地下空洞における計測変位の境界要素法による三次元逆解析法

THREE-DIMENSIONAL BACK ANALYSIS METHOD OF MEASURED DISPLACEMENTS OF UNDERGROUND OPENINGS BY MEANS OF THE BOUNDARY ELEMENT METHOD

桜井春輔*・清水則一**・壺内達也***

By Shunsuke SAKURAI, Norikazu SHIMIZU and Tatsuya TSUBOUCHI

This paper presents a back analysis method for determining the complete three-dimensional initial state of stress and elastic constants of the ground, from a set of displacements measured during excavation of underground openings.

The method proposed here is formulated by the boundary element method, so that it can easily be applicable to three-dimensional problems, considering the sequence of steps for excavation, and the period for installation of measuring instruments in the back analysis.

In order to verify the applicability of the proposed method, computer simulations are carried out and the numerical stability of the method is demonstrated. The effects of scattering measurement data are also discussed in relation to the accuracy of the results.

Keywords: back analysis, field measurements, underground openings, boundary element method, three dimensional problem

1. ま え が き

地下空洞の掘削時の力学的挙動は当初設計の段階で十分な精度で予測することは困難である。これは地山の力学モデルの設定が容易ではなく、さらに、初期応力、力学定数および境界条件などを当初設計の段階において定量的に把握することが困難であることに起因している。このため、最近、トンネルなど地下空洞の施工においては、掘削中の挙動を計測し、その結果から当初設計に用いられた初期応力および力学定数などのインプットデータの見直しを行い、支保工ならびに掘削方法の妥当性を検討しながら施工する方法がとられている。この方法によると、施工中における空洞の安定性の確保だけでなく、必要に応じて設計変更を合理的に行うことも可能となる。しかし、この方法が有効に機能するためには計測の結果を迅速に評価し、設計・施工への確にフィードバックする方法が確立されなければならない。この目的のため

めに最近では、空洞掘削時に行う現場計測の結果から、地山の初期応力や力学定数などを推定する解析手法が提案されている^{1)~3)}。これは通常の解析の逆の手順となるため、一般に“逆解析”とよばれている。

著者の一人は、先にトンネル掘削時の地山の測定変位から初期応力および弾性係数を求める逆解析法を提案した¹⁾。それは現場への適用の容易さを第一に考慮して開発されたものであり、地山を等方等質線形弾性体とみなし、有限要素法によって定式化されている。この計算プログラム(DBAP)は取扱いが容易であり、さらにマイクロコンピュータによっても演算が可能⁴⁾、すでに多くのトンネル工事で利用されている⁵⁾。

この逆解析法は理論的には三次元問題に対しても拡張可能であるが、有限要素法によって定式化されているため実用的にはその適用は二次元問題に限定される。しかし、空洞掘削の状況をより現実に近い形で考慮するためには、三次元問題として逆解析を行う必要がある。そこで、本論文では、この逆解析法を三次元境界要素法を用いて定式化し、掘削手順および計測の遅れを容易に取り扱えるように拡張する。一方、逆解析において、解の安定性がしばしば問題となる。すなわち、問題によっては安定した解が求められない場合がある。そこで、本研究では、数値シミュレーションによって、提案する逆解析

* 正会員 Ph.D., 工博 神戸大学教授 工学部土木工学科

(〒657 神戸市灘区六甲台町1-1)

** 正会員 工修 神戸大学助手 工学部土木工学科 (同上)

*** 正会員 工修 東急建設(株)技術研究所(元神戸大学大学院工学研究科修士課程学生)

法の解の安定性を調べる。

なお、境界要素法は周知のように、三次元問題の解析に有利な数値計算法であり、近年急速に発展し、地盤工学の問題にも多数適用されている^{6)~8)}。逆解析の分野においては、二次元を対象に、空洞の最適形状の決定⁹⁾、異方弾性体の弾性定数の同定¹⁰⁾、最適計測パターンの検討¹¹⁾、非均質体の弾性定数とその境界形状の同定¹²⁾および地盤内にある空洞の形状推定¹³⁾などが発表されている。

