変断面げたの耐荷横倒れ座屈荷重と実構造物への適用

西川武夫*・金山 亨**

本論文では、両端単純支持され、等分布荷重を受ける変断面げたの変位を三角級数で仮定し、微分方程式を部分積分して得られた等価換算断面諸元から求めた弾性横倒れ座屈荷重の実構造物への適用について述べている。中心圧縮柱と関連づけた等価換算細長比を導入し、初期不整を考慮した基準耐荷力曲線から求めた耐荷横倒れ座屈荷重を施工法選定の基準とした。また、本方法を（支間／主桁間隔）が、ほぼ 20 の鋼 I 形単純活荷重合成 2 主桁橋のコンクリート床版の施工に適用した。

Key Words: lateral buckling, initial imperfection, equivalent section property, equivalent slenderness ratio, concrete placing

1. ま え が き

（長さ／幅）が大きな構造では、横倒れ座屈に対して所定の安全率が確保されているかを入念に照査する必要がある。特に、（長さ／幅）が 20 を超える構造として設計された「けた」に、鉛直・水平荷重が作用する場合には、横倒れ座屈現象は開断面・閉断面等の断面構成の相違と荷重作用位置との影響を顕著に受ける。

本論文では、まず両端単純支持され、鉛直・水平方向に等分布荷重が作用した等断面げたの弾性横倒れ座屈荷重（以後、単に横倒れ座屈荷重という）式を誘導し、この式に変断面げたに対して誘導した等価換算断面諸元と等価換算細長比による横倒れ座屈の照査と鋼 I 形単純活荷重合成 2 主桁橋（以後、単に合成 2 主桁橋という）のコンクリート床版（以後、単に床版という）の施工法選定への適用について述べている。つまり、断面積、断面 2 次モーメント、純ねじり定数、そりねじり定数が長手方向に段階状に分布する変断面げたに、鉛直・水平方向に等分布荷重が作用する力学系に関する 3 本の連成微分方程式に、Galerkin 法を各断面の部分積分の和で用いて求めた等価換算断面諸元と中心圧縮性とを関連づけた等価換算細長比¹⁾を誘導している。

等価換算細長比からヨーロッパ鋼構造協会連合、Ⅷ委員会が提案した 4 本の鋼柱座屈曲線のほぼ下限値に相当する基準耐荷力曲線²⁾（初期曲がり $1/1\,000$ 、残留応力 $\sigma_r \approx 0.5\sigma_y$ を考慮）を用いて、耐荷横倒れ座屈荷重式を示した。なお、本方法を支間 49 600 m、主桁間隔 2 500 m の合成 2 主桁橋における床版施工法の選定に適用している。

合成 2 主桁橋では、水平面内のせん断変形に抵抗する

横構が下側にのみ設けられているので、せん断中心が下フランジ近傍となり荷重作用位置との距離が大きくなり、けたの横倒れ座屈荷重が低下する断面構成となる。このような構造特性を持った合成 2 主桁橋の床版施工時の安全性を高める対策を「床版の施工法、上横構の付加（コンクリート硬化後撤去）、中間ベントの設置」の面から検討し、分割施工法^{2),3)}を採用した。

2 主桁プレートガーダーの全体横倒れ座屈問題を設計・架設計画の実務で対応するには、全横断面を 1 本の「けた」とするのが工学的である。このような考えから限界値を（支間 (L) ／主桁間隔 (B) ）の比で与えた規定⁴⁾、注意すべき断面構成を示した指針⁵⁾、あるいは床版施工時の安全面から (L/B) の限界値を非合成桁・合成桁につき示した報文⁶⁾がある。また、全体横倒れ座屈荷重に対する簡易計算式⁷⁾や照査方法⁸⁾の提案もある。

本論文は、断面諸元が長手方向に階段状に変化する効果を Galerkin 式の積分過程から得られる力学的平均値⁷⁾を等価換算断面諸元として評価し、この値から等価換算細長比を求め既往の耐荷力曲線⁹⁾に代入して耐荷横倒れ座屈荷重式を誘導したところに特徴がある。また、この考えを合成 2 主桁橋における床版施工時の安全性確保を目的に採用した分割施工による合成効果を理論的に究明し実際に施工したのは、わが国で初めての試みと思う。

なお、本方法の有効性を代表的な 2 ケースにつき弾性横倒れ座屈荷重は NASTRAN と、耐荷横倒れ座屈荷重は文献 10) と対比し良く一致することを確認している。

2. けたの横倒れ座屈

(1) 1 軸対称等断面げた

図—1 に示す断面積 (F) 、断面 2 次モーメント (I_x, I_y) 、純ねじり定数 (I_z) 、そりねじり定数 (C_s) を有し y 軸に関して対称な等断面げたに、鉛直・水平方向の等分布荷重が作用した場合の横倒れ座屈問題を扱う¹¹⁾。

