時間反転法に基づく平板構造物の損傷検出に関する研究

Study on structural damage detection of plate structures based on the time-reversal technique

古川愛子*, 児島啓太**, 清野純史***

Aiko FURUKAWA, Keita KOJIMA and Junji KIYONO

*博(工) 京都大学大学院工学研究科准教授 (〒615-8540 京都市西京区京都大学桂)

**京都大学大学院工学研究科修士課程 (〒615-8540 京都市西京区京都大学桂)

***博(工) 京都大学大学院工学研究科教授 (〒615-8540 京都市西京区京都大学桂)

This study deals with a damage detection method using a time reversal technique which does not require reference data at an intact state but only data at a current state to detect damages. The method assumes linear damages such as notches or holes, and is applicable to damped structures. A tone burst force is firstly input to a structure at one point A and the acceleration response is measured at the other point B. Then the time-reversed acceleration response is input at point B as a force and the acceleration response is measured at point A. This response is then time-reversed and is defined as “reconstructed wave”. Damage existence and location can be detected simply from the waveform of the reconstructed wave. Numerical analysis was carried out on a plate structure with and without a rib, and the effectiveness of the method is verified.

Key Words: damage detection, time reversal technique, plate structure, rib

キーワード: 損傷検出, 時間反転 平板, リブ

1 はじめに

都市部の道路橋では、軽量で施工工期が短いなどの利点を生かし、数多くの鋼床版が採用されている。これらの鋼床版において、金属疲労が原因と思われる亀裂の発生が確認されている¹⁾。亀裂は目視では確認できないリブの奥側に存在する場合もある。亀裂の中で、放置すると進展し車両走行に影響を与える可能性があると判断されるものについては緊急補修の実施が必要であり、またその他の亀裂についても定期的な点検により状態を把握していく必要がある。

点検手法としては、目視²⁾が従来から利用されている。しかし、目視点検では多くの労力と時間がかかり、さらに判定結果にもばらつきが生じる可能性がある。そして、見えない、見にくい場所の損傷を検出することはできないという問題もある。そこで、目視による点検に加えて、目視では確認することができない亀裂などを発見できる非破壊検査が採用されている。

非破壊検査法には様々なものがあるが、赤外線サーモグラフィによる温度分布計測に基づく手法³⁾は、亀裂周辺での特異応力場を計測することによって非接触で亀裂

の検出が可能とされている。

超音波探傷検査⁴⁾も多く用いられている。非常に短い波長を利用することから微小な損傷を検出できるが、一度に診断できるエリアが損傷の極近傍の非常に狭い領域となる。すなわち、検出することのできる損傷の小ささと、一度に診断できるエリアの広さの間には、トレードオフの関係があると考えられる。そこで、より長距離を伝播する波動を利用することで、微小な損傷の検出はできなくとも、放置すると危険なレベルの損傷の検出と計測の効率化を同時に実現できないかと考える。

このような損傷検出手法の例として、鋼板などの平板状の構造物において、Lamb 波の波動伝播を利用して損傷の検出を試みる研究がなされている^{5,6)}。Lamb 波は超音波等に比べると損傷に対する感度は劣るが、減衰が小さく長距離伝播し易いため一度に広いエリアの点検が期待できる。しかし、Lamb 波は多くのモードを有し、かつ各モードそれぞれに分散性があることから、計測波形の解釈が困難であるというデメリットを有する。このデメリットを解決するため、時間反転法^{7,8)}を利用し、波形の解釈を容易にする試みがなされている^{5,6)}。

時間反転とは、音声や信号を後ろから前へと逆再生することである。時間反転法は、多点において観測波形を

時間反転させて媒質に逆伝播させることで元の波形を再現する手法として、Fink によって音響場に適用⁷⁾され、Ing と Fink によって Lamb 波に適用⁸⁾されている。散乱波は散乱体を波源とみなせるので、時間反転法を用いて散乱体のイメージングも可能である。時間反転法の非破壊検査への応用研究は精力的に行われている^{5),6)}。

