せん断モデルを用いた離散剛要素法の方法定数の検討

STUDY ON MATERIAL CONSTANTS OF DISTINCT ELEMENT METHOD
USING SHEAR MODELS

木山英郎*・藤村 尚**・西村 強***

By Hideo KIYAMA, Hisashi FUJIMURA and Tsuyoshi NISHIMURA

The distinct element method (DEM) have the potential applicability for analysis of fissured rock structures and granular materials. Before its practical application, a suitable procedure for determining material constants of elements should be developed. In the case of rock structures, the size of element is large enough to be made a specimen, and two procedures of determination of material constants K , η have been proposed by the authors. In the case of granular materials, however, the size of elements is too small to be tested individually. Mechanical properties of soil are used to be described in terms of the shear strength constants c , ϕ . It will be expected useful that the K , η can be determined with respect to the c , ϕ . In this paper, models of simple and direct shear test are analyzed by DEM, and the relationships among the K , η , the particle arrangement and the c , ϕ are discussed.

Keywords: DEM, granular material, material constants, shear model

1. 緒 言

離散剛要素法(以下、DEMと略記する)は亀裂性岩盤の解析法として Cundall (1971)¹⁾によって提案された。DEMは、不連続な要素の集合体に対し、個々の要素が運動方程式を満足し、要素間の力の伝達が作用・反作用の法則に従うことを条件として、集合体の動力学的挙動を数値解析するものである。DEMが亀裂性岩盤のみならず土構造物や一般粒状体の実用的な数値解析法として認められるためには解析に必要な材料定数をいかに合理的に決定するかを明らかにしなければならない。

DEM解析における材料定数としては要素と要素の法線方向の接触力～変位関係を表わすフォークトモデルのばね定数 K_n と粘性定数 η_n 、同様に接線方向の定数 K_s と η_s 、および粒子間(要素間)摩擦角 ϕ_μ が重要である(詳細は参考文献2を参照されたい)。

これら材料定数 K , η の決定法として弾性接触理論に基づく方法²⁾および落下反発試験による方法³⁾を提案している。粒子径が十分大きく、個々の粒子を供試体とし

て実験できる場合には、この方法により、合理的に材料定数 K , η が求められる。しかしながら、土や粉体のように小さな粒子の集合体の場合には、個々の粒子について材料定数 K , η を決定することは困難であり、むしろ単純な集合体特性から要素特性としての材料定数 K , η を決定できれば実用的と思われる。土や粒状体の力学特性が、通常、せん断強度定数 c , ϕ で表現されることから、材料定数 K , η の決定法の検討あるいは解析結果と実挙動の対応性の検討⁴⁾を行うとき、まず、第一に集合体特性としての c , ϕ と K , η の関係を明らかにしておくことが有用である。とはいえ、土の変形・強度特性が間隙比で代表される骨格構造に強く依存する性質を考えると、DEMにおいても c , ϕ は単に材料定数 K , η にのみ依存するものでなく、粒子配列等に関連した定数とならざるを得ないものと思われる。

以上の観点から、本報においては砂のような粒状体を対象に、単純せん断試験と一面せん断試験をモデル化し、DEM解析によって得られた c , ϕ と材料定数および粒子配列とのかかわり合いについて考察する。

2. せん断モデルの概要

せん断試験法として、単純せん断試験と一面せん断試験を考え、ひずみ速度一定の条件下で以下のような DEM

* 正会員 工博 鳥取大学教授 工学部海洋土木工学科
(〒680 鳥取市湖山町南4-101)

** 正会員 工博 鳥取大学助教授 工学部海洋土木工学科
(同上)

*** 正会員 工修 鳥取大学助手 工学部土木工学科(同上)

モデルを設定した。

せん断容器として、Fig. 1 にみられるように底辺 40 cm、高さ 20 cm を有する単位厚さの二次元モデルを考える。単純せん断の場合、壁 AD、BC が平行を保ちつつ、それぞれ点 A、B を中心として 0.05 (rad/s) なる速度で回転して変形を与える。また、一面せん断試験の場合、辺 EF をせん断面として上部が右方へ 1.0 (cm/s) なる速度で移動して変形を与える。これらの速度は、砂質試料に対する通常の急速せん断速度よりかなり速い（約 10 倍）が、それによる解の安定性は時間増分 Δt に依存する。本例で用いた供試体の寸法は標準寸法の約 10 倍と大きく、時間増分 $\Delta t = 10^{-4}$ s 以下で解析結果にほとんど差のないことから、上述のようなせん断速度を採用した。

