燃料貯蔵槽スロッシング特性解析のための数値シミュレーション手法の検証

Examination of numerical simulation method for analyzing sloshing characteristics
in fuel storage tanks

石井翔大*・中山昭彦**
Shota ISHII and Akihiko NAKAYAMA

* 学生員 神戸大学, 工学部市民工学科 (〒657-8501 神戸市灘区六甲台町 1-1)

** 正会員 Ph.D. 神戸大学大学院教授 工学研究科 (〒657-8501 神戸市灘区六甲台町 1-1)

In order to make a numerical simulation method that is applicable to fluid motion in a fuel storage tank due to such external disturbance like seismic vibration, a more conventional Large Eddy Simulation (LES) method for simulating turbulent flows has been reexamined and adapted to deal with smoother flows with large body forces such as gravity and inertial acceleration, characterized by mostly irrotational motion. With some modification to the numerical scheme and the method of representing residual unresolved stresses, sloshing phenomena in rectangular and cylindrical storage tanks have been analyzed. The resonating sloshing frequency and the viscous damping are found to be reproduced well. Along with slow first-mode oscillations, higher-order modes of motion are also reproduced.

Key Words: *fuel storage, sloshing, LES (Large Eddy Simulation), HSMAC method,*
キーワード: スロッシング, LES, HSMAC 法

1. はじめに

燃料などの貯蔵槽に地震動など外力がかかるとき、加振周期が固有振動周期と同調し、いわゆるスロッシングを起こすと、燃料油の溢流や、火災の発生、浮き屋根の沈没という危険な状態を引き起こすことがある。通常の石油タンクの場合地震の長周期地震動がスロッシングを起こすとされ、この現象の詳細の解明と抑制法の開発は重要な課題となっている。

従来、スロッシング特性はポテンシャル流理論に基づいた解析 (例えば Housner¹⁾) により行われてきた。振動周期は、水深が波高に比べ大きい場合実際の振動に近い値を与えるが、水深の浅い場合や3次元形状の場合厳密解もなく近似的なものになり、解の信頼性も低くなる。また液体の粘性による減衰特性は全く説明できない。

高レイノルズ数粘性流の数値シミュレーションが可能になれば任意の形状と波高の液面振動や実際の地震動に対する揺動特性の再現が可能になり、スロッシングの制御にもつながる。鈴木ら²⁾はこういった問題に対し、乱流シミュレーション法である Large Eddy Simulation (LES)法を適用し、円筒形貯蔵槽内の液面揺動のシミュレーションを行った。地震応答など良好に再現出来てはいるが、壁面の摩擦、数値粘性と乱れの影響など詳細の検証は必ずしも十分でない²⁾。スロッシングが発生し、激しい運動の起こる

前や減衰過程では乱れの少ない流れで、運動開始時と減衰時を含めた解析には、必ずしも乱流シミュレーション法が適しているとも言えない。

本報では、LES法の原理である、計算格子で解像出来るスケール運動は運動方程式で直接解き、解像出来ない小スケール運動はモデル化するという立場を維持するが、対象とする流れは完全発達した乱流ではなく、ポテンシャル流に近い非回転性流れの卓越する部分と、減衰特性再現に重要な粘性の影響と壁面近傍境界層の扱いに留意し、解像可能な範囲の運動を再現できるよう改良することを目的とする。

貯蔵槽内液体の運動は、河川や水路流れなどとは異なり、閉じた狭い領域内で大きな水面変形を伴う非定常な往復運動を繰り返す。数値流体計算ではこの特性を十分考慮する必要がある。自由水面の計算方法に水深関数法や Level set 法のように液面位置の移動方程式を解いて液面を追跡する方法³⁾や、VOF (Volume of Fluid Method)法や密度関数法などのように液体の空間分布を解く方法⁴⁾などがあるが、特に体積保存とエネルギー散逸を精度よく表せる手法が望まれる。本研究では部分段階法のひとつである HSMAC 法を自由水面流に適用したものを基に、上記の非回転性流れ浮蓋や附属構造のない基本的貯蔵槽内液体の揺動の詳細を数値解析する。

