものであると判断した。観察結果でもこのことは確認された。河床から離脱した後は、粒子は滑動、跳躍・浮遊など種々の形態で流下するのが観察された。

5. 飛び出し率に関する理論的考察

(1) 底泥粒子の運動方程式

Fig. 6 より粘度 η が飛び出し率 p_m を支配する重要な因子であることがわかる。粘度は物質が流動したときに関与する物性であることを考えると、Fig. 6 の結果は底泥の飛び出し率を評価するにあたって、底泥粒子が静的な力の均衡が破れたとき瞬間的に動くという解析では不適当であり、粒子の離脱が時間のかかる現象とみて運動方程式に基づく評価が必要なることを示唆する。中川・辻本は、砂粒子に対する飛び出し率の推定式を、粒子の回転に関する運動方程式に基づいて求めている¹¹⁾。砂粒の初期移動機構を転動離脱としてとらえ、回転に関する運動方程式から砂粒が転動離脱に要する時間 t_a を評価した。さらに、砂粒を移動させ得る流体力の持続時間 $p_0 t_0$ を考え、その時間内に離脱する個数を $p_0 t_0 / t_a$ で定義し、飛び出し率 p_m を推定した。ここで p_0 はせん断応力に変動を考え $\tau > \tau_c$ なる確率であり、 t_0 は対象とする砂の初期移動を考える際の変動をとらえる時間単位である。

底泥に対しても、底泥を何らかの形状・大きさをもった粒子の集合体としてとらえるならば、砂粒と同様の考え方が適用できる。相違点は、①底泥では抵抗力が重力でなく粘着力であること、②高粘性のため慣性が無視でき移動直後に平衡速度に達すると考えられること、③4.(3) で示した理由により初期移動形態が転動離脱ではなく滑動離脱であることである。

さて、Fig. 11 に示される状態の粒子 A が流れから力を受け、河床面に沿って滑動で離脱するものとする。粒子 A には、抗力 D と粘性抵抗力 R_v が作用すると考え、揚力と水中重量による抵抗力は無視する。粒子 A の流れ方向の運動方程式は次式で与えられるとする。

$$A_3(1+C_M)(\rho_0-\rho)d_0^3\frac{dv}{dt}-k_3A_1\mu(u_a-u_c)d_0+k_4A_1\eta vd_0=0\cdots\cdots(14)$$

ここで、 A_3 は体積に関する形状係数； A_1 は抗力および粘性抵抗力に関する形状係数； C_M は付加質量係数； d_0 、 ρ_0 は離脱時の底泥の代表粒径および密度； k_3 および k_4 は比例定数； v は粒子速度； u_a は粒子近傍の流れの速度； u_c は限界流速； η 、 μ はそれぞれ底泥および水の粘度である。左辺第 1 項は慣性項、第 2 項は抗力項、第 3 項は粘性抵抗力項である。式 (14) を整理すると、

Fig. 11 Definition sketch.

$$\frac{dv}{dt}+k_4A_0\eta v=k_3A_0\mu(u_a-u_c)\cdots\cdots(15)$$

$$A_0=\frac{A_1}{A_3}\left\{(1+C_M)(\rho_0-\rho)d_0^3\right\}^{-1}\cdots\cdots(16)$$

となる。これを解くと、

$$\frac{v}{v_0}=1-\exp(-k_4A_0\eta t)\cdots\cdots(17)$$

が得られる。ここで v_0 は

$$v_0=\frac{k_3}{k_4}\frac{\mu}{\eta}(u_a-u_c)\cdots\cdots(18)$$

で与えられる平衡速度である。 k_3 および k_4 の正確な値は不明であるが、流体力と粘性抵抗力が粒子の上下半分ずつに作用すると仮定して、 $k_3=k_4=1/2$ とする。

(2) 底泥粒子の移動速度

初期移動のモデル化において、粒子の移動速度が平衡速度 v_0 で近似できるか否かを検討する。粒子が粒径分移動するのに要する時間 T_d に比べて、 $v/v_0=0.9$ になる時間 t_p が十分小さければ、 $v=v_0=\text{const.}$ とみなしてよいであろう。式 (17) より、 v/v_0 は A_0 および η の値によって変化し、両数値が小さいほど $v/v_0=0.9$ となる時刻 t_p は大きくなる。そこで η の値は、流送実験における η の下限値に近い $0.1\text{ Pa}\cdot\text{s}$ とした。 A_0 の値は底泥粒子を球形と仮定し、 ρ_0 および d_0 として Table 2 と対応させて 2 つの条件について式 (16) より求めた。Table 3 に 2 つの組合せに対する A_0 、 t_p 、 T_d の値および T_d/t_p の値を示した⁹⁾。2 つの条件とも $T_d/t_p \gg 1$ となり、底泥粒子の初期移動のモデル化に際しては、粒子は移動開始直後から平衡速度 v_0 で移動すると考えてよいことが明らかとなった。