圧密、せん断を通じて載荷板 CD は圧縮荷重に相当する自重をもった剛板要素として導入し、上下方向にのみ自由に運動でき、水平方向は上記のせん断速度に強制され、回転は 0 に拘束した。

この容器に、半径 1 cm の円形要素を左右対称に配置し、最下段に n 個、その上に $(n-1)$ 個の順に規則正しく配列（以下、 $(n-1)/n$ 配列とよぶ）する。こうしてできる一要素 4 接点の規則配列のうち、代表として、17/18、15/16、13/14、11/12 配列の 4 配列を中心に解析した。

要素の諸元と、これより、求められる材料定数 K 、 $\eta^{(2),3)}$ を Table 1 にまとめて示している。せん断箱の底壁と載荷板ならびに側壁と要素との接触に関する定数のうち、壁面摩擦角 ϕ_w 値は底壁と載荷板ではせん断荷重の伝達を考慮して十分に大きくとり、側壁部では供試体の体積変化を妨げないようできるだけ小さくとり、それぞれ $\tan \phi_w = 1.0$ と 0.087 とした。

せん断過程における鉛直応力 σ_x とせん断応力 τ_{xy} は、供試体内の水平せん断面上の平均的な値として次のように定めた。全要素間の接触力ベクトルの中、上方から下方へ、あるいは下方から上方へのいずれか片方について、鉛直成分の総和および水平成分の総和を求め、それぞれを $(\text{層数}-1) \times 40$ (cm) で除した値とする。

3. 解析結果の考察

Fig. 2～4 に単純せん断試験の、また、Fig. 5 に一面せん断試験の DEM 解析の結果の一例を示している。図中の線分は接触点における法線方向および接線方向の弾性ばねによる接触力の合力をベクトル表示したものであり、接点を挟んで作用力と反作用力のベクトルを表わし、両者は大きさ等しく方

Fig. 1 Models of shear test for DEM analysis.

向が逆で一本の線分となる。この全線分長が図中の要素直径長さに等しいとき接触力の大きさは約 75 個の要素重量に相当する。

(1) 静止状態ならびに圧縮特性

Fig. 2～5 において、(a) 図は静止状態を表わすものである。この解析は、要素間ならびに要素-側壁間にごくわずかな間隙を残した非接触の浮遊状態から計算を開始し、 $\Delta t = 10^{-4}$ (s) 間隔で図中に示すそれぞれの時刻 t_0 まで繰り返すことによって静止状態²⁾に至らしめたものである。静止状態に引続き、圧縮（圧密）過程、せん断過程と解析を進める。

圧縮は、供試体の上面に一定の圧縮荷重に相当する自重をもたせた剛板要素（載荷板 CD）を付加することによって行う。同 (b) 図はそれぞれの配列における圧縮終了時の状態を表わしている。解析では剛板要素を上部の粒子に接した状態から計算を開始し、図中に示すそれぞれの時刻 t_0 まで繰返し計算することによって剛板要素を静止状態に至らしめた。この図では、供試体重量の約 9 倍に相当する単位奥行き当たり 16 kgf ($\sigma_x = 0.4$ kgf/cm²) の自重を剛板要素に与えている。これらの図に示す配列のうち、11/12 配列は最も偏平な配列であり、配列個数 n を増やした 17/18 配列は高積み配列となる。なお、接触力の縮尺は圧縮状態 ($\sigma_x = 0.4$ kgf/cm²) を基準として表わしているため、静止状態（同図-a）における接触力が小さくてほとんど図には表われていない。静止状態（図 (a)）における粒子間の力の伝達性状は圧縮終了時（図 (b)）とほとんど同じで、11/12 配列では水平方向に近く、配列個数 n が多くなると鉛直成分を増す。それとともに、せん断容器側壁に作用する垂直力は 11/12 配列で大きく、 n の増加とともに減少する傾向が認められる。ただ、作用力の大きさそのものは圧縮圧力により著しく増大することは図にみられるとおりであ

Table 1 Dimensions of a particle and material constants used in DEM analysis.

particle	particle to particle	particle to wall
radius r : 1.0 cm	$K_n/\rho g$ (cm)	7.28×10^4
density ρ : 2.65 g/cm ³	$\eta_n/\rho g$ (cm/s)	3.06×10
Young's modulus	$K_s/\rho g$ (cm)	1.83×10^4
E: 750 kgf/cm ²	$\eta_s/\rho g$ (cm/s)	1.53×10
Poisson's ratio ν : 0.3	dt (sec)	1.0×10^{-4}

Fig. 2 Results of DEM analysis for simple shear test
(11/12 arrangement, $\sigma_x = 0.4 \text{ kgf/cm}^2$).