2. 計算法の概要

空間平均された連続式(1)と運動方程式(2)を示す。ここで、 u_i は*i*方向の流速成分の空間平均、 x_i は*i*方向の座標、 p は空間平均圧力、 ρ は流体の密度、 ν は流体の動粘性係数、 g は重力加速度、 e_i は*i*方向外力加速度、 τ_{ij} は乱流のSGS応力を表している。また、上記2式に現れるイタリック i, j の繰り返し添字については1, 2, 3と変化し x_1, x_2, x_3 はそれぞれ水平方向(*x*方向)、水平方向(*y*方向)、鉛直方向(*z*方向)である。入力加振項として e_i に地震動を入力する。計算には、非圧縮流体の運動方程式と連続式を用いる。LES法に準じ計算対象は計算格子で解像可能な運動であるので陰に空間フィルタを施した流れ場を対象とする。

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}_i \bar{u}_j}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{u_i'' u_j''}) - g \delta_{i3} + e_i \quad (2)$$

数値計算法は静止直交座標、スタッガード格子を用いた部分段階法の一つであるHSMAC法で、時間進行は3次精度Adams-Bashforth法で陽的に速度の予測値を計算する。その後速度成分は連続式を満たすよう圧力を修正し反復計算で求めるが、水面を含むセルでは速度は修正せず運動学条件を満たすよう水面を移動させる方法を用いる。このセルの圧力は水面で大気圧となるよう設定する。水面でせん断応力ゼロの力学的条件は、水面すぐ外のセルの速度の値を水面での条件を満たすよう設定することで、応力反復計算時にゼロになるよう設定する。水面は流体の体積が保存されるよう決定するので、長時間往復運動に適している。その他の詳細は参考文献⁹⁾の記述に準ずる。

サブグリッド効果は風上差分あるいは渦粘性を用いたサブグリッド応力 τ_{ij} で表し、 τ_{ij} にはまず、格子間隔の2乗に比例する渦粘性係数 ν_t とする標準Smagorinskyタイプ⁶⁾を検討する。すなわち

$$\tau_{ij} = -2\nu_t S_{ij} + \frac{2}{3} k_t \delta_{ij} \quad (3)$$

$$\nu_t = (C_s \Delta)^2 \{ S_{ij} \cdot S_{ij} \}^{1/2} \quad (4)$$

とモデル化する。ここで、 ν_t は渦粘性係数、 S_{ij} はひずみ速度テンソル

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (5)$$

u_i は直交座標 x_i 方向の速度成分、 k_t はSGS成分の乱流エネルギー、 Δ は格子間隔である。

3. 円筒形タンク内振動計算による差分法及びSGS応力モデルの検証

上記の手法を用い、図-1に示す円筒形貯蔵槽内液体振動の計算を行った。図-2は貯蔵槽端部での水深変動の計測結果である。この実験条件に合せ、風上差分と式(1)-(3)で与えられる標準Smagorinskyサブグリッドモデルを用いた計算を行った。これは物体後流など大スケール渦運動の伴う流れの場合ある程度高いレイノルズ数流れでも良好な結果が得られるとされる陰的LES⁷⁾である。計算での初期水面形は図-1に示ような正弦波形で、静止時の水深は1.2mである。図-3に解像度の異なる格子数での計算結果を示す。3.28m×3.28m×1.2mの計算領域に対し、CASE1は63×63×63の格子(水平方向格子間隔0.055m 鉛直方向0.02m)で、CASE2は43×43×43で、格子間隔はCASE1の1.5倍である。時間ステップは振動運動1周期の約1/100とし、壁面近傍解像度は、摩擦速度を基にした粘性スケールは最大流速時で100及び150である。振動周期は何れも同様な結果であるが振幅の減衰率は異なっている。CASE1の結果は実験に近いが、粗い格子のCASE2では減衰は実験に比べ相当大きくなっている。格子間隔 Δ が大きくなると、解像される分子粘性応力は Δ^2 に比例して減少し、逆にSmagorinskyサブグリッド応力は Δ^2 に比例して増加するので相殺効果がある。これに加え移流項に3次精度風上差分を用いると Δ^4 に比例して数値粘性が増える。

図-1 円筒水槽内自由振動実験と計算初期水面。

図-2 円筒水槽内自由振動実験結果、端部水深の時間変化。

図-3 風上差分を用いた計算結果、円筒形水槽端部の水深時間変化。

図-4 サブグリッドモデルの効果, $C_s=0, 0.1$ とした結果.