(3) 無次元飛び出し率の定式化

底泥は式 (18) で表わされる平衡速度で河床から離脱するが、流体力は乱れによって変動している。底泥は高周波の変動に対しては応答せず、ある程度持続した力にのみ応答する。初期移動に関与する流体力変動を砂粒の場合と同様に取り扱う。 t_a を底泥粒子が離脱するのに要する時間とすると、 $p_0 t_0 / t_a$ は $p_0 t_0$ 時間（粒子を離脱させ得る流体力の持続時間）内に飛び出す底泥粒子の個数となるので、単位時間当たりの離脱粒子個数を全体の時間にわたって考えると、飛び出し率 p_m は次式で定義される。

$$p_m=\frac{p_0 t_0}{t_a}\frac{1}{t_0}=\frac{p_0}{t_a}\cdots\cdots(19)$$

Table 3 Values of t_p , T_d and T_d/t_p .

	ρ_0 (g/cm ³)	d_0 (μm)	$A_0 \times 10^3$ (cm/g)	$t_p \times 10^{-3}$ (s)	$T_d \times 10^{-3}$ (s)	T_d/t_p
(a)	1.2	38	4115	0.001	6.33	6330
(b)	2.3	20	2308	0.002	2.34	1670

p_m の次元は $[T^{-1}]$ で、 p_0 は無次元量である。 p_0 と t_d を評価できれば、 p_m が推定できる。底面せん断応力の分布を中川・辻本と同様に正規分布と仮定し、その確率密度関数を $f(\tau)$ とすれば p_0 は次式で与えられる。

$$p_0 = \left[\int_{\tau_c}^{\infty} f(\tau) d\tau \right] / \left[\int_0^{\infty} f(\tau) d\tau \right] \quad (20)$$

次に底泥の離脱時間 t_d について考える。底泥の移動に伴う粒子の接触面積の減少は無視し、離脱する間の底泥粒子の粘度や移動速度の変化も考えない。底泥の離脱を底泥が $a_1 d_0$ だけ移動した状態と定義すると、 t_d は次式で与えられる。

$$t_d = \frac{a_1 d_0}{v_0} = \frac{a_1 \eta}{(u_d - u_c) \mu} \quad (21)$$

ここで a_1 は定数である。底泥表面は水理学的滑面⁹⁾、粘性底層内で次の関係が成立しているとする。

$$u_d = \frac{\rho u_*^2}{\mu} a_2 d_0 = a_2 d_0 \frac{\tau}{\mu} \quad (22)$$

$$u_c = \frac{\rho u_{*c}^2}{\mu} a_2 d_0 = a_2 d_0 \frac{\tau_c}{\mu} \quad (23)$$

ここで、 a_2 は定数で $a_2 d_0$ は局所流速 u_d の作用高さを示す。式 (22)、式 (23) を式 (21) に代入し、さらに底面せん断応力の変動を考慮すると t_d は次式のように変形される。

$$t_d = \frac{a_1}{a_2} \eta \frac{1}{E[\tau | \tau > \tau_c] - \tau_c} \quad (24)$$

$E[\tau | \tau > \tau_c]$ は持続時間 $p_0 t_d$ の間に作用する条件付平均底面せん断応力である。なお式 (24) は底泥表面を粗面と考えても導かれる。その場合には、式 (14) の左辺第 2 項の抗力を $(u_*^2 - u_c^2)$ に比例するとし、 u/u_* の関係式としては粗面对数則を適用する。

底面せん断応力の分布特性を考慮して解析を進める

と、 t_d は結局次式で与えられる^{9), 11)}。

$$t_d = \frac{a_1}{a_2} \frac{\eta}{\tau} \left\{ 1 + \delta_0 \frac{\Phi(y_c)}{p_0} - \frac{\tau_c}{\tau} \right\}^{-1} \quad (25)$$

