底泥の再浮上現象の現地観測およびそのシミュレーション

FIELD OBSERVATION AND SIMULATION OF DEPOSITION AND RESUSPENSION OF COHESIVE SEDIMENT IN A SHALLOW LAKE

大坪 国順*・村岡 浩爾**

By Kuninori OTSUBO and Kohji MURAOKA

The main purpose of this study is to present and discuss the results of field observation and numerical simulation of deposition and resuspension of cohesive bottom sediment in a shallow lake. Field data taken in Lake Kasumigaura, such as lake current, wind over the lake, water wave, and turbidity of the lake, are shown. Based on these results, we discuss how sediments were suspended in this lake. We show the model to estimate the bottom shear stress causing sediment resuspension and the equations expressing the behavior of resuspended sediment in current which are used in the above simulation. The calculated turbidity showed a good agreement with that obtained by the field observation.

Keywords: cohesive sediment, resuspension, field research, simulation

1. 概 説

本研究は、霞ヶ浦高浜入における底泥の再浮上に関する現地観測およびシミュレーションについて述べたものである。現地観測は底泥の再浮上の実態を把握するうえで不可欠であり、数値モデルは、底泥中の栄養塩類の水系への回帰量を推定したり、富栄養化防止・抑制対策を検討するうえでの有力な手段となる。Sheng and Lick¹⁾はエリー湖を対象に、吹送流による底泥の再浮上とそれに伴う濁度の時間変化を計算した。濁度の鉛直方向の変化や底泥層中の含水比の鉛直変化は無視し、風向と濁度の水平分布特性の関係を検討した。底泥の沈降・再浮上に関する数値モデルの構築には、4つのサブシステムの解明もしくはモデル化が必要である。すなわち、Ⅰ) 底泥の限界掃流力と飛び出し率、Ⅱ) 底泥層内の含水比の鉛直方向分布特性、Ⅲ) 底泥の再浮上の原因となるせん断応力特性、Ⅳ) 再浮上した底泥粒子の湖内での挙動の4つである。図-1には、4つのサブシステムとそれらを解明するための方法、手段などが示されている。サブ

システムⅠ), Ⅱ) についてはすでに一応の成果が得られており^{2)~4)}, サブシステムⅢ), Ⅳ) のモデル化が残されている。本論文では、現地観測の結果、サブシステムⅢ), Ⅳ) のモデルの順に述べ、最後に、高浜入りでの濁度や底泥の浮上厚のシミュレーションの結果について実測結果との比較を交えながら検討する。Ⅲ) については、波による底面せん断応力を実効掃流力なる量で評価し、その時間変化を確率過程として取り扱った。Ⅳ)

図-1 サブシステムの説明図

* 正会員 工博 国立公害研究所主任研究員 水質土壌環境部
(〒305 茨城県筑波郡谷田部町小野川16-2)

** 正会員 工博 国立公害研究所部長 水質土壌環境部
(同上)

については、鉛直方向のみの物質収支式を考えた。

2. 現地観測結果⁵⁾

底泥の再浮上に関する現地観測は計測機器の防水などの保全の都合上、高浜入湾奥部（図—2のst.1）に係留されている観測小屋で行った。観測小屋は面積約25 m²の観測用筏の上に設置されている（図—3参照）。小屋の北東方向に隣接して面積約400 m²の隔離水界に係留されている。観測地点の水深は2.6 mで季節や天候などにより±0.2 m程度変化する。観測項目は、濁度、風向・風速、湖流（湖底面から約0.3 m上方）および波浪である。濁度は光透過式濁度計、風向・風速は微風向風速計、湖流速および流向は電磁流速計、波高と波の周期は容量式波高計（最大計測波高：1 m）により自動計測され、カセット・テープもしくはペン・レコーダーに自動記録された。湖上観測のため、カー・バッテリー（8個並列）を計測機器の動力源とした。バッテリーの交換頻度や各項目の計測間隔は、計測機器の消費電力や記録紙およびカセット・テープの容量（長さ）によって決められた。

（1）風向・風速の特性

図—2 現地観測の地点

図—3 湖上観測ステーション

風に関するデータは30秒おきに記録されるが、解析には30分代表値を用いた。霞ヶ浦の周辺は平坦地形であるので、湖面上の風向・風速とも全域でほぼ一様と考えられる。実際、最北部の高浜入り（図—2のst.1）と最南部に近い美浦村（図—2のpoint M）での風速の相関係数は0.92であった。観測期間中、夏期には、E、SEおよびSの風向が卓越し、秋・冬期には、N、NNEおよびNNWの風向が卓越した。夏期の風速変動のパワー・スペクトル結果には、1日と半日に対応する波数域に顕著なピークが現われた。一方、秋期の結果には夏期の場合ほど顕著なピークはないが、2.5日程度に対応する波数域に弱いピークが存在した。夏期の最大風速は台風時を除いて6 m/s前後でさほど強くなかった。秋期には、風の強い日と弱い日が2～3日の周期で繰り返された。強い風は終日続き、日中の平均風速が10 m/sを越す日もあった。冬期には、1月中旬過ぎから徐々に風の強い日が多くなり、風速も大きくなった。

（2）湖流の特性

流速値は2.5秒ごとに計測されたデータを5分または10分ごとに平均して自動記録された。湖流速変動のパワー・スペクトルにも、夏期には、1日相当の波数域に弱いピークが、秋期には、2～3日の波数域に弱いピークが認められた。湖流速値は50 mm/sを越すことはまれで、平均は10～20 mm/sであった。風速と流速の相関は、両者の30分平均値を用いても0.05とかなり低かった。この結果は、村岡・福島による報告⁶⁾とほぼ一致する。

（3）波の特性

記録紙やテープの長さの制限から、ペン・レコーダーでは、紙送り速度を50 mm/minと遅くして波高のみ押え（20分おきに1分間記録）、カセット・テープレコーダー（1時間おきに1分間記録）のデータからは波浪の周期特性を求めた。

