超高速衝突下における貫通穴の形成解析

Analysis of Hole Formation on Hypervelocity Impact Penetration

濱崎 透*・岡澤重信**・田中智行***

Toru HAMASAKI, Shigenobu OKAZAWA and Satoyuki TANAKA

*広島大学 大学院工学研究科 輸送・環境システム専攻 (〒739-8527 広島県東広島市鏡山 1-4-1)

**正会員 博(工) 広島大学准教授 大学院工学研究科 輸送・環境システム専攻 (〒739-8527 広島県東広島市鏡山 1-4-1)

***博(工) 広島大学助教 大学院工学研究科 輸送・環境システム専攻 (〒739-8527 広島県東広島市鏡山 1-4-1)

Analysis of hole formation on the hypervelocity impact penetration of metal targets subjected to projectiles is presented. The proposed approach establishes one governing equation for target, projectile and fluid (air) using mixture theory assuming incompressibility in the full Eulerian framework. The Eulerian formulation is attractive for the analysis of hole formation on penetration because it can generate new free surface in natural manner. We validate computational results comparing with a physical based hole diameter relationship.

Key Words : *hypervelocity impact, penetration, hole formation, mixture theory, Eulerian solution*

1. 緒言

近年では、科学技術の進歩により超高速下での構造物の安全性評価が必要な場面に多く遭遇する。例えば我々の身近なものとして、航空機や鉄道そしてリニアモーターカーといった高速化の著しい輸送機器が挙げられる。これらの輸送機器の高速現象下では小さな物体(飛翔体)との衝突、さらにはその衝突により貫通が起こりうると考えられ、輸送機器の安全性に重大な問題を及ぼす可能性がある。さらに宇宙空間に目を向けると、地上では想像もできないような超高速での現象が多数存在している。その中でもスペースシャトルや人工衛星へのスペースデブリの衝突速度は10(km/s)以上にもなり、その衝突に絡む貫通問題を取り扱うことは宇宙開発における最重要課題の一つとなっている。このように超高速衝突下での貫通現象のメカニズムを詳細に把握することは、工学的に極めて重要である。

貫通解析を実施するためには、衝突やその後の破断現象などを忠実に再現する必要がある。また超高速での貫通現象では衝突箇所付近の温度は高温となり金属材料の融解が起こるため、より高精度な貫通解析を実施するには相変態を考慮する必要がある。通常の固体解析で用いられる物体の変形に解析メッシュを追従させるLagrange型解法による貫通解析¹⁾²⁾では、飛翔体貫通後のターゲット部材の破断を再現する際に多大な労力を要し、固体から液体への相変態を再現することも困難である。最近では有限要素法のみならず、粒子法で貫通解析を実施する試みもなされている³⁾⁴⁾。

本研究の最終的な目的は、破断から相変態による金属融解現象までを含めた貫通現象を解析メッシュを固定したEuler型解法によってシミュレーションするこ

とである。固体と流体を対等な立場で扱えるEuler型解法では、破断や相変態を容易に再現できる。本論文ではその第一歩として、超高速衝突下での貫通穴の形成に着目する。本解析手法で超高速衝突下での貫通解析が効率的に実施できることを示すとともに、その妥当性を理論的に導出された貫通穴寸法の評価式や実験による貫通穴形状と比較することで検討する。

2. 平均化支配方程式

本研究における貫通解析は、図-1に示すように飛翔体(projectile)とターゲット(target)それと空気としての流体(fluid)の3種類の物体の相互作用として取り扱う。本論文で取り扱う現象に空気はほとんど影響を与えないが、Euler型解法を安定に成立させるためにあえて空気を考慮する。今回扱う飛翔体とターゲットは金属であるため弾塑性材料としてモデル化するが、貫通現象のような大変形状態においては塑性変形が卓越してほぼ非圧縮状態となる。よってここでは以降の定式化を簡略化するために、3つの物質とも非圧縮性を仮定する。

Euler型解法においては同一メッシュ内に種類の異なる物体が混在するが、本研究ではそれぞれの物体がメッシュ内を占める体積率を用いて平均化を行う。そして最終的に1つの平均化方程式にまとめて統一解法を行う。導出の流れとしては、まず質点レベルで成り立つ式を考え、それを検査体積で体積平均することにより平均化方程式⁵⁾を導く。はじめに、3つの物質が存在する検査体積(体積 V)を考える。なお、以下で登場する下添え字の p は飛翔体(projectile)で t はターゲット(target)さらに f は流体(fluid)の物理量であること

