液状化に伴う流動の簡易評価法

安田 進¹・吉田 望²・安達 健司³・規矩 大義⁴・五瀬 伸吾⁵・増田民夫⁶

¹正会員 工博 東京電機大学教授 理工学部建設工学科 (〒350-0394 埼玉県比企郡鳩山町石坂)

²正会員 工博 佐藤工業株式会社 中央技術研究所 主席研究員 (〒103-8639 東京都中央区日本橋本町4-12-20)

³正会員 地盤ソフト工房 代表 (〒171-0033 東京都豊島区高田3-11-14, 高田シティハイツ203号)

⁴正会員 工博 佐藤工業株式会社 中央技術研究所 研究員 (〒103-8639 東京都中央区日本橋本町4-12-20)

⁵正会員 工博 (株)平エンジニアリングインターナショナル 技術部次長 (〒104-0061 東京都中央区銀座4-2-6)

⁶正会員 東京電力株式会社 建設部海外事業グループ グループマネージャー (〒100-0011 東京都千代田区内幸町1-1-3)

液状化に伴って生じる地盤の流動を線形の有限要素法により簡易的に評価する手法を提案している。流動を液状化後ゆっくりと生じる現象と想定し、繰返しせん断応力を加えて液状化させた後単調に載荷させる実験を行い、液状化後の砂の応力-ひずみ関係を求めたところ、剛性が非常に小さい、微小抵抗領域とその後の剛性回復領域に分けられることが分かった。これらをそれぞれ線形の関係に置くことで、簡易解析に用いる砂の応力-ひずみ関係をモデル化した。さらに、液状化層上部の非液状化層やケーソン直下の地盤についても線形の応力-ひずみ関係にモデル化する方法を提案した。これらを用いて、地震被害解析を行ったところ、かなりの精度で実被害を説明できることが分かった。

Key Words: *liquefaction, liquefaction-induced flow, simplified analysis, laboratory test, earthquake damage, quay wall*

1. はじめに

1995年阪神・淡路大震災では、神戸市や芦屋市などで多くの岸壁・護岸が海側に動き出し、液状化した背後地盤がそれに伴って大きく流動した。このような被害は過去にも1964年新潟地震¹⁾や1990年ルソン島地震²⁾を始めとして多くの地震で発生してきており、今後も国内外で発生することが予想される。従って、その流動量や杭基礎などの構造物に与える影響を定量的に評価できる方法の確立が望まれている。

液状化現象の解析法として、有効応力法による地震応答解析プログラムが開発されて来ている。しかし、既往の弾塑性構成則ではひずみが大きくなりモデルも多く³⁾、最大変位で数 m にも及ぶ大変位を解析することには困難もある。また、本論文で示すような液状化後の変形特性を取り込み、かつ、地震前から液状化に至るまでの挙動を再現できる構成則は見あたらない。すなわち、有効応力地震応答解析で、本論で対象とするような流動を求める方法は未だ確立されていない状況にある。

そこで、次善の方法として、液状化に伴う流動を簡単

にしかもある程度の精度で解析できる方法として、残留変形解析方法の利用を検討した。すなわち、液状化後の砂の流動特性を把握する実験を行うとともに、これを考慮することのできる簡易的な解析手法を提案し、実被害に対してその適用性を検証した。その結果、液状化に伴う岸壁・護岸背後地盤の流動に対して実用的に使える程度の精度で変形量を推定できることが分かった。本論文では、この手法を示す。このような手法を、「液状化に伴う残留変形解析 (Analysis for Liquefaction-induced Deformation)」⁴⁾、略して ALID と呼ぶことにする。

2. 液状化に伴う流動の解析に関する既往の研究

液状化に伴う流動が発生する地盤条件には、図-1に示す様に、液状化層の上面が傾斜しているケースと、側方が護岸などで開放されているケースがある。このほかに、液状化層上面が水平で下面が傾斜しているケースもあるとされたこともある⁵⁾が、その影響は非常に小さいので、ここではこのケースは除外している。このうち、(b)のケ

(a) 液状化層上面が傾斜 (b) 側方開放面

図-1 液状化に伴う流動の発生する地盤条件

ースでは護岸構造物の移動が地盤の流動を起こしているのが明瞭であるのに対し、(a)のケースでは、工学的には水平と考えられる地盤で数 m の変位、せん断ひずみでは100%に至るような変位も観察されており、このような大きなひずみが生じるメカニズムそのものが明瞭ではなかったことから、液状化に伴う流動に関する研究の当初は、(a)のケースに重点を置いた研究が行われた。

液状化に伴う流動による地盤の変位を求める初期の解析に Yoshida の解析がある⁹⁾。彼は、過剰間隙水圧の発生量を地震応答解析で求める代わりに、液状化層の過剰間隙水圧比が比例的に増加する様にダイレタンスーによる体積ひずみを制御し、Biot の式に基づき、流動により地盤の傾斜が小さくなっていくと重力により地盤に作用する斜面方向のせん断変形が小さくなることを考慮するために有限変形を考慮した FEM 解析手法を示した。ここでは、非排水条件が仮定されているので、ポアソン比はほとんど0.5であることから、一次の四辺形要素を用いる有限要素は要素剛性マトリックス計算の際にロッキング現象を生じる。これを避けるため、次数低減積分を用い、この際に生じる砂時計不安定を、抗砂時計剛性を導入して避けている(付録参照)。この解析では、有限変形理論を用いることで、過剰間隙水圧比が1.0すなわち剛性と強度が完全に0になると変形が有限の値に留まること、液状化層上面の傾斜は水平変位に大きく影響し、上面が水平であれば水平変位が生じないこと、液状化層下面の傾斜が水平変位にそれほど影響しないことなどを示した。これらの結果は Hamada らの指摘⁹⁾と完全には一致しないところもあったが、後の研究からその妥当性が検証されている。

Finn ら⁵⁾は、FEM 解析でせん断強度とせん断剛性を次第に小さくすることで有効応力の減少を考慮する手法を提案した。すなわち、せん断応力 τ はせん断ひずみ γ と有効拘束圧 σ'_m の関数として、

$$\tau = \tau(\gamma, \sigma'_m) \quad (1)$$

と表され、せん断応力の増分は次式となる。

図-2 有効拘束圧の減少に伴うひずみの増加メカニズム

$$d\tau = \frac{\partial \tau}{\partial \gamma} d\gamma + \frac{\partial \tau}{\partial \sigma'_m} d\sigma'_m \quad (2)$$

したがって、せん断応力の変化が無くても式(2)の右辺第2項が0で無ければせん断ひずみが生じる。これを模式的に示したのが図-2である。地震前の状態 A からせん断ひずみのみが変化すれば B、有効拘束圧のみが変化すれば C 点に移動し、いずれもせん断応力の変化を伴うが、せん断応力一定の条件では D 点に移動することになる。Finn らの解析ではこのうち、第2項の効果を、せん断強度を低下させることで直接表したものである。彼らの解析でも、有限変形を考慮している。彼らはこの手法で、1964年新潟地震の際数 m の水平変位が観測された海老ヶ瀬地区の大形小学校付近の事例に適用し、変位分布がよく説明できたとしている。図-2に示される考え方はその後流動を考える際の基本的な考え方となっている。

これまでの二つの解析では、非線形の応力-ひずみ関係と有限変形理論を用いているため、特別なコーディングが必要である。これに対して、通常の有限要素法プログラムからより簡易に変位を求める方法も提案された。Yasuda ら¹⁰⁾は、ヤング係数を1/1000程度低減させた線形モデルを液状化後の応力-ひずみ関係に用い、振動台実験の結果や、1964年新潟地震の際に生じた新潟市万代橋付近の流動が説明できることを示した。

このような計算は、液状化し、流動が生じる際にも砂は固体的に挙動するという考えに基づいている。これに対して、液状化後の砂は流体として挙動するという考えに基づく解析も提案されている。

Towhata ら¹¹⁾は地盤の水平変位分布を正弦1/4波で表し、砂の剛性を0として、エネルギー原理に基づき変位を解析解で求めた。振動台実験や、前述の大形小学校付近の水平変位が説明できることを示した。ここで、彼らは、液状化後の砂を液体としてモデル化したとしているが、用いている手法は剛性こそ0であるが、固体に対する有限変形を考慮した有限要素法そのものである。彼らは、その後、この方法で求められる変位は、地表が水平になるので、最大値であるとし、変形の進行を時間の関数として

表現する方法を提案した⁸⁾が、流体の特徴である粘性を陽に取り入れていないので、やはり固体としての扱いの延長と考えられる。

Uzuoka ら⁹⁾は液状化後、流動状態にある砂は Bingham 流体、すなわち、ひずみ速度に依存して粘性係数の値が異なる流体として解析を行っている。彼らは、振動台実験の結果をシミュレートしているが、実験では地表面は流動の始点と終点では水平になり中央部が傾斜して止まるのに対し、解析では水平部が見られない点が異なっている。