Fig. 3 Results of DEM analysis for simple shear test
(15/16 arrangement, $\sigma_x = 0.4 \text{ kgf/cm}^2$).

Fig. 4 Results of DEM analysis for simple shear test (17/18 arrangement, $\sigma_x = 0.4 \text{ kgf/cm}^2$).

Fig. 5 Results of DEM analysis for direct shear test (15/16 arrangement, $\sigma_x = 0.4 \text{ kgf/cm}^2$).

る。

(2) せん断時の接触力分布と要素の挙動

粒子間接触力は圧縮終了時には均一な分布を示している。せん断が開始されると((c)図以降), せん断方向に対し, 正のダイレイタンシー角を示す接点では接触力が大きくなり, 逆に, 負の接点では小さくなる傾向を示し, 変形に対する抵抗力が増加している。このような状態において, 最大せん断抵抗力が発揮される。さらに変形が進むと, 負の接点が消滅し, すぐ隣の要素を乗り越す要素もみられるようになる。このような要素がある一定の方向に集中的に生じて破壊面が形成される。

一面せん断試験の場合 (Fig. 5), これが中央部の仮想せん断面に沿って観察され, 強制的に破壊面が作られているのがわかる。この面以外では, このような挙動はまれであり, この部分以外では初期の規則的な配列が保存されている。

一方, 単純せん断試験の場合 (Fig. 2, 3, 4), 一定の面に集中する傾向はみられない。むしろ, 供試体全体にわたって生じているようである。たとえば, 最も明瞭な破壊面を示した 15/16 配列 (Fig. 3) において, それは上から 3 層目と 4 層目に観察されるが, この面以外でも, 乗り越し挙動を生じている。また, 変形が大きくなると乗り越すばかりでなく, すぐ下の空隙に落ち込む要素も生じてくる。このように, 単純せん断試験の場合, せん断変形が進行したときの供試体全般にわたる配列の乱れは大きなものとなっている。

壁面の接触力分布の変化についてみると, 両試験ともせん断が開始されると, 強制的に変位させられる左上端と右下端では大きくなり, 逆に側壁との間に遊びの生じ

る右上端とその対角位置の左下端では, 小さくなっている。また, 側面の接触力についてみると, 単純せん断試験では側面 AD 上の接触力の鉛直成分は, 常に上から下へ, つまり膨張を妨げる方向に作用している。一方, 一面せん断試験の場合, 変形初期は上から下へ作用するのに対し, 変形が進行すると ((f) 図以降), 下から上へ膨張を助長する方向に作用している。この傾向は 13/14, 15/16 配列において圧縮圧力が高いほど顕著となる。こうした壁面摩擦の存在については今後の研究に待ちたい。

(3) 粒子配列とせん断特性

ここでは, 解析の結果をもとに, 応力~変位曲線やモール・クーロン破壊曲線を求め, 粒子配列がせん断特性にどのような影響を与えるかを考察する。

まず, 単純せん断試験の結果について, 11/12 配列, 15/16 配列, および 17/18 配列におけるせん断応力 (τ_{xy}/σ_x) とせん断ひずみ γ_{xy} , 直ひずみ ϵ_x と γ_{xy} の関係を Fig. 6 (a)~(c) に示している。17/18 配列では, ゆるやかに立ち上がり, 明確なピークを示さない曲線になっているのに対し, 15/16, 11/12 と配列が偏平になるにつれ, 立ち上がりも急で大きなピーク強度を示すようになる。これに対応して, 体積膨張量も配列が偏平になるほど大きなものとなっている。ゆる詰め, 密詰めといった試料状態の違いによるせん断特性の相違が配列の変化によって表現されている。 τ_{xy}/σ_x のピークを破壊と考え (Fig. 2 (g), Fig. 3 (c), Fig. 4 (d) がピーク時に対応する状態である), そのときの τ_{xy} と σ_x の関係を Fig. 7 に示す。これより c , ϕ を求めると Table 2 のようになる。ここに用いた σ_x の大きさは 0.1, 0.2, 0.4 (kgf/cm²) と低応力レベルである。 ϕ は配列に依存して変化しているのに対し, c には大きな変化はなく, 11/12 配列を除きごく小さな値しか生じない。そこで,

Fig. 6 Relationships among τ_{xy}/σ_x , γ_{xy} and ϵ_x (simple shear test).