波高の整理が簡単にでき、また今回の記録法では他の波高値と比しても信頼性は劣らないという理由で、最大波高 $H_{\max}$ (m) を選んで解析した。最大波高と風速 V_w (m/s：30分代表値) との回帰分析の結果は次のようである。

$$H_{\max} = 0.00275 V_w^2 + 0.021 \quad (\gamma = 0.855) \cdots (1)$$

$$H_{\max} = 0.047 V_w + 0.134 \quad (\gamma = 0.76) \cdots (2)$$

ここで γ は相関係数である。現地の不規則な波に対する底面せん断応力の評価に際しては、有義波の概念が有効と考えられるので、最大波高と風速との関係を有義波とのそれと書き改める。波高分布が Rayleigh 分布と仮定すれば、 N 波中の最大波高 $H_{\max}$ と有義波高 $H_{1/3}$ (m) の関係は近似的に式 (3) で与えられる⁷⁾。

$$H_{\max}/H_{1/3} = 0.17 \sqrt{\log_{10} N} \cdots (3)$$

図—4 観測地点での有義波の波高および周期

$N=30$ とおくと、式 (1) および (2) は次の 2 式となる。

$$H_{1/3} = 0.0021 V_w^2 + 0.016 \quad (4)$$

$$H_{1/3} = 0.035 V_w - 0.10 \quad (5)$$

図—4 中の曲線①および②は、それぞれ式 (4) および式 (5) の関係である。曲線③は Wilson⁷⁾ により与えられた有義波高の推定式

$$H_{1/3} = 0.0024 (F/g)^{1/2} V_w \quad (6)$$

において、吹送距離 F を 1 km とした場合である。

zero-up cross 法により求めた平均周期 T_m は H_{max} もしくは V_w と正の相関が認められた。図—4 中の●印は H_{max} と T_m の実測データによる関係を、式 (1) と $T_{1/3} = 1.1 T_m$ なる経験式⁸⁾を用いて、風速 V_w と有義波の周期 $T_{1/3}$ との関係に直して示したものである。図中の曲線④は Wilson の $T_{1/3}$ の推定式⁷⁾

$$T_{1/3} = 0.1096 \pi (F/g)^{1/2} V_w^{1/3} \quad (7)$$

で F を 1 km とした結果である。吹送距離 F に対する風向の影響などの問題も残るが、観測地点付近の $H_{1/3}$ および $T_{1/3}$ は、一応、図—4 の曲線③および④で評価できると考えられる。

(4) 濁度の特性

濁度については、1983 年 7 月 28 日から 10 月 23 日までは連続計測を行った。連続計測の場合、夜間には濁度計光源部へ走光性動物プランクトンが集積し、そのプランクトンを求めて魚類も集まるため、濁度計は異常に高い値を示した。これらの影響を除外するために、直径 1～2 mm の孔を多数あけた硬質ビニールでセンサー部を被い、さらに生物が嫌う有鉛塗料を塗布した。これを塗布しないと魚の影響は防げるが、動物プランクトンの集積は防げず、濁度計の出力は風のやむ夜間に 100 mg/l を越し、逆に風が吹く日中に 40 mg/l 以下となる日変動パターンを示した。一方、有鉛塗料を塗布した場合には、動物プランクトンの集積と思われる出力値の上昇は 10 mg/l 程度に抑えられた。風速が 7 m/s 程度の場合、底

泥の再浮上による濁度の上昇が 10 mg/l 程度であったため、朝夕の濁度の上昇が動物プランクトンの集積によるのか底泥の再浮上によるのかを判断する必要が生じた。動物プランクトンによる濁度の変化は緩慢であり、底泥の再浮上によるそれは急激であったので、この特徴をもとに判断した。動物プランクトンの影響を極力抑えるために、10 月 24 日からはタイマー作動により、30 分ごとに 5 分間計測する方法に切り替えた。これにより動物プランクトンの影響と思われる濁度の上昇はほとんどなくなった。

湖沼では、動植物プランクトンや各種の懸濁態物質が常時浮遊して一定の濃度を保っている。この濃度を基底濃度 C_b とよぶことにする。晴天が続き風の無いときの濁度の観測値はこの C_b に対応している。 C_b の値は夏場の 30～40 mg/l を最高に、秋には 20 mg/l 前後となり、さらに冬には 10 mg/l 前後にまで徐々に低下した。この値はその後春から夏にかけて再び上昇するという年変動パターンを示したが、これは動植物プランクトンの生長に深く関係している。 C_b は水表面と底面近傍を除いて、ほぼ一様であった。濁度の観測値 C_{ob} から C_b を差し引いた値 C_p が底泥の再浮上による濁度の上昇分と考えられる。 C_p の値は、6～7 m/s の風速では 10 mg/l 程度であるが、 $V_w > 12$ m/s では精度が保証される計測範囲 (110 mg/l 以下) を越すことがあった。風が収まると C_p の値は 1～2 時間以内に 10 mg/l 以下に下がった。また、観測ステーションの NE 方向に隔離水界実験用筏 (底面近くまで届く水中フェンスが取り付けられている) が隣接しているため、N～NE 方向の風に対しては筏の消波効果のため波が立たず、強風が 1 日続いた場合でも C_p の値は 10～20 mg/l 程度しか上昇しなかった。 C_{ob} の値は図—8 に示したが、ここでは C_p と V_w についての回帰分析結果について述べる。

$$C_p = 0.016 V_w - 0.09 \quad (\gamma = 0.53) \quad (8)$$

$$C_p = 0.000936 V_w^2 - 0.03 \quad (\gamma = 0.53) \quad (9)$$

$$C_p = 0.000070 V_w^3 - 0.08 \quad (\gamma = 0.52) \quad (10)$$

ここで γ は相関係数である。この場合、 $V_w > 5$ m/s の風速を対象とし、N～NE 方向の風速のデータは除外した。どの場合も C_p と V_w との間に高い相関が認められる。前述した波浪と風速の関係を考え合わせると、霞ヶ浦高浜入での底泥の再浮上を引き起こす主要因は、風により誘起された波浪と考えられる。

3. 現地での底面せん断応力

(1) 実効掃流力

底泥の限界掃流力および飛び出し率の推定式を用いて、現地を対象とした底泥の再浮上のシミュレーションを行うためには、現地での流れの状態を底面せん断応力

として評価する必要がある。湖底の底泥を浮上させる掃流力 τ をそれに貢献する原因から次のように大別することにする。

$$\tau = \tau_w + \tau_f + \tau_t \cdots \cdots (11)$$

ここで τ_w は風波によって付加されるせん断応力、 τ_f は湖流底面せん断応力である。 τ_t は乱れによる変動分で、底泥の飛び出し率を推定する際に考慮済みである³⁾。 τ_w , τ_f , τ_t はテンソル量であるが、ここでは同方向とし、その方向は限定しない。 τ_f は湖流の変化に伴ったゆったりとした変動成分を有しているし、 τ_w も風波の周波数域程度の比較的ゆっくりした変動成分を有しているが、 τ_w , τ_f の上に、一様一方向流れにみられるような高周波変動が重なっており、それを τ_t と書いている。今回のシミュレーションでは、湖流速 $V_f = 60 \text{ mm/s}$ なる最大級の値に対して、抵抗係数を 0.02 として求めた 0.01 N/m^2 の値を τ_f として与え、これが定常的に働くとしている。湖流の観測結果からもわかるように τ_f の値は微弱であるため、霞ヶ浦での底泥の再浮上に関与する主要なせん断応力は τ_w と考えられる。 τ_w という交番性の底面せん断応力を底泥の掃流力としてどう評価するかが問題となる。