2. 逆解析の目的および仮定

本逆解析の目的は、地下空洞掘削時の変位計測の結果から三次元状態にある地山の初期応力および力学定数を求めることである。本逆解析では次の仮定を設ける。

(1) 地山の力学モデルは等方等質の線形弾性体とする。したがって、逆解析によって求める力学定数はポアソン比および弾性係数の2個となる。

(2) 地山に作用している初期応力は空洞掘削地点において一定とする。したがって、求めるべき初期応力の成分は6個となる (Fig. 1 参照)。

ここで注意しなければならないことは、以上の仮定は複雑な地山の材料定数および初期応力状態の第一近似として導入したことである。したがって、ここで定義した弾性定数は非線形な非弾性挙動を含めた等価な値として、また、初期応力は空洞全体を含むような巨視的に捉えた値として評価されるものであり、真に仮定(1)、(2)を満足する地山のみを対象としているのではない。

3. 境界要素法による三次元逆解析の定式化

(1) 基礎式の誘導

境界要素法には直接法 (Direct method) と間接法 (Indirect method) があるが¹⁴⁾、三次元問題においては、一般に、直接法の方が間接法より効率よく高精度の解を得ることができるので¹⁵⁾、ここでは直接法を用いて逆解析の基礎式の誘導を行う。なお、本論文では圧縮成分を

正とする。

Fig. 1 に示すように、地山を無限に広がる弾性体とすると、空洞掘削時に生じる地山の変位 $u(x)$ は次のように表わされる。

$$u(x) = \int_S U(y, x) t(y) dS_y - \int_S T_y(y, x) u(y) dS_y \quad (1)$$

上式は Somigliana の式¹⁶⁾ として知られている。ただし、 $U(y, x)$ は変位の基本解であり、本研究では Kelvin 解¹⁷⁾ を用いる。また、 $T_y(y, x)$ は Kelvin 解に対応する traction の基本解である。 $t(y)$ は空洞表面 S の traction であり、初期応力を $\sigma^0 = |\sigma_{11}^0 \sigma_{22}^0 \sigma_{33}^0 \sigma_{23}^0 \sigma_{31}^0 \sigma_{12}^0|^T$ とすると次のように表わされる。

$$t(y) = -N(y) \sigma^0 \quad (2)$$

ここで、 $N(y)$ は点 y における掘削面の単位法線ベクトル $n(y)$ (地山から空洞内部へ向く) より構成される行列である。

$$N(y) = \begin{bmatrix} n_1(y) & 0 & 0 & 0 & n_3(y) & n_2(y) \\ 0 & n_2(y) & 0 & n_3(y) & 0 & n_1(y) \\ 0 & 0 & n_3(y) & n_2(y) & n_1(y) & 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

ただし、 $n_i(y)$ ($i=1, 2, 3$) は法線ベクトル $n(y)$ の成分である。

式(1)において、 $x \rightarrow y_0 \in S$ の極限操作を行うと、次の積分方程式を得る。

$$C(y_0) u(y_0) + \int_S T_y(y, y_0) u(y) dS_y = - \int_S U(y, y_0) N(y) \sigma^0 dS_y \quad (4)$$

ここで、 $C(y_0)$ は点 y_0 において S が滑らかな場合、 $1/2 \cdot I$ (I : 単位行列) となり、滑らかでない場合、点 y_0 における表面 S の角の状態およびポアソン比によって定まる定数となる¹⁸⁾。また、 $\int_S \cdot dS_y$ はコーシーの主値積分を表わす。