本研究で想定する平板構造物を対象とした研究事例では、構造物のある点 (A 点とする) に衝撃波 (入力波) を与え、別の点 (B 点とする) で応答を計測し、その応答を時間反転した時刻歴波形を B 点に再度入力し、その再入力波に対する A 点での応答 (再現波) を用いると、波形の解釈が容易になるというものである。減衰のない線形場であれば入力波と再現波はスケールが異なるが形状は同じとなるが、非線形場では形状も異なるものとなる。このように、入力波と再現波とで形状が異なることを利用して、非線形の損傷を検出することが可能とされている^{5),6)}。すなわち、亀裂が閉じるときと開くときで復元力が異なるような非線形の損傷検出が対象とされており、非線形性を有しない損傷の場合は適用範囲外とされている。また、減衰が有る場合には成立しないとされており、適用対象範囲が限られている^{5),6)}。既往の研究では、線形場における波動の可逆性を利用して入力波を再現することを「時間反転法」と呼ぶものもある^{7),8)}が、本研究では、前述のようにして入力波に対する再現波を得る計測の手順のことを「時間反転法」と呼ぶこととする^{5),6)}。

本研究では、減衰があり、かつ線形の損傷を有する平板を対象とし、再現波と入力波の比較から損傷を検出する可能性を検討する。また、平板を伝播する Lamb 波の群速度を用いて、損傷の位置を推定する可能性についても検討を行う。時間反転法を利用した既往研究^{5),6)}の実験手順を利用するが、線形系における応答の可逆性を利用して、入力波の再現を試みたり、Lamb 波の分散性を除去するために時間反転法を用いるのではなく、損傷がある場合に再現波に表れる位相ずれ成分を検出するために用いる。平板を対象とした数値解析によって損傷の有無と位置の検出が可能であるか検証する。さらに、リブを有する平板に対して、目視では発見できないリブの奥にある損傷を想定し、本研究の手法により損傷を検出できるかどうか検討を行う。

図1 損傷検出手法の概要

2. 時間反転を利用した損傷検出手法の概要

2.1 損傷検出手法の概要

時間反転を利用した損傷検出手法の概要は次の通りである。平板上のある A 点において、瞬間的な衝撃波 (Tone Burst) を与え (入力波)、その応答を別の B 点で計測する。B 点における応答波形を、音声を後ろから前へと逆再生するように時間反転したものを外力として B 点に再入力し、A 点において計測された応答波形を再度時間反転させたもの (再現波) を得る。そして、入力波と再現波の形状の一致度から損傷を検出するものである^{4),5)}。既往の実験的研究では、圧電素子を用いて加振・計測を行っている。加振では圧電素子の逆圧電効果 (電圧に比例した力が発生) を利用し、与えたい外力に比例した電圧を負荷する。計測には圧電効果 (力に比例した電極が発生) を利用し、応答を電圧として計測する。B 点での応答波形は B 点に設置した圧電素子に作用する電圧の時刻歴として得られるので、これを時間反転させたものを B 点の圧電素子に電圧として負荷することで、時間反転させた波形の入力が可能となる。

Lamb 波のように分散性を有する場合、A 点における入力により励起された様々なモードのうち、位相速度の速い成分から先に B 点に到着し、それが時間反転されて B 点で再入力される際は、到着時間の早さに応じて遅れて再入力されることになる。位相速度が速い成分は遅れて再入力されても他の成分に追いつき、A 点に到着した際は全ての成分が同時に到着するため、再現波と入力波の形状が一致するというものである。構造物に応力・ひずみ関係に非線形性を有する損傷がある場合には、この原理が成立しないため、再現波と入力波の形状は一致しない。こういった原理から、再現波と入力波の形状の一致度から応力・ひずみ関係に非線形性を有する損傷を検出することが可能であるというものが既に提案されている損傷検出手法である。このような損傷の例としては、亀裂が閉じるときと開くときで復元力が異なるような損傷が挙げられる。しかしながら、既往の研究では、非線形性を有しない損傷が存在する場合は、入力波と再現波の形状が一致することから、損傷を検出することはできないとされている。さらに減衰がある場合には、損傷がない場合でも入力波と再現波は一致しないことから減衰がある場合にも適用できないとしている。本研究は、線形の損傷と減衰がある場合を対象として、時間反転法を利用して損傷を検出できるかどうか検討するものである。