現地での波浪は不規則で、その波浪による底面せん断応力を決定論的に記述することは非常に難しいため、確率論的手法が広く用いられている⁹⁾。ここでも、底泥の初期移動に対して、底面せん断応力の向きは問題なく大きなのみが効くと考え、絶対値の平均で定義される実効掃流力 τ_e を定義し、その時間変動を確率過程としてとらえることにした。すなわち、 τ_e をその平均値が風速 V_w とともに変動するようなランダム変数と考え、 V_w についての条件付き確率分布形としては正規分布を仮定した。

τ_e の平均値 $\bar{\tau}_e$ を風速の関数として与える方法については文献 5) に詳しいが、ここに、その手順を要約する。まず、現地観測結果を基に得られた式 (6) および式 (7) から、風速 V_w に対応する有義波の波高 $H_{1/3}$ および周期 $T_{1/3}$ を求める。次に $H_{1/3}$ および $T_{1/3}$ に微小振幅波理論を適用して湖底での水粒子速度の振幅 $\hat{u}_b$ を求め、この値と層流境界層理論から導かれる式 (12) から $\hat{\tau}_w$ を求める。最後に、式 (13) で示される平均化操作から τ_e の平均値を求めるというものである。

$$\hat{\tau}_w = \rho \sqrt{\sigma_w \nu} \hat{u}_b \cdots \cdots (12)$$

$$\begin{aligned} \bar{\tau}_e &= (2/T_{1/3}) \int_0^{T_{1/3}/2} \hat{\tau}_w |\sin(kx - \sigma_w t + \theta)| dt \\ &= (2/\pi) \hat{\tau}_w \cdots \cdots (13) \end{aligned}$$

ここで、 $\hat{\tau}_w$ は底面せん断応力の振幅、 ρ は水の密度、 ν は水の動粘性係数、 $\sigma_w = 2\pi/T_{1/3}$ 、 θ は水粒子速度と掃流力の位相差である。底面の粗度を $50 \mu\text{m}$ として、水

粒子速度の振幅が与えられたときの掃流力の振幅を層流境界層理論、梶浦による方法⁹⁾、Jonsson による方法⁹⁾ (両方法とも乱流境界層理論) で計算した結果、砂粒の場合と異なり、粗度が小さいため $\hat{\tau}_t/\hat{\tau} = 2.0 \sim 10.0$ と層流解の方が大きくなった。ここで $\hat{\tau}_t$ は層流として評価した値、 $\hat{\tau}$ は粗面乱流として評価した値である。滑面乱流としての評価も考えられるが、確立された方法がなく、ここでは、 $\hat{\tau}_t$ で実効掃流力の平均値 $\bar{\tau}_e$ を評価した。

(2) 飛び出し率に及ぼす実効掃流力の変動の影響

現地においては、風速の変動により実効掃流力の平均値が時間的に変化するだけでなく、風速が一定でも波の不規則性や底泥面の凹凸などのさまざまな原因により、底泥面に作用するせん断応力は実効掃流力の平均値のまわりに変動していると考えられる。すなわち、現地での実効掃流力の時系列 $\tau_e(t)$ は、その平均値が風速の変動に呼応するランダム過程として取り扱うのが適当と考えられる。ここでは、風速条件付きでの実効掃流力の分布を平均値 $\bar{\tau}_e$ 、標準偏差 σ_t の正規分布と仮定する。3. (1) の手順で与えられるが平均値 $\bar{\tau}_e$ に対して、 $\alpha_t = \sigma_t/\bar{\tau}_e$ で定義される変動係数が、底泥の飛び出し率 $p_{**}(\bar{\tau}_{e*})$ の統計的性質に及ぼす影響を検討することにする。上記の実効掃流力の分布の仮定より、底泥の無次元飛び出し率の平均値 $\bar{p}_{**}(\bar{\tau}_{e*})$ および標準偏差 $\sigma_t(\bar{\tau}_{e*})$ は次のように表わされる。

$$\bar{p}_{**}(\bar{\tau}_{e*}) = \int_0^\infty p_{**}(\tau_{e*}) f(\tau_{e*}) d\tau_{e*} \cdots \cdots (14)$$

$$\sigma_p(\bar{\tau}_{e*}) = \left[\int_0^\infty p_{**}^2(\tau_{e*}) f(\tau_{e*}) d\tau_{e*} - \{\bar{p}_{**}(\bar{\tau}_{e*})\}^2 \right]^{1/2} \cdots \cdots (15)$$

$$f(\bar{\tau}_{e*}) = [1/(\sqrt{2\pi} \sigma_{t*})] \exp[-\{(\tau_{e*} - \bar{\tau}_{e*})/(\sqrt{2} \sigma_{t*})\}^2] \cdots \cdots (16)$$

ここで、 $f(\bar{\tau}_{e*})$ は無次元実効掃流力 $\bar{\tau}_{e*}$ の確率密度関数であり、 $\tau_{e*} = \tau_e/\tau_{c2}$ 、 $\bar{\tau}_{e*} = \bar{\tau}_e/\tau_{c2}$ 、 $\sigma_{t*} = \sigma_t/\tau_{c2}$ である。また $\bar{\tau}_e$ および σ_t はそれぞれ τ_e の分布の平均値と標準偏差であり、 τ_{c2} は底泥の破壊限界値²⁾である。実効掃流力の分布の変動係数 α_t は

$$\alpha_t = \sigma_t/\bar{\tau}_e = \sigma_{t*}/\bar{\tau}_{e*} \cdots \cdots (17)$$

で定義されるので、式 (17) を式 (16) に代入すれば

$$f(\bar{\tau}_{e*}) = [1/(\sqrt{2\pi} \alpha_t \bar{\tau}_{e*})] \exp[-\{(\tau_{e*} - \bar{\tau}_{e*})/(\sqrt{2} \alpha_t \bar{\tau}_{e*})\}^2] \cdots \cdots (18)$$