式(1)および(4)を適当に離散化し、式(2)を考慮すると、これらはそれぞれ次のように表わすことができる。

$$u(x) = -g'^T(x) \sigma^0 - h^T(x) \underline{u} \quad (5)$$

$$H \underline{u} = -G' \sigma^0 \quad (6)$$

ただし、 $\underline{u}$ は空洞表面の変位であり、また、 $g'(x)$ 、 $h(x)$ 、 H および G' は式(1)および(4)を離散化して得られるベクトルと行列である。なお、 $\cdot^T$ は転置を表わす。式(5)および(6)より $\underline{u}$ を消去すると次の式を得る。

$$u(x) = f^T(x) \sigma^0 \quad (7)$$

ただし、

$$f^T(x) = h^T(x) H^{-1} G' - g'^T(x)$$

である。ここで、初期応力 σ^0 を弾性係数 E で除し、これを $\sigma^{0*} = |\sigma_{11}^0/E \ \sigma_{22}^0/E \ \sigma_{33}^0/E \ \sigma_{23}^0/E \ \sigma_{31}^0/E \ \sigma_{12}^0/E|^T$

Fig. 1 Displacements and initial stress around an underground opening.

と表わすと、式 (7) は次のように書ける。

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}) = \mathbf{f}^{*T}(\mathbf{x}) \boldsymbol{\sigma}^{0*} \dots\dots\dots (8)$$

ただし、

$$\mathbf{f}^{*T}(\mathbf{x}) = \mathbf{E} \cdot \mathbf{f}^T(\mathbf{x})$$

である。式 (8) は本逆解析法の基礎式である。なお、 $\mathbf{f}^*(\mathbf{x})$ は点 $\mathbf{x}$ の関数であり、空洞の形状およびポアソン比に関係するが $\mathbf{E}$ には無関係となる。ここで、 $\boldsymbol{\sigma}^{0*}$ は初期応力パラメーター (normalized initial stress) とよぶ。

なお、本逆解析は境界要素法に基づくため、要素分割は空洞表面についてのみ行えばよく、また、地山内部の変位は式 (8) を用いて必要な点についてのみ計算すればよい。一方、有限要素法を用いて式 (8) を導く場合、点 $\mathbf{x}$ をあらかじめ有限要素の節点として考慮しなければならず、点 $\mathbf{x}$ を変位の計測点と考えれば、計測点の位置に要素分割が左右されることになる。任意点の変位を式 (8) を用いて容易に求めることができるのは境界要素法を用いた利点である。

(2) 初期応力および弾性係数の逆解析

計測変位と初期応力パラメーターの関係式は、式 (8) を用いて次のように求められる。

$$\mathbf{u}_m = \mathbf{F} \boldsymbol{\sigma}^{0*} \dots\dots\dots (9)$$

ただし、 $\mathbf{F}$ は $\mathbf{f}^*(\mathbf{x})$ より構成される行列である。地山のポアソン比は逆解析によって求めるべき力学定数であるが、後に述べるように逆解析結果に及ぼす影響が小さいため、ここではその値を既知と考える。

もし、独立した計測変位の数が6個あれば、式 (9) は6元連立方程式となり、 $\boldsymbol{\sigma}^{0*}$ は一意的に求められる。また、計測変位が6個以上あれば、 $\boldsymbol{\sigma}^{0*}$ は最小二乗法を用いて次のように求められる。

$$\boldsymbol{\sigma}^{0*} = (\mathbf{F}^T \mathbf{F})^{-1} \mathbf{F}^T \bar{\mathbf{u}}_m \dots\dots\dots (10)$$

ただし、 $\bar{\mathbf{u}}_m$ は測定変位である。

ここで、初期応力の一成分が与えられるならば、 $\boldsymbol{\sigma}^{0*}$ から地山の弾性係数および初期応力の他の成分を求めることができる。したがって、何らかの方法でこれを推定する必要がある。たとえば、初期応力の鉛直成分を土被り圧、

$$\begin{aligned} \sigma_{33}^0 &= \gamma h \quad (\gamma: \text{地山の平均的な単位体積重量,} \\ &\quad h: \text{土被り厚さ}) \dots\dots\dots (11) \end{aligned}$$

に等しいと仮定すれば、弾性係数およびその他の初期応力の成分の値はすべて求められる。しかし、本逆解析によって得られる初期応力および弾性係数を、次以降の掘削における地山の变形挙動の予測解析のインプットとして用いるならば、これらを分離する必要はなく、初期応力パラメーターを直接用いればよい。

ところで、式 (8) は空洞掘削によって生じる全変位を表わす。しかし、実際には変位計測器は空洞がある程

Fig. 2 Displacements caused by excavation at : (a) the i th stage, and (b) the j th stage.