固体としてモデル化すると、力が作用したり図-2の様に応力-ひずみ関係が変化し、不釣り合い力が発生すると、材料はすぐに変形するので、流動による変位は有効応力が0に近い値になると同時に、すなわち液状化の発生と同時に起こることになる。時間的な経緯も考慮できるように定式化した Towhata ら¹⁰⁾の解析を除き、流動が液状化の発生から遅れて起こるという、時間的な経緯の考慮が出来ない。一方、液体としての解析では、時間的な経緯は説明できるものの、流動後の地盤は必ずしも水平になるわけではなく、傾斜のある状態で流動が収まることを説明できない。また、液状化層の上部に非液状化層(固体)がある時の扱いも出来ない。

液状化に伴う流動が、液状化発生時に起こるものであるなら、有効応力に基づく地震応答解析でも説明できそうであるが、このような試みはほとんど行われていない。実際、地震動による慣性力は液状化を発生させるという役目はしているが、その後の流動は慣性力が無くても生じる。このことは、解析や地表面の傾斜方向と直交方向に加振した振動台実験でも流動が起こることから明らかである。これに対し、既往の二次元液状化解析コードではこのような条件に対する解析が出来ないこと、液状化解析に用いられる構成則では、文献3)で指摘されているように、サイクリックモビリティ以降の挙動が要素試験レベルでも表現しにくく、有効拘束圧が0に近づく現象やせん断ひずみが非常に大きくなる現象が再現できないこともその原因と考えられる。

これまでは図-1(a)の条件下の解析を示した。(b)は護岸が動くことによって生じるので、メカニズムとしてはより簡単である。しかし、(a)のケースは材料特性がそのまま地盤の挙動に反映されるのに対し、(b)のケースでは、ケーソンに作用する慣性力や動土圧、支持地盤の変形や液状化、さらには背後地盤の挙動がケーソンの移動に影響し、これに背後地盤の性質が加わるため、より複雑な現象となる。このためか、(a)のケースと反対に、簡易な解析はほとんど行われて来なかった。

Fujii ら¹⁰⁾、Iai ら¹¹⁾は、1983年日本海中部地震で被害を受けた秋田港の矢板護岸の解析を、有効応力地震応答解析により求めている。しかし、前者の解析では、得られ

た矢板護岸の変位は観測値の数分の1で、現象が説明できているとは言い難い。

側方に開放面があるケースに関する解析が多く行われるようになったのは、1995年兵庫県南部地震で、人工島や埋立地のほとんどでケーソン護岸が大きく移動し、背後地盤に流動が発生して以降である。これにはいくつかの方法が試みられている(例えば、文献12)13)14)。

以上、既往の解析手法を概観したが、解析的に流動を予測する場合の問題点として次のような点を挙げることができる。

- 1) 静的な解析に基づく残留変形解析では、変形量は残留強度や流動時の剛性の大きさに支配されるが、その値を決める客観的な手法は提案されていない。
- 2) 流動時には砂が液体として挙動するという解析では液状化層が水平になるまで変形するので過大評価となりやすく、定量的な変形の評価は困難である。また、上部の非液状化層のような固体を考慮することはできない。考慮するためには、固体と流体の両方を扱う必要があるが、そのような手法は提案されていない。
- 3) 液状化層以外の挙動に対する検討がない。例えば、流動に伴い上部の非液状化層には亀裂が入るが、このような現象を考慮する方法がない。
- 4) 有効応力に基づく地震応答解析も、前記1)3)で述べた問題点は残っている。また、先に示したように、解析は難しく、簡単に流動を予測することは困難である。

3. 液状化後の変形特性に関する試験結果

前述したように、液状化した土の性質を液状化したとしてもあくまで固体として扱う考え方と、粘性流体として扱う考え方があるが、ここでは前者の考えに基づいた新たな試験方法を考え出し、その方法で行ったいくつかの試験結果を示す。

(1) 試験装置および試験方法

試験方法を考えるに当たって、まず次の3つの事を仮定した。

- ① 液状化は一般に地震の主要動付近の時点で発生すると考えられるが、地盤の流動はその後ゆっくりと生じる。
- ② 流動は何らかのせん断応力(駆動力)が作用して生じる。
- ③ 本研究で対象にしている緩やかな斜面や岸壁・護岸背後地盤では、初期(地震の前)に加わっているせん断応力は大きくない。

このように考えると、図-3に示した試験方法で液状化した土の性質を試験できると考えられる¹²⁾。この方法では、

図-3 せん断応力の載荷方法

方法1：せん断応力振幅 τ_L を一定

$$F_L = (N/20)^b$$

F_L : 液状化に対する安全率

N : 繰返し数

b : 液状化試験における $\log R \sim \log N$ 関係の勾配

τ_L : 20 回の繰返しで液状化するせん断応力振幅

方法2：繰返し回数 N を 20 波とする

$$F_L = \tau_L / \tau_d$$

τ_L : 20 回の繰返しで液状化するせん断応力振幅

τ_d : せん断応力振幅

図-4 液状化の程度を変える方法

まず、通常の液状化試験と同様に原位置で受けている圧力相当の等方拘束圧を加え、非排水状態で一定振幅の繰返しせん断応力を加えて液状化させる。その後、非排水状態のままで、単調載荷を行う。そして、この単調載荷時の応力-ひずみ関係を、液状化した土の応力-ひずみ関係と見なす。

試験では、繰返しねじりせん断装置を用いた。一般に液状化試験として良く用いられている繰返し三軸試験装置を用いなかったのは、三軸試験では、供試体が液状化するとビヤ樽状になって上部に間隙水の膜が出るため、液状化後の単調載荷時の初期段階で水の層を押すことになり、良い実験が行えないからである。

図-3には単に液状化発生後としか示していないが、供

図-5 豊浦砂についての試験結果例

図-6 豊浦砂で、 F_L をパラメータとした試験結果例

試体が丁度液状化した状態と、さらに繰返し載荷を与えて激しく液状化させた場合とで、単調載荷時の応力-ひずみ関係は異なるはずである。そこで、この液状化の激しさ(程度)を表すパラメータとして、通常の液状化判定でよく用いられている液状化に対する安全率(抵抗率とも呼ばれる) F_L を用いることにした。この場合、図-4

に示した2通りの方法で F_L を変えた試験を行うことができる。豊浦砂でこれら両者の試験を行って比較した結果、試験結果に差はなかった¹⁰⁾ (図-9参照)。以下の試験結果でも豊浦砂での試験は方法1と2で、他の砂の試験は方法2で行っている。

なお、図-4に示した2つの方法で F_L が求まる理由は以下の通りである。まず、方法1では、通常の液状化試験結果を繰返しせん断応力比 R ～液状化回数 N_L で整理する場合、両対数上で整理すると両者の関係がほぼ直線になる¹⁾ ことを利用している。この関係を $R = aN_L^b$ と表すと (a は $N_L=1$ のにおけるせん断応力比、 b は両対数軸上での直線の勾配)、地盤内のある深さに L_1 なる繰返しせん断応力比が加わった場合、そこでの液状化回数 N_{L1} との関係は次式で表される。

$$L_1 = a N_{L1}^b \quad (3)$$

また、その深さに加わる地震波の有効繰返し回数を N_{R1} とした場合、この繰返し回数に対する液状化強度比 R_1 は

$$R_1 = a N_{R1}^b \quad (4)$$

と表される。この深度での液状化に対する安全率 F_L は R_1/L_1 であるため、式(3)と(4)より

$$(N_{R1} / N_{L1}) = F_L^{1/b} \quad (5)$$

となる。そして、 N_{R1} を一般によく行われているように20回と仮定すると、この試験では N_{L1} は N と表しているため、図-4中に示した次式が得られる。

$$F_L = (N / 20)^b \quad (6)$$

一方、方法2では上述したように、地震波の有効繰返し回数を20回と仮定すると、 τ_L は液状化強度となる。また、 τ_d は加わった繰返しせん断応力であるため、両者の比 τ_L / τ_d が液状化に対する安全率 F_L となる。

(2) 豊浦砂についての基本的な試験結果

このような試験を行う場合の試験可能な条件や、応力-ひずみ関係の基本的な性質を調べるため、豊浦砂を用いた実験を行った¹⁵⁾¹⁶⁾。単調載荷時のせん断速度は、1964年新潟地震の際、信濃川の護岸が「大きな衝撃が加わってから、少なくとも数分を経ってから護岸の倒壊陥没が発生したことになる」との証言¹⁸⁾などをもとに、比較的ゆっくりとした速さとし、せん断ひずみ速度で10%/分で試験を行った。実験では、 F_L 、密度、拘束圧、初期せん断応力をパラメータとし以下の範囲で変化させた。

- ① F_L : 0.7～1.1
- ② 相対密度 D_r : 30%～70%
- ③ 有効拘束圧 σ'_0 : 24.5kPa～98kPa

図-5に実験結果例として、有効拘束圧が49kPa、 F_L が

図-7 まさ土についての試験結果例

1.0初期せん断応力が0で、相対密度を変えて行った実験の結果を比較して示す。図中(c)は、(a)の縦軸を200倍に拡大したものである(横軸のスケールも変えている)。図に示されるように、液状化した供試体にせん断応力を加えると、非常に小さいせん断応力で大きなせん断ひずみが発生した。そして、あるせん断ひずみが発生した後は、曲線は立ち上がり、強度が回復した。過剰間隙水圧比は強度が回復する時点まで1.0を保ち、強度回復時点あたりから減少した。そして、相対密度が小さいほど強度が回復するまでの応力-ひずみ関係の傾きは小さく、また強度が回復するまでに生じるひずみの量は多くなった。