ここで $\bar{\tau}$ はせん断応力 τ の平均値； σ_1 はその標準偏差； δ_0 は変動係数； $\Phi(y)$ は誤差関数； $y_c = (\tau_c - \bar{\tau})/\sigma_1$ である。よって、無次元飛び出し率 p_{m*} は式 (20) と式 (25) より次式で与えられる。

$$p_{m*} = \frac{\eta}{\tau} p_m = \frac{a_2}{a_1} \left\{ 1 + \delta_0 \frac{\Phi(y_c)}{p_0} - \frac{\tau_c}{\tau} \right\} p_0 \quad (26)$$

式 (26) では改めて $\tau = \bar{\tau}$ と置いた。Fig. 12 における破線は、式 (26) より求めた p_{m*} と τ/τ_c との関係である。その際、底泥粒子が粒径分移動したときを離脱と考えて $a_1 = 1$ とし、 a_2 には 0.75 を、また δ_0 には砂粒と同様に 0.5 を用いた^{11), 19)}。水理学的滑面での底面せん断応力や圧力変動の結果からすると、今回の底面せん断応力に関する仮定でも問題はないと考えられる^{20)~23)}。

理論曲線は $\tau/\tau_c < 1$ では急勾配で、 τ が増加するとともに勾配は急激に減少してゆく。 $\tau/\tau_c \gg 1$ では式 (26) で $\{1 + \delta_0(\Phi/p_0) - (\tau_c/\tau)\} p_0 \rightarrow 1$ となり $p_{m*} \rightarrow (a_2/a_1) = 0.75$ となる。このモデルでは、河床が破壊しなければ(実際には破壊してしまうが)、 $\tau/\tau_c \gg 1$ の場合でも $\tau/\tau_c < 1$ の場合と同じ現象が起こることを想定している。

(4) 無次元飛び出し率の推定式と実験結果との比較

式 (26) の誘導の過程では限界掃流力 τ_c の値について言及しなかった。現象的には τ_c は流送限界 τ_{c1} に対応するように思われるが、4.(2) に展開した議論からすれば τ_c としては τ_{c2} を用いるのが妥当と思われる。せん断応力の変動を考慮したことにより、平均底面せん断応力が限界掃流力以下でも、底泥粒子の飛び出しは定義可能となった。Fig. 12 は霞ヶ浦泥 1 と霞ヶ浦沈降物における p_{m*} と τ/τ_{c2} の関係で、理論曲線と実験値 ($\eta = \eta_1$ として整理) との整合性がよい。他の底泥についても同様な結果が得られた⁹⁾。 $\tau_c = \tau_{c2}$ とした p_{m*} の理論曲線は物理的に意味あいまいなパラメーターを導入することなく、底泥の飛び出し率の推定曲線として利用できると考えられる。また Fig. 12 の結果は Fig. 6 の実験的事実の合理的説明にもなっている。

底泥の無次元飛び出し率の推定式の特徴は、砂粒の場合には p_{s*} が $\tau/\tau_c > 1$ ($\tau_c/\text{sgd} = 0.035$ と考える。ここで $s = \rho_s - \rho$ ； ρ_s は砂の密度； d は砂粒径である。) の範囲で定義されるのに対して、底泥の場合には p_{m*} は $\tau/\tau_c < 1$ の範囲で定義されることである。すなわち、底泥が全体としては流動化しておらず、底泥粒子に破壊限界を越える流体力が離脱時間より長く作用したとき、その粒子が飛び出すという状況を

Fig. 12 Relation between p_{m*} and τ/τ_{c2} (Experimental results and theoretical curve).

想定している。常に $\tau > \tau_{c2}$ の状態では、底泥は表層のみならず下層も流動することになり、河床が破壊される。そうなると流れも河床に平行に作用しなくなり局所的な付加せん断応力が大きくなって、ここで展開した移動機構とは全く異なったものになる。このような状態には式 (26) を適用することはできない。