Fig. 3 Displacement vectors at two adjacent points.

度掘削された後に設置されるため、計測開始以前の変位、いわゆる先行変位が存在する。また、計測される変位は絶対変位ではなく計測点間の相対変位であることが多い。本逆解析法においては、これらのことを以下のように考慮することができる。まず、点 $\mathbf{x}$ において、第 i 段階掘削終了までに生じた変位 (Fig. 2 参照) を式 (8) を参考にして次のように表わす。

$$\mathbf{u}^{(i)}(\mathbf{x}) = \mathbf{f}^{*T(i)}(\mathbf{x}) \boldsymbol{\sigma}^{0*} \dots\dots\dots (12)$$

第 i 段階掘削終了時に設置した変位計によって、第 j 段階終了 ($i < j$) までに測定される変位は次のように書ける。

$$\mathbf{u}^{j-i}(\mathbf{x}) = \mathbf{u}^{(j)}(\mathbf{x}) - \mathbf{u}^{(i)}(\mathbf{x}) \dots\dots\dots (13)$$

さらに、点 $\mathbf{x}$ と点 $\mathbf{z}$ 間を結ぶ方向の両点間の相対変位は、微小変位の場合次の式で求められる (Fig. 3 参照)。

$$\Delta \mathbf{u}^{j-i}(\mathbf{x}, \mathbf{z}) = \mathbf{l}^T(\mathbf{x}, \mathbf{z}) [\mathbf{u}^{j-i}(\mathbf{x}) - \mathbf{u}^{j-i}(\mathbf{z})] \dots\dots\dots (14)$$

ただし、 $\mathbf{l}(\mathbf{x}, \mathbf{z})$ は点 $\mathbf{x}$ と $\mathbf{z}$ を結ぶ直線の単位方向ベクトルである。式 (14) を新たに逆解析の基礎式とすることによって、掘削段階および相対変位を考慮した逆解析が容易に行える。

4. 解析結果の精度と安定性の検討

(1) 数値計算の精度

本研究では、8 節点アイソパラメトリック曲面要素を用いた境界要素法¹⁹⁾によって解析する。まず、ここで開発した解析プログラムの精度を検証するために、Fig. 4 (a) に示す球形空洞の掘削問題を解析する。要素分割は Fig. 4 (b) に示すように 24 要素 (74 節点)

とした。初期応力は $\sigma_{33}^0 = p$ および他の成分は 0 の一軸状態とし、ポアソン比は $\nu = 0.3$ である。Fig. 5 は厳密解と境界要素法による変位の比較である。正解値との誤差は最大でも約 2 % 前後であり、ここで開発した解析プログラムは十分な精度を有しているものと判断できる。

(2) ポアソン比の影響

本研究では、地山のポアソン比を仮定して逆解析を行うため、逆解析結果に及ぼすポアソン比の影響の程度を検討しておく必要がある。ここでは前出の球形空洞掘削問題を例にとり、初期応力 $\sigma^0 = \{6.0 \ 9.0 \ 7.0 \ 2.5 \ 1.5 \ 3.0\}^T$ (MPa)、また、弾性係数 $E = 5.0$ GPa として、数値シミュレーションによって検討する。なお、ポアソン比は 0.1~0.4 の範囲を考える。シミュレーションは上記の諸値に対する厳密解を“測定変位”として逆解析を行い、ポアソン比を適当に仮定し、そのときの初期応力パラメーターの誤差を求めるものである。計測点は Fig. 6 に示すように 9 点とし、各点において x_1, x_2, x_3 軸方向三成分とも測定されるものとする。Fig. 7 にポア

Fig. 4 Coordinate system and boundary element discretization of a spherical cavity.