* 正会員 三井造船鉄構工事（株）取締役
（〒559 大阪市住之江区柴谷 1 丁目 2-32）

** 正会員 三井造船（株）鉄構土木事業部鉄構技術部課長

図—1 力学系

図—2 変断面げた

3 方向の変位 (u_s, v_s, φ) に関する連成微分方程式を文献 12) から引用して整理すると次式となる。

$$\left. \begin{aligned} EI_y u_s'''' - EI_y \cdot y_M \varphi'''' - (M_x \varphi)'' &= \beta \cdot p_y \\ EI_x v_s'''' - (M_y \varphi)'' &= -p_y \\ EC_s \varphi'''' - EI_y y_M u_s'''' - GI_z \varphi'' + r_x (M_x \varphi)' \\ &- M_x u_s'' - M_y v_s'' - p_y (e_y - \beta \cdot e_x) \varphi = -p_y (e_x + \beta \cdot e_y) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

ここに、

$$\beta = \frac{p_x}{p_y} \quad M_x = \frac{p_y (l-z) Z}{2} \quad M_y = \beta \cdot M_x$$

なお、式 (1) は以下の仮定に基づいている。

- ① 変形後も横断面形状は変わらない。
- ② 作用モーメント (M_x, M_y) は変形の前後で変わらない。
- ③ 荷重の作用方向は変形後も変わらない。
- ④ 断面諸元は一定とする。

式 (1) の境界条件として、けたの両端を単純支持と仮定する。つまり、けた端は自由にそり、 x, y 軸周りには回転自由、 z 軸周りには回転拘束とする。この条件を満足する 1 次近似の変位関数を次式で与える。

$$u_s = a_1 \sin \frac{\pi z}{l} \quad (2 \cdot a)$$

$$v_s = b_1 \sin \frac{\pi z}{l} \quad (2 \cdot b)$$

$$\varphi = c_1 \sin \frac{\pi z}{l} \quad (2 \cdot c)$$

式 (2・a), (2・b), (2・c) の u_s, v_s, φ を式 (1) に代入して Galerkin 法を適用すると、係数 a_1, b_1, c_1 に関する連立 1 次方程式は次式となる。

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & S \\ 0 & \mu^2 & R \\ S & R & Q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ b_1 \\ c_1 \end{bmatrix} = \frac{4\eta}{\pi} \begin{bmatrix} \beta \\ -1 \\ -D \end{bmatrix} \quad (3)$$

けたの横倒れ座屈荷重は、式 (3) の右辺を「ゼロ」とおいたとき、変位関数の係数 a_1, b_1, c_1 が同時にゼロ以外の有意義な解を持つための条件から得られる。つまり、座屈条件 $\det. [K] = 0$ から、けたの横倒れ座屈荷重 p_{ucr} は次式となる。

$$p_{ucr} = \frac{9.2}{l^2} \cdot \frac{\pi^2 EI_y}{l^2} \cdot \frac{T + \sqrt{T^2 + (1 + \beta^2 / \mu^2) C^2}}{1 + \beta^2 / \mu^2} \quad (4)$$

ここに、

$$T = y_M - 0.466 (e_y - \beta \cdot e_x) - 0.267 r_x$$

また、式 (3) で鉛直方向変位の影響を無視し座屈条件 $\det. [K] = 0$ から、けたの横倒れ座屈荷重を求めると次式となる。

$$p_{ucr} = \frac{9.2}{l^2} \cdot \frac{\pi^2 EI_y}{l^2} (T + \sqrt{T^2 + C^2}) \quad (5)$$

ここに、 T は式 (4) による。

式 (5) で $\beta = 0$ とおくと、文献 12) の S. 349 の式 (809) と一致する。

(2) 1 軸対称変断面げた

式 (4), (5) を変断面げたに用いるために、力学的に等価な等価換算断面諸元を導入する。なお、式 (1) で $EI_y u_s'''' \rightarrow (EI_y u_s'')'', EI_y \cdot y_M \varphi'''' \rightarrow (EI_y \cdot y_M \varphi'')'', EI_x v_s'''' \rightarrow (EI_x v_s'')'', EC_s \varphi'''' \rightarrow (EC_s \varphi'')'', EI_y \cdot y_M u_s'''' \rightarrow (EI_y \cdot y_M u_s'')'', GI_z \varphi'' \rightarrow (GI_z \varphi')', r_x (M_x \varphi)' \rightarrow (r_x M_x \varphi)'$ と置き換えると変断面げたに関する式が得られる。この式の右辺をゼロとした Galerkin 式で、変断面げたの 7 つの断面諸元 (式 (6・a) 参照) に関する頃の定積分値と等価換算断面諸元による定積分値とは、等しくなるので次式を得る。