相対密度以外の条件を変えて行った実験結果では、図-6に示すように、 F_L が小さい、つまり液状化の程度が激しいほど強度回復までのひずみが大きくなり、またそこまでの応力-ひずみ関係の傾きは小さくなった。また、拘束圧を変えた実験結果では、拘束圧が大きいほど強度回復までのひずみが大きく、傾きも小さかった。

なお、永瀬らは緩やかな斜面などで小さな初期せん断応力が地震前から加わっている場合も想定し、初期せん断応力を少し加えた状態で繰返し載荷を行う実験も行っている¹⁹⁾。その結果、強度が回復するまでのせん断ひずみは、初期せん断応力を加えていない供試体のそれより小さくなった。ただし、強度が回復するまでのせん断ひずみに、繰返し載荷中に発生するせん断ひずみを加えてみると、初期せん断応力を加えていない場合の強度回復までのひずみとほぼ等しくなっている。

(3) まさ土等についての試験結果

阪神・淡路大震災ではまさ土で埋め立てた地盤で液状化に伴う流動が発生した。そこで、神戸市のポートアイランドから埋立に用いられたまさ土を採取し、豊浦砂と同様に人工的に詰めて実験を行った例¹⁰⁾を図-7に示す。これは相対密度を57%と一定とし、 F_L を変えた場合の試験結果を比較したものである。 F_L が1.0の場合の図-5の関係と比べてみると、まさ土の場合はせん断強度が回復する時点が不明瞭になった。それでも変曲点あたりを比べてみると、まさ土の方が強度回復するまでのせん断ひずみが小さく、また、その区間の応力-ひずみ関係の傾きは大きくなった。これは、ここで用いたまさ土が $75\mu\text{m}$ 以下の細粒分含有率が4.44%と、少し細粒分を含むためと考えられる。他の細粒分を多く含む砂で行った実験結果でも同様の傾向があった¹⁰⁾。

(4) 応力-ひずみ関係のモデル化

図-5、図-7に示したように、液状化した土の応力-ひずみ関係は下に凸の曲線になる。しかも、あるひずみが発生した後、強度を急に回復する傾向を示す。このような応力-ひずみ関係をモデル化する場合次の2つの方法が考えられる。

①非線形のモデルで近似する

②簡単なバイリニアールで近似する

例えば、筆者らは前者の方法でモデル化することを試み、かなり良く近似できることを示している²⁰⁾。しかし、非線形のモデル化では特別なコーディングが必要である。通常の有限要素法プログラムでは、自由に構成則を組み込めることは一般的ではない。汎用的なプログラムで扱うという観点に立てば、②のモデル化をすることが重要である。このような点を考え、ここでは、図-8に示したようなバイリニアールモデルを用いることにする。このようなモデル化では、図に示した、強度回復時点（以後、抵抗変曲点と呼ぶ）までのせん断応力-せん断ひずみ関係の割線勾配 G_1 のみを用いて解析し、解析結果に抵抗変曲点を越えたひずみが生じた場合でも、これ以降について G_2 を用いた再計算を行えば、線形の構成則しか使えないプログラムでも計算をすることができる。また、設計などに用いるのであれば、 G_1 のみを用いた線形計算のみを用いることも可能であろう。この場合、変位はバイリニアールモデルを用いるより大きめの値となるが、設計のためには安全側という評価ができるからである。

(5) せん断剛性の低下率のまとめ

上述したモデルを用いた解析を行う場合、地震発生前のせん断剛性に対して、液状化に伴ってせん断剛性がいくらか低下するかが分かっていると、解析を行い易い。そ

図-8 せん断応力-せん断ひずみのモデル化

こで、このように液状化に伴ってせん断剛性が低下する割合を“せん断剛性低下率”と呼ぶことにする。この場合、地震前のせん断応力-せん断ひずみ関係も非線形であるため、初期のせん断剛性の求め方によってせん断剛性の低下率が異なってくる。そこで、初期せん断剛性を次の2通りでとって試験結果を整理してみた。

1) 静的せん断試験を行い、せん断ひずみ $\gamma = 10^{-3}$ でのせん断剛性を用いる。この値を G_w と記す。

2) 標準貫入試験における N 値から道路橋示方書に示されている弾性定数の推定式 $E = 28N \text{ (kgf/cm}^2\text{)} = 2744N \text{ (kN/m}^2\text{)}$ を用いてヤング係数 E を求め、ポアソン比を 0.33 として、せん断剛性に換算する。この値を G_N と記す。

前者をとった理由はある特定のせん断ひずみ時の剛性を選んだ方が、種々の土での値などを比較する際に便利であることと、初期自重解析において通常これ位のひずみが発生することが多いためである。これに対して、後者も選んだ理由は、 N 値から G_N を求める方法が実務的に便利であるからである。

豊浦砂とまさ土、イスタンブール砂について前者でせん断剛性の低下率を求め、 F_L に対してプロットした例を図-9に示す。なお、これらの試料の粒度特性（平均粒径 D_{50} と細粒分含有率 F_c ）は次の通りである。

a) 豊浦砂 : $D_{50} = 0.162\text{mm}$, $F_c = 0\%$

b) まさ土 : $D_{50} = 3.1\text{mm}$, $F_c = 4.4\%$

c) イスタンブール砂 : $D_{50} = 3.1\text{mm}$, $F_c = 0\%$

d) イスタンブール砂 + シルト 10% : $D_{50} = 0.24\text{mm}$, $F_c = 10\%$

F_L が 1 でのせん断剛性の低下率は、豊浦砂で 1/1000 程度、まさ土で約 1/300 程度となっている。そして、どちらの砂も F_L が 1 より小さくなるとさらにせん断剛性は低下している。東京地区の不攪乱試料などで行われた試験結果²¹⁾を同様の方法で整理し、 F_L が 0.9~1.0 のデータを細粒分含有率に対してプロットしたのが図-10である。図に示されるように、細粒分が多くなるとせん断剛性はあまり低下しなくなっている。

図-9 $\gamma=10^3$ のせん断剛性を基準にしたせん断剛性低下率と F_L の関係¹⁶⁾ (方法1, 方法2は図-4を参照)

図-11 N 値から求めたせん断剛性を基準にしたせん断剛性低下率と F_L の関係

図-10 $\gamma=10^3$ のせん断剛性を基準にしたせん断剛性低下率と細粒含有率の関係 ($F_L=0.9\sim 1.0$)

図-12 N 値から求めたせん断剛性を基準にしたせん断剛性低下率と細粒含有率の関係

同様のデータを後者の方法で整理したのが図-11, 図-12である。この整理の仕方によるとせん断剛性の低下は前者の方法に比べて約1/2~1/4となっている。

図-9~図-12をもとに, G_1/G_{0i} , G_1/G_N , F_c の関係をまとめてみると図-13ようになる。対象とする土ごとに試験をして解析に用いることが望ましいが, 試験を行え

ない場合には, 細粒含有率をもとに図-13の関係をを用いてせん断剛性低下率を推定すればよいであろう。なお, $E=28N$ の式は過圧密砂について得られた関係式であり, 地下水位以下の正規圧密砂では $E=7N$ の関係式も提案されている。この式から G_0 を求め, 初期の自重解析を行った場合には, 図-12から得られる G_1 を4倍すればよい。

図-13 せん断剛性低下率と F_c 、細粒分含有率関係のまとめ

図-14 微小抵抗領域ひずみとせん断剛性 G_1 、 G_2 の関係

以上は G_1 のみに着目してデータ整理を行った結果を示したが、その他、図-8の微小抵抗領域を γ_L として、 $G_1 - \gamma_L$ 関係、 $G_2 - \gamma_L$ 関係は、図-14に示すように両対数上でほぼ直線関係にあることも分かっている¹⁵⁾¹⁶⁾。

4. 提案する解析手法の構成

2章では既往の手法を示し、併せてその問題点も指摘した。3章で示した実験によれば、液状化後の応力-ひずみ関係は、既往の研究で用いられてきた形状（図-15の地震前の $\tau - \gamma$ 関係と同様な形状で、剛性と強度を低下させる事によって液状化の効果考えたもの）とは非常に異なっていることが示され、既往の簡易法の問題の一つは完全に解決した。これを受け、この章では、提案する解析

図-15 解析法の模式図

手法の構成を説明する。前章では、非線形の応力-ひずみ関係を部分線形関数にモデル化したので、ここでは、線形の系を対象にした手法を示す。

(1) 流動に関する解析手法

図-15は計算を行う際の基本的な考え方を、せん断応力 (τ) - せん断ひずみ (γ) 関係を例として示したもので、地震前と流動を考慮する際の $\tau - \gamma$ 関係を示している。2章で示したように、応力-ひずみ関係は有効応力の変化に伴い変化し、これに伴って状態点は地震前の状態点 A から流動後の状態点 C に移動する。本解析ではこの過程を忠実に追いかけて、流動時の応力-ひずみ関係を用い、図-15の A → B → C または O → B → C の経路に沿って求める。なお、ここでは説明のためにせん断応力とせん断ひずみの関係として表しているが、当然全ての偏差応力成分についても同じ議論が成立する。