Fig. 5 Displacements around a spherical cavity : (a) radial ($\theta = 0^\circ$), (b) radial ($\theta = 45^\circ$), (c) tangential ($\theta = 45^\circ$), (d) radial ($\theta = 45^\circ$) displacements.

Fig. 6 Measuring points of displacement in the vicinity of a spherical cavity.

Fig. 7 Relative error of the normalized initial stress under the assumption of Poisson's ratio : (a) σ_{11}^0/E (b) σ_{33}^0/E .

ソン比を仮定したことによる初期応力パラメーター σ_{11}^0/E および σ_{33}^0/E の相対誤差 (%) を示す。この図から、たとえば、真のポアソン比が 0.25 の場合、 $\nu = 0.15 \sim 0.35$ の範囲で仮定すれば、 σ_{11}^0/E は 10 % 内の誤差で求められることがわかる。なお、他の成分 σ_{22}^0/E および σ_{33}^0/E は σ_{11}^0/E と、また、 σ_{31}^0/E および σ_{12}^0/E は σ_{23}^0/E とほぼ同程度の相対誤差であることが明らかとなった。結局、ポアソン比を仮定することによって生じる誤差は最大 20~30 % 程度であるといえる。一方、ポアソン比は一般に、岩質によって定まると考えられるので概略値は比較的容易に推定される。たとえば、硬質岩盤では 0.2、軟質岩盤では 0.4 が用いられている^{20), 21)}。したがって、実際には誤差はさらに小さくなると考えられる。

(3) 数値シミュレーションによる逆解析解の安定性の検討

逆解析では、一般に解の安定性が保証されていないため、測定値の変動が解に大きく影響を及ぼす可能性がある。地下空洞の施工中に測定される変位は種々の要因によってばらついていることが多く、したがって、本研究においても解の安定性を調べておく必要がある。ここでは、数値シミュレーションにより、逆解析によって求められる初期応力パラメーターの安定性について検討する。

解析は Fig. 8 に示す地下空洞について、掘削手順およ

び変位計測器の設置時期を考慮して行う。すなわち、掘削は4段階とし（第4段階は最終掘削）、Table 1に示すように1～3段階掘削終了時にそれぞれの変位計を設置し、逆解析は空洞掘削終了時に行うものとする。ただ

Fig.8 Configuration of an underground opening and location of measuring points : (a) section A and B, (b) section C, (c) section D.

Table 1 Excavation steps and installation of measuring instruments.

Stage	Excavation step	Installation of extensometer	Convergence Measurement
1			
2			
3

Fig.9 Boundary element discretization of the underground opening.

し、初期応力は $\sigma^0=[6.0 \ 9.0 \ 7.0 \ 2.5 \ 1.5 \ 3.0]^T$ (MPa), 弾性係数およびポアソン比はそれぞれ、 $E=5.0$ GPa および $\nu=0.3$ とする。なお、空洞の境界要素分割は Fig. 9 に示すとおりである。まず、通常の解析を行い、各測点の変位を求める。この変位を用いて逆解析を行えば当然、正解の初期応力パラメーター $\sigma^{0*}=[1.2 \ 1.8 \ 1.4 \ 0.5 \ 0.3 \ 0.6]^T \times 10^{-3}$ を得る。そこで、解析によって得たすべての変位において1/10 mm の位を四捨五入し、これを“測定変位”として逆解析を行う。たとえば、A-1 の地中変位（壁面から最も奥の測点と各点間の相対変位）については次のように与える。

$$\begin{pmatrix} 6.5763 \\ 4.9740 \\ 3.5951 \\ 2.6887 \\ 1.1819 \\ 0.4338 \end{pmatrix} \text{ mm} \rightarrow \begin{pmatrix} 7.0 \\ 5.0 \\ 4.0 \\ 3.0 \\ 1.0 \\ 0.0 \end{pmatrix} \text{ mm}$$