図-1 貫通解析のモデル化

を示している．

まず3つの物質の運動方程式は以下ようになる．

$$\rho_p \frac{D\mathbf{v}_p}{Dt} = \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}_p + \rho_p \mathbf{b} \quad (1)$$

$$\rho_t \frac{D\mathbf{v}_t}{Dt} = \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}_t + \rho_t \mathbf{b} \quad (2)$$

$$\rho_f \frac{D\mathbf{v}_f}{Dt} = \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}_f + \rho_f \mathbf{b} \quad (3)$$

ここで ρ は密度， $\mathbf{v}$ は速度， $\boldsymbol{\sigma}$ は Cauchy 応力を示している．また D/Dt は物質微分である．加えて体積力 $\mathbf{b}$ は領域において一様とする．さらにすべての物体を非圧縮と考えるため，それぞれの連続の式は以下のようになる．

$$\nabla \cdot \mathbf{v}_p = 0 \quad (4)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{v}_t = 0 \quad (5)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{v}_f = 0 \quad (6)$$

3物質の領域でそれぞれの支配方程式が成り立っているため，検査領域全体では以下の支配方程式が成り立つ．

$$\begin{aligned} I_p \rho_p \frac{D\mathbf{v}_p}{Dt} + I_t \rho_t \frac{D\mathbf{v}_t}{Dt} + I_f \rho_f \frac{D\mathbf{v}_f}{Dt} \\ = I_p \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}_p + I_t \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}_t + I_f \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}_f \\ + (I_p \rho_p + I_t \rho_t + I_f \rho_f) \mathbf{b} \end{aligned} \quad (7)$$

$$I_p \nabla \cdot \mathbf{v}_p + I_t \nabla \cdot \mathbf{v}_t + I_f \nabla \cdot \mathbf{v}_f = 0 \quad (8)$$

ここで I_p, I_t, I_f は指示関数であり，それぞれに対応する物質領域では1で他の領域では0をとる不連続なステップ関数である．

ここまでの式は全て質点レベルで成り立つ式である．次の操作としてこれらの式を体積平均⁶⁾する必要があるが，まず準備として任意関数 ξ の体積平均を以下のように定義する．

$$\langle \xi \rangle = \frac{1}{V} \int_V \xi dV \quad (9)$$

この時，指示関数の体積平均は以下のように定義される．

$$\langle I_p \rangle = \phi_p \quad (10)$$

$$\langle I_t \rangle = \phi_t \quad (11)$$

$$\langle I_f \rangle = \phi_f \quad (12)$$

ここで， ϕ_p, ϕ_t, ϕ_f は飛翔体とターゲットそして流体それぞれの体積率を表し，以下の関係を満たす．

$$\phi_p + \phi_t + \phi_f = 1 \quad (13)$$

この体積率を用いることで，指示関数の不連続性の問題点を解消できる．また，任意関数 ξ の相平均値 $\bar{\xi}$ を以下のように定義する．

$$\bar{\xi} = \frac{\langle I\xi \rangle}{\phi} \quad (14)$$

2.1 連続の式

まず連続の式 (8) の平均化方程式を導く．連続の式 (8) について展開すると以下のようになる．

$$\begin{aligned} I_p \nabla \cdot \mathbf{v}_p + I_t \nabla \cdot \mathbf{v}_t + I_f \nabla \cdot \mathbf{v}_f \\ = \nabla \cdot (I_p \mathbf{v}_p) + \nabla \cdot (I_t \mathbf{v}_t) + \nabla \cdot (I_f \mathbf{v}_f) \\ - (\mathbf{v}_p - \mathbf{v}_f) \cdot \nabla I_p - (\mathbf{v}_t - \mathbf{v}_f) \cdot \nabla I_t \end{aligned} \quad (15)$$

ここで， $I_f = 1 - I_p - I_t$ の関係を用いている．

式 (15) における ∇I_p と ∇I_t は，流体との物体境界面でのみ値を持つ法線方向ベクトルである．本研究では，物体間の境界面での条件として固着条件を仮定する．したがって境界面における複数物体の速度は連続であり，飛翔体の速度 $\mathbf{v}_p$ とターゲットの速度 $\mathbf{v}_t$ はそれぞれ流体の速度 $\mathbf{v}_f$ に等しい．よって式 (15) は以下のようになる．

$$\nabla \cdot (I_p \mathbf{v}_p) + \nabla \cdot (I_t \mathbf{v}_t) + \nabla \cdot (I_f \mathbf{v}_f) = 0 \quad (16)$$