流動時の応力-ひずみ関係から最終変位を求める方法は二つある。

a) 応力解放法

まず、地震前の応力-ひずみ関係を用い、地震前の初期状態（応力とひずみ）を求める。次に、液状化した要素に拘束を与え、この時点のひずみを固定して、材料特性を液状化後の応力-ひずみ関係に変更する。このままでは、系の変形は一定であるが、系のひずみを一定にするために拘束を与えているので、外力と内力が釣り合っていない。拘束力 F は次のように表せる。

$$F = \int_V B^T [\sigma_A - \sigma_B(\epsilon_A)] dV \quad (7)$$

ここで、 B はひずみ-変位マトリックス、 σ_A は地震前の応力、 σ_B は地震前のひずみ ϵ_A に対する地震後の応力-ひずみ関係による応力で、 V は要素の体積である。これは、図-15の $\tau_A - \tau_B$ に相当する力である。この応力を緩和する、すなわち、外力として加えることにより、流動後の変位（図-15の $\gamma_C - \gamma_A$ ）を求めることが出来る。

二次元平面ひずみ問題では、式(7)の各項は、せん断弾性定数 G と体積弾性係数 K を用いて次のように表される。

$$\sigma_A = \begin{Bmatrix} \sigma_{xA} \\ \sigma_{yA} \\ \tau_{xyA} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_0 + \frac{4}{3}G_0 & K_0 - \frac{2}{3}G_0 & 0 \\ K_0 - \frac{2}{3}G_0 & K_0 + \frac{4}{3}G_0 & 0 \\ 0 & 0 & G_0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xA} \\ \varepsilon_{yA} \\ \gamma_{xyA} \end{Bmatrix} \quad (8)$$

$$\sigma_B = \begin{Bmatrix} \sigma_{xB} \\ \sigma_{yB} \\ \tau_{xyB} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{K}_i + \frac{4}{3}G_i & \bar{K}_i - \frac{2}{3}G_i & 0 \\ \bar{K}_i - \frac{2}{3}G_i & \bar{K}_i + \frac{4}{3}G_i & 0 \\ 0 & 0 & G_i \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xB} \\ \varepsilon_{yB} \\ \gamma_{xyB} \end{Bmatrix} \quad (9)$$

ここで、添字0, i はそれぞれ地震前と流動時の定数であることを示している。また、体積弾性係数 K は、地震前の応力算出時には排水状態として土骨格の値を使うのに対して、流動時には、要素によって異なる考えて体積弾性係数を使う必要がある。

液状化層では水と土が一体として挙動する、すなわち非排水条件が成立するとして、水の体積弾性係数 K_w と間隙率 n より求まる次の値を用いる。

$$\bar{K}_i = K_i + \frac{K_w}{n} \quad (10)$$

ここで、体積弾性係数については、せん断剛性とは異なり、剛性低下率については十分なデータが得られているとはいえない。また、式(10)の右辺第1項は、いずれにしても第2項に比べれば小さい。そこで、地震前後の土骨格のポアソン比が同じと仮定すれば、せん断剛性の低下率と体積弾性係数の低下率は同じとなり、 K_i を計算することができる。一方、液状化層以外では、土骨格の体積弾性係数を用いる。すなわち、

$$\bar{K}_i = K_i \quad (11)$$

である。ここでも、 K_i の値は、液状化層同様、せん断剛性の低下率と体積弾性係数の低下率は同じとする。なお、剛性低下率が1/100以下になると、近似的に σ_B の偏差応力成分は0と見なせるので、式(7)の不釣り合い力は初期応力 σ_A に対応する等価節点外力として計算しても実用的には十分である。

b) 自重法

応力解放法では、不釣り合い力 $\mathbf{F}$ を解放させ、流動後の変形を直接求めた。これに対し、自重法では、地震前、流動後の変形を、同じ外力に対して、それぞれ地震前の応力-ひずみ関係 (式(8)) と流動時の応力-ひずみ関係 (式(9)) を用いて独立に求め、その差を取ることで流動に伴う変位を求めるものである。図-15でいえば、 y_A と y_C を別々に求め、 $y_C - y_A$ を流動に伴う変形とするものである。

線形の応力-ひずみ関係を用いていても、地震前の状

態を求める際に、地盤形成の過程を考慮した、いわゆる盛り立て解析を行うのと、全ての自重を一度に作用させるのでは、結果は異なる。また、流動時に対する自重解析を行う際にも、盛り立て解析を行うか否かで結果は異なる。しかし、次章で示す例題では、その差はほとんど無いことから、実用的にはどちらの手法を用いても良い。

ここで、提案する二つの方法にはそれぞれ長所、短所がある。応力解放法では、式(7)の解放力を求めるために専用のルーチンが必要で、そのため、既往のFEMプログラムをそのまま使うことは出来ない。しかし、実際に生じるであろうメカニズムをかなり忠実に追いかけていることから、どのような応力-ひずみ関係を用いていても適用出来る。

自重法は、既往のプログラムで解析できるのが特徴である。流動時の応力-ひずみ関係にバイリニアモデルを考慮できることが好ましいが、ひずみが折れ曲がり点に達しなければ線形の応力-ひずみ関係で解析できる。仮にひずみが折れ曲がり点を越えたとしても、剛性を変えた重ね合わせを行うことで解を得ることができる。また、第二勾配を考えない線形計算を行ったとすれば、変位は大きめの評価となるが、設計的には安全側の評価ということもできる。ここで、図-15の様に一自由度の系では、応力 τ_A が作用したとき、変形は y_A に対応したものとなる。一般の条件では必ずしもこの通りになるとは限らないが、流動後の変形に比べれば流動前の変形は非常に小さく、この差は実用的には無視できる。

図-15では流動の前後でせん断応力の値がかなり異なるように書かれている。これは、特に傾斜タイプの地盤の流動の場合、流動に伴い、地盤が次第に水平に近づき、従って作用せん断応力も減少するためである。一方、微小変形理論に基づく解析を行うと、応力の計算は変形前の座標に基づいて行われるため、このような効果は考慮できない。従って、有限変形理論に基づく方法が好ましいが、実用的には、流動時の剛性を大きくとるとか、地表が水平になった時点（最大の）流動量とする事で計算はできる²⁹⁾。

これまでの流動の事例を見ると、地表が完全に水平になる事は余りないので、事例解析で有限変形と微小変形理論の差が問題になったような事は、筆者らの経験の範囲では起こらなかった。これは、小さいとはいえ、解析では有限の剛性を与えているので、有限変形理論との差が非常に顕著になるほどの変位には至っていないためである。しかし、例えば振動台実験のように、地表面まで液状化するように地盤を作り、かつ十分な加振を与えた場合には、 F_L の値は非常に小さくなり、実現象としても地表面が水平になる事で変形が止まる。このようなケースを解析するには、有限変形の効果を考慮する必要がある

る。最も簡単な方法は、微小変形理論で解析し、地表面が水平になった時点で解析をうち切ることである。または、地表面が水平になる程度で変形が止まるように剛性を大きめに設定して解析することもできる。ただし、このような方法では、地表面が水平に近い状態になる場合には、変位を過大評価することになる。簡易法という本手法の性格から、大きめの変位は設計で安全側の評価であると割り切る事もできる。また、少しでも精度を上げるのであれば、次のような方法も考えられる。

地表面が θ の角度で傾斜しているとすれば、重力により斜面方向に作用するせん断応力は、単位体積重量を γ とすれば、 $\gamma \sin \theta$ となる。したがって、初期状態で傾斜 θ_0 の地盤が流動後傾斜 θ_f になったとすれば、作用せん断応力の減少は $\gamma (\sin \theta_0 - \sin \theta_f)$ となる。微小変形理論ではこのような外力の減少が考慮できないので代わりに、この変化を抵抗側に移行し、流動後のせん断応力が $\gamma (\sin \theta_0 - \sin \theta_f)$ だけ増えるように剛性を大きくすれば、同じ変形が得られることになる。ただし、この方法では、結果を見てから剛性を再評価するという手順が必要となる。また、あまりに詳細を論じようになると、簡易法としての本手法の特徴が失われるということにもなる。

なお、先に流体としての解析では地表面が水平になるまで変形が進むので変形を過大評価する事を指摘したが、実際に地表が水平になるような変位が発生する場合には、流体としての解析でも変位が過大評価にならないことは当然である。

一方、側面開放型のケースでは、背後地盤が開放方向に流動し水平になるまで変形することは考えられないので、有限変形の効果が結果に与える影響は少ないと考えられる。

(2) 液状化層以外のモデル化

図-1の(a)すなわち、液状化層が傾斜している場合には、液状化層の材料特性が地盤の変形を予測するために支配的である。しかし、(b)に示した側方に開放面を持つケースでは、液状化層の材料特性を設定するだけでは、予測の目的には不十分である。そこで、これに加え、次のような条件に対して材料特性を定義する。

a) 液状化層上部の非液状化層

図-16は1995年兵庫県南部地震の際、ポートアイランドで地表に現れた亀裂の幅を加えることによって背後地盤の水平変位量を求めたものである²³⁾。図では、変位量は曲線的に変化しており、特に護岸から50m程度までは変位の変化が著しく、多くの亀裂が発生していることが分かる。これから分かるように、流動範囲では、液状化層上部の非液状化層にも多くの亀裂が入っている。しかし、有限要素法による解析では、連続体を仮定しているため、