（通常の解析による変位）（1/10mm の位を四捨五入した“計測変位”）

このとき、逆解析によって得られる初期応力パラメーターは Table 2 に示す値となり、誤差は高々数 % となる。したがって、この程度の測定変位のばらつきに対しては、本逆解析法は十分安定した解を与えるといえる。なお、本解析例ではポアソン比を 0.3 としている。

解の安定性をもう少し一般的に議論するために、測定変位のばらつきについて次のような仮定を与える。すなわち、“測定変位”は弾性変位解を平均値とし、ある変動係数に従ってばらついているものとする。この仮定のもとで、解の安定性を表わす指標を与える。いま、“測定変位”のばらつきが互いに独立であるとすれば、初期応力パラメーターの変動係数は式 (10) に誤差伝播の法

Table 2 Results of back analysis carried out on a numerical example.

	Exact ($\times 10^{-3}$)	Back analysis ($\times 10^{-3}$)
σ_{11}^0/E	1.2	1.21 [0.6]
σ_{22}^0/E	1.8	1.82 [1.0]
σ_{33}^0/E	1.4	1.41 [1.0]
σ_{23}^0/E	0.5	0.49 [1.5]
σ_{31}^0/E	0.3	0.30 [0.1]
σ_{12}^0/E	0.6	0.62 [4.0]

[]; relative error (%)

Table 3 Index V_i for evaluating the stability of back analysis.

$V_1 (\sigma_{11}^0/E)$	0.24
$V_2 (\sigma_{22}^0/E)$	0.41
$V_3 (\sigma_{33}^0/E)$	0.29
$V_4 (\sigma_{23}^0/E)$	0.97
$V_5 (\sigma_{31}^0/E)$	0.51
$V_6 (\sigma_{12}^0/E)$	0.92

則を適用して次のように求められる（付録参照）.

$$S_i = (\sum_{j=1}^M A_{ij}^2 \bar{u}_j^2)^{1/2} \cdot S_u / |\sum_{j=1}^M A_{ij} \bar{u}_j^2| \dots\dots\dots (15)$$

ただし、変動係数 S_i ($i=1, 2, \dots, 6$) はそれぞれ初期応力パラメーター $\sigma_{11}^0/E, \sigma_{22}^0/E, \sigma_{33}^0/E, \sigma_{23}^0/E, \sigma_{31}^0/E, \sigma_{12}^0/E$ に対応している. また, M は計測数, A_{ij} は式 (10) における $(\mathbf{F}^T \mathbf{F})^{-1} \mathbf{F}^T$ の成分, $\bar{u}_j^2$ は弾性変位解, さらに, S_u は“測定変位”の変動係数である. ここで, 初期応力パラメーターの変動係数と“測定変位”の変動係数の比を V_i とする.

$$V_i = S_i / S_u \dots\dots\dots (16)$$

V_i はインプットとしての“測定変位”のばらつきが解である初期応力パラメーターのばらつきに及ぼす影響の程度を表すものと考えられるので, これを解の安定性を表わす指標と置くことができる. すなわち, $V_i > 1.0$ の場合, “測定変位”のばらつきは拡大され, 解は不安定となる傾向にあり, 逆に $V_i < 1.0$ の場合, “測定変位”のばらつきは縮小され, 解は安定する傾向にある. 変動係数比 V_i を先の解析例 (Fig. 8 および Table 1) について計算すると Table 3 に示す値となる. この結果, V_i はいずれも 1 以下となり, 測定変位のばらつきは解において縮小されることがわかる.

以上より, ここで取り上げたような変位のばらつきに対して, 本逆解析法は安定した解 (初期応力パラメーター) を与えるものと判断される.

5. む す び

本論文では, 現場計測変位から地山の初期応力および弾性係数を求めることのできる三次元逆解析法を境界要素法によって定式化した. さらに, 解の安定性について, 計算機による数値シミュレーションを用いて考察した. 本論文は次のように取りまとめられる.