$$\left. \begin{aligned} \int_0^l (EI_{x(i)} v_s'')'' \cdot \sin \frac{\pi z}{l} dz &= \int_0^l E \bar{I}_x v_s'''' \sin \frac{\pi z}{l} dz \\ \int_0^l (EI_{y(i)} u_s'')'' \cdot \sin \frac{\pi z}{l} dz &= \int_0^l E \bar{I}_y u_s'''' \sin \frac{\pi z}{l} dz \\ \int_0^l (GI_{z(i)} \varphi')' \cdot \sin \frac{\pi z}{l} dz &= \int_0^l G \bar{I}_z \varphi'' \sin \frac{\pi z}{l} dz \\ \int_0^l (EC_{s(i)} \varphi'')' \cdot \sin \frac{\pi z}{l} dz &= \int_0^l E \bar{C}_s \varphi'''' \sin \frac{\pi z}{l} dz \\ \int_0^l (r_{x(i)} M_x \varphi')' \cdot \sin \frac{\pi z}{l} dz &= \int_0^l \bar{r}_x (M_x \varphi')' \sin \frac{\pi z}{l} dz \\ \int_0^l (EI_{y(i)} y_{M(i)} u_s'')' \cdot \sin \frac{\pi z}{l} dz &= \int_0^l E \bar{I}_y \bar{y}_M u_s'''' \sin \frac{\pi z}{l} dz^*) \\ \int_0^l (e_{y(i)} - \beta \cdot e_{x(i)}) \varphi \cdot \sin \frac{\pi z}{l} dz &= \int_0^l (\bar{e}_y - \beta \cdot \bar{e}_x) \varphi \sin \frac{\pi z}{l} dz \end{aligned} \right\}$$

ただし、*) 印: $(EI_{y(i)} \cdot y_{M(i)} \varphi'')''$ に関する式は $(EI_{y(i)} \cdot y_{M(i)} u_s'')'$ と同じ結果となるので略す。

$$\dots \dots \dots (6 \cdot a)$$

式(6・a)の左辺で断面諸元(図-2参照)が区間ごとくに一定であることを考慮すると、 $(EI_{x(i)}v_s'')'' = EI_{x(i)}v_s''''$, $(EI_{y(i)}u_s'')'' = EI_{y(i)}u_s''''$, $(GI_{x(i)}\phi')' = GI_{x(i)}\phi''$, $(EC_{s(i)}\phi'')' = EC_{s(i)}\phi'''$, $(r_x M_x \phi')' = r_x (M_x \phi')'$, $(EI_{y(i)} \cdot y_{M(i)} u_s'')' = EI_{y(i)} \cdot y_{M(i)} u_s'''$ となる。したがって、等価換算断面諸元は次式となる。

$$\left. \begin{aligned} \bar{I}_x &= \frac{1}{2\pi} \sum_{i=1}^{m-1} I_{x(i)} \cdot \phi_{(i)} \\ \bar{I}_y &= \frac{1}{2\pi} \sum_{i=1}^{m-1} I_{y(i)} \cdot \phi_{(i)} \\ \bar{I}_z &= \frac{1}{2\pi} \sum_{i=1}^{m-1} I_{z(i)} \cdot \phi_{(i)} \\ \bar{C}_s &= \frac{1}{2\pi} \sum_{i=1}^{m-1} C_{s(i)} \cdot \phi_{(i)} \\ \bar{r}_x &= \frac{3}{\pi^2 - 3} \sum_{i=1}^{m-1} r_{x(i)} \cdot \theta_{(i)} \\ \bar{y}_M &= \frac{1}{2\pi \cdot \bar{I}_y} \sum_{i=1}^{m-1} I_{y(i)} \cdot y_{M(i)} \cdot \phi_{(i)} \\ \overline{e_y - \beta \cdot e_x} &= \frac{1}{2\pi} \sum_{i=1}^{m-1} [e_{y(i)} - \beta \cdot e_{x(i)}] \cdot \phi_{(i)} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (6 \cdot b)$$

ここに、

$$\begin{aligned} \phi_{(i)} &= \left[\frac{2\pi z}{l} - \sin \frac{2\pi z}{l} \right]_{z_i}^{z_{i+1}} \\ \theta_{(i)} &= \left[\pi \cdot \left\{ \left(\frac{z}{l} \right)^2 - \left(\frac{z}{l} \right) + \frac{1}{2\pi^2} \right\} \cdot \sin \frac{2\pi z}{l} \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{1}{2} - \frac{z}{l} \right) \cdot \cos \frac{2\pi z}{l} + \pi^2 \left(1 - \frac{2}{3} \frac{z}{l} \right) \left(\frac{z}{l} \right)^2 \right]_{z_i}^{z_{i+1}} \end{aligned}$$

式(4), (5)の I_x , I_y , I_z , $C_s(C_M)$, r_x , y_M , $e_y - \beta \cdot e_x$ に式(6・b)の $\bar{I}_x$, $\bar{I}_y$, $\bar{I}_z$, $\bar{C}_s(\bar{C}_M)$, $\bar{r}_x$, $\bar{y}_M$, $\overline{e_y - \beta \cdot e_x}$ を代入することにより変断面げたの横倒れ座屈荷重 p_{ucr} が得られる。