2.2 構造パラメータ

損傷前の全体質量 M 、減衰 C 、剛性 K マトリクスは各要素の要素質量、減衰、剛性マトリクスの総和として、次式により表される。

$$M = \sum_{e=1}^n M^e \quad C = \sum_{e=1}^n C^e \quad K = \sum_{e=1}^n K^e \quad (1)$$

ここで、 n は要素の総数を、 $\mathbf{M}^e, \mathbf{C}^e, \mathbf{K}^e (e=1, \dots, n)$ は全体質量、減衰、剛性マトリクスに対する e 番要素の要素質量、減衰、剛性マトリクスの寄与分である。

本研究では、疲労亀裂が進展し、放置すると危険なレベルとなった損傷の検出を目指す。基礎的な検討として、切り欠けのような損傷を想定し、数値解析上は要素を取り除くことによって表現することとし、損傷要素の集合を $\mathbf{D}$ とする。これにより、損傷後の全体マトリクス $\mathbf{M}_D, \mathbf{C}_D, \mathbf{K}_D$ は、

$$\mathbf{M}_D = \mathbf{M} - \sum_{e \in \mathbf{D}} \mathbf{M}^e, \quad \mathbf{C}_D = \mathbf{C} - \sum_{e \in \mathbf{D}} \mathbf{C}^e, \quad \mathbf{K}_D = \mathbf{K} - \sum_{e \in \mathbf{D}} \mathbf{K}^e \quad (2)$$

となる。

2.3 構造物の応答

(1) 損傷のない構造物の応答

損傷前の周波数領域における運動方程式は、

$$(-\omega^2 \mathbf{M} + i\omega \mathbf{C} + \mathbf{K})\mathbf{X}(\omega) = \mathbf{F}(\omega) \quad (3)$$

である。 $\mathbf{X}(\omega)$ と $\mathbf{F}(\omega)$ はそれぞれ、変位と外力のフーリエ変換である。変位 $\mathbf{X}(\omega)$ は次式の通り与えられる。

$$\mathbf{X}(\omega) = \mathbf{H}(\omega)\mathbf{F}(\omega) \quad (4)$$

ここで、 $\mathbf{H}(\omega)$ は伝達関数である。

$$\mathbf{H}(\omega) = (-\omega^2 \mathbf{M} + i\omega \mathbf{C} + \mathbf{K})^{-1} \quad (5)$$

2) 損傷を有する構造物の応答

損傷により変位が $d\mathbf{X}(\omega)$ 変動すると仮定すると、損傷後の運動方程式は次式のようになる。

$$(-\omega^2 (\mathbf{M} - \sum_{e \in \mathbf{D}} \mathbf{M}^e) + i\omega (\mathbf{C} - \sum_{e \in \mathbf{D}} \mathbf{C}^e) + (\mathbf{K} - \sum_{e \in \mathbf{D}} \mathbf{K}^e)) \mathbf{X}(\omega) + d\mathbf{X}(\omega) = \mathbf{F}(\omega) \quad (6)$$

式(3)を式(6)に代入し整理すると、変位の変動 $d\mathbf{X}(\omega)$ に関する方程式となる。

$$\begin{aligned} & [-\omega^2 \mathbf{M} + i\omega \mathbf{C} + \mathbf{K}] d\mathbf{X}(\omega) \\ & = \sum_{e \in \mathbf{D}} [-\omega^2 \mathbf{M}^e + i\omega \mathbf{C}^e + \mathbf{K}^e] \mathbf{H}(\omega) \mathbf{F}(\omega) \end{aligned} \quad (7)$$