(1) 本逆解析によって, 地山の初期応力および弾性係数を同時に求めることができる. なお, ポアソン比は逆解析によって求めるべき力学定数であるが, 解に及ぼす影響が小さいことを考慮して, あらかじめ仮定する.

(2) 境界要素法を用いると, 要素分割は解析領域の境界においてのみ行われるため, 変位の計測点に関係なく要素分割が行うことができる. このため, 有限要素法による方法と比較して, 逆解析が著しく容易となる.

(3) ここで提案した逆解析法は, 三次元問題として定式化しているため, 掘削段階や計測遅れなどを考慮し, 現実に近い状態で解析を行うことができる.

(4) 本逆解析による解の安定性を調べるため, 数値シミュレーションを行った. その結果, 本研究で考察したようなばらつきを有する“測定変位”に対して, 解は安定することが示された.

最後に, 数値計算の一部についてご援助頂いた神戸大学大学院工学研究科学生 横野野人君に感謝致します.

付録 式 (15) の誘導

式 (10) を次のように書き直す.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11}^0/E \\ \sigma_{22}^0/E \\ \sigma_{33}^0/E \\ \sigma_{23}^0/E \\ \sigma_{31}^0/E \\ \sigma_{12}^0/E \end{Bmatrix} = [A] \begin{Bmatrix} \bar{u}_1 \\ \bar{u}_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \bar{u}_M \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (A \cdot 1)$$

ただし, $[A] = (\mathbf{F}^T \mathbf{F})^{-1} \mathbf{F}^T$, $\bar{u}_i$ は測定変位および M はその数である. ここでは, σ_{11}^0/E の変動係数を誘導する.

まず, σ_{11}^0/E は式 (A・1) より次のように書ける.

$$\sigma_{11}^0/E = \sum_{j=1}^M A_{1j} \bar{u}_j \dots\dots\dots (A \cdot 2)$$

σ_{11}^0/E の分散は式 (A・2) より次のようになる.

$$\text{Var}(\sigma_{11}^0/E) = \sum_{j=1}^M A_{1j}^2 \text{Var}(\bar{u}_j) \dots\dots\dots (A \cdot 3)$$

ただし, 測定変位は互いに独立と考えている. 一方, 測定変位の分散は, “測定変位”は弾性変位解 ($\bar{u}_j^2$) を平均値とし, ある変動係数 (S_u) に従ってばらついている」と考えているので, 次のように表わされる.

$$\text{Var}(\bar{u}_j) = (\bar{u}_j^2 \cdot S_u^2) \dots\dots\dots (A \cdot 4)$$

また, $\text{Var}(\sigma_{11}^0/E)$ は σ_{11}^0/E の平均値 $E(\sigma_{11}^0/E)$ および変動係数 S_1 を用いて次のように表わされる.

$$\text{Var}(\sigma_{11}^0/E) = (E(\sigma_{11}^0/E) \cdot S_1)^2 \dots\dots\dots (A \cdot 5)$$

式 (A・4) および (A・5) を式 (A・3) に代入し, さらに,

$$E(\sigma_{11}^0/E) = \sum_{j=1}^M A_{1j} \bar{u}_j^2 \dots\dots\dots (A \cdot 6)$$

を考慮すると, σ_{11}^0/E の変動係数は次のように求められる.

$$S_1 = (\sum_{j=1}^M A_{1j}^2 \bar{u}_j^2)^{1/2} \cdot S_u / |\sum_{j=1}^M A_{1j} \bar{u}_j^2| \dots\dots\dots (A \cdot 7)$$

初期応力パラメーターの他の成分の変動係数も同様にし て求められる.