3. けたの耐荷横倒れ座屈

支間 l の両端単純支持げた(図-1参照)の支間中央における横倒れ座屈応力 σ_{cr} は、式(4)から次式となる。

$$\sigma_{cr} \doteq \frac{p_{ucr} l^2}{8 \bar{I}_x} \bar{h}_u \dots\dots\dots (7)$$

ここに、

$\bar{h}_u$: 重心から圧縮縁までの距離

一方、中心圧縮柱のEuler座屈応力は、

$$\sigma_e = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{l}{r} \right)^2} \dots\dots\dots (8)$$

であるから $\sigma_{cr} = \sigma_e$ とおけば、横倒れ座屈応力は軸方向圧縮力を受ける柱の曲げ座屈応力と弾性的に等価な関係となる。非弾性座屈領域でも成り立つかどうかの裏付けが必要であるが、実用的範囲内では成り立つと考え得る¹⁾。

式(4)の p_{ucr} を式(7)に代入して $\sigma_{cr} = \sigma_e$ とおき、無次元量 λ と等価換算細長比 λ_s との関係を整理すると次式となる。

$$\lambda_s = 0.9325 \bar{\mu}$$

$$\sqrt{\frac{1}{\left(\frac{\bar{h}_u}{l} \right) \left(\frac{l}{b} \right)} \cdot \frac{T}{b} + \sqrt{\left(\frac{T}{b} \right)^2 + \left(1 + \frac{\beta^2}{\bar{\mu}^2} \right) \left(\frac{G \bar{I}_z}{\sigma_y \bar{I}_y} \lambda^2 + \frac{\bar{C}_M}{b^2 \bar{I}_y} \right)}} \cdot \lambda \dots\dots\dots (9)$$

ここに、

σ_y は支間中央の材質とする。

T は式(4)による。

$$\lambda = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{\sigma_y}{E}} \cdot \frac{l}{b}$$

$$\lambda_s = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{\sigma_y}{E}} \cdot \left(\frac{l}{r} \right)_e$$

一方、軸方向圧縮力を受ける柱の初期不整を考慮した耐荷力曲線として文献9)の次式を用いる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\bar{\sigma}_{cr}}{\sigma_y} &= 1.0 & (\lambda_s \leq 0.2) \\ \frac{\bar{\sigma}_{cr}}{\sigma_y} &= 1.109 - 0.545 \lambda_s & (0.2 < \lambda_s \leq 1.0) \\ \frac{\bar{\sigma}_{cr}}{\sigma_y} &= \frac{1.0}{0.773 + \lambda_s^2} & (1.0 < \lambda_s) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

ここに、

λ_s は式(9)による。

また、式(10)の耐荷応力 $\bar{\sigma}_{cr}$ を式(7)に代入すると耐荷横倒れ座屈荷重 $\bar{p}_{ucr}$ は次式となる。

$$\bar{p}_{ucr} = \frac{8 \bar{\sigma}_{cr} \bar{I}_x}{\bar{h}_u l^2} \dots\dots\dots (11)$$

4. 圧縮フランジの横倒れ座屈

圧縮フランジの横倒れ座屈を拘束する床桁、対傾構、横構などの取付け部で単純支持された、けたを力学系とする。この系の両端に等曲げモーメントが作用したときの圧縮フランジの横倒れ座屈の基準耐荷力曲線として、文献9)の式(解2.2.2)を用いる。また、式(解2.2.2)から横倒れ座屈応力と実応力との比から安全率を計算する。

5. 実構造物への適用¹⁴⁾

図-3に示す支間49 000 m、主桁間隔2 500 mの合成2主桁橋の床版施工時における安全性の照査に前述した方法を適用した。本橋は鋼桁架設後、型枠・配筋作業中に冬の強風と桁下通行車両による風圧で、鋼桁が上下に揺れ作業員から不安が訴えられ床版施工時の安全性が危惧された。「1.まえがき」でも述べた施工対策を検討の結果、床版の分割施工を採用した経緯がある。

想定した5つの施工ケースごとに、けたと圧縮フラン

図-3 全体概要

図-4 圧縮フランジの拘束

表-1 荷重と作用位置

	荷 重	作用 位 置
鉛直	床 版	1.853t/m
	ハンチ	0.350 "
	鋼 重	1.050 "
	型枠, 足場, 防護ネット	0.605 "
	$p_y = 3.858t/m$	$e_x = 0$ $e_y =$ 断面ごとに变化 (上フランジ上面)
水平	風 荷 重	$e_x = -1.250m$ $e_y =$ 断面ごとに变化 (上フランジ上面)
	$p_x = 1.500t/m$

(a) コンクリート硬化前

(b) コンクリート硬化後 (n=14)