図-4はサブグリッド応力の効果を確認するためサブグリッド応力を除いたものと Smagorinsky 定数 $C_s=0.1$ を用いた計算を行い比較している. これによるとサブグリッド応力の影響は非常に小さいことが分かる. 本計算例では3つの減衰効果のなかでは風上差分による数値粘性が支配的になっていることが分かる.

以上のように, 乱れの小さいほぼ非回転性流れのシミュレーションでも従来から言われる風上差分による陰的効果は大きな影響を及ぼすことが分かる.

4. 非回転性領域に適用可能な SGS 応力モデルの提案

以上の結果を踏まえ移流項の差分方法及び, 乱流の SGS 応力モデルの再検討を行う. 液体の波動運動など重力及び外力など体積力が支配的である流れの場合, 乱れの発生は極限られた境界層内のせん断領域のみである. 従ってサブグリッド成分もせん断に支配される領域でのみ有効になるものが必要になる.

粘性項は2次中心差分を用い, 移流項には拡散誤差のない保存形2次中心差分⁸⁾を用いる.

SGS 応力モデルであるが, 近年はモデル定数を, 解像された成分から動的に推定する *dynamic Smagorinsky* モデル⁹⁾が好まれるが, *dynamic* 手法には陽的フィルタリングが必要で, 一様な方向の内3次元流れ場では定義が容易でない. 結果はそのフィルタリングの定義に依存し, しかも計算量が増大し, 格子数を倍にする程度の計算時間がかかり必ずしも有利ではない. 本応用例では非回転性変形では乱れは発生しにくいことを考慮し, *Smmagorinsky* の渦粘性モデルを次のように修正する. すなわち, ひずみ速度テンソルのひとつを回転テンソル

$$W_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (6)$$

で置き換え

$$\nu_i = (C_s \Delta)^2 \cdot \{S_{ij} \cdot W_{ij}\}^{\frac{1}{2}} \quad (7)$$

とする修正法が有用と考えられる. これは非回転性変形が乱れ生成を抑えることを2方程式乱流モデルで反映するのに Kato & Launder¹⁰⁾が提案した方法に似ている. この修

図-5 検証矩形水槽

表-1 矩形水槽計算格子

計算領域	600mm x 157mm x 205mm
格子幅	6mm x 7.5mm x 4mm
格子数	101 x 21 x 51

(a)実験値(鈴木²⁾)

(b)計算値(鈴木²⁾)

(c)本計算結果

図-6 水槽端部の波高の時間変化

正によりポテンシャル流中ではサブグリッド応力は発生せず, せん断層内では標準モデルと同様のサブグリッド応力を生成することになる. 層流せん断層内では S_{ij} の値は

大きいが乱れに発達しないことがある。その場合 Shear-Improved Model (Leveque et al.¹⁰⁾) のように S_{ij} の変動部のみを適用することが考えられるが、本適用例のように 3次元で非定常な流れには適していない。なお括弧内の $S_{ij}W_{ij}$ は負の値になる可能性があるがその時は絶対値をとる。

5. 矩形水槽内振動計算による検証

本手法をまず基本的形状で本解析法で用いる直交座標で近似なしに適用できる矩形水槽内の液体振動についてシミュレーション計算し実験値と比較した。この実験水槽は図-5に示してある。格子数と他の条件は表-2に示してある。初期水面は前節の計算同様平均水深が 150mm の正弦波形としている。

水槽端水深変化の計測結果、計算結果および本報の方法を用いた計算結果をそれぞれ図-6(a), (b), (c)に示してある。前節で示したように鈴木ら²⁾の計算はサブグリッド効果を陰的にとりいれたもので、とくに減衰率は格子密度に異存している可能性がある。減衰率、及び振動周期はほぼ一致している。