図-16 護岸からの距離と水平変位の関係

このような亀裂は考慮することが困難である。ジョイント要素を亀裂位置に入れるという考えもあるが、液状化層との連続条件の設定に困難が予想される。そこで、ここでは、流動時には、上部非液状化層は線形材料で表す事が出来るとする。ただし、その剛性は、事例の逆解析から、液状化層の10倍の剛性とする²⁴⁾。なお、もし、液状化層が複数ある場合、ここでの上部非液状化層とは最上部液状化層の上にある地表面までの非液状化層を指す。例えば上部から第1番目の液状化層と第2番目の液状化層との間の非液状化層ではこの値は異なってくると考えられる。この非液状化層には亀裂はいり難いと考えられる。また、下の液状化からの過剰間隙水圧の伝播により非液状化層が間接液状化するか否かによって、剛性低下の割合は異なってくると考えられる。したがって、このような複数の液状化層に挟まれた非液状化層における剛性低下割合については、今後検討が必要である。

b) ケーソン直下の支持地盤

兵庫県南部地震で被害を受けたケーソンの多くは、沖積粘土を砂で置換した地盤の上に設置されている。ケーソン支持地盤のように、重量構造物下部の地盤はせん断破壊はするが、液状化は発生しない²⁵⁾。したがって、前章で示したモデル化を使うことは出来ない。簡易法という本手法の性格を考え、ここでも線形材料として扱うことにする。有効応力地震応答解析例によれば、発生する過剰間隙水圧比は0.7~0.8である¹³⁾。パラメータスタディ²⁴⁾によれば、その剛性は液状化層の10倍の剛性とする事で実現象を説明できる。

c) ケーソンと背後地盤の境界

通常の有限要素法で行うように、ケーソンや矢板と背後地盤で節点を共有させると、背後地盤の沈下をケーソンが拘束する。したがって、この境界にはジョイント要素を用いるか、または二重節点として境界直交方向の変位は同じになるように拘束し、境界方向の変位は互いに独立に設定することにする。

ケーソンと液状化層上部の非液状化層の節点の水平変

位を同じにすると、非液状化層の剛性は大きいことからケーソン上部の前面への変形を拘束するので、ケーソン支持地盤の変形に伴い、ケーソンの上端が背後地盤側へ傾斜するような変形モードとなり易い。このような変形が起こった実験もある²⁶⁾が、兵庫県南部地震で見られた多くの被害はこの逆である。このような場合、変位を互いに拘束しない、つまりケーソンと背後地盤の境界でそれぞれの水平方向の変位が独立であるという条件設定も検討すべきであろう。

d) ケーソンの滑動と慣性力

ケーソンと支持地盤の間の滑動は、起こるとすれば、前項と同様、ジョイント要素を用いるなどして考慮した方がよいであろう。また、ケーソンの慣性力は、流動が地震中にも起こるとすれば考慮すべき事項に挙げることができる。

e) 背後地盤の影響範囲

図-16によれば、護岸から150m離れていても、流動量は0にはならない。余り人工構造物のない場合には、流動範囲は数百mにもおよぶという報告もある²⁷⁾。簡易法による解析では、背後地盤側の端部では水平方向の変位は0と設定するので、このような状況を考え、背後地盤側では、解析範囲を十分広くとる必要がある。

(3) 地盤の沈下に対する考え方

液状化に伴う地盤の沈下は二つの要因で生じる。一つは流動に伴い土が移動することで、流動の上流では沈下が、下流では隆起が起こる。これは、これまでの解析を行えば自然に導入される。

もう一つの沈下は、過剰間隙水圧の消散に伴って生じる。これまでに示した解析法では、流動中は非排水挙動を仮定していたので、この効果は考慮できない。ここでも、簡易的に求める手法を提案する。

図-17は、過剰間隙水圧消散に伴う体積ひずみに関する実験²⁸⁾の例である。図では、これまでの解析でも利用した F_L から体積ひずみを求めることができる。この体積ひずみは、要素試験で得られたものである。境界条件の影響は受けていない。しかし、実地盤では、体積変化は周辺の地盤に拘束されている。そこで、これまで地震に伴う残留変形解析で行われてきた(例えば文献²⁹⁾)ように、これをひずみポテンシャルと考え、周辺地盤と変位の適合条件を満たす体積変化量を求める事にする。

過剰間隙水圧消散による体積ひずみの算出は、これまでに示した流動に関する解析を行った後に行う。まず、図-17の様な関係を用いれば、過剰間隙水圧消散に伴うひずみポテンシャル ε_{v0} が求まる。最初の自重解析時の有効拘束圧を σ'_m とし、解析の間、この値を一定とする。すると、自由な状態で ε_{v0} を生じさせるに必要な体積弾性係数 K は次式となる。

図-17 過剰間隙水圧消散後の体積ひずみ関係の例²⁸⁾

$$K = \frac{\sigma'_m}{\varepsilon_{v0}} \quad (12)$$

この応力を生じさせる等価節点力 $\mathbf{F}$ は次のように表せる。

$$\mathbf{F} = \int_V \mathbf{B}^T \mathbf{m} \sigma'_m dV \quad (13)$$

ここで、 $\mathbf{m}$ は応力を一次元ベクトルで表したとき、これと同じ次元の一次元ベクトルで、応力の法線方向成分と対応する項の値が1、せん断応力成分と対応する項の値が0である。例えば、平面ひずみ条件では、次のようになる。

$$\mathbf{m} = \begin{Bmatrix} 1 & 1 & 0 \end{Bmatrix}^T \quad (14)$$

式(13)を各要素で計算し、これを外力として作用させることで、変位に関する適合条件を満たした、過剰間隙水圧消散に伴う沈下量を求めることができる。

このような外力を自動的に計算し作用させる機能はほとんどのプログラムでは用意されていない。したがって、どのようなプログラムを使うにせよ、この計算を行うためには、プログラムの改良が必要である。既往のプログラムを使うのであれば、一次元地盤と考え、図-17で求めた体積ひずみを鉛直方向に加えるという考えもある。また、構造物が沈下する事例では過剰間隙水圧の消散を考えなくても計算できるという報告もある³⁰⁾。しかし、十分な検討が行われているわけではないので、今後の課題の一つと考えられる。

5. 解析例

提案した手法の妥当性を検証するため、三つの実被害に対応する計算例を示す。この内二つは図-1(b)の側方開

図-18 昭和大橋付近の地層断面と流動量

(a) FEM メッシュ

図-19 FEM メッシュと変形図 (昭和大橋サイト)

放面型、一つが図-1(a)の液状化層傾斜型である。

(1) 昭和大橋サイト

1964年新潟地震の際、信濃川周辺では大規模な液状化が発生し、これに伴い流動も発生した。ここでは、地震の際落橋した昭和大橋を通る断面を解析する。地震後の地盤調査に基づく地層断面を図-18に示す。図には、断面図³⁰⁾に加え、流動量も示されている³⁰⁾。ただし、河川部については標的がないことからデータがない。また、推定液状化範囲も示されている。この内、図の右岸ではほとんど水平変位はないので、ここでは左岸のみを解析する。

解析では、図-18に示された柱状図を基に、 N 値を5, 10, 15, 30および50の基盤に分類し³³⁾、ヤング係数は $E = 28N$ (kgf/cm²)により求め、ポアソン比1/3とし、初期剛性を求めた。図-18によれば、 F_L の値は0.8~1.0程度にばらつき、特定の深さで特定の値になっているということはない。また、場所によって詳細に F_L の値を決定できるだけのデータもない。そこで、ここでは、地盤全体に対して同じ F_L を適用することにし、平均的な値として0.9を用いることにした。また、細粒分含有率は5%とした。する

と、図-13より流動時の液状化層のせん断定数の低下率は約1/300となる。護岸は、U型網矢板 YSP-II 型による矢板護岸で、諸量は JIS に従って設定した³³⁾。解析では、矢板ははり要素とし、土との摩擦は考えなかった。

図-19に護岸近傍の変形を、図-18に地表の水平変位を計測値と比較して示す。

背後地盤の水平変位は、護岸位置で3.2mである。この位置に相当する観測値はないが、この値は近傍の背後地盤の変位とほぼ同じオーダーである。また、護岸背後の影響範囲は約70mで、水平液状化層が傾斜している部分と重なっている他、観測値とも一致している。しかし、変位分布を見ると、観測値は護岸からの低減が非常に緩やかで護岸から70mで急激に減少しほとんど0となっているのに対し、計算値は護岸から急激に減少し、観測値との差は大きい。河床部では、護岸近傍は矢板が前面に押し出されるため、河心方向の変位が見られるが、背後地盤と同様、急激に減衰する。影響範囲は背後地盤より小さい。河床部では標的がないので流動量の観測データは無いが、この変位分布を見る限り、昭和大橋落橋の原因となった変位は再現できていない。この主な原因は、河床部の地盤を水平成層にモデル化したため、河床部自身が流動で動くような挙動が発生しないためである。