となる。いま、 $y_* = (\tau_{e*} - \bar{\tau}_{e*})/\sigma_{t*} = (\tau_{e*} - \bar{\tau}_{e*})/(\alpha_t \bar{\tau}_{e*})$ とすると、式 (14)、(15) は次のようになる。

$$\bar{p}_{**}(\bar{\tau}_{e*}) = \int_{-1/\alpha_t}^\infty p_{**}(k_* \bar{\tau}_{e*}) \Phi(y_*) dy_* \cdots \cdots (19)$$

$$\begin{aligned} \sigma_p(\bar{\tau}_{e*}) &= \left[\int_{-1/\alpha_t}^\infty p_{**}^2(k_* \bar{\tau}_{e*}) \Phi(y_*) dy_* \right. \\ &\quad \left. - \{\bar{p}_{**}(\bar{\tau}_{e*})\}^2 \right]^{1/2} \cdots \cdots (20) \end{aligned}$$

ここで、 $\Phi(y_*)$ および k_* は次式で定義される。

図—5 実効掃流力の変動を考慮した場合の底泥の無次元飛び出し率 $\bar{P}_{ms}(\bar{\tau}_{e*})$

$$\Phi(y_*) = (1/\sqrt{2\pi}) \exp(-y_*^2/2), \quad k_* = y_* \alpha_t + 1 \quad (21)$$

図—5 は、実効掃流力 τ_e の変動を考慮に入れた場合の、底泥の無次元飛び出し率の平均値 $\bar{P}_{ms}(\bar{\tau}_{e*})$ と無次元実効掃流力の平均値 $\bar{\tau}_{e*}$ の関係を、 τ_e の変動係数 α_t をパラメータにして整理したものである。 $\bar{P}_{ms}(\bar{\tau}_{e*})$ の値は $\bar{\tau}_{e*}$ が 0.3 付近では α_t の値によって 2 オーダーほど異なり、 α_t が大きいほど大きくなる。しかし、 $\bar{\tau}_{e*}$ が増加するにつれて α_t による差が減少し、 $\bar{\tau}_{e*} = 1.2$ 付近では α_t による違いは無視できる程度となる。図—5 の結果は、 $\bar{\tau}_{e*}$ が小さくとも変動係数 α_t の値によっては、かなりの量の底泥が浮上し得ることを示唆している。

4. 湖内での底泥の収支

(1) 物質収支の基本式

再浮上した底泥粒子の湖内での挙動について検討する。流水中で沈降・浮上を繰り返す物質の挙動を決定論的に記述する一手段として、拡散方程式を用いて濃度分布などの形で表現する方法がある。ここでも基本的にはその方法を用いる。底泥粒子の流水中での挙動は、粒子濃度 $C(x, y, z, t)$ に関する三次元拡散方程式を解くことにより求められるわけであるが、それをそのまま解くのは、各方向の拡散係数の与え方の難しさなどのため、煩雑で莫大な計算量のわりには大した精度が期待できない。そのため、通常は構成各項の断面平均値に対して物質収支式が立てられる¹⁰⁾。観測点周辺は水深、波浪、湖流条件がほぼ同じなので、飛び出し率も水平方向に一樣と考えられる。また、湖流速が小さいため、他の水域か

らの移流の影響も無視できると考えられる。そのため、観測点周辺での浮上した底泥粒子の挙動は水平方向に一樣と仮定して、次に示す鉛直方向のみの物質収支式を採用した。

$$h(\partial C_m / \partial t) = [E_z(\partial C / \partial z)]_0^h + (w_0 C)_0^h \quad (22)$$

ここで、 z 軸は鉛直上向き、 C は濃度、 C_m は断面平均濃度、 w_0 は粒子の沈降速度、 h は水深、 E_z は z 方向の拡散係数、 t は時間である。境界条件は、水表面では物質が系外へ脱出しえないという条件より

$$[E_z(\partial C / \partial z) + w_0 C]_{z=0} = 0 \quad (23)$$

水底では単位時間単位面積当たり P_m なる量の底泥粒子が飛び出すという条件より

$$[E_z(\partial C / \partial z) + w_0 C]_{z=0} = -P_m + w_0 C|_{z=0} \quad (24)$$

となる。この場合 $E_z|_{z=0} \neq 0$ が前提となる。

$C|_{z=0} = C_0$ と書き、式 (23) および式 (24) を式 (22) に代入して整理すれば、

$$h(\partial C_m / \partial t) = -w_0 C|_{z=0} + P_m + w_0 C|_{z=0} - w_0 C_0 = P_m - w_0 C_0 \quad (25)$$

となる。ここで C_m および C_0 について次の仮定をする。 $C_m(t)$ および $C_0(t)$ の定義はそれぞれ

$$C_m(t) = (1/h) \int_0^h C(z, t) dz, \quad C_0(t) = C(0, t) \quad (26)$$

であり、厳密には $C_m(t)$ および $C_0(t)$ を求めるためには、 $C(z, t)$ の値が必要となるが、ここでは $C(z, t)$ の鉛直分布形は常に相似で、定常状態の方程式

$$\partial [E_z(\partial C / \partial z)] / \partial z + w_0(\partial C / \partial z) = 0 \quad (27)$$

の解で近似できると仮定する。

(2) 拡散係数

湖内の流れは、波や鉛直循環流の存在により複雑と考えられるが、浮上した底泥の水中での拡散に関与するものとしては、湖流のみを考え、簡単のためそれを、せん断乱流とした。波浪は底面での巻き上げの主要因ではあるが、微小振幅波として取り扱っているので、拡散には関与しないと仮定した。せん断乱れ場での拡散係数 E_z は、壁面や水表面では水粒子の運動が制限されるため小さく、主流部で大きい特性がある。そのため、浮遊砂の研究では、 E_z の分布として、対数分布則に基づく

$$E_z = \beta u_* x z (1 - z/h) \quad (28)$$

がよく用いられてきた。この場合、式 (27) を満足する鉛直濃度分布形 $C(z)$ は次の Rouse 型分布となる¹¹⁾。

$$C(z)/C_a = [(h-z)/z]^{z_*} [a/(h-a)]^{z_*}, \quad z_* = w_0/(\beta u_* x) \quad (29)$$

ここで β は底泥粒子の拡散に関する比例定数、 x はカルマン定数、 C_a は $z=a$ での濃度で規準面濃度とよばれる。式 (28) の $E_z(z)$ を用いた場合の問題点は $z=0$ に規準面をとれないことである。すなわち、Rouse 型分