このモデルは、降伏値をもつ第一グループの底泥のみに適用できるものであり、降伏値のない第二グループの底泥には適用できない。さらに含水比が低すぎても適用できない。低含水比の (降伏値 τ_{y1} が大きい) 場合には、底泥層内部は全く流動しないのにもかかわらず、底泥表層から微細粒子がわずかに巻き上がる現象が観察された。これは、界面付近のごく薄い層で含水比が高く (降伏値が小さく) なっているため、薄層内の底泥粒子が飛び出したものと考えられる。この現象は $\tau_{y1} > 2 \text{ N/m}^2$ の実験で観察された。この場合には底泥表層部に内部と異なった含水比を考慮した解析が必要となる。以上より式 (26) が適用できるのは、第一グループに属する底泥で、 τ_{y1} が $0.1 \sim 2 \text{ N/m}^2$ となる含水比の場合に限定される。しかし、湖沼や感湖河川部等に堆積している底泥のほとんどが第一グループに属し、さらに現地における底泥の表層部は上記の含水比条件を満足していると考えられることから²⁴⁾、式 (26) の適用範囲はかなり広いと考えられる。

(5) 無次元飛び出し率による流送限界の再評価

流送限界 τ_{c1} は力学的つり合い条件で決められる静的なものではなく、底泥の飛び出し量が無視できるせん断応力の上限値で定義される現象論的なものであると考えられる。前報では、 $P_m = 3 \times 10^{-5} \text{ kg/m}^2\text{s}$ を流送限界の判定基準とした。この場合流送限界 τ_{c1} と降伏値 τ_{y1} には $\tau_{c1} = 0.35 \tau_{y1}^{0.59}$ の実験的關係が得られたが、両者の次元は合わなかった¹⁾。ここでは $p_{m*} = \text{const.}$ ($= 3 \times 10^{-3}$) で流送限界を評価する方法を提唱する。式 (26) を用いてこの p_{m*} に対する τ/τ_{c2} の値を求めると 0.5 となり、流送限界 τ_{c1} と破壊限界 τ_{c2} には $\tau_{c1}/\tau_{c2} = 0.5$ の関係が成立することになる。さらに式 (9) より $\tau_{c1} = 0.5 k_2 \tau_{y1}$ となり、降伏値 τ_{y1} とも結び付くのですっきりとした定義となる。

6. 結 論

本論文では、飛び出し率を中心に底泥の初期移動機構を実験的・理論的に論じた。得られた成果を要約すると以下のようである。

(1) 飛び出し量の連続体的な取り扱いと粒状体の取り扱いの良否を検討した。その結果、底泥の飛び出し量に関しては、後者の取り扱いが適当であることを示し、式 (5) で示される無次元実験式を得た。

(2) 底泥の流送に対する抵抗力としては粘着力が支配的で重力抵抗が無視できること、また移動に関する限界状態を考えるにあたっては降伏値のみが抵抗力として問題となるが、浮上量を評価する際には降伏値のほかに粘度に起因する抵抗力も重要になることを明らかにした。

(3) 底泥粒子の主要な離脱様式を離脱に要する運動量の大きさから検討し、それが滑動離脱であることを明らかにした。

(4) 底泥粒子の離脱過程において粘度に比例する粘性抵抗が作用するとして、粒子の滑動に関する運動方程式を導いた。そして、底泥の粘度が高いため移動粒子はただちに平衡速度に達すると考えて、底泥粒子の離脱に要する時間を評価した。さらに、流体力の変動を正規分布と仮定し、初期移動に支配的な乱れの周期に基づく流体力の作用持続時間を考えて、無次元飛び出し率の推定式を導いた。

(5) 推定式は定数値の決定などに検討の余地が残されてはいるが、底泥の種類や含水比の影響を包括し、実験結果とも良好に一致した。このモデルで第一底泥グループに属する底泥の初期移動現象を十分記述し得るものと考えられる。飛び出し時の底泥粒子の代表的密度 ρ_0 および代表的粒径 d_0 の決定も今後に残された課題である。これらの量は粒子の水中での挙動を考察する場合にも重要となる。霞ヶ浦沈降物の離脱・浮上後の粒子の平均粒径 d'_m が粒度試験で求めた平均粒径 d_m の 1~2 倍程度であったこと⁹⁾、Matsuo & Kamon の研究²⁵⁾でも自然堆積状態のヘドロのベッドの単位が $10 \sim 20 \mu\text{m}$ であり、定方向径の比が 1 前後という結果を得ていることから、式 (3) および式 (4) による ρ_0 、 d_0 の評価はあながち不適當ではないと思われる。

(6) 推定式をもとに新しい流送限界の定義を提案した。それは、無次元飛び出し率の一定値 (著者は $p_{m*} = 3 \times 10^{-3}$ を提案する) を限界の判定基準とするものであり、この方法によれば、流送限界も値こそ異なるが、降伏値 τ_{y1} に比例することになり、理論的にも明解で客観性もあると考えられる。