図-7 コンクリート硬化前後の断面

図-5 断面構成

表—2 断面諸元

	変断面げたの断面諸元					等価換算 断面諸元	施工ケース
	①	②	③	④	⑤		
$I_{x(i)}$ (cm ⁴)	2635000	3277000	4916000	6467000	7724000	7093000	ケースⅠ 一括施工
$I_{y(i)}$ (cm ⁴)	8661000	9853000	12857000	15605000	17735000	16646000	
$I_{z(i)}$ (cm ⁴)	294	452	1071	1822	2957	2489	
$C_{s(i)}$ (cm ⁶)	1165x10 ¹⁰	1.285x10 ¹⁰	1.659x10 ¹⁰	2.102x10 ¹⁰	2.490x10 ¹⁰	2.303x10 ¹⁰	
$r_{x(i)}$ (cm)	-1.4	3.3	14.8	19.9	21.1	25.8	
$y_{M(i)}$ (cm)	-92.7	-87.9	-82.0	-81.5	-82.2	-82.2	
$e_{y(i)} - \beta \cdot e_{x(i)}$	159.5cm	162.1cm	165.4cm	165.5cm	165.0cm	165.1cm	
$I_{x(i)}$ (cm ⁴)	6943000	3277000	4916000	6467000	7724000	7106000	ケースⅡ
$I_{y(i)}$ (cm ⁴)	15369000	9853000	12857000	15605000	17735000	16666000	
$I_{z(i)}$ (cm ⁴)	3034000	452	1071	1822	2957	12000	
$C_{s(i)}$ (cm ⁶)	0.671x10 ¹⁰	1.285x10 ¹⁰	1.659x10 ¹⁰	2.102x10 ¹⁰	2.490x10 ¹⁰	2.302x10 ¹⁰	
$r_{x(i)}$ (cm)	-115.6	3.3	14.8	19.9	21.1	32.4	
$y_{M(i)}$ (cm)	18.2	-87.9	-82.0	-81.5	-82.2	-81.9	
$e_{y(i)} - \beta \cdot e_{x(i)}$	97.9	162.1	165.4	165.5	165.5	164.9	
$I_{x(i)}$ (cm ⁴)	6943000	8026000	4916000	6467000	7724000	7220000	ケースⅢ
$I_{y(i)}$ (cm ⁴)	15369000	16562000	12857000	15605000	17735000	16827000	
$I_{z(i)}$ (cm ⁴)	3034000	3035000	1071	1822	2957	85000	
$C_{s(i)}$ (cm ⁶)	0.671x10 ¹⁰	1.069x10 ¹⁰	1.659x10 ¹⁰	2.102x10 ¹⁰	2.490x10 ¹⁰	2.297x10 ¹⁰	
$r_{x(i)}$ (cm)	-115.6	-110.6	14.8	19.9	21.1	49.1	
$y_{M(i)}$ (cm)	18.2	18.3	-82.0	-81.5	-82.2	-79.3	
$e_{y(i)} - \beta \cdot e_{x(i)}$	97.9	103.5	165.4	165.5	165.0	163.5	
$I_{x(i)}$ (cm ⁴)	6943000	8026000	10445000	6467000	7724000	7724000	ケースⅣ
$I_{y(i)}$ (cm ⁴)	15369000	16562000	19566000	15605000	17735000	17439000	
$I_{z(i)}$ (cm ⁴)	3034000	3035000	3035000	1822	2957	361000	
$C_{s(i)}$ (cm ⁶)	0.671x10 ¹⁰	1.069x10 ¹⁰	1.066x10 ¹⁰	2.102x10 ¹⁰	2.490x10 ¹⁰	2.242x10 ¹⁰	
$r_{x(i)}$ (cm)	-115.6	-110.6	-97.0	19.9	21.1	66.2	
$y_{M(i)}$ (cm)	18.2	18.3	19.1	-81.5	-82.2	-70.1	
$e_{y(i)} - \beta \cdot e_{x(i)}$	97.9	103.5	113.9	165.5	165.0	158.8	
$I_{x(i)}$ (cm ⁴)	6943000	8026000	10445000	12376000	7724000	8911000	ケースⅤ
$I_{y(i)}$ (cm ⁴)	15369000	16562000	19566000	22314000	17735000	18786000	
$I_{z(i)}$ (cm ⁴)	3034000	3035000	3035000	3036000	2957	970000	
$C_{s(i)}$ (cm ⁶)	0.671x10 ¹⁰	1.069x10 ¹⁰	1.066x10 ¹⁰	1.313x10 ¹⁰	2.490x10 ¹⁰	2.084x10 ¹⁰	
$r_{x(i)}$ (cm)	-115.6	-110.6	-97.0	-86.8	21.1	56.1	
$y_{M(i)}$ (cm)	18.2	18.3	19.1	17.8	-82.2	-50.2	
$e_{y(i)} - \beta \cdot e_{x(i)}$	97.9	103.5	113.9	119.8	165.0	149.6	

ジの安全率を求め、この結果から安全性の高い施工ケースを選定した。なお、本橋は詳細設計段階から床版施工時における、けたの安定性については細心の注意を払い上横構の付加も考えたが、経済性・施工性の面から断念している。