布の場合、 $a \rightarrow 0$ とすると、 $C_a \rightarrow C_0 \rightarrow \infty$ となり、式(25)の右辺は、 P_m が無限大でない限り常に負となり、底泥の浮上があっても湖内の濁度は全く上昇しないことになる。そのため、通常、 $a/h=0.05$ に基準点が取られている。しかし、 $a/h=0.05$ なる条件は水深 h が大きくなると

$$E_z(\partial C/\partial z)|_{z=a} = -P_m \cdots \cdots (30)$$

が成立しない。そのため C_a の値を何らかの形で与えている。しかし、著者らは、参考文献3)において P_m の推定式を導いているので、式(25)のように P_m を取り組んだ形の物質収支式を用いたい。そのためには、 $z=0$ で $E_z=0$ 以外の拡散係数を与えたい。そのような分布として、式(28)の断面平均値 $E_z = \beta u_* x h/6$ を用いることがよく行われてきた。この場合、式(27)を満足する $C(z)$ は次のような指数分布となる。

$$C(z)/C_0 = \exp(-6 z_* z/h) \cdots \cdots (31)$$

ここで、 C_0 は $z=0$ での濃度であり、 $E_z|_{z=0} \neq 0$ であるために定義が可能となり、式(25)の収支式が適用できる。しかし、 $E_z = \beta u_* x h/6$ ($=\text{const.}$) なる仮定は、壁面付近で問題となる。このように、上記2つの E_z の与え方には互いに問題点を含んでいる。そこで、乱流場 ($a < z \leq h$) での、物質の拡散係数 E_z と運動量の拡散係数との間の仮定を全層 ($0 \leq z \leq h$) まで拡張して、

$$E_z = \beta \nu + \beta u_* x z (1-z/h) \cdots \cdots (32)$$

と仮定すれば、この分布形は E_z の値が境界付近で小さく主流部で大きいという特性を満足し、かつ規準面を $z=0$ で定義できる。ここで、 ν は水の動粘性係数である。ただ、 E_z を式(32)で与えた場合、式(27)を満足する濃度分布形は解析的には表現できず少し不便である。そこで、主に解析の便宜のために、拡散係数 E_z の分布形としては次のように式(32)を近似する。

$$E_z = E_{z1} = \beta \nu \quad 0 \leq z \leq a \cdots \cdots (33 \cdot a)$$

$$E_z = E_{zu} = \beta u_* x z (1-z/h) \quad a \leq z \leq h \cdots \cdots (33 \cdot b)$$

図-6 濃度分布形モデルに関する説明図

式(33)は、 $z \rightarrow 0$ では $\beta \nu \gg \beta u_* x z (1-z/h)$ であり、 z が大きくなるにつれて $\beta \nu \ll \beta u_* x z (1-z/h)$ を考慮したものである。これによれば、濃度分布形 $C(z)$ は図-6のようになる。すなわち、 $C(z)$ は $0 \leq z \leq a$ の下層部では指数型濃度分布を、 $a \leq z \leq h$ の上層部では Rouse 型濃度分布を考える。この濃度分布形は $z=a$ において $C(z)$ は連続であるが微分不可能となる。しかし、 $C(z)$ に対する時間的相似性などの仮定を踏まえれば、この近似は許容されると考えられる。

ここで C_{mu} および C_{m1} をそれぞれ上層 ($a \leq z \leq h$) および下層 ($0 \leq z \leq a$) での断面平均濃度とすると、式(25)は次のように書き改められる。

$$(h-a)(\partial C_{mu}/\partial t) + a(\partial C_{m1}/\partial t) = P_m - w_0 C_0 \cdots \cdots (34)$$

上・下層の接界面 a の位置は $E_{zu}(a) = E_{z1}(a)$ 条件で決めることにすれば、 a は次の関係式から求められる。

$$\nu = u_* x a (1-a/h) \cdots \cdots (35)$$

a が微小な場合、 $1-a/h=1$ となるので、 a は結局

$$a = \nu / (u_* x) \cdots \cdots (36)$$

で近似される。 $x=0.4$ として、 a の値と粘性底層厚 $\delta_1 (=5 \nu / u_*)$ との比を求めると $a/\delta_1=0.5$ となり、 a の位置は粘性底層内に存在することになる。

(3) シミュレーションに用いた物質収支式

濁度の計算値を観測結果と比較するためには、観測地点(底泥面から0.3 m 上方)での濁度 $C_{ob}(t)$ を求める必要がある。そのために、まず式(34)を $z=a$ での濃度 C_a に関する式に書き改めることとする。濃度分布形の仮定より、

$$M_{ar} = (h-a) C_{mu} = \int_a^h C_R dz = \int_0^a C_R dz - \int_0^a C_R dz \cdots \cdots (37)$$

となる。ここで、 C_R は Rouse 型濃度分布である。よって

$$M_{ar} = C_a h [f_a / (1-f_a)]^{z_*} \int_0^a \{(1-f)/f\}^{z_*} df - C_a h [f_a / (1-f_a)]^{z_*} \int_0^a \{(1-f)/f\}^{z_*} df \cdots \cdots (38)$$

となる。ここで、 $z_* = w_0 / (\beta u_* x)$ 、 $f = z/h$ および $f_a = a/h$ である。式(38)の2つの積分項は、 $0 < z_* < 1$ の場合積分可能である¹²⁾。 $u_* = 3.2 \text{ mm/s}$ 、 $w_0 = 0.46 \text{ mm/s}$ の条件を与えると $z_* = 0.3$ であり、 M_{ar} は結局、

$$M_{ar} = C_a h [f_a / (1-f_a)]^{z_*} \Gamma(1-z_*) \Gamma(1+z_*) - C_a h [f_a / (1-f_a)]^{z_*} F(1-z_*, -z_*, 2-z_*; f_a) \cdots \cdots (39)$$

となる。ここで $\Gamma(x)$ はガンマ関数、 $F(a, b, c; z)$ は超幾何関数である。また $a C_{m1}$ は濃度分布形の仮定より、

$$a C_{m1} = \int_0^a C_E dz = [C_a E_{z1} / (k_e w_0)] \{1 - \exp(-w_0 a / E_{z1})\} \cdots \cdots (40)$$