式(7)を応答の変動 $d\mathbf{X}(\omega)$ について解くと、

$$d\mathbf{X}(\omega) = \sum_{e \in \mathbf{D}} \mathbf{H}(\omega) \mathbf{S}^e(\omega) \mathbf{H}(\omega) \mathbf{F}(\omega) \quad (8)$$

となる。ここに、

$$\mathbf{S}^e(\omega) = -\omega^2 \mathbf{M}^e + i\omega \mathbf{C}^e + \mathbf{K}^e \quad (9)$$

である。従って損傷後の応答は次のようになる。

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{X}}(\omega) &= \mathbf{X}(\omega) + d\mathbf{X}(\omega) \\ &= \mathbf{H}(\omega) \mathbf{F}(\omega) + \sum_{e \in \mathbf{D}} \mathbf{H}(\omega) \mathbf{S}^e(\omega) \mathbf{H}(\omega) \mathbf{F}(\omega) \end{aligned} \quad (10)$$

2.4 時間反転を利用した再現波について

A 点に外力 $U_{in}^A(\omega)$ を加え、B 点でその応答 $U_{resp}^B(\omega)$ を計測すると仮定する (図-1)。

$$\begin{aligned} U_{resp}^B(\omega) &= H_{ba}(\omega) U_{in}^A(\omega) \\ &+ \sum_{e \in \mathbf{D}} \sum_{i \in \mathbf{D}_n} \sum_{j \in \mathbf{D}_n} H_{bj}(\omega) S_{ji}^e(\omega) H_{ia}(\omega) U_{in}^A(\omega) \end{aligned} \quad (11)$$

ここに、損傷要素の要素行列が属する自由度番号の集合を $\mathbf{D}_n$ とする。上式の右辺第 1 項は A 点から B 点への直達波、第 2 項は損傷部を通して B 点へ到達する波である。なお、A 点、B 点、損傷 $\mathbf{D}$ は境界から離れており、境界からの反射波は考慮しないと仮定する。

次に、B 点での応答 $U_{resp}^B(\omega)$ を時間反転させたもの

のを B 点に外力として入力する。継続時間が T の時刻歴波形 $u(t)$ を時間反転させた波形 $u^{tr}(t)$ は、

$$u^{tr}(t) = u(T-t) \quad (12)$$

で表されるとする。 $u^{tr}(t)$ のフーリエ変換 $U^{tr}(\omega)$ は、

$$\begin{aligned} U^{tr}(\omega) &= \int_0^T u^{tr}(t) \exp(-i\omega t) dt \\ &= \int_0^T u(T-t) \exp(-i\omega t) dt \\ &= -\int_T^0 u(t) \exp(-i\omega(T-t)) dt \\ &= \exp(-i\omega T) \int_0^T u(t) \exp(i\omega t) dt \\ &= U(-\omega) = U^*(\omega) \end{aligned} \quad (13)$$

となり、時間反転は周波数領域において複素共役をとることに相当することがわかる。ここに、 $t = T-t$ の変数変換を用いており、上付きの*は複素共役を意味する。

以上より、B 点における時間反転入力はその通りとなる。

$$\begin{aligned} U_{in}^B(\omega) &= U_{resp}^{*B}(\omega) \\ &= H_{ba}^*(\omega) U_{in}^{*A}(\omega) + \sum_{e \in \mathbf{D}} \sum_{i \in \mathbf{D}_n} \sum_{j \in \mathbf{D}_n} H_{bj}^*(\omega) S_{ji}^{*e}(\omega) H_{ia}^*(\omega) U_{in}^{*A}(\omega) \end{aligned} \quad (14)$$

A 点での応答は、次のようになる。

$$\begin{aligned} U_{resp}^A(\omega) &= H_{ab}(\omega) U_{in}^{*B}(\omega) \\ &+ \sum_{e \in \mathbf{D}} \sum_{i \in \mathbf{D}_n} \sum_{j \in \mathbf{D}_n} H_{aj}(\omega) S_{ji}^e(\omega) H_{ib}(\omega) U_{in}^{*B}(\omega) \end{aligned} \quad (15)$$