最終的には、上横構の付加ほどの効果は期待できないが、図—4に示すような対傾構上弦材と圧縮フランジとを連結して横方向拘束を高める構造上の処置をした。なお断面諸元のうち、特に純ねじり定数、そりねじり定数、せん断中心位置の計算では、下横構を等価なせん断剛性を有する換算板厚 $t_e^{15)}$ として扱った(図—5, 6参照)。表—1には荷重と作用位置を、また図—7にはコンクリート硬化前後の断面を示した。この断面構成に対する断面諸元を各施工ケースにつき計算し表—2にまとめた。2回目の床版施工を5日後とし、このときの圧縮強度、ヤン係数比をそれぞれ $\sigma_c = 120 \text{ kgf/cm}^2$, $n = E/E_c = 14$ が期待できると仮定した^{2), 3)}。

したがって、床版、下横構と腹板からなる閉断面で抵

抗する断面構成が保証されるので、その後の支間中央部の施工時には、けたと圧縮フランジの横倒れ座屈に対する安全性が一段と高められる。ここでは、この過程を数値計算により立証する。

各施工ケースごとに、階段状断面の各7つの断面諸元 $I_{x(i)}$, $I_{y(i)}$, $I_{z(i)}$, $C_{s(i)}$ [$C_{M(i)}$], $r_{x(i)}$, $y_{M(i)}$, $e_{y(i)} - \beta \cdot e_{x(i)}$ を式(6・b)に代入して等価換算断面諸元を求める。これらの値を式(4)に代入して変断面げたの横倒れ座屈荷重 p_{scr} を計算する。表—3には、各ケースの施工段階別モーメントを示した。また、式(4)から横倒れ座屈荷重を、式(11)から耐荷横倒れ座屈荷重を計算して、けたの安全率を、さらに4章の考えにより、圧縮フランジの安全率を求めて一括して表—4に示した。なお、表—5では本方法の妥当性を NASTRAN および文献10)と比較し確認している。

けたの耐荷横倒れ座屈に対する安全率と圧縮フランジの安全率が、ともに1.7以上確保⁹⁾できること(表—4参照)と1回目と2回目の打設コンクリート量がほぼ等

表-3 施工段階別モーメント

ケースⅠ

支 点 か ら の 距 離	鋼重巾型枠田足場 (全横分 1.655 ^{tf} /m)	床版(全横分 2.203 ^{tf} /m)	合 計 モーメント (全横分)	一括施工
3.0 ^m	57 ^{tf} ・m	76 ^{tf} ・m	133 ^{tf} ・m
6.3	111	148	259	
10.5	167	223	390	
15.1	212	282	494	
24.5	248	331	579	

ケースⅡ

支 点 か ら の 距 離	鋼重巾型枠田足場 (全横分 1.655 ^{tf} /m)	床版(全横分 2.203 ^{tf} /m)	合 計 モーメント (全横分)	3,000 43,000 3,000 (1回目) (2回目) (1回目)	
3.0 ^m	57 ^{tf} ・m	5 ^{tf} ・m	133 ^{tf} ・m
6.3	111	5	143		259
10.5	167	5	218		390
15.1	212	5	277		494
24.5	248	5	326		579

ケースⅢ

支 点 か ら の 距 離	鋼重巾型枠田足場 (全横分 1.655 ^{tf} /m)	床版(全横分 2.203 ^{tf} /m)	合 計 モーメント (全横分)	6,300 36,400 6,300 (1回目) (2回目) (1回目)	
3.0 ^m	57 ^{tf} ・m	16 ^{tf} ・m	133 ^{tf} ・m
6.3	111	22	126		259
10.5	167	22	201		390
15.1	212	22	260		494
24.5	248	22	309		579

ケースⅣ

支 点 か ら の 距 離	鋼重巾型枠田足場 (全横分 1.655 ^{tf} /m)	床版(全横分 2.203 ^{tf} /m)	合 計 モーメント (全横分)	10,500 28,000 10,500 (1回目) (2回目) (1回目)	
3.0 ^m	57 ^{tf} ・m	30 ^{tf} ・m	133 ^{tf} ・m
6.3	111	51	97		259
10.5	167	61	162		390
15.1	212	61	221		494
24.5	248	61	270		579

ケースⅤ

支 点 か ら の 距 離	鋼重巾型枠田足場 (全横分 1.655 ^{tf} /m)	床版(全横分 2.203 ^{tf} /m)	合 計 モーメント (全横分)	15,100 18,800 15,100 (1回目) (2回目) (1回目)	
3.0 ^m	51 ^{tf} ・m	45 ^{tf} ・m	133 ^{tf} ・m
6.3	111	83	65		259
10.5	167	114	109		390
15.1	212	126	156		494
24.5	248	126	205		579

(注): 上記モーメントは主桁1本当たりである。

写真-1 床版施工前

写真-2 第1回施工完了

しくなること(1回目:2回目=43%:57%)を基準にケースⅣを採用した。

両端部を先行施工したのは、主桁断面の構成上特に小さくなる端面の横倒れ座屈応力を合成効果により高め

ることが主な目的であった(写真-1, 2参照)。この部分を先行施工することにより合成前の応力が小さく、その後に生じる応力には合成断面として抵抗できるからである。合成効果により、けたの等価換算断面諸元のうち、