で表わされる。ここで、 C_e は指数型分布である。また、 $k_e = C_a/C_0$ であり $\exp[-w_0 a/(\beta\nu)]$ で与えられる。式(33)と式(39)および式(40)を式(34)に代入して整理すれば、

$$\begin{aligned} & [h\{f_a/(1-f_a)\}^2 \Gamma(1-z_*) \Gamma(1+z_*) (\partial C_a / \partial t) \\ & - h\{f_a/(1-f_a)\}^2 F(1-z_*, -z_*, 2-z_*; f_a) \\ & + |\beta\nu/(k_e w_0)| \{1 - \exp[-w_0 a/(\beta\nu)]\}] \\ & \cdot (\partial C_a / \partial t) = P_m - w_0 C_a / k_e \dots\dots\dots (41) \end{aligned}$$

となり、これを解けば $z=a$ での濃度の時間変動 $C_a(t)$ が求められる。 $z=h_{ob}$ での濃度の時間変動 $C_{ob}(t)$ は、 $C_a(t)$ を式(29)に代入して、 $z=h_{ob}$ とすることにより求められる。

5. 底泥層内の含水比の鉛直分布の影響

ここでは、堆積している底泥の含水比の鉛直分布が底泥の再浮上現象に及ぼす影響を、底泥床高の時間的変化を例にとって検討する。簡単のため、流れは時間的に変化せず、浮上した粒子の流下距離は無限大とする。便宜上、無次元飛び出し率 p_{m*} の推定式³⁾を次式で近似する。

$$p_{m*} = A(\tau/\tau_{c2})^\lambda \quad (\text{for } \tau/\tau_{c2} < 1) \dots\dots\dots (42)$$

ここで、 τ は底面せん断応力、 A および λ は比例定数である。実験結果²⁾をもとに、 $\tau_{c2} = \alpha\tau_{y1}$ (τ_{y1} : 降伏値、 α : 定数)と近似すると、底泥床面での連続式は次式となる。

$$\begin{aligned} dz_{s*}/dt_* &= A_1 (d_0/z_{b0}) (\eta_1/\eta_0)^{-1} (\tau/\alpha\tau_0) p_{m*} \\ &= A_1 A (d_0/z_{b0}) (\eta_1/\eta_0)^{-1} \{\tau/(\alpha\tau_0)\}^{\lambda+1} (\tau_{y1}/\tau_0)^{-\lambda} \\ &\dots\dots\dots (43) \end{aligned}$$

ここで、 $z_{s*} = z_s/z_{b0}$ 、 $t_* = (\alpha\tau_0/\eta_0)t$ 、 z_s は底面低下量、 t は時刻、 A_1 は粒子の形状係数、 d_0 は飛び出し時の代表的粒径、 z_{b0} は基準底泥層深さ、 η_1 は底泥の粘度、 τ_0 および η_0 はそれぞれ $z_b = z_{b0}$ における τ_{y1} および η_1 の値である。 z_b 軸は鉛直下向きである。含水比を濃度 C で表現しその鉛直分布形 $C(z_b) = c_1 z_b^l$ (c_1, l : 定数)とし、さらに実験結果²⁾より近似される $\tau_{y1} = k_1 C^m$ 、 $\eta_1 = k_2 C^n$ (k_1, k_2, m, n : 実験定数)なる関係を用いて整理すれば、 dz_b/dt は

$$\begin{aligned} dz_{s*}/dt_* &= A_1 A (d_0/z_{b0}) \{\tau/(\alpha\tau_0)\}^{\lambda+1} z_{s*}^{-l(\lambda m + n)} \\ &(\tau/\tau_{c2} < 1) \dots\dots\dots (44) \end{aligned}$$

と書き改められる。実験や調査の結果から、 $\lambda=5$ 、 $l=1/5$ 、 $m=n=4$ となり、 $|l(\lambda m + n) + 1| = 29/5$ を6と近似すれば、 z_{s*} の時間変化は次式となる。

$$\begin{aligned} z_{s*} &= (6 A_1 A d_0/z_{b0})^{1/6} \{\tau/(\alpha\tau_0)\} t^{1/6} \\ &(\tau/\tau_{c2} < 1) \dots\dots\dots (45) \end{aligned}$$

$C(z_b) = \text{const.}$ の場合には、底泥路床の低下量(すなわち、底泥の浮上厚さ) Δz_s が時間に比例して増加するのに比べて、 $C(z_b) = c_1 z_b^{1/5}$ のような濃度変化をしている場合には、 Δz_s は時間の1/6乗に比例して大幅に減少

する。また、同じ経過時刻での Δz_s は、 $C(z_b) = \text{const.}$ の場合には $\tau/\alpha\tau_0$ の6乗に比例するのに対し、 $C(z_b) = c_1 z_b^{1/5}$ の場合には $\tau/\alpha\tau_0$ に比例することになり、 τ の増加に伴う Δz_s の増加は $C(z_b) = \text{const.}$ の場合に比べてかなり小さくなることがわかる。以上の考察で、堆積した底泥の含水比の鉛直変化が、底泥の再浮上現象に大きな影響を及ぼすことが明らかとなった。現地の条件によっては、浮上量を推定する際、含水比の鉛直方向変化を考慮した解析が必要となると考えられる。

6. 底泥の再浮上に関するシミュレーション

これまでに得られた知見をもとに、霞ヶ浦高浜入湾奥部を対象として底泥の再浮上現象のシミュレーションを行った。本節では、その手順および結果について述べる。シミュレーションにおいては、風速の時間変動を入力として与え、深さ0.3mでの濁度および底泥の浮上厚 z_s (洗掘深)の時間変化を出力として得ようとするものである。まずシミュレーションの具体的な手順について説

表一 底泥層内での底泥の粘度と限界掃流力の鉛直分布

z_b (mm)	C (kg/l)	w (%)	η_1 (Pa.s)	τ_{c2} (N/m ²)
0.0 - 0.5	0.124	760	0.05	0.07
0.5 - 1.0	0.137	690	0.08	0.11
1.0 - 2.5	0.151	620	0.12	0.15
2.5 - 5.0	0.158	590	0.17	0.21
5.0 - 10.0	0.172	540	0.23	0.26
10.0 - 20.0	0.183	500	0.28	0.32

図一 実効掃流力の時系列を与える手順の説明図

明し、計算結果と現地観測結果との比較などを通してシミュレーションの妥当性について検討する。ここでは均一でその性質に時間的変化のない固体粒子を想定した。また、ここで取り扱う底泥の浮上現象は、せいぜい表層 1 cm 前後の巻き上げで、底泥は降伏しておらず（すなわち、底泥層としては流動せず）、表層のより柔らかな部分から間欠的に巻き上がるというものである。