ここで示した変位の傾向は、文献³³⁾で、同サイトを対象として行われた一斉解析における他の解析でも見られ、護岸背後における緩やかな水平変位の減少、河床部の大きな変位は得られていない。図-18の地層断面はそれほど多くない柱状図を基にして想定されていることから、局所的な地盤の状況が反映されていない可能性もある。また、本例では、護岸近傍では液状化層上面は水平であ

(a) FEM メッシュと水平変位分布

(b) ケーソン近傍の FEM メッシュと変形図

図-21 FEM メッシュと変位図 (魚崎浜サイト)

るが、下面は傾斜している。このような地盤で、側方変位が拘束されている場合には大きな流動が発生しないことは解析や振動台実験の結果から実証されているが、本例のように地表面に標高差があり、かつ側方の境界までの距離が長い場合には地盤全体が河床方向にすべっていくメカニズムも考えられる。FEM 解析では液状化層下部で、非液状化層と液状化層は節点を共有しているため、このようなメカニズムによる変位が発生しにくい。これが、背後地盤における変位分布の差となっている可能性もある。

(2) 魚崎浜サイト

1995年兵庫県南部地震の際、橋脚の変位なども観測された魚崎浜のサイトの重力式ケーソン護岸を解析する。

図-20に断面図および流動による変位を示す³³⁾。

このサイトでは、図-20に示した柱状図だけが地盤に関するデータで、詳細に液状化層の性質を検討できるデータとしては不十分である。通常、構造物の設計段階では用いることのできるデータはこの程度の事が多い。そこで、本計算例では、このようなデータの制約の中で提案手法の有効性を検討することを目的とし、実務で多く行われるように、液状化層は同じ特性を持つ層と仮定した。柱状図に基づき、液状化層では N 値を10と設定し、先の例と同様の方法により定数を決めた。その他の部分では、文献33)に基づいて定数を決めた。なお、このサイトでは、地震記録が得られていないことから、文献34)の地震応答解析から得られた地表面加速度を用い、道路橋示方書に基づいて F_L を計算したところ、層中央で1.0となった。そこで、解析では、全層の F_L を1.0として計算した。

図-21(a)に解析に用いた FEM メッシュを示す。図-

図-20 地震時の被害と柱状図

21(b)には、ケーソン近傍の詳細なモデル化とこの部分の変位図を示す。また、図-21(a)には水平変位も示されている。

ケーソン天端の変位は約1.2mで、実測値の約2m³³⁾と比べやや小さい。この水平変位に伴い、背後地盤では、護岸から約100mの範囲が護岸側に移動している。この変位分布は、図-16に示される変位分布と調和的である。

一方、前面地盤側を見ると、置換砂の部分より前面側ではほとんど変位は発生していない。置換砂の部分になって急激に変位が大きくなり、最大約1.6mの変位が現れている。この変位は背後地盤側に移って置換砂が無くなるとやはり急激に低下する。従って、置換砂と背後の液状化した地盤が大きく変形していることが分かる。

(3) 能代市青葉町

1983年日本海中部地震の際、大きな変位を生じた能代

図-22 地層断面図と変位図（青葉町サイト）

図-23 FEM メッシュと変形図

市青葉町のサイトを解析する。図-22に地層断面図と水平変位を示す³⁹⁾。このサイトは、地表および液状化層上面が傾斜しているケースである。

図-22の地層断面は地震後の計測に基づいて描かれている。傾斜地盤の場合には、勾配の大きさが解析結果に非常に影響する（例えば文献36）。地震前の地形図から地震前の勾配を求めることとしたが、詳細な地表面を決定できるだけのデータはない。そこで、対象部分の標高差を読みとり、平均的に地盤を傾斜されることにした。この結果、図-22では地表面の勾配は平均的に0.5%であったのに対し、約1%となった。

図-22に示されるスウェーデン式サウンディングの結果を基に、液状化層想定のうち、中央部のすり鉢状の部分をN値10、表層部分をN値5に設定した。また、地震後には地表にも大きな地盤変位が見られ、地下水位は高かったと考えられるのに対し、図-22では地下水位はGL-2m程度である。これは、地震により地下水位が下がったためと考え、ここでは地表まで地下水位として解析

を行った。弾性定数はこれまでと同じく $E=28N$ (kgf/cm²)により求め、ポアソン比を1/3としている。 F_L の値として、文献37に示されている平均的な値0.9を用い、細粒分含有率を0と仮定すると、図-13より剛性低下率は0.001より少し大きくなる。そこで、ここでは剛性低下率を0.001とした。

図-23に解析に用いたFEMメッシュと変形を示す。また、図-22では地表の水平変位を観測値と比較している。解析は、全体として観測値と良く一致している。しかし、詳細に見ると、特に中央のすり鉢状の地形の左側で変位を過小評価している。これには二つの原因が考えられる。一つは、図-22には示されていないが、地形図を見ると、断面の左側の外側（現地では南西）に神社の高台が有り、傾斜がきつくなっていることである。ここでも液状化が発生しているとすれば、解析対象地盤を右の方に押している可能性がある。もう一つは解析の都合でモデルの左端で水平変位を拘束していることである。このため、図の左側では地盤の水平が拘束されている可能性がある。

(4) 解析結果に関する議論

ここでは、側方開放型2ケースと、地表面傾斜型1ケースについて計算を行った。いずれのケースでも、解析は実被害の全体的な変位を捉えており、簡易法として変位分布を推定する目的などには十分実用的に使うことが出来る。

昭和大橋サイトでは液状化層下面が傾斜し、青葉町サイトでは液状化層下面の傾斜が上面よりも大きい地盤条件であり、図-1に示した単純な地盤条件とは異なっている。この様な条件下では、変位は必ずしも一様に変化するのではなく、局所的な地盤の違いを反映し、複雑な変位分布を示している。従って、変位の予測でも、極力地盤条件を把握することが重要である。特に、液状化層上面は地下水位と一致することも多く、比較的滑らかな事が多いのに対し、液状化層下面は不整も多く、これが局所的な変位に影響する。従って、地盤に関する調査も重要である。

6. 適用に当たっての留意事項

この章では、ALIDの適用に当たっての注意事項、配慮すべき事項について示す。

(1) 要素の変形ロッキング

流動時の解析では、非排水状態を仮定しているので、式(5)に示したように、流動化層の（見かけの）体積弾性係数の値は非常に大きくなり、ポアソン比が0.5に近くなる。この場合、有限要素法で広く用いられる、4節点アイソパラメトリック要素で二点 Gauss-Legendre 積分により要素剛性マトリックスを求めると、ポアソン比が0.5に近づくにつれて要素が変形しにくくなる、変形のロッキングという現象が起こる。これを避けるためには、要素剛性マトリックスの計算の際に、次数低減積分を行うのが有効である。しかし、一方では、次数低減積分を行うと、砂時計不安定が生じるという新たな問題が生じる。この問題は、抗砂時計剛性を導入することで解決できる。ここでは、いくつかの要素剛性マトリックスの計算を行い、その影響を調べる。計算に用いたのは、前章で示した昭和大橋サイトである。

要素剛性マトリックスを次の4つの方法で計算した。

- 1)2点 Gauss-Legendre 積分
- 2)次数低減積分（一点 Gauss-Legendre 積分）
- 3)次数低減積分+抗砂時計剛性⁹⁾
- 4)三角形要素からの縮合

2点 Gauss-Legendre 積分は、通常の有限要素法解析で最も普通に用いられる方法である。また、三角形要素からの縮合とは、四角形要素の重心に仮想の点を作り、4つの三

図-24 各種積分法の比較（変形は4倍に拡大）

角形要素に分割し、内部的に中央の点の自由度を消して要素剛性マトリックスを作成する手法である。縮合の機能を持っていないプログラムでは、縮合しなくても結果は変わらないので、三角形要素を用いればよい。この場合、四角形要素を二つの三角形に分ける様な方法を用いると、分け方により方向性が生じるため、好ましくない。四角形要素の重心に新たな節点を設けて三角形を作るようにする。

解析結果を、図-24に示す。これらをまとめると、次のようである。

- ・ 2点 Gauss-Legendre 積分は、変位をかなり過小評価している。
- ・ 次数低減積分のみだと、過大な砂時計モード変形が現れ、個々の要素の変形形状は異常に見えるが、全体としての挙動は、以下の二つと同じである。
- ・ 次数低減積分と抗砂時計剛性の組み合わせ、および三

角形要素からの縮合は、ほぼ同じ変形となる。

従って、計算量の少ない、次数低減積分と抗砂時計剛性の組み合わせによる方法が最も良いが、この機能を有していないプログラムでは、四角形要素を内点を設けて4つの三角形要素に分割することで、ほぼ同じ精度で計算できる。また、個々の要素の変形形状の異常さを問わないのであれば、次数低減積分でも良いことが分かる。

(2) 自重法と応力解放法

原理的には応力解放法の方が、ある程度忠実にメカニズムを追いかけているという意味で優れている。ただし、流動時の変位に比べれば、地震前の自重解析による変位は無視できる程度に小さいのが普通で、その意味では、どちらの方法を用いても構わない。