表—4 施工段階別安全率

	変断面げた		圧縮フランジ			施工ケース
	弾性 横倒れ座屈	耐荷 横倒れ座屈	断面	コンクリート 硬化前	コンクリート 硬化後	
ケース Ⅰ	式(4)から $P_{Ycr}=11.069 \frac{tf}{m}$ 安全率 $\nu = \frac{11.069}{3.858} = 2.87$	式(11)から $\bar{P}_{Ycr}=4.959 \frac{tf}{m}$ 安全率 $\nu = \frac{4.959}{3.858} = 1.29$	①	1.31	—	一括施工
			②	1.28	—	
			③	1.54	—	
			④	1.76	—	
			⑤	1.85	—	
ケース Ⅱ	$P_{Ycr}=11.748 \frac{tf}{m}$ $\nu = 3.05$	$\bar{P}_{Ycr}=5.286 \frac{tf}{m}$ $\nu = 1.37$	①	2.94	4.05
			②	1.28	—	
			③	1.54	—	
			④	1.76	—	
			⑤	1.85	—	
ケース Ⅲ	$P_{Ycr}=17.651 \frac{tf}{m}$ $\nu = 4.58$	$\bar{P}_{Ycr}=6.430 \frac{tf}{m}$ $\nu = 1.67$	①	2.47	3.58
			②	2.59	3.44	
			③	1.54	—	
			④	1.76	—	
			⑤	1.85	—	
ケース Ⅳ	$P_{Ycr}=38.187 \frac{tf}{m}$ $\nu = 9.90$	$\bar{P}_{Ycr}=7.919 \frac{tf}{m}$ $\nu = 2.05$	①	2.05	3.11
			②	2.10	2.96	
			③	2.70	2.90	
			④	1.76	—	
			⑤	1.85	—	
ケース Ⅴ	$P_{Ycr}=80.151 \frac{tf}{m}$ $\nu = 20.78$	$\bar{P}_{Ycr}=10.351 \frac{tf}{m}$ $\nu = 2.68$	①	1.73	2.72
			②	1.73	2.57	
			③	2.17	2.51	
			④	2.62	2.65	
			⑤	1.85	—	

表—5 本方法の検証

		弾性横倒れ座屈荷重			耐荷横倒れ座屈荷重	
		実際の変断面	等価換算断面		提案式(11)	文献(10)
ケース Ⅰ	本方法 (式(4))	—	$11.069 \frac{tf}{m}$	ケース Ⅰ	$4.959 \frac{tf}{m}$	$4.953 \frac{tf}{m}$
	NASTRAN	$11.343 \frac{tf}{m}$	$11.456 \frac{tf}{m}$			
ケース Ⅳ	本方法 (式(4))	—	$38.187 \frac{tf}{m}$	ケース Ⅳ	$7.919 \frac{tf}{m}$	$7.810 \frac{tf}{m}$
	NASTRAN	$40.476 \frac{tf}{m}$	$37.041 \frac{tf}{m}$			

特に純ねじり定数が大きくなり、けたの耐荷横倒れ座屈荷重を高めるのに寄与している。なお、風の影響により、けたの安全率は約40%低下した。分割施工は、この程度の規模ではコスト面のマイナスが多いが「施工時の安全」を最優先して採用した。施工前と第1回施工完了時の状況を写真—1, 2に示した。

第1回目の施工完了し硬化後は、けたの揺れも殆んどなくなったので、安全性に自信を持ち第2回目の施工を行った。

6. む す び

等価換算細長比 (λ_s) から、けたの耐荷横倒れ座屈荷重と安全率を、また文献(9)から圧縮フランジの横倒れ座屈応力と安全率とを求めた。これらの値から安全性(安全率1.7以上確保)と施工性を基準に、床版施工法選定に関する一連の考えを L/B が、ほぼ20の合成2主桁橋

を取り上げ詳述した。

なお、前述の方法を実際の施工に適用した経験から以下の利点と汎用性があることが分かった。

- 1) 断面形状を1軸対称、力学系を単純支持と限定したが、鋼橋では該当する場合が多く、前記諸式は利用頻度が高い。
- 2) 鋼橋計画時の限界支間の判定にも利用できる。
- 3) 集中荷重にも同じ対応ができる。
- 4) “等価換算断面諸元”を導入することにより、等断面げたと同じ扱いになり計算が容易となる。
- 5) “等価換算細長比”を導入することにより、初期不整の影響が考慮でき、安全性の判断に強い自信を持つる要因となる。

付 録 I

本論文で用いた記号を以下に示す。

E : ヤング係数 (kgf/cm^2)

G : セン断弾性係数 (kgf/cm^2)

l : 支間 (cm)

I_x, I_y : x, y 軸周りの断面2次モーメント (cm^4)

I_s : 純ねじり定数 (cm^4)

C_s : 重心に関するそりねじり定数 (cm^6)