(1) シミュレーションの手順

シミュレーションにあたって、底泥層内の含水比の鉛直分布を反映させて限界掃流力 τ_{c2} や底泥の粘度 η_1 について、その鉛直方向変化を考慮に入れた。また底泥床面に作用するせん断応力を、平均値が風速によって決められる正規分布型確率変数として与えた。濁度や浮上厚さの時間変動は 30 分間隔で計算したが、実効掃流力 τ_e の値は 1 分ごとに与えた。具体的な手順は次のとおりである。

① 含水比の鉛直分布の実測データを参照して、底泥層を表—1 に示すように分割し、各層での含水比に対応する $\eta_1(z_b)$ および $\tau_{c2}(z_b)$ の値を与える²⁾。ここで z_b 軸は鉛直下向きである（表面で $z_b=0$ ）。

② 実効掃流力は以下の手順で与える。入力としての風速は図—7 (a) のように 30 分ごとに一定値で与える。30 分間の平均値としての波高 $\bar{H}_e$ および周期 $\bar{T}_e$ は、それぞれ式 (6) および式 (7) から計算する。30 分間内の風速変動の影響と、風速と有義波の関係に内在するばらつきを考慮して、有義波の波高 H_e と周期 T_e を、 $\bar{H}_e$ および $\bar{T}_e$ を平均値とし、変動係数が α_H および α_T である正規分布型の確率変数として 5 分ごとに与える（図—7 (b), (c) 参照）。

③ 有義波 H_e , T_e に対応する実効掃流力 $\bar{\tau}_e$ は 3. (1) に述べた手順で求める。さらに、実際の波浪は不規則波であるので、その影響を $\bar{\tau}_e$ に加味して、 $\tau_e(t)$ は 1 分ごとに確率変数（平均値： $\bar{\tau}_e$ 、変動係数： α_1 、正規分布型）として与える（図—7 (d) 参照）。

④ 与えられた $\tau_e(t)$ の値と表—1 に示す $z_b=z_s$ での限界掃流力 τ_{c2} と粘度 η_1 の値を、底泥の飛び出し率の推定式³⁾である式 (46) に代入して、1 分間ごとの飛び出し量 $P_m(t)$ を計算する。 z_s は浮上厚であるが、時刻 t での底泥の表面の位置でもある ($t=0$ で $z_s=0$ 、鉛直下向きが正)。

$$p_{m*} = (A_2/A_3)(\eta_1/\tau)\{P_m/(\rho_0 d_0)\} \\ = (\alpha_2/\alpha_1)p_0[1 + \delta_0\Phi(y_0)/p_0 - \tau_{c2}/\tau]\cdots\cdots(46)$$

ここで、 A_2 , A_3 は粒子の形状係数で、それぞれ、 $\pi/4$, $\pi/6$; ρ_0 , d_0 は飛び出す粒子の密度および粒径; $\alpha_1=1$, $\alpha_2=0.75$; $p_0=\tau>\tau_{c2}$ なる確率; $\delta_0=\tau$ の変動係数 (= 0.5); $\Phi(y)$ = 誤差関数; $y=(\tau-\bar{\tau})/\sigma_1$; $\bar{\tau}=\tau$ の平均値; $\sigma_1=\tau$ の標準偏差である。

⑤ $P_m(t)$ の 30 分間平均値 $\bar{P}_m$ を求めて、この $\bar{P}_m$ の値と物質収支式の式 (41) を用いて $z=a$ での濁度 C_a の時間変動を 30 分ごとに計算する（図—7 (e), (f) 参照）。

⑥ 観測点での濁度 C_{ob} は C_a の値と式 (29) を用いて計算する。底泥の浮上厚 z_s は、水中に浮遊している単位面積当たりの底泥粒子の全量 M_T (C_b の分は除く) を計算し、次に示す関係式から逆算する。

$$z_s = (M_T/\rho)(1+w/100)\cdots\cdots(47)$$

この際、沈降してきた底泥は、一定の含水比 $w=590\%$ で堆積するとした。 ρ は底泥粒子の真の密度である。

(2) シミュレーション結果の考察

想定した底泥粒子は、粒径 $26\mu\text{m}$ 、比重 2.28 で沈降速度は 0.46 mm/s である。湖内での鉛直分布形を与える z_* の値は $\beta=1.2$, $\chi=0.4$ および $u_* = 3.2\text{ mm/s}$ として 0.3 とした。水深は 2.5 m、観測点の位置は底面から 0.3 m 上方である。また、確率変数 H_e , T_e および τ_e に対する変動係数の値は試行錯誤的に決められ、それぞれ $\alpha_H=0.025$, $\alpha_T=0.025$ および $\alpha_1=0.5$ で一定とした。図—8 は上記の条件で行った濁度 ($h_{00}=0.3\text{ m}$) および浮上厚の時間変動のシミュレーション結果である。同図には風向、風速、濁度の現地観測データを併示した。(A) が 1983 年 11 月 6 日から 11 月 19 日、(B) が 1984 年 1 月 14 日から 1 月 28 日までの結果である。濁度について実測値と計算値を比較すると、風速が 10 m/s を越すと計算値は必ず 200 mg/l を越える高い値となるが、実測値は必ずしもそうはならない。この原因は風向にあると考えられる。風速が 10 m/s を越えても濁度が $10\sim 20\text{ mg/l}$ 程度しか上昇していない実測データの場合、風向は N~NE となっている。N~NE の風向の風は、観測ステーションの位置の関係で、吹送距離が 200 m 程度と短い。さらに観測ステーションの NE 方向に、約 400 m^2 の規模の実験施設がわずか数 m 離されて係留されており、これによる消波効果が大い。以上の 2 つが、N~NE 方向の風の速度が 10 m/s を越えても、高い濁度が観察されなかった理由と考えられる。この考察を裏付けるデータとして、N~NE 方向以外の風が 10 m/s を越す場合には 110 mg/l という高い濁度が観測されている。なお、出力値としてはもっと高い値が記録されていたが、 110 mg/l 以上は計測精度が保証されていないので、図—8 の実測値は 110 mg/l で切っている。N~NE 方向の風のデータを除いて、実測値と計算値の相関係数を求めたところ 0.67 とかなり高く、今回のシミュレーションは妥当なものと判断される。実測された濁度では、風速が 8 m/s を越すあたりから急激に上昇し始め、風速が 6 m/s 以下になると 1~2 時間以内にもとの値に下降する特徴がみられたが、シミュレーションでもその特徴