参 考 文 献

- 1) 大坪国順・村岡浩爾：底泥の物性及び限界掃流力に関する実験的研究，土木学会論文報告集，第 363 号，pp. 225~234，1985.
- 2) 村岡浩爾：流れによる底泥浮上と水質との関連，第 18 回土木学会水理講演会論文集，pp. 181~186，1974.
- 3) Partheniades, E. : Erosion and deposition of cohesive soils, Proc. A.S.C.E., 91, HY 1, pp. 105~139, 1965.
- 4) 楠田哲也・海田輝之・栗谷陽一・石原達弘：底泥の巻き上げと沈降に関する基礎的研究 (II)，第 18 回土木学会

衛生工学研究討論会論文集, pp.152~158, 1982.

- 5) 澤井健二：粘着性流路床の変動機構に関する土砂・水理学的研究, 京都大学学位論文, 1977.
- 6) Einstein, H. A. : Formula for the transportation of bed load, Trans. A. S. C. E., Paper No. 2140, pp. 561~597, 1942.
- 7) 細井由彦：底泥浮上モデルに関する一考察, 土木学会第36回年次学術講演会講演概要集第Ⅱ部, pp. 1~2, 1981.
- 8) Einstein, H. A. and Li, H. : The viscous sublayer along a smooth boundary, Proc. A. S. C. E., EM-2, pp. 1~27, 1956.
- 9) 大坪国順：底泥の物性及び流送特性に関する実験的研究, 国立公害研究所研究報告, 第42号, 1983.
- 10) 大坪国順・村岡浩爾：底泥の飛び出し量に関する研究, 第26回土木学会水理講演会論文集, pp. 141~146, 1982.
- 11) 中川博次・辻本哲郎：水流による砂礫の移動機構に関する基礎的研究, 土木学会論文報告集, 第244号, pp. 71~80, 1975.
- 12) 細井由彦・住友 恒・岩井重久：底泥の捲きあげに関する実験的研究(Ⅱ), 第15回土木学会衛生工学研究討論会論文集, pp. 28~33, 1979.
- 13) 大坪国順・村岡浩爾：底泥の物性と限界掃流力の関連について, 第25回水理講演会論文集, pp. 73~78, 1981.
- 14) たとえば, 土木学会編：水理公式集, 土木学会, 1985.
- 15) 辻本哲郎：掃流過程の確率モデルとその移動床問題への応用, 京都大学学位論文, 1978.
- 16) 大坪国順・村岡浩爾：底泥の飛び出し率の推定, 第28回土木学会水理講演会論文集, pp. 671~677, 1984.
- 17) Mants, P. A. : Incipient transport of fine grains and flakes by fluids—Extended Shields Diagram—, Proc. A. S. C. E., 113, HY 6, pp. 601~615, 1977.
- 18) Otsubo, K. and Muraoka, K. : Resuspension rate function rate for cohesive sediments, Jour. of Hydrosience and Hydraulic Eng., J. S. C. E., Vol. 3, No. 2, pp. 1~13, 1985.
- 19) Einstein, H. A. and El-Sami, E. A. : Hydrodynamic forces on a rough wall, Review of Modern Physics, 21, pp. 520~524, 1949.
- 20) Willmarth, W. W. and Wooldridge, C. E. : Measurements of the fluctuating pressure at the wall beneath a thick turbulent boundary layer, J. Fluid Mech., Vol. 14, pp. 187~210, 1962.
- 21) Corcos, G. M. : The structure of turbulent pressure field in boundary layer flows, J. Fluid Mech., Vol. 18, pp. 353~378, 1964.
- 22) Grass, G. M. : Structural features of turbulent flow over smooth and rough boundaries, J. Fluid Mech., Vol. 50, pp. 233~260, 1971.
- 23) Blinco, P. H. and Simons, D. B. : Characteristics of turbulent boundary shear stress, Proc. A. S. C. E., April, EM 2, pp. 203~220, 1974.
- 24) 大坪国順・村岡浩爾：霞ヶ浦底泥の物性および堆積特性に関する調査と検討, 第21回衛生工学研究論文集, pp. 201~210, 1985.
- 25) Matsuo, S. and Kamon, M. : Microscopic study on deformation and strength characteristics of clay soil, Proc. 9th. Int. Conf. SM. & F. E., 1, pp. 201~204, 1977.

(1985. 6. 27・受付)