そして，式 (8) の体積平均は，

$$\begin{aligned} \langle I_p \nabla \cdot \mathbf{v}_p + I_t \nabla \cdot \mathbf{v}_t + I_f \nabla \cdot \mathbf{v}_f \rangle \\ = \langle \nabla \cdot (I_p \mathbf{v}_p) + \nabla \cdot (I_t \mathbf{v}_t) + \nabla \cdot (I_f \mathbf{v}_f) \rangle \\ = \nabla \cdot \langle I_p \mathbf{v}_p \rangle + \nabla \cdot \langle I_t \mathbf{v}_t \rangle + \nabla \cdot \langle I_f \mathbf{v}_f \rangle \\ = \nabla \cdot (\phi_p \bar{\mathbf{v}}_p + \phi_t \bar{\mathbf{v}}_t + \phi_f \bar{\mathbf{v}}_f) \\ = \nabla \cdot \mathbf{v}_{mix} = 0 \end{aligned} \quad (17)$$

となる．ここで体積率で重みつき平均をとったものを，下添え字の mix で表している．

2.2 運動方程式

次に運動方程式 (7) の平均化方程式を導く．まず式 (7) の右辺から評価する．体積力項の体積平均は単純に以下のようになる．

$$\begin{aligned} \langle (I_p \rho_p + I_t \rho_t + I_f \rho_f) \mathbf{b} \rangle &= (\phi_p \rho_p + \phi_t \rho_t + \phi_f \rho_f) \mathbf{b} \\ &= \rho_{mix} \mathbf{b} \end{aligned} \quad (18)$$

ここで，密度 ρ は空間座標に関係なく一様であるため相平均値としていない．

そして応力項は連続の式の平均化方程式を導いたときと同じように考えると、以下のように展開される。

$$\begin{aligned} I_p \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}_p + I_t \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}_t + I_f \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}_f \\ = \nabla \cdot (I_p \boldsymbol{\sigma}_p) + \nabla \cdot (I_t \boldsymbol{\sigma}_t) + \nabla \cdot (I_f \boldsymbol{\sigma}_f) \\ - (\boldsymbol{\sigma}_p - \boldsymbol{\sigma}_f) \cdot \nabla I_p - (\boldsymbol{\sigma}_t - \boldsymbol{\sigma}_f) \cdot \nabla I_t \end{aligned} \quad (19)$$

流体との境界面において飛翔体とターゲットの応力 $\boldsymbol{\sigma}_p, \boldsymbol{\sigma}_t$ はここでもやはりそれぞれ流体の応力 $\boldsymbol{\sigma}_f$ と応力テンソルそのものがつり合っているため、以下の式を得る。

$$\begin{aligned} I_p \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}_p + I_t \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}_t + I_f \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}_f \\ = \nabla \cdot (I_p \boldsymbol{\sigma}_p) + \nabla \cdot (I_t \boldsymbol{\sigma}_t) + \nabla \cdot (I_f \boldsymbol{\sigma}_f) \end{aligned} \quad (20)$$

これを体積平均すると、

$$\begin{aligned} \langle I_p \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}_p + I_t \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}_t + I_f \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}_f \rangle \\ = \langle \nabla \cdot (I_p \boldsymbol{\sigma}_p) + \nabla \cdot (I_t \boldsymbol{\sigma}_t) + \nabla \cdot (I_f \boldsymbol{\sigma}_f) \rangle \\ = \nabla \cdot \langle I_p \boldsymbol{\sigma}_p \rangle + \nabla \cdot \langle I_t \boldsymbol{\sigma}_t \rangle + \nabla \cdot \langle I_f \boldsymbol{\sigma}_f \rangle \\ = \nabla \cdot (\phi_p \bar{\boldsymbol{\sigma}}_p + \phi_t \bar{\boldsymbol{\sigma}}_t + \phi_f \bar{\boldsymbol{\sigma}}_f) \\ = \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}_{mix} \end{aligned} \quad (21)$$

となる。

最後に式 (7) の左辺の体積平均を評価する。まず飛翔体分だけの左辺第 1 項の物質微分を空間微分に書き換えて、その相体積平均値を示す。

$$\begin{aligned} \left\langle I_p \rho_p \frac{D\mathbf{v}_p}{Dt} \right\rangle &= \left\langle I_p \rho_p \left(\frac{\partial \mathbf{v}_p}{\partial t} + \mathbf{v}_p \cdot (\mathbf{v}_p \otimes \nabla) \right) \right\rangle \\ &= \frac{\partial}{\partial t} (\phi_p \rho_p \bar{\mathbf{v}}_p) + \nabla \cdot (\phi_p \rho_p \bar{\mathbf{v}}_p \otimes \bar{\mathbf{v}}_p) \\ &= \frac{\partial}{\partial t} (\phi_p \rho_p \bar{\mathbf{v}}_p) + \nabla \cdot (\phi_p \rho_p \bar{\mathbf{v}}_p \otimes \bar{\mathbf{v}}_p) - \nabla \cdot (\phi_p \mathbf{T}_p^{Re}) \end{aligned} \quad (22)$$