図一八 濁度、風速、風向および浮上厚の時間変化（実測値と計算値の比較）

は再現できた。浮上厚の計算結果は、風速が 12 m/s あたりで 2~7 mm 程度の値となった。これによると、高浜入では、風の強い日には数 mm 程度の底泥が浮上する可能性があり、これに伴い底泥間隙水中の栄養塩類が水圏へ拡散することが予想される。

最後に、各確率変数の変動係数 α_H 、 α_T および α_t の値、さらには底泥の限界掃流力 τ_{c2} および粘度 η_1 の鉛直分布が、シミュレーション結果に及ぼす影響について述べる。 α_H および α_T が 0.05 以下であれば、計算結果には大きな変化は現われない。それ以上になると、風速が 10

m/s を越すあたりから、計算値は 500 mg/l をはるかに越す濁度を示すことが多くなる。また α_t については、 $\alpha_t < 0.3$ では風速が 6 m/s 程度ならば底泥は全く浮上しない結果となり、 $0.5 < \alpha_t < 1$ では α_t の増加とともに風速が 6 m/s 程度で濁度の上昇がみられ、濁度の変動も若干大きくなる傾向がある。シミュレーション結果に及ぼす影響は、底泥の限界掃流力 τ_{c2} および粘度 η_1 の鉛直分布によるものが最も大きかった。底泥が $w=590\%$ 、 $\tau_{c2}=0.21\text{ N/m}^2$ 、 $\eta_1=0.17\text{ Pa}\cdot\text{s}$ で鉛直方向に一樣とすると、風速が 7 m/s 以下では底泥の浮上は全くなく、逆に

10 m/s あたりから濁度は 1 000 mg/l を越し、浮上厚さは数 cm という過大な値となった。底泥の含水比、限界掃流力および粘度の鉛直分布に対する計算結果の感度は 5 mm 以浅において高く、それ以深では低いで、表 1 のような底泥層の分割法が有効であった。

7. 結 論

霞ヶ浦高浜入を対象として、風、湖流、波浪および濁度の現地観測を行い、底泥の再浮上に関するシミュレーションを行った。得られた成果を以下に述べる。

(1) 観測結果から、霞ヶ浦で起こる底泥の再浮上の主たる原因は、風により誘起される波浪であることがわかった。

(2) モデル化にあたり、実効掃流力なる概念を導入し、波浪による交番性のせん断応力を評価し、鉛直方向のみの物質収支式で水中での底泥粒子の挙動を記述した。また、底泥層内の含水比の鉛直変化も考慮した。

(3) 濁度についての実測データとシミュレーション結果の相関係数は 0.67 とかなりよかった。シミュレーションによれば、12 m/s 程度の風が吹けば、湖内の濁度は 200～300 mg/l 程度に上昇し、底泥の浮上厚は数 mm にまでおよぶことになる。

(4) シミュレーション結果は、波浪や底面せん断応力の確率変数の特性にも影響されるが、底泥の限界掃流力および粘度の鉛直分布、特に 5 mm 以浅での分布形に最も影響された。

現地での底泥粒子の粒度分布や比重分布にはある幅があり、これらの影響を加味したい場合には、各粒度および比重別に計算を行って重ね合わせの手法を用いればよい。また植物プランクトンのように粒径や比重が時間的に増減する場合には、新たな検討が必要となる。今後十分に議論されるべき点は、底面での物質収支に関する境界条件の考え方、すなわち、底泥の浮上と沈殿が同時に起こっている場合の、底泥表層での P_m (すなわち、 w , η , τ_{c2}) や沈殿量 ($w_0 C_0$ でよいのか?) の与え方、および、底面ごく近傍での拡散係数の与え方などである。また、最近、波動場での底泥の挙動に関する研究が盛んになり、新しい知見が報告されてきている^{13)~15)}。その中には、底泥層の波動運動に伴い、底泥層内の含水比が

時間とともに高くなることを明らかにし、それが底泥の飛び出し量に及ぼす影響を評価した例もある¹⁵⁾。底泥層の波動運動が顕著と思われる現地を対象とする場合には、このような影響を加味したモデルに改良していく必要があると思われる。

参 考 文 献

- 1) Sheng, Y. P. and Lick, W.: The transport and resuspension of sediments in a shallow lake, J. Geophys. Res., 84 (C4), 1809-1826, 1979.
- 2) 大坪国順・村岡浩爾：底泥の物性および限界掃流力に関する実験的研究，土木学会論文集，Vol. 363/II-4, pp. 225～234, 1985.
- 3) 大坪国順・村岡浩爾：流れによる底泥の飛び出し率，土木学会論文集，Vol. 375/II-6, pp. 43～52, 1986.
- 4) 大坪国順・村岡浩爾：霞ヶ浦底泥の物性および堆積特性に関する調査と検討，土木学会衛生工学研究論文集，Vol. 21, pp. 201～210, 1985.
- 5) 大坪国順・村岡浩爾：霞ヶ浦における底泥の再浮上に関する現地観測及びシミュレーション，土木学会第 29 回水理講演会論文集，pp. 353～358, 1985.
- 6) 村岡浩爾・福島武彦：陸水域の富栄養化に関する総合研究 (Ⅲ) 霞ヶ浦 (西浦) の湖流，国立公害研究所研究報告，第 19 号，49～60, 1980.
- 7) たとえば土木学会編：水理公式集 昭和 46 年改訂版，土木学会，480～484, 1971.
- 8) たとえば土木学会編：新版 土木工学ハンドブック下巻，技報堂，2220～2221, 1974.
- 9) たとえば，首藤伸夫：新体系土木工学 24 海の波の水理，技報堂，1981.
- 10) たとえば，石原藤次郎編：水工水理学，丸善，pp. 714～725, 1972.
- 11) たとえば，岩佐義朗：朝倉土木工学講座 3 水理学，朝倉書店，246～250, 1967.
- 12) たとえば，森口繁一・宇田川銑久・一松 信：数学公式集Ⅲ，岩波書店，1957.
- 13) 鶴谷広一・中野 晋・高濱 潤：波と底泥の動的相互作用による底泥の波高減衰と底泥運動，第 33 回海岸工学講演会論文集，pp. 317～321, 1986.
- 14) 五味美智男・矢内栄二・堺 和彦・大槻 忠・糸列長敬：波と底泥の相互干渉に及ぼす底泥の影響について，第 33 回海岸工学講演会論文集，pp. 322～326, 1986.
- 15) 柴山知也・佐藤慎司：波による底泥の移動現象に関する研究，海洋開発論文集，Vol. 3, 1987.

(1987.5.6・受付)