参 考 文 献

- 1) 桜井春輔・武内邦文：トンネル掘削時における変位計測結果の逆解析法, 土木学会論文報告集, 第337号, pp.137~145, 1983.
- 2) 荒井克彦・片瀬貴文：トンネル内空変位計測に基づく地盤変形・強度定数の推定, 土質工学会論文報告集, Vol.24, No.2, pp.171~179, 1984.
- 3) 久武勝保・伊藤富雄・加藤茂樹・真鍋幸一郎：最適化手法を用いた三次元逆解析法とその現場への適用, 第6回岩の力学国内シンポジウム講演論文集, pp.215~220, 1984.
- 4) 桜井春輔・進士正人：マイクロコンピュータによる地下空洞掘削時の安定性の評価, 土木学会論文集, 第358号

- ／Ⅲ-3, pp. 37~46, 1985.
- 5) たとえば, 長谷川滋・佐藤正人・岡本伸一: 鷺羽山トンネルの施工(2)—鉄道トンネルの計測結果, トンネルと地下, 第16巻10号, pp. 7~14, 1985.
 - 6) Banerjee, P.K. and Butterfield, R.: Boundary Element Methods in Geomechanics, Finite Elements in Geomechanics (ed. by G. Gudehus), John Wiley & Sons, chap. 16, pp. 529~570, 1977.
 - 7) Kobayashi, S.: Applications of Boundary Integral Equation Method to Geomechanics, Proc. 5th Int. Conf. on Numerical methods in Geomechanics, Vol. 1, pp. 83~92, 1985.
 - 8) Venturini, W.S.: Boundary Element Method in Geomechanics, Springer-Verlag, 1983.
 - 9) Kobayashi, S., Nishimura, N. and Yoshida, K.: Applications of Boundary Integral Equation Method to Changing Boundary Shape Problems, Proc. 3rd Int. Conf. on Numerical Methods in Geomechanics, pp. 39~46, 1979.
 - 10) Hermans, Ph., De Wilde, W.P. and Hiel, Cl.: Boundary Integral Equations Applied in the Characterization of Elastic Materials, Proc. Int. Conf. on Computational Methods and Experimental Measurements, pp. 189~199, 1982.
 - 11) Shimizu, N. and Sakurai, S.: Application of Boundary Element Method for Back Analysis Associated with Tunnelling Problems, Proc. 5th Int. Conf. on Boundary Elements, pp. 645~654, 1983.
 - 12) 大西有三・東出明宏: 不均質岩盤の弾性定数と幾何学的特性の同定に関する基礎的研究, 土木学会論文集, 第358号／Ⅲ-3, pp. 93~101, 1985.
 - 13) 丹羽義次・広瀬壮一: 超音波法による弾性体内の空洞形状の決定について, 土木学会関西支部年次学術講演会講演概要集, I-21, 1984.
 - 14) Banerjee, P.K. and Butterfield, R.: Boundary Element Methods in Engineering Science, McGraw-Hill, 1981.
 - 15) 清水則一・桜井春輔・壺内達也: 境界要素法による三次元静弾性問題の解析—直接法と間接法—, 建設工学研究所報告, No. 28, pp. 63~75, 1986.
 - 16) Love, A.E.H.: A Treatise on The Mathematical Theory of Elasticity (4th ed.), Dover, pp. 245~246, 1944.
 - 17) Sokolnikoff, I.S.: Mathematical Theory of Elasticity (2nd ed.), McGraw-Hill, pp. 337, 1956.
 - 18) Hartmann, F.: Elastostatics, Progress in Boundary Element Methods Vol. 1 (ed. by C.A. Brebbia), Pentech Press, chap. 4, pp. 84~167, 1981.
 - 19) Watson, J.O.: Advanced Implementation of the Boundary Element Method For Two-and Three-dimensional Elastostatics, Developements in Boundary Element Methods-1 (eds. P.K. Banerjee and R. Butterfield), Applied Science Publishers, chap. 3, pp. 31~63, 1979.
 - 20) 土木学会: 原位置岩盤の変形およびせん断試験の指針—解説と設計への適用—, 土木学会, 1983.
 - 21) 土木学会岩盤力学委員会理論・試験小委員会: 孔内試験法の現状と課題—指針化の試み—, 土木学会論文集, 第364号／Ⅲ-4, pp. 15~22, 1985.

(1986. 6. 25・受付)