ここで、

$$\mathbf{T}_p^{Re} = -\rho_p (\bar{\mathbf{v}}_p \otimes \bar{\mathbf{v}}_p - \bar{\mathbf{v}}_p \otimes \bar{\mathbf{v}}_p) \quad (23)$$

は応力と同じ次元を有するレイノルズ応力と呼ばれるものである⁶⁾。そしてターゲットと流体分の体積平均も同様に評価すると、式 (7) の左辺の体積平均は以下のようになる。

$$\begin{aligned} \left\langle I_p \rho_p \frac{D\mathbf{v}_p}{Dt} + I_t \rho_t \frac{D\mathbf{v}_t}{Dt} + I_f \rho_f \frac{D\mathbf{v}_f}{Dt} \right\rangle \\ = \frac{\partial}{\partial t} (\phi_p \rho_p \bar{\mathbf{v}}_p + \phi_t \rho_t \bar{\mathbf{v}}_t + \phi_f \rho_f \bar{\mathbf{v}}_f) \\ + \nabla \cdot (\phi_p \rho_p \bar{\mathbf{v}}_p \otimes \bar{\mathbf{v}}_p + \phi_t \rho_t \bar{\mathbf{v}}_t \otimes \bar{\mathbf{v}}_t + \phi_f \rho_f \bar{\mathbf{v}}_f \otimes \bar{\mathbf{v}}_f) \\ - \nabla \cdot (\phi_p \mathbf{T}_p^{Re}) - \nabla \cdot (\phi_t \mathbf{T}_t^{Re}) - \nabla \cdot (\phi_f \mathbf{T}_f^{Re}) \end{aligned} \quad (24)$$

さらに式 (24) は、式 (17) と (18) で示される $\mathbf{v}_{mix}$ と ρ_{mix} を用いて以下のように書き換えることができる。

$$\begin{aligned} \left\langle I_p \rho_p \frac{D\mathbf{v}_p}{Dt} + I_t \rho_t \frac{D\mathbf{v}_t}{Dt} + I_f \rho_f \frac{D\mathbf{v}_f}{Dt} \right\rangle \\ = \frac{\partial (\rho_{mix} \mathbf{v}_{mix})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_{mix} \mathbf{v}_{mix} \otimes \mathbf{v}_{mix}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} - \left[\frac{\partial (\rho_{mix} \mathbf{v}'^M)}{\partial t} \right. \\ \left. + \nabla \cdot (\phi_p \mathbf{T}_p^{Re} + \phi_t \mathbf{T}_t^{Re} + \phi_f \mathbf{T}_f^{Re} + \mathbf{T}'^M) \right] \end{aligned} \quad (25)$$

ここで、 $\mathbf{v}'^M$ と $\mathbf{T}'^M$ はそれぞれ以下のように定義している。

$$\mathbf{v}'^M = - \left(\frac{\phi_p \rho_p \bar{\mathbf{v}}_p + \phi_t \rho_t \bar{\mathbf{v}}_t + \phi_f \rho_f \bar{\mathbf{v}}_f - \rho_{mix} \mathbf{v}_{mix}}{\rho_{mix}} \right) \quad (26)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{T}'^M = -(\phi_p \rho_p \bar{\mathbf{v}}_p \otimes \bar{\mathbf{v}}_p + \phi_t \rho_t \bar{\mathbf{v}}_t \otimes \bar{\mathbf{v}}_t + \phi_f \rho_f \bar{\mathbf{v}}_f \otimes \bar{\mathbf{v}}_f \\ - \rho_{mix} \mathbf{v}_{mix} \otimes \mathbf{v}_{mix}) \end{aligned} \quad (27)$$

ここで飛翔体とターゲットそして流体の指示関数にそれぞれの密度を乗じて、体積平均することで得られる次の関係

$$\frac{\partial \rho_{mix}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_{mix} \mathbf{v}_{mix}) - \nabla \cdot (\rho_{mix} \mathbf{v}'^M) = 0 \quad (28)$$

を用いると、式 (25) は以下ようになる。

$$\begin{aligned} \left\langle I_p \rho_p \frac{D\mathbf{v}_p}{Dt} + I_t \rho_t \frac{D\mathbf{v}_t}{Dt} + I_f \rho_f \frac{D\mathbf{v}_f}{Dt} \right\rangle \\ = \rho_{mix} \left(\frac{\partial \mathbf{v}_{mix}}{\partial t} + \mathbf{v}_{mix} \cdot (\mathbf{v}_{mix} \otimes \nabla) \right) \\ - \left[\frac{\partial (\rho_{mix} \mathbf{v}'^M)}{\partial t} - \mathbf{v}_{mix} \cdot (\rho_{mix} \mathbf{v}'^M) \right. \\ \left. + \nabla \cdot (\phi_p \mathbf{T}_p^{Re} + \phi_t \mathbf{T}_t^{Re} + \phi_f \mathbf{T}_f^{Re} + \mathbf{T}'^M) \right] \end{aligned} \quad (29)$$