(3) 自重解析に用いる剛性

地震前の状態を求めるための自重解析や盛り立て解析でも土は非線形挙動をするが、実務では、線形の応力-ひずみ関係を用いる事も多い。3章(5)に示したように、剛性の決め方に以下の考え方がある。

1) せん断ひずみ $\gamma=10^{-3}$ に対応した剛性 ($G_{0\gamma}$)

2) N 値から $E=2744N$ (kN/m²) を用いて求めた剛性 (G_N)

前節で示したように、この解析における変位は、流動時に生じる変位に比べて小さいので、各手法による変位の差は、相対変位としては大きい、絶対変位としては無視できる。しかし、これから流動時の解析に用いるせん断剛性を決定する際には注意が必要である。1)2)は共に初期せん断剛性と呼ばれるが、3章で示したように、対象としているひずみ領域が異なるため、2)の剛性は細粒分含有率がほとんど無いきれいな砂の場合1)の剛性の1/4で、細粒分含有率が増えると1/2程度まで変化する。本論文では、初期せん断剛性に対して低減すると言うときには、 $G_{0\gamma}$ に対して述べており、 G_N を使う際には、低減率は本来実験で求めるべきであろうが、細粒分含有率に応じて1/2~1/4程度の値(例えば図-13参照)を使うことも許されよう。

(4) 流動地盤中の地中構造物への影響

本論文では、地盤および境界条件として与えられている護岸構造物の流動に伴う変位を求める手法を提案している。地盤中に杭や埋設管がある場合に、これらに作用する応力を求めようとする場合には、別の考えが必要な事もある。例えば、流動により土が杭の間をすり抜ける、杭に作用する応力は流動が止まると小さくなるという事例からも分かるように、流動時には砂が流体的な挙動をする側面もある。固体としての扱いで地盤の流動時の変形を予測することと、この様な流体的な挙動との相互作用を考える事は、区別して考える必要がある。

埋設管の剛性が高く地盤と埋設管の相対変位が大きい場合には、このようなすり抜けを考えて埋設管の設計をする必要があると考えられる。これに対し、埋設管の剛性が小さく地盤と埋設管との相対変位が小さい場合には、杭と同様に応答変位法で設計することができると考えられる。ただし、前者の有効な設計方法はまだ提案されていなく、また、後者の方法もいくつか試みられているものの確立されていない。今後の検討が必要である。

流動時の杭の変位を応答変位法で求めようと言う試みもある。この様な場合、杭と地盤を同じ平面でモデル化することが最善とは限らない。むしろ、地盤と杭とをばねで結ぶようなモデル化¹⁴⁾の方が実状に近いかもしれない。

(5) ポアソン比

本論では、 G と K を用いた定式化を示した。プログラムによっては、弾性定数として、 K の代わりにポアソン比 ν を要求するものがある。この場合、流動時の解析を行う際に、液状化層は非排水だからと言って0.5に近い適当なポアソン比を用いることは避けるべきである。これは、体積変化が起こらなければポアソン比は0.5であるが、ポアソン比がほぼ0.5だからと言って体積変化が起こらないとは言えないからである。ポアソン比が0.5に近いときにはポアソン比の少しの差が体積変化に大きく影響する。たとえば、ポアソン比を0.49と0.4999として G を一定として K を求めると100倍の違いがあり、従って地盤の圧縮量(沈下量)も100倍の差が生じる。

7. まとめ

本論文では、地盤の液状化に伴う流動を簡易に予測する方法を扱っている。これらをまとめると次のようになる。

- (1) 液状化が発生し、流動する際の材料の性質を、繰返しねじりせん断試験の結果に基づき、液状化後の剛性低下として表現する方法を示した。
- (2) 各種材料について実験を行い、剛性低下を簡易に評価する方法を示した。
- (3) 提案する手法の適用性を三つの流動の事例に適用した結果、解析は実現象の全体的な変位を捉えていることが分かった。

なお、本解析法は、簡易法であり、非常に高精度で現象を説明できるわけではないし、流動に伴う全ての現象を予測できるものではないことに注意が必要である。適用に当たっての計算上の留意点は前節に示したが、これ以外に、次の点にも留意する必要がある。

- (1) 本解析方法では、液状化後の変形特性によって結果が大きく異なる。従って、解析の精度をあげるには、対象

とする土の液状化後の変形特性を繰返しねじりせん断試験等で試験することが望まれる。

(2) 本解析は、液状化した地盤を剛性の小さい固体にモデル化し、連続体として解いているので、この条件からはずれるケースは適用できない。建物が地盤中に沈下していくように地盤が真に液体として挙動するような場合、傾斜が非常に大きくなり斜面崩壊が発生するような場合などがこのケースである。

付録：変形のロッキングと砂時計不安定

流動に関する問題では、せん断剛性が極端に近くなるので、ポアソン比も0.5に非常に近くなる。有限要素法解析では、この様な場合、数値計算の誤差が非常に大きくなることが分かっている。これに関する詳細な議論は、例えば文献38)に示されているが、ここでは、本論文の理解に重要と考えられる範囲で、現象をわかりやすく示す。地盤の解析に関する有限要素解析で多く用いられるのは、4節点アイソパラメトリック要素（要素形状の補間関数と変位の補間関数が同じ式で表される要素）であるので、説明をこれに絞る。

平面ひずみ、等方材料に対する応力-ひずみ関係の係数である剛性マトリックス $\mathbf{D}$ は、ヤング係数 E とポアソン比 ν を用いて、次のように表される。

$$\mathbf{D} = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1 & \frac{\nu}{(1-\nu)} & 0 \\ \frac{\nu}{(1-\nu)} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{(1-2\nu)}{2(1-\nu)} \end{bmatrix} \quad (\text{付1})$$

ここで、ポアソン比が0.5になれば、右辺の係数が無限大となるので、計算が出来ないという問題がある。この問題を解決するのに、0.5に近い値を用いようとするのは自然である。しかし、要素剛性マトリックスの計算に、最も普通に用いられる2x2 Gauss 求積点を持つ Gauss-Legendre 積分（4点 Gauss 積分と呼ばれることも多い）を用いると、要素剛性マトリックスの計算で大きな誤差が発生する。この誤差は、せん断変形に対して剛性を大きく評価するというように現れる。このことは、図-24(a)と(b)~(d)を比較することで理解できる。この様な現象を

付図-1 砂時計変形モードの例

変形のロッキングという。

変形のロッキングを避けるには、次数低減積分が有効であることが知られている³⁹⁾。次数低減積分とは、Gauss-Legendre 積分を行う際に、求積点の数を減らすことで、この問題では、求積点の数を1にする（1点 Gauss 積分）ことに相当する。

次数低減積分を行えば、変形のロッキング現象は回避できる。しかし、4節点アイソパラメトリック要素で1点 Gauss 積分を行うと、砂時計不安定という現象が現れる。

1点 Gauss 積分は、要素内の変位分布を一次式で表した積分法で、要素中央の応力とひずみの関係に基づいて数値積分を行っている。ここで、長方形要素を考えると、付図-1に示した二つの変形に対しては、求積点となっている要素中央ではひずみは発生しない。従って、応力も発生しない。逆にいえば、この様な変形は、外力が無くても生じることができるので、不安定現象である。図-24(b)では、ケーソン直下の置換砂と液状化の発生するとした背後地盤でこの様な変形を明瞭に見ることができる。付図-1の要素を二つ合わせると、変形した形状が砂時計のように見えることから、これを砂時計不安定という。

砂時計不安定を解決するには、付図-1の様な変形に対して抵抗する剛性を新たに考えればよい。これについては、文献4),39)を参照されたい。

参考文献

- 1) Hamada, M., Yasuda, S., Isoyama, R. and Emoto, K.: Study on Liquefaction Induced Permanent Ground Displacement, Association for the Development of Earthquake Prediction, Tokyo, 1986.
- 2) Wakamatsu, K., Yoshida, N., Suzuki, N. and Tazoh, T.: Liquefaction-induced Large Ground Deformations and Their effects on Lifelines during the 1990 Luzon, Philippines Earthquake, Vol. 1 Japanese Case Studies, Technical Report NCEER-92-0001, NCEER, pp. 5.1-5.52, 1992.
- 3) 吉田望：液状化解析の現状，ウォーターフロントにおける地震動特性と地盤に関わる諸問題シンポジウム，日本建築学会・関東支部，pp.37-44，1991。
- 4) Yoshida, N.: Finite Displacement Analysis on Liquefaction-Induced Large Permanent Ground Displacements, Proc., 2nd Japan-US Workshop on Liquefaction, Large Ground Deformation and Their Effects on Lifeline Facilities, pp.207-217, 1989.
- 5) Finn, W. D. L., Yogendrakumar, M., Ledbetter, R. H. and Yoshida, N.: Analysis of Liquefaction Induced Displacements, Proc., 7th Int. Conf. on Computer Methods and Advances in Geomechanics, Cairns, pp.913-921, 1991.
- 6) Yasuda, S., Nagase, H., Kiku, H. and Uchida, Y.: The Mechanism and a Simplified Procedure for the Analysis of Permanent Ground Displacement due to Liquefaction, Soils and Foundations, Vol.32, No.1, pp.149-160, 1992.
- 7) Towhata, I., Sasaki, Y., Tokida, K., Matsumoto, H., Tamari, Y. and Yamada, K.: Prediction of Permanent Displacement of Liquefied Ground by means of Minimum Energy Principle, Soils and Foundations, Vol.32, No.3, pp.97-116, 1992.8) Towhata, I., Toyota, H. and Vargas, W.: Dynamics in Lateral Flow of Liquefied Ground, Proc. 10th Asian Regional Conf. Soil Mech. Found. Eng., Beijing, Vol.1, pp.497-500, 1995.