式(14)を代入して展開すると、

$$\begin{aligned} & U_{resp}^A(\omega) \\ &= H_{ab}(\omega) H_{ba}^*(\omega) U_{in}^{*A}(\omega) \\ &+ \sum_{e \in \mathbf{D}} \sum_{i \in \mathbf{D}_n} \sum_{j \in \mathbf{D}_n} H_{ab}(\omega) H_{bj}^*(\omega) S_{ji}^{*e}(\omega) H_{ia}^*(\omega) U_{in}^{*A}(\omega) \\ &+ \sum_{e \in \mathbf{D}} \sum_{i \in \mathbf{D}_n} \sum_{j \in \mathbf{D}_n} H_{aj}(\omega) S_{ji}^e(\omega) H_{ib}(\omega) H_{ba}^*(\omega) U_{in}^{*A}(\omega) \\ &+ \sum_{e \in \mathbf{D}} \sum_{i \in \mathbf{D}_n} \sum_{j \in \mathbf{D}_n} H_{aj}(\omega) S_{ji}^e(\omega) H_{ib}(\omega) \\ &\times \sum_{e \in \mathbf{D}} \sum_{i \in \mathbf{D}_n} \sum_{j \in \mathbf{D}_n} H_{bj}^*(\omega) S_{ji}^{*e}(\omega) H_{ia}^*(\omega) U_{in}^{*A}(\omega) \end{aligned} \quad (16)$$

となる。次に、A 点での応答 $U_{resp}^A(\omega)$ を時間反転させたものを A 点における再現波 $U_{rec}^A(\omega)$ と定義する。

図2 再現波を構成する4成分の伝播経路

$$\begin{aligned}
 U_{rec}^A(\mathbf{w}) &= U_{resp}^{*A}(\mathbf{w}) \\
 &= H_{ab}^*(\mathbf{w})H_{ba}(\mathbf{w})U_{in}^A(\mathbf{w}) \\
 &+ \sum_{e \in \mathbf{D}} \sum_{i \in \mathbf{D}_n} \sum_{j \in \mathbf{D}_n} H_{ab}^*(\mathbf{w})H_{bj}(\mathbf{w})S_{ji}^e(\mathbf{w})H_{ia}(\mathbf{w})U_{in}^A(\mathbf{w}) \quad (17) \\
 &+ \sum_{e \in \mathbf{D}} \sum_{i \in \mathbf{D}_n} \sum_{j \in \mathbf{D}_n} H_{aj}^*(\mathbf{w})S_{ji}^{*e}(\mathbf{w})H_{ib}^*(\mathbf{w})H_{ba}(\mathbf{w})U_{in}^A(\mathbf{w}) \\
 &+ \sum_{e \in \mathbf{D}} \sum_{i \in \mathbf{D}_n} \sum_{j \in \mathbf{D}_n} H_{aj}^*(\mathbf{w})S_{ji}^{*e}(\mathbf{w})H_{ib}^*(\mathbf{w}) \\
 &\times \sum_{e \in \mathbf{D}} \sum_{i \in \mathbf{D}_n} \sum_{j \in \mathbf{D}_n} H_{bj}(\mathbf{w})S_{ji}^e(\mathbf{w})H_{ia}(\mathbf{w})U_{in}^A(\mathbf{w})
 \end{aligned}$$

この式の右辺第1項は、A点→B点→A点という伝播経路を通る波、右辺第2項は、A点→B点→損傷部→A点という伝播経路を通る波、右辺第3項は、A点→損傷部→B点→A点という伝播経路を通る波、右辺第4項は、A点→損傷部→B点→損傷部→A点という伝播経路を通る波であると考えられる(図2)。