ここで式 (29) における右辺第 2 項は平均化により派生したものである。この項は数値解析上の評価が困難であるのに加えて、数値解析上の空間解像度を高くするとこの項の影響が小さくなるため以降では無視する。

以上より平均化された運動方程式は以下になる。

$$\begin{aligned} \rho_{mix} \left(\frac{\partial \mathbf{v}_{mix}}{\partial t} + \mathbf{v}_{mix} \cdot (\mathbf{v}_{mix} \otimes \nabla) \right) \\ = \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}_{mix} + \rho_{mix} \mathbf{b} \end{aligned} \quad (30)$$

3. 構成方程式

飛翔体とターゲットの構成方程式は、金属材料において一般的な J_2 流れ則による弾塑性構成方程式を用いる。 J_2 流れ理論における偏差応力に関しては、以下のような von Mises の降伏関数による関連流れ則を用いる。

$$\frac{D\boldsymbol{\sigma}'}{Dt} = 2G \left(\frac{D\boldsymbol{\varepsilon}'}{Dt} - \frac{D\boldsymbol{\varepsilon}_p}{Dt} \right) \quad (31)$$

$$\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_p = \int \sqrt{\frac{2}{3} \frac{D\boldsymbol{\varepsilon}_p}{Dt} : \frac{D\boldsymbol{\varepsilon}_p}{Dt}} dt \quad (32)$$

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{3}{2} \boldsymbol{\sigma}' : \boldsymbol{\sigma}'} \quad (33)$$

ここで σ' は偏差応力, ε' は偏差ひずみ, ε_p は塑性ひずみ, $\bar{\varepsilon}_p$ は相当塑性ひずみ, σ_y は降伏応力, G はせん断弾性係数である. 本論文で扱うような超高速下での弾塑性挙動においては, 速度によって応力が変化する速度依存性が顕著になる. よってこの J_2 流れ則を速度依存性を扱えるように拡張する. 速度依存性を導入するために, Johnson-Cook モデル⁷⁾を採用する. Johnson-Cook モデルでは降伏応力 σ_y を次式のように設定する. なお本研究では, 簡略化のため温度依存性に関する項は除外している.

$$\sigma_y = (A + B\bar{\varepsilon}_p^n)(1 + C\ln\dot{\varepsilon}_p^*) \quad (34)$$

ここで $\bar{\varepsilon}_p$ は相当塑性ひずみで, A, B, C, n は材料パラメータである. また $\dot{\varepsilon}_p^*$ は

$$\dot{\varepsilon}_p^* = \frac{\dot{\varepsilon}_p}{\dot{\varepsilon}_0} \quad \text{for } \dot{\varepsilon}_0 = 1.0(\text{s}^{-1}) \quad (35)$$

と表すことができる. また硬化係数 H' は以下ようになる.

$$H' = Bn\bar{\varepsilon}_p^{(n-1)}(1 + C\ln\dot{\varepsilon}_p^*) \quad (36)$$

以上の構成方程式によって飛翔体とターゲットの応力の偏差成分を求めることができる.

また流体に関しては非圧縮性 Newton 流体を用いる. 非圧縮性 Newton 流体における応力の偏差成分 σ'_f は次式のようになる.

$$\sigma'_f = 2\mu\mathbf{D} \quad (37)$$

ここで μ は粘性係数である. また $\mathbf{D}$ はストレッチングであり,

$$\mathbf{D} = \frac{1}{2} \{(\mathbf{v} \otimes \nabla) + (\mathbf{v} \otimes \nabla)^T\} \quad (38)$$

である.

4. 解析手法

上記で平均化された運動方程式 (30) と連続の式 (17) において, 方程式を閉じるために以下のような検査体積での速度 $\mathbf{v}$ を設定する.

$$\bar{\mathbf{v}}_p = \bar{\mathbf{v}}_t = \bar{\mathbf{v}}_f = \mathbf{v} \quad (39)$$

よって解くべき平均化された方程式は次のようになる.

$$\rho_{mix} \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot (\mathbf{v} \otimes \nabla) \right) = \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}_{mix} + \rho_{mix} \mathbf{b} \quad (40)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (41)$$

また式 (40) における平均化応力 $\boldsymbol{\sigma}_{mix}$ を, 以下のように偏差成分と圧力とに分解する. なおここで $\mathbf{I}$ は 2 階の単位テンソルである.

$$\boldsymbol{\sigma}_{mix} = \boldsymbol{\sigma}'_{mix} - p_{mix} \mathbf{I} \quad (42)$$

偏差成分 $\boldsymbol{\sigma}'_{mix}$ は, 飛翔体とターゲットそれに流体の応力の偏差成分とそれぞれの体積率で評価できる. ま

た圧力成分 p_{mix} は求めることはできるものの, それぞれの物質に対応する圧力は求めることはできない. 以下に解析手順を概説するが, 詳細は文献⁵⁾⁸⁾⁹⁾¹⁰⁾¹¹⁾などを参照されたい.