- 9) Uzuoka, R., Yashima, A. and Kawakami, T.: An analysis of lateral spreading of liquefied subsoil based on Bingham model, Proc., Int. Sym. of Numerical Models in Geomechanics, pp.685-690, 1997.
- 10) Fujii, Y., Hatanaka, M., Shiomi, T. and Tanaka, Y.: Liquefaction analysis of seawall during 1983 Nipponkai-chubu Earthquake, Proc., 2nd U.S.-Japan Workshop on Liquefaction, Large Ground Deformation and Their Effects on Lifelines, Technical Report NCEER-89-0032, pp.322-335, 1989.
- 11) Iai, S.: A strain space multiple mechanism model for cyclic behavior of sand and its application, Earthquake Engineering Research Note No.43, Port and Harbor Research Institute, Ministry of Transport, Japan, 1991.
- 12) 岡下勝彦, 奥谷貞雄, 小嶋省一, 藤田親, 木全宏之, 塩谷俊之, 仲佐俊之, 佐藤卓三, 福武毅芳: 液状化解析による長大橋ケーソン基礎の地震被害原因の推定と対策工の有効性検証, 阪神・淡路大震災に関する学術講演会論文集, 土木学会, pp. 611-618, 1996.
- 13) Iai, S., Sugano, T., Ichii, K., Morita, T., Inagaki, H., and Inatomi, T.: Performance of caisson type quay walls, The 1995 Hyogoken-Nanbu Earthquake, Japan Society of Civil Engineers, pp.181-207., 1996.
- 14) 小笠原政文・角田浩・坂本俊一・松尾隆志: 流動化の影響を考慮した基礎構造物及び対策工の設計法, 地震時の地盤・土構造物の流動性および永久変形に関するシンポジウム, 地盤工学会, pp. 429-432, 1998.
- 15) Yasuda, S., N. Yoshida, T. Masuda., H. Nagase, H. Kiku and K. Mine: Stress-strain relationships of liquefied sands, Proc., First Int. Conf. on Earthquake Geotechnical Engineering, pp. 811-816, 1995.
- 16) 安田進, Erken, A., 寺内哲也, 森本弘光: 液状化後の変形特性に与える粒度の影響, 第10回日本地震工学シンポジウム, pp. 1355-1358, 1998.
- 17) 村松正重, 龍岡文夫, 佐々木勉, 関真一: 振動三軸および動的ねじり単純せん断による密な砂の液状化特性, 第16回土質工学会研究発表会講演集, pp. 601-604, 1981.
- 18) 土木学会新潟震災調査委員会編: 昭和39年新潟地震震害調査報告, p.282, 1966.
- 19) 永瀬英生, 廣岡明彦・峯啓一郎・粟屋宣典: 液状化した砂の変形特性に与える初期せん断力の影響, 第31回地盤工学研究発表会, pp.981-982, 1996.
- 20) Yoshida, N., Yasuda, S., Kiku, H., Masuda, T. and Finn, W. D. L.: Behavior of Sand After Liquefaction, Proc., 5th U.S.-Japan Workshop on Earthquake Resistant Design of Lifeline Facilities and Countermeasures Against Soil Liquefaction, Salt Lake City, pp. 181-198, 1994.
- 21) 小笠原政文・牧田篤弘・安田進・黛廣志・原田克之: 液状化した地盤のせん断剛性率の評価, 地震時の地盤・土構造物の流動性および永久変形に関するシンポジウム, 地盤工学会, pp. 321-324, 1998.
- 22) Hamada, M., Yasuda, S., and Yoshida, N.: Numerical Prediction of Model 2 by Simplified Methods, Proc., International Conference on the Verification of Numerical Procedures for the Analysis of Soil Liquefaction Problems, Davis, California, Vol. 1, pp. 363-368, 1993.
- 23) Ishihara, K., Yasuda, S. and Nagase, H.: Soil Characteristics and Ground Damage, Soils and Foundations, Special Issue on Geotechnical Aspects on the January 17 1995 Hyogoken-nanbu Earthquake, pp.109-118, 1996.
- 24) 安田進, 吉田望, 規矩大義, 増田民夫, 森本弘光: 護岸構造物の一斉解析-残留変形解析の適用結果-, 地震時の地盤・土構造物の流動性および永久変形に関するシンポジウム, 地盤工学会, pp. 275-280, 1998.
- 25) 吉田望: 側方流動のメカニズム, 地震時の地盤・土構造物の流動性および永久変形に関するシンポジウム, 地盤工学会, pp. 53-70, 1998.
- 26) Ghalandarzadeh, A., Towhata, I., Orita, T., and Mizutani, T.: assessment of the behavior of quay walls using 1G shaking table tests, Proc. 6th Japan-US Workshop on Earthquake Resistant Design of Lifeline Facilities and Countermeasures against Liquefaction, Tokyo, pp.639-652, 1996.
- 27) 濱田政則, 若松加寿江: 液状化による地盤の水平変位の研究, 土木学会論文集, No.596/III-43, pp. 189-208, 1998.
- 28) Ishihara, K. and Yoshimine, M.: Evaluation of settlements in sand deposits following liquefaction during earthquakes, Soils and Foundations, Vol. 32, No. 1, pp.173-188, 1992.
- 29) Kuwano, J. and Ishihara, K.: Analysis of permanent deformation of earth dams due to earthquakes, Soils and Foundations, Vol. 28, No. 1, pp. 41-50, 1988.
- 30) 規矩大義, 安田進: 液状化に起因した構造物の沈下に関する簡易解析法, 第22回地震工学研究発表会, pp. 123-126, 1993.
- 31) 建設省土木研究所地震防災部振動研究室: 昭和大桥における地盤および下部構造の耐震性調査, 土研資料1591号, 1980.
- 32) 日米共同研究-地盤変状と地中構造物の地震被害に関する研究, 昭和63年度調査研究報告書: 地震予知総合研究振興会, 1989.
- 33) 金谷守, 吉田望: 護岸構造物の地震時挙動に関する一斉実験・解析, 地震時の地盤・土構造物の流動性と永久変形に関するシンポジウム発表論文集, 地盤工学会, pp. 159-192, 1998.
- 34) 沢田俊一, 小堤治, 井合進, 護岸構造物の残留変形解析-FLIPによる解析-, 地震時の地盤・土構造物の流動性および永久変形に関するシンポジウム, 地盤工学会, pp. 247-256, 1998.
- 35) Hamada, M., Yasuda, S., Isayama, R., and Emoto, K.: Study on Liquefaction induced Permanent Ground Displacements, Report of Association for the Development of Earthquake Prediction., 1986.
- 36) 吉田望: 液状化に伴う地盤の側方流動に関する解析的研究, 地盤の破壊とひずみの局所化, 地盤工学会, pp. 340-348, 1994.
- 37) 地震予知総合研究振興会: 液状化を考慮した埋設管路の耐震設計法に関する基礎的研究(3), 119p., 1986.
- 38) Zienkiewicz, O. C.: The finite element method, Third edition, McGraw-Hill.日本語訳: 吉識雅夫, 山田嘉昭監訳, マトリックス有限要素法, 三訂版, 培風館, 1977.
- 39) Flanagan, D. P. and Belytschko, T. A.: A uniform strain hexahedron and quadrilateral with orthogonal hourglass control, Int. Jour. Numerical Methods in Engineering, Vol. 17, pp. 679-706, 1981.

(1998.10.1 受付)

A SIMPLIFIED PRACTICAL METHOD FOR EVALUATING LIQUEFACTION-INDUCED FLOW

Susumu YASUDA, Nozomu YOSHIDA, Kenji ADACHI, Hiroyoshi KIKU,
Singo GOSE and Tamio MASUDA

A simplified method is proposed to evaluate the ground deformation due to liquefaction-induced flow. Under the assumption that liquefaction-induced flow occurs slowly after the main shaking, stress-strain relationship after liquefaction is obtained through the laboratory test in which sand sample is subjected to monotonic load after subjected to cyclic load causing liquefaction or more. Stress-strain curve is shown to be quite different from the conventional one under small strains. The curve is separated into small rigidity region and rigidity recovering region, and is modeled to be a bi-linear model. Rigidity in small rigidity region is evaluated both by laboratory test and back analysis of earthquake damage, and is expressed as the ratio to the initial modulus. The modeling of the ground other than liquefied layer, such as nonliquefied ground above the liquefied layer, is also proposed based on the back analysis of the earthquake damage. Three case studies are conducted: Showa-ohashi site, Uozaki-hama site and Aoba-cho site that were damaged during the 1964 Niigata, 1995 Hyogoken-nambu, and 1983 Nihonkai-chubu earthquakes. The proposed method predicts liquefaction-induced ground deformation well.