ここで、式(17)の各成分を考察するために、以下のことを考える。入力信号 $U(\mathbf{w})$ を伝達関数が $S(\mathbf{w})$ のフィルタに通し、 $S(\mathbf{w})U(\mathbf{w})$ を得て、さらにこれを伝達関数が $R(\mathbf{w})$ のフィルタに通し、出力信号 $V(\mathbf{w})$ を得るとする。以上のことは次式で表される。

$$V(\mathbf{w}) = R(\mathbf{w})S(\mathbf{w})U(\mathbf{w}) \quad (18)$$

次に、入力信号と出力信号の相関を最大とすることを考える。このことを、次式に示すクロススペクトルの周波数軸上の積分値の振幅を最大化することによって表わすとする。

$$\left| \int_{-\infty}^{\infty} V(\mathbf{w})U^*(\mathbf{w})d\mathbf{w} \right|^2 \quad (19)$$

これは、次のように書き換えられる。

$$\begin{aligned}
 \left| \int_{-\infty}^{\infty} V(\mathbf{w})U^*(\mathbf{w})d\mathbf{w} \right|^2 &= \left| \int_{-\infty}^{\infty} R(\mathbf{w})S(\mathbf{w})U(\mathbf{w})U^*(\mathbf{w})d\mathbf{w} \right|^2 \quad (20) \\
 &= \left| \int_{-\infty}^{\infty} \{R(\mathbf{w})U^*(\mathbf{w})\} \{S(\mathbf{w})U(\mathbf{w})\}d\mathbf{w} \right|^2
 \end{aligned}$$

Schwarzの不等式より、

$$\begin{aligned}
 &\left| \int_{-\infty}^{\infty} \{R(\mathbf{w})U^*(\mathbf{w})\} \{S(\mathbf{w})U(\mathbf{w})\}d\mathbf{w} \right|^2 \quad (21) \\
 &\leq \int_{-\infty}^{\infty} |R(\mathbf{w})U^*(\mathbf{w})|^2 d\mathbf{w} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} |S(\mathbf{w})U(\mathbf{w})|^2 d\mathbf{w}
 \end{aligned}$$

となる。Schwarzの不等式において左辺が最大となるのは、

$$R(\mathbf{w})U^*(\mathbf{w}) = (S(\mathbf{w})U(\mathbf{w}))^* = S^*(\mathbf{w})U^*(\mathbf{w}) \quad (22)$$

の場合である。以上から、

$$R(\mathbf{w}) = S^*(\mathbf{w}) \quad (23)$$

となる。即ち、入力信号と出力信号の相関が最大となるには、最初に通す伝達関数が $S(\mathbf{w})$ のフィルタのスペクトルの複素共役のスペクトル特性を有するフィルタを通したときとなる。

式(17)の第1項を見てみると、相反定理より $H_{ab}^*(\mathbf{w})$ は $H_{ba}(\mathbf{w})$ の複素共役であるため、最初に通す周波数応答関数 $H_{ba}(\mathbf{w})$ に対して、入力信号 $U_{in}^A(\mathbf{w})$ と出力信号(第1項)の相関が最大となるフィルタ $H_{ab}^*(\mathbf{w})$ を通していることになる。 $H(\mathbf{w})$ を健全時の周波数応答関数で、加振点から計測点までの直達成分のみを含み、境界からの反射波は含まれないと考えると、 $H_{ba}(\mathbf{w})$ の逆フーリエ変換は単一のピークを有するインパルス応答であるので、

$H_{ab}^*(\mathbf{w}) H_{ba}(\mathbf{w})$ の逆フーリエ変換は位相ずれ0のときにピークを持つものとなる。従って $H_{ab}^*(\mathbf{w}) H_{ba}(\mathbf{w})$ はホワイトに近いものとなり、第1項は入力波 $U_{in}^A(\mathbf{w})$ と類似した波形で損傷に関わらず一定となることがわかる。損傷がない場合は、第2項以降が存在しないため、再現波は入力波とスケールが異なるものの波形形状は良く似たものになると考えられる。

式(17)の第4項は損傷が有る場合に存在する成分である。第1項と同様に考え、 $\sum_{e \in \mathbf{D}} \sum_{i \in \mathbf{D}_n} \sum_{j \in \mathbf{D}_n} H_{aj}^*(\mathbf{w})S_{ji}^{*e}(\mathbf{w})H_{ib}^*(\mathbf{w})$ は