6. 円筒水槽内振動のシミュレーション結果の詳細

次に本計算による円筒形貯蔵槽の振動解析の詳細を示す。

まず実験では定常状態に達した後、自由振動させたものと、目標振幅まで加振したあと自由振動させた計算結果を図-7に比較してある。時間スケールは異なるが振動周期及び振幅の減衰状況は良好に再現されている。

次に一定周期の正弦波で強制振動させたときの振幅の応答特性の実験結果と本計算結果を比較する(図-8)。

ただし、計算結果と実験結果で縦軸の数値に差が見られるが、これは鈴木の実験には加振振幅の強度の明記がなかったため、本計算では独自の強度を入力した。そのため振幅比に差がある。

ポテンシャル理論によればスロッシング周期 T_{sn} は

$$T_{sn} = 2\pi \sqrt{\frac{D}{2\varepsilon_n g} \coth\left(\frac{2\varepsilon_n H}{D}\right)} \quad (8)$$

で与えられる。ここで D は水槽内径、 H は平均水深、 g は重力の加速度、 ε_n は n 次スロッシング周期に対応する定数で、 $\varepsilon_1=1.84$ 、 $\varepsilon_2=5.34$ 、 $\varepsilon_3=8.54$ である。この式によると本実験条件では1次、2次、3次スロッシング振動数はそれぞれ 0.459、0.896、1.137Hz である。

第1次モード、2次モードとも振動数は実験値と理論値に非常に近い(それぞれ 0.463hz, 0.900hz, 1.145hz)。実験からは判断しにくいですが、計算では理論値に近いところに3

次モードに対応する小さいピークが見られる。ピークの中

(a)実験結果 CASE1(鈴木²⁾)

(b)本計算結果

図-7 円筒水槽自由振動、端部の水深時変化.

(a)本計算結果

(b)実験結果水のみのケース(鈴木²⁾)

図-8 加振振動数と波高の関係

(a) $t=18.0\text{s}$, 左端水位最大時

(b) $t=18.6\text{s}$, 左向き流速最大時

(c) $t=19.0\text{s}$, 水面ほぼ水平時

(d) $t=19.8\text{s}$, 右向き流速最大時

図－9 周波数 0.460Hz(1 次共振域)断面流速ベクトル

心の高さには実験と計算に差が見られるが、計算では加振周波数は連続して変化させていないためシャープなピークを捉えていない可能性がある。

計算結果による流れの詳細を調べるため、1 次モードで共振時の水槽中心鉛直面内流速分布の変化の詳細を図－9 に示す。また同じ位相での水面形および水面近傍の水平面内

(a) $t=18.0\text{s}$, 左端水位最大時

(b) $t=18.6\text{s}$, 左向き流速最大時

(c) $t=19.0\text{s}$, 水面ほぼ水平時

(d) $t=19.8\text{s}$, 右向き流速最大時

図－10 周波数 0.460Hz(1 次共振域)水面波形と流速ベクトル

の流速ベクトルの分布を図－10 に示す。4 つの異なる位相での水面と流速である。流速はポテンシャル理論同様水面で最大となっている。水面の等高線は線対称ではなくやや乱れはみられるものの、全体に流れは滑らかで変動は規則的な周期運動である。水槽底面近傍でも速度があり、粘性境界層は非常に薄い。底面摩擦速度を精度良く予測するにはもう少し格子点が必要ではある。

図ー 1 1 周波数 0.900Hz で加振時の断面流速ベクトル

図ー11, 12 に 2 次スロッシングモードで振動する場合の同様な水面と貯蔵槽中心鉛直面での流速ベクトルを示す。この場合変動速度は速くなり底面近傍の速度は 1 次モードの場合より小さくなり、全体的に滑らかな周期運動が卓越している。流速が小さくなる位相 ($t=96s$) で水面近傍にやや乱れが見られる。このように液面振動は完全乱流でないので高レイノルズ数流れではあるが、サブグリッドスケールも含め変動は非常に小さい。