C_M : セン断中心に関するそりねじり定数 (cm^6)

e_x, e_y : 荷重作用位置の x, y 座標 (cm)

u_s, v_s : 重心位置の x, y 方向変位 (cm)

φ : 回転角

p_x, p_y : x, y 方向に作用する等分布荷重 (kgf/cm)

M_x, M_y : p_x, p_y による変形前位置におけるモーメント (kgf・cm)

y_M : セン断中心の y 座標 (cm)

σ_y : 降伏点応力 (kgf/cm²)

p_{ucr} : 横倒れ座屈荷重 (kgf/cm)

なお、前記の計算では $E=2.1 \times 10^6$ kgf/cm², $G=8.1 \times 10^5$ kgf/cm² を用いた。

付 録 II

本論文で用いた略記号を以下に示す。

$$r_x = \frac{1}{I_x} \int_F y(x^2 + y^2) dF$$

$$\mu^2 = \frac{I_x}{I_y}$$

$$C_s = C_M + y_M^2 \cdot I_y$$

$$\beta = \frac{p_x}{p_y}$$

$$C^2 = \frac{l^2 G I_x}{\pi^2 E I_y} + \frac{C_M}{I_y}$$

$$D = e_x + \beta \cdot e_y$$

$$\eta = \frac{p_y l^4}{\pi^4 E I_y}$$

$$R = \frac{\beta}{4} \left(1 + \frac{\pi^2}{3} \right) \cdot \eta$$

$$Q = C^2 - \left[e_y - \beta \cdot e_x - \frac{r_x}{4} \left(1 - \frac{\pi^2}{3} \right) \right] \cdot \eta$$

$$S = -y_M + \frac{1}{4} \left(1 - \frac{\pi^2}{3} \right) \cdot \eta$$

参 考 文 献

- 1) 土木学会：国鉄建造物設計標準解説—鋼鉄道橋，鋼とコンクリートとの合成鉄道橋—，pp. 61～71，1983年4月。
- 2) 日本コンクリート工学協会編：コンクリート便覧，技報

堂出版，p. 52，1978年7月。

- 3) 土木学会：コンクリート標準示方書・解説，pp. 33，34，1980年。
- 4) 土木学会：鋼鉄道橋設計標準解説，pp. 99～101，1974。
- 5) 日本道路協会：鋼道路橋設計便覧，pp. 335～338，1979。
- 6) 福田雅次・山本 哲：上路プレートガーダーの全体横倒れ座屈について，横河橋梁技報，No. 8，pp. 22～25，1978年11月。
- 7) 小松定夫・西村宣男・中田憲正：横構・対傾構で連結された2主桁橋の全体横倒れ座屈荷重の簡易計算式，土木学会論文報告集，No. 341，pp. 215～222，1984年1月。
- 8) 佐伯彰一・西川和廣・滝沢 晃：プレートガーダー側道橋の全体横倒れ座屈に対する照査方法，土木技術資料 22-7，pp. 9～14，1980。
- 9) 日本道路協会：道路橋示方書・同解説，Ⅱ鋼橋編，pp. 112～123，1989. 2。
- 10) DIN 18800 Teil 2 (Sonderdruck) Stahlbauten : Stabilitätsfälle, Knicken von Stäben und Stabwerken, S.2—14, November 1990.
- 11) Timoshenko, S.P. and Gere, J.M. : Theory of elastic stability, 2nd Edition, pp. 251～277, McGraw—Hill, 1961.
- 12) Bürgermeister, G., Steup, H. und Kretschmar, H. : Stabilitätstheorie Teil I, 3 Auflage, S. 340～366, Akademie—Verlag, Berlin, 1966.
- 13) 西川武夫：矩形断面 Deep Beam の耐荷力，橋梁と基礎（建設図書），Vol. 18，pp. 36～41，1984. 6。
- 14) 西川武夫・金山 亨：床版コンクリート打設時の安全施工法—単純活荷重合成2主桁橋—，橋梁と基礎（建設図書），Vol. 21，pp. 27～32，1987. 3。
- 15) Roik, K. : Vorlesungen Über Stahlbau, Grundlagen, Zweite, Überarbeitete Auflage, S. 163, Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin, München, 1983.

(1992. 3. 23 受付)

ULTIMATE LATERAL BUCKLING LOADS OF BEAMS WITH CHANGED CROSS SECTIONS AND APPLICATION IN PRACTICAL STRUCTURES

Takeo NISHIKAWA and Toru KANAYAMA

This paper describes about the elastic buckling loads dependent on equivalent section properties and its application in practical structures. Those properties are obtained by applying trigonometric series to displacement of beams with changed cross sections simply supported at both ends and subjected to uniformly distributed loads, and by integrating divisionally three differential equations. By introducing equivalent slenderness ratio in relation to centrally compression columns, we suggest that the selection of construction methods should be determined by ultimate lateral buckling loads on the basis of ultimate strength curves including initial imperfections. Then, the above method is adopted to the selection of construction method for the slab concrete, of a simply supported composite I beam bridge with two steel main girders, whose ratio of the span to the distance between girders is about 20.