4.1 中間速度

平均化された支配方程式 (40) を, 移流項を省いて有限要素法により空間離散化する. 本研究では 2 次元解析では 4 節点アイソパラメトリック要素を, 3 次元解析においては 8 節点アイソパラメトリック要素を用いる. 数値積分としては体積ロッキングを回避するために選択型低減積分を採用する. 時間積分には中央差分法による陽解法を用いるが, その場合の離散化式は次のようになる.

$$\mathbf{v}^* = \mathbf{v} + \Delta t \mathbf{M}^{-1} (\mathbf{F}_{\text{ext}} - \mathbf{F}_{\text{int}}) \quad (43)$$

ここで $\mathbf{M}$ は質量マトリクスで, $\mathbf{v}$ と $\mathbf{v}^*$ はそれぞれ現時刻での速度ベクトルとこれから求める時刻の中間速度ベクトルである. そして $\mathbf{F}_{\text{int}}$ と $\mathbf{F}_{\text{ext}}$ はそれぞれ内力および外力ベクトルである. これらはいずれも有限要素全体で重ね合わせをしたものである. 質量マトリクスに関しては, 有限要素の節点に質量を集中させる集中質量マトリクスを用いる. また Δt は時間増分である.

4.2 圧力と速度修正

次に SMAC 法¹²⁾を用いて圧力を求め, 速度修正を行う. 解析領域全体での連立方程式を SOR 法による陰解法によって, すべての解析メッシュ中心点での圧力修正量を求める. そしてその圧力修正量を用いて, 連続の式 (41) を満たす速度ベクトルを計算する.

4.3 応力評価

修正された速度を用いて構成方程式より飛翔体とターゲットそして流体の応力の偏差成分を求めて, 平均化応力の偏差成分を次式のように求めることができる.

$$\boldsymbol{\sigma}'_{mix} = \phi_p \boldsymbol{\sigma}'_p + \phi_t \boldsymbol{\sigma}'_t + \phi_f \boldsymbol{\sigma}'_f \quad (44)$$

さらに SMAC 法で求めた圧力を用いて式 (42) によって平均化応力が評価できる.

4.4 移流項の評価と物体境界面の捕捉

上記の中間速度を求める際に移流項を省いたので, ここで経路依存性のある物理量の移流計算を中央差分法により行う. 本研究で移流すべき物理量は, 速度と弾塑性体でモデル化した飛翔体とターゲットの応力と相当塑性ひずみである.

また質量の移流計算も必要であるが, オイラー型解法では物体境界面をいかに定義するかが高精度化において重要となる. 本研究では物体境界面を PLIC(Piecewise Linear Interface Calculation) 法¹³⁾を用いて捕捉する. PLIC 法は図-2 のように各要素内で物質境界面を線形

近似して要素境界面を横切る立体の体積を計算し、その密度関数を移流することによって移動境界面を陽に定義し高精度に捕捉する手法である。実際の物体境界面捕捉の計算においては、まず要素境界面の法線ベクトル $\mathbf{n}$ を求めた後、原点 O から境界面までの距離を計算して物質境界面を構築する。

図-2 PLIC 法による物体境界面捕捉のイメージ

5. 貫通解析

これまでに述べてきた平均化方程式による Euler 型解法を用いて貫通解析を実施し、本研究の目的である貫通穴の形成について考察する。

5.1 2次元解析

まずは2次元の貫通解析を実施する。図-3は2次元解析のモデルである。ターゲットは高さ 10.0(cm) で厚さ 0.1(cm) とする。そして直径 0.5(cm) の円形の飛翔体が衝突する。飛翔体の初速度は 4.0(km/s), 6.0(km/s), 8.0(km/s), 10.0(km/s), 12.0(km/s) の5種類である。境界条件としてすべての解析領域端部を完全固定とする。そして飛翔体とターゲットそして流体(空気)を含む解析領域を、 x 方向に 100 と z 方向に 200 の正方形の構造格子に分割する。表-1 にターゲットと飛翔体および流体の材料定数を示す。なお飛翔体とターゲットは同じアルミニウム材料を採用しており、お互いに接触した位置から解析を始める。