図ー 1 2 周波数 0.900Hz で加振時の水面波形と流速ベクトル

更に一般的振動モードの運動を見るために、直交する 2 方向から周波数の異なる振動を与えた時の計算を行った。図ー13 は水面形変動の例を示す。強度同一であるが、 x 方向に 1 次モード周波数、 y 方向に 2 次モード周波数で加振した時の結果である。この場合周方向の運動はなく往復運動が主になっている。この結果は計算後 20s 以上でかなり

図－1 3 2 方向同時加振時の水面波形の例

の時間が経っているにもかかわらず、水面変化のスケールはやはり直径の数分の一と大きな変化のみである。これは初期状態からの減衰過程であるからで乱れの影響は非常に小さい。

7. まとめ

一般的に完全発達した乱流のシミュレーションに適用される LES 法を、比較的滑らかで非回転性の燃料貯蔵槽内液体の振動運動を解析する際の適用性を検討した。計算格子で解像出来るスケール運動は運動方程式で直接解き、解像出来ない小スケール運動はモデル化する基本方針をとっているが、非回転性流れの卓越する部分では、サブグリッドスケール変動は起こりにくいことを考慮し、差分法、サブグリッド効果を調整することで、ポテンシャル流のような滑らかな流れでの粘性による減衰効果も格子解像度に依存することなく比較的良好に再現できた。2 次元運動の卓越する矩形水槽内スロッシングと半径方向と集方向の運動の混在する円筒貯蔵槽内の高次スロッシング運動も良好に再現できた。数値解析された結果からは水面運動と流れの詳細の検討も可能であることが示された。

本解析法を基のスロッシングの予測とその制御法の開発にも応用可能である。

謝辞

本研究を進めるにあたり三井住友建設の野田博氏、鈴木亨氏には貴重な助言を頂いた、ここに記して謝意を表する。

参考文献

- 1) Housner, G.W.: The dynamic behavior of water tanks, Bulletin of the Seismological Society of America, Vol.53,

No.2, pp.381-387, 1963.

- 2) 鈴木亨, 中山昭彦, 野田博: 浮遊式減衰ネット付石油貯蔵タンクの実地震動による液面揺動の数値解析, 応用力学会論文集 Vol.13, pp.649-658, 土木学会, 2010.
- 3) Sussman, M. Smereka, E. and Osher, S. : A level set approach for computing solutions to incompressible two-phase flow, *J.Comp.Phys.* Vol.114, pp.146-159, 1994.
- 4) Hirt, C.W. and Nichols, B.D. :Volume of Afluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries,, *J. Comp.Phys.* Vol.39, pp.201-225, 1981.
- 5) 中山昭彦, 江田智之, 松村友宏: 修正 HSMAC 法による開水路乱流の LES, 水工学論文集 Vol.49, pp.661-666, 2005.
- 6) Smagorinsky, J. : General circulation experiments with the primitive equations. I. The basic experiment, *Mon. Weather Rev.*, Vol.91, pp.99-164, 1963.
- 7) Grinstein, F. F., Margolin, L. G. and Rider, W. J. (eds.): *Implicit Large Eddy Simulation: computing turbulent fluid dynamics*, Cambridge Univ. Press., Cambridge, 2007.
- 8) Germano, M., Piomelli, U., Moin, P. and Cabot, W.H. : A dynamic subgrid-scale eddy viscosity model, *Phys. Fluids*, Vol.3, pp.1760-1765, 1991.
- 9) 梶島岳夫: 対流項の差分形式とその保存性, 日本機械学会論文集 (B 編) 60 巻 574 号 (1994-6) , pp.186-191.
- 10) Kato, M. and Launder, B.E.:The modelling of turbulent flow around stationary and vibrating square cylinders, *Proc. 9th symposium on Turbulent Shear Flows*, pp.10.4.1-10.4.6, 1993..
- 11) Leveque, E., Toschi, F., Shao, L. and Bertoglio, J.-P.: Shear- improved Smagorinsky model for large-eddy simulation of wall- bounded turbulent flows, *J. Fluid Mech.*, Vol.570, pp.491-502, 2007.

(2011 年 3 月 8 日 受付)