ϕ について配列特性を表わす因子として粒子間接触角 α (Fig. 8 (a)) を用いて整理してみると Fig. 8 (b) のようになり、粒子間接触角と内部摩擦角の関係が、直線関係で整理できることがわかる。

次に、一面せん断試験の結果についてみる。ここでは、一例として Fig. 5 の 15/16 配列の場合について、前述の結果と比較する。なお、同図 (h) には 11/12 配列、図 (i) には 17/18 配列の $\delta=1.2$ (cm) の状態もあわせて示している。Fig. 9 にこの解析から求められたせん断応力 $\sim$ ひずみ $\sim$ 体積ひずみの関係を示している。せん断応力 $\sim$ ひずみ関係についてみると、立ち上がり部分、ピーク時、ピーク以後とも単純せん断試験 (Fig. 6 (b)) の結果によく一致している。各配列につき、 c 、 ϕ を求めてみると、Table 3 のようになる。 ϕ は、単純せん断試験に比べ $1\sim 2^\circ$ 程度小さい値となる。また、 c について

は、13/14 配列を除き、同様なごく小さな値であり配列の影響も小さい。ところが、同一配列、同一鉛直応力下で、最大せん断強度が発揮されたのちの体積膨張量を比較してみると、一面せん断試験の方が大きくなっている。一面せん断試験の 15/16 配列以外の図は省略しているが、配列が偏平になるほどその差は大きくなる。本解析では、一面せん断試験の場合、 $\delta=2.0$ (cm) まで、また、単純せん断試験の場合 $\gamma_{xy}=14.0$ (%) まで変形させているが、最大で 11/12 配列の場合に $2\sim 3$ (%) の差を生じている。前節で、両試験のせん断中の破壊面形成の違いおよびそれに伴う配列の乱れの違いについて述べた。一面せん断試験の場合、破壊面以外での配列の乱れは小さく、破壊面での乗り越し挙動により体積膨張が続いている。一方、単純せん断試験の場合、乗り越すばかりでなく、せん断の進行とともに供試体全体の乱れのため、すぐ下の空隙に落ち込む挙動もみられ、体積変化曲線の勾配がゆるくなり、体積が減少する場合もある。両試験にこのような顕著な差を生じたのは、解析モデルにおいてせん断容器寸法と粒径の比が小さく、1つの粒子の挙動が供試体全体の挙動に与える影響が大きかったことも一因と思われる。

(4) 粒子間摩擦角 ϕ_μ 、ばね定数比 s の検討

ここでは、残された材料特性として粒子間摩擦角 ϕ_μ とばね定数比 s (接線方向のばね定数 K_s と法線方向のばね定数 K_n の比 K_s/K_n) の 2 つについて、 c 、 ϕ への影響を考察する。たとえば、粒子間摩擦角 ϕ_μ の大小が

Fig. 7 Relationships between τ_{xy} and σ_x at peak strength obtained from simple shear test ($\phi_\mu=30^\circ$).

Table 2 c and ϕ obtained from simple shear test.

	c (kgf/cm ²)	ϕ (deg)
17/18	4.19×10^{-3}	12.7
15/16	5.59×10^{-3}	19.5
13/14	5.39×10^{-3}	23.4
11/12	4.67×10^{-2}	42.6

(1kgf/cm²=98kPa)

Table 3 c and ϕ obtained from direct shear test.

	c (kgf/cm ²)	ϕ (deg)
17/18	3.97×10^{-3}	10.7
15/16	2.57×10^{-3}	18.8
13/14	1.33×10^{-2}	22.4
11/12	(-1.18×10^{-3})	41.4

(1kgf/cm²=98kPa)

Fig. 8 Relationships between α and ϕ obtained from simple shear test ($\phi_\mu=30^\circ$).

Fig. 9 Relationships among τ_{xy}/σ_x , γ_{xy} and ϵ_x (direct shear test, 15/16 arrangement).

Fig. 10 Relationships among τ_{xy}/σ_x , γ_{xy} and ϵ_x (simple shear test, 15/16 arrangement, $\phi_\mu=15^\circ$).

Fig. 11 Relationships between τ_{xy}/σ_x at peak strength obtained from simple shear test ($\phi_\mu=15^\circ \sim 30^\circ$, 15/16 arrangement).