図-4 は、飛翔体の初速度が 8.0(km/s) の場合の 2.0(μ s) 後の飛翔体とターゲットの貫通状態を示している。また図-5 に超高速衝突により飛散するターゲットの密度関数(各要素における体積率)の様子を示す。なおこの図は密度関数における等高線を表しており等高線の色を変えてある。ここで左右各1本ずつの曲線はターゲットの密度関数の最も値の小さな等高線であり、デブリ飛散(デブリクラウド)の一番外側と考えることができる。また図-6 は実験におけるデブリ飛散の様子である¹⁴⁾。図-5 で示す本研究の解析結果と比較すると、飛翔体進行方向とその逆方向へデブリが飛散している実現象との整合性が確認できる。

次に貫通穴の寸法の検討を行う。文献¹⁵⁾において貫通穴の予測式を理論的に導出している。その予測式は

図-3 2次元貫通解析モデル

表-1 材料定数

飛翔体とターゲット (Johnson-Cook モデル)	
弾性係数 (GPa)	70.0
ポアソン比	0.3
密度 (g/cm^3)	2.7
A (GPa)	0.265
B (GPa)	0.426
n	0.34
C	0.015
流体 (空気)	
密度 (g/cm^3)	1.184×10^{-3}
粘性係数 ($\text{GPa} \cdot \text{s}$)	1.182×10^{-8}

次式である。

$$\frac{d_{\text{hole}}}{d} = 1 + \sqrt{2}\pi \left(\frac{h}{d} \right) \left(\frac{U}{c_{\text{wave}}} \right)^{1/2} \left(\frac{\rho_p}{\rho_t} \right)^{1/2} \quad (45)$$

ここで、 d_{hole} は貫通によってターゲットに形成される穴の直径、 d は飛翔体の直径、 h はターゲットの板厚、 U は飛翔体に与えられる初速度、 c_{wave} はターゲットの応力波、 ρ_p は飛翔体の密度、 ρ_t はターゲットの密度である。この予測式は実験から得られたものではなく理論的に導出された式であるため、広範囲な金属材料に対して使用することができる。図-7 に本研究で形成された貫通穴と予測式 (45) との比較を示す。この図にお

図-4 初速度 8.0(km/s) における貫通形状

図-5 ターゲットの飛散

いて、本解析と予測値が良好な整合性を示しており特にその傾きは非常に良く一致している。しかしながらすべての初速度において、本解析の方が予測式より大きな貫通穴となっている。これは本解析が2次元解析であり、ターゲットを固定する拘束が実現現象の3次元状態よりも小さいためであると考えられる。

5.2 3次元解析

次は3次元の貫通解析を実施する。図-8は3次元解析のモデルである。ターゲットは幅と高さ10.0(cm)で厚さ0.1(cm)とする。そして直径0.5(cm)の球体の飛翔体が衝突する。飛翔体の初速度は6.0(km/s)である。境界条件としてすべての解析領域端部を完全固定とする。そして飛翔体とターゲットそして流体(空気)を含む解析領域を、 x, y, z 方向にそれぞれ100,100,200の立方体の構造格子に分割する。なお材料定数は表-1のような先の2次元解析と同じものを用いており、飛翔体と

図-6 デブリの飛散¹⁴⁾

ターゲットはお互いに接触した位置から解析を始める。

ここでは貫通穴の形状について考察する。図-9は3次元解析における飛翔体が抜け出した側から見た貫通穴形状であり、図-10はその拡大図である。3次元解析においても貫通解析がうまく再現できていることが分かる。また図-11は実験において観察された貫通解析における穴の形状であり¹⁶⁾、これと比較しても本解析において妥当な貫通穴の形成がなされていると確認できる。また本解析においては飛翔体とターゲットに破壊条件を導入していない。Euler型解法を用いることで、特別な破壊条件が無くとも貫通を再現できる。

また図-12は、飛翔体の初速度6.0(km/s)における貫通穴直径の解析結果と式(45)の予測式との比較である。図-12から2次元解析では貫通穴が予測式より大きくなるのに対して、3次元解析では逆に小さくなっている。この結果は、本研究ではまだ取り扱っていない温度依存性や融解現象の重要性を裏付けるものである。超高速貫通実験¹⁶⁾ではターゲットが温度上昇によって融解することが報告されており、本解析コードでターゲットの融解現象を考慮すれば3次元解析における貫通穴形成の精度が上昇することが期待できる。

6. 結言

本論文では、平均化支配方程式を用いたEuler型解法による貫通解析を行った。その中でも貫通穴形成に着目してその妥当性を検討した。得られた結論を以下に示す。

1. 要素内に飛翔体とターゲットの2つの固体および流体の合計で3つの物体が存在する場合の平均化された支配方程式を導出した。この平均化方程式を使用した統一解法により、Euler型解法による貫通解析が可能となった。

図-7 貫通穴の予測式との比較

図-8 3次元貫通解析モデル

図-9 3次元解析による貫通穴形状の全体図

2. 本論文では、貫通現象における貫通穴形成に着目してその妥当性を検証した。貫通穴の大きさを理論的予測式と比較し、その正当性を確認した。また3次元解析においては、貫通穴の形状が実現象と極めて整合していることを示した。

今後の課題としては以下の点が挙げられる。

1. 本研究では、高速衝突下における速度依存性のみを考慮している。しかし実際の超高速下での貫通現象では、温度依存性や融解などの相変態が絡む

複雑な挙動を示す。さらに高精度な貫通解析を実施するためには、本論文で扱っているような混合体物質への熱影響などを考慮する必要がある。

2. 今回用いた Euler 解析コードでは、形状の等しい解析メッシュによる構造格子のみを使用した。今回のような貫通解析では貫通箇所を局所的に細かくする非構造格子が効率的である。今後は解析メッシュを非構造格子へ拡張し、さらにそれに適した移流項に対しても有限要素法を用いる解析コードへと拡張していきたい。

図-10 3次元解析による貫通穴形状の拡大図

図-11 超高速貫通実験における貫通穴の形状¹⁶⁾

図-12 2次元および3次元解析での貫通穴と予測式¹⁵⁾との比較

参考文献

- 1) L. Xue, W. Mock Jr. and T. Belytschko: Penetration of DH-36 steel plates with and without polyurea coating, *Mechanics of Materials*, 42, pp.981-1003, 2010.
- 2) R. Barauskasa and A. Abraitene: Computational analysis of impact of a bullet against the multilayer fabrics in LS-DYNA, *International Journal of Impact Engineering*, 34, pp.1286-1305, 2007.
- 3) N.N. Myagkov, V.A. Goloveshkin, T.A. Shumikhin and A.V. Sulimov: On hypervelocity penetration of the mesh-bumper strings into a projectile, *International Journal of Impact Engineering*, 36, pp.468-475, 2009.
- 4) E.P. Fahrenthold and R.J. Hernandez: Simulation of orbital debris impact on the Space Shuttle wing leading edge, *International Journal of Impact Engineering*, 33, pp.231-243, 2006.
- 5) 岡澤重信, 中尾賢司, 西口浩司, 田中智行: 平均化統一解法による Euler 型固体流体連成解析手法, 日本機械学会論文集 (A 編), 76, pp.1533-1540, 2010.
- 6) D.A. Drew and S.L. Passman, *Theory of Multicomponent Fluids*, Springer, 1998.
- 7) G.R. Johnson and W.H. Cook: Fracture characteristics of three metals subjected to various strain, strain rate, temperatures and pressures, *Engineering Fracture Mechanics*, 21, pp.31-48, 1985.
- 8) 岡澤重信, 河口篤志, 藤久保昌彦: 各種メッシュ制御における動的陽解法, 応用力学論文集, 6, pp.151-158, 2003.
- 9) S. Okazawa, H. Terasawa, M. Kurumatani, K. Terada and K.Kashiyama: Eulerian finite cover method for solid dynamics, *International Journal of Computational Methods*, 7, pp.33-54, 2010.
- 10) S. Okazawa, K. Kashiyama and Y. Kaneko: Eulerian formulation using stabilized finite element method for large deformation solid dynamics, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 72, pp.1544-1559, 2007.
- 11) D.J. Benson and S. Okazawa: Contact in a multi-material Eulerian finite element formulation, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 193, pp.4277-4295, 2004.
- 12) A. Amsden and F. Harlow: The SMAC method: a numerical technique for calculating incompressible fluid flows, *Technical Report LA-4370*, Los Alamos National Laboratory, 1970.
- 13) D.L. Youngs: Time-dependent multi-material flow with large fluid distortion, in K.W. Morton and M.J. Baines (eds), *Numerical Methods for Fluid Dynamics*, Academic, New York, pp.273-285, 1982.
- 14) C.E. Anderson Jr., T.G. Trucanob and S.A. Mullin: Debris cloud dynamics, *International Journal of Impact Engineering*, 9, pp.89-113, 1990.
- 15) L.J.D. Chant: A high velocity plate penetration hole diameter relationship based on late time stagnation point flow concepts, *Applied Mathematics and Computation*, 170, pp.410-424, 2005.
- 16) B.K. Wells: Hypervelocity impact tests on coated thermoplastic films at cryogenic and elevated temperatures, *International Journal of Impact Engineering*, 33, pp.855-861, 2006.

(2011 年 3 月 8 日 受付)