せん断特性に影響を与えることは想像に難くない⁽⁶⁾, 他の材料特性や粒子配列の影響との量的関係は明らかでない。なお、この節で述べる結果は単純せん断試験に対してのみ行ったものである。

解析に用いた ϕ_μ は前述の 30° に加えて、 15° , 20° , 25° とした。配列は 15/16 に固定しており、その他の条件はすべて同一である。 ϕ_μ を小さく採ったときのせん断応力～ひずみ関係および体積ひずみの特性を $\phi_\mu=15^\circ$ の例について Fig. 10 に示す。 $\phi_\mu=30^\circ$ の Fig. 6 (b) に比べ、ピーク強度に大きな差はみられないが、体積膨張量は小さくなっている。これらの結果をもとに、 $\phi_\mu=15^\circ \sim 30^\circ$ について $\tau_{xy} \sim \sigma_x$ 関係をまとめると Fig. 11 のようになる。 c は ϕ_μ にかかわらずほぼ 0 とみなされ、 ϕ は ϕ_μ の増加とともにいくぶん増大の傾向を示すが (Fig. 12 参照)、配列の変化による影響に比べてこの変化は無視できる。

次に、ばね定数比 $s (=K_s/K_n)$ の影響については、Fig. 13 に s を 1.0, 0.5 および 0.25 としたときの s と ϕ の関係を示している (s を変えても $c \approx 0$ は変わらない)。この結果より、 s の変化が ϕ へ及ぼす影響は無視できることがわかる。

Fig. 12 Relationships between ϕ_μ and ϕ obtained from the results of Fig. 11.

Fig. 13 Relationships between s and ϕ obtained from simple shear test ($\phi_\mu=30^\circ$).

4. 結 語

Cundall の提案した離散剛要素法 (DEM) の実用解析法としての確立のための基礎的検討を行っている。

本文では、粒状集合体を取り扱う場合の要素の材料定数の設定に際し、集合体としての特性であるせん断強度定数 c , ϕ が 1 つの指標となり得ると考え、せん断モデルの DEM 解析を実施した。等粒の円形要素を用いた場合の特徴をまとめると次のようになる。

(1) 内部摩擦角 ϕ は粒子配列に依存しており、最も偏平な 11/12 配列で大きく、配列が高積みになるにつれて小さくなる。この関係は、粒子間接触角 α を用いて、 $\phi \sim \alpha$ の直線関係で示し得る。

(2) 粒子間摩擦角 ϕ_μ やばね定数比 $s (=K_s/K_n)$ などの粒子個々の特性が、 ϕ に与える影響は小さい。

(3) 粘着力 c は粒子配列、ばね定数比の変化に対し、ほとんど変化せず、ごく小さな値しか生じない。

以上のことから、粒状集合体の DEM 解析に際し、せん断強度特性 c , ϕ の与えられた材料を等粒の円形要素でモデル化する場合、要素個々の材料定数 K , η , ϕ_μ 等の設定は比較的自由であり、第一近似は粒子間接触角 α で代表される粒子配列によって対応すべきであると結論される。ただし、等粒の円形要素を用いた今回の DEM 解析で、粘着力 c の再現は果たされていない。

なお、本解析は、計算に京都大学計算機センター

FACOM M-382, また, 入出力処理に鳥取大学計算機センター HITAC M-150 を使用した.

参 考 文 献

- 1) Cundall, P.A. : A Computer Model for Simulating Progressive, Large Scale Movements in Blocky Rock Systems, Symp. ISRM, Nancy, France, Proc. Vol. 2, pp. 129~136, 1971.
- 2) 木山英郎・藤村 尚：カンドルの離散剛要素法を用いた岩質粒状体の重力流動の解析, 土木学会論文報告集, 第 333 号, pp. 137~146, 1983.
- 3) 藤村 尚ほか：岩石の DEM 定数決定のための落下反発試験, 土木学会第 41 回年次学術講演会講演概要集, pp. 369~370, 1986.
- 4) 木山英郎・藤村 尚・二木 隆：粒状体地盤の離散剛要素法解析と模型実験—地下浅所のトンネルによる地盤変形—, 材料, 第 392 号, pp. 466~471, 1986.
- 5) Rowe, P.W. : Stress-Dilatancy Relation for Static Equilibrium of An Assembly of Particles in contact, Proc. Royal Soc., London, Series A, Vol. 269, pp. 500~527, 1962.

(1986. 10. 1・受付)