$\sum_{e \in \mathbf{D}} \sum_{i \in \mathbf{D}_n} \sum_{j \in \mathbf{D}_n} H_{bj}(\mathbf{w})S_{ji}^e(\mathbf{w})H_{ia}(\mathbf{w})$ の複素共役であるので、入力

波 $U_{in}^A(\mathbf{w})$ と類似した波形となることがわかる。

式(17)の第2項と第3項はこの通りではない。第2項の $H_{ab}^*(\mathbf{w})H_{bj}(\mathbf{w})S_{ji}^e(\mathbf{w})H_{ia}(\mathbf{w})U_{in}^A(\mathbf{w})$ において、 $H_{ia}(\mathbf{w})$ と $H_{bj}(\mathbf{w})$ は構造物の伝達関数の成分であり、 $H_{ab}^*(\mathbf{w})$ は伝達関数の成分の複素共役である。応答の位相は入力の位相より遅れることから、 $H_{ia}(\mathbf{w})$ と $H_{bj}(\mathbf{w})$ で位相が遅れ、 $H_{ab}^*(\mathbf{w})$ で位相が進むことになる。 $H_{ia}(\mathbf{w})$ と $H_{bj}(\mathbf{w})$ では、A点→損傷部(D点)→B点と進み、 $H_{ab}^*(\mathbf{w})$ ではB点→A点と進むことより、第2項は入力波 $U_{in}^A(\mathbf{w})$ に比べ位相が遅れることになると考えられ、ここではその位相の遅れを Δt とする。

第2項は損傷毎の総和であるので、損傷の数だけ損傷の位置に応じた位相の遅れが生じると考えられる。同様の考え方より、第3項の $H_{aj}^*(w)S_{ji}^{*e}H_{ib}^*(w)H_{ba}(w)U_{in}^A(w)$ は Δt だけ位相が進むことになると考えられる。したがって、損傷毎に同じ時間だけ第2項では位相が遅れ、第3項では位相が進むことになる。

$H(w)$ を健全時の周波数応答関数でなく、損傷が1箇所の場合の周波数応答関数と見なした場合は、損傷状態の再現波が式(17)の第1項のみで表されることになる。しかし、この場合は位相ずれ成分が存在する。損傷が1箇所の場合、 $H_{ba}(w)$ の逆フーリエ変換は直達波と損傷部を通して伝わる成分の2つのインパルス応答が重なったものである。そこで、 $H_{ab}^*(w)H_{ba}(w)$ の逆フーリエ変換は位相ずれが0と $-\Delta t$ と Δt の3箇所にピークを持つものとなる。

$H_{ba}(w)$ に対して、入力信号 $U_{in}^A(w)$ と出力信号（第1項）の相関が最大となるフィルタ $H_{ab}^*(w)$ を通しているため、位相ずれなしの成分の振幅が支配的ではあるが、位相ずれの成分も存在する。この損傷モデルに新たに損傷が入る場合は、さらに式(17)の第2、3項の位相ずれ成分が表れることになる。即ち、損傷がない場合は位相ずれ成分がないが、損傷が増える毎に位相ずれ成分が増えるということになる。

以上は変位応答を利用した場合の定式化であるが、加速度応答を用いた場合は周波数応答関数に w^2 が掛かるだけの違いであり、同様の議論が成立する。

2.5 時間反転を利用した損傷の有無の検出

以上より、損傷がない場合の再現波の時刻歴波形は、入力波とスケールが異なるものの波形形状の相関は高いことがわかる。一方、損傷がある場合の再現波の時刻歴波形は、入力波に対して位相の遅れ・進みを有する第2項と第3項の成分を有する。したがって、入力波と再現波を重ねて図示した際に、入力波に対して同じだけ位相のずれた2つの成分が存在するかを調べることで、損傷の有無を判断出来ると考えられる。入力波としては、時間軸において局在した波形を利用すると、第2項および第3項の存在を見つけ易くて良いと考えられる。

図-3に、損傷が1箇所ある場合にRicker waveletを入力した場合の再現波のイメージ図を示す。再現波では、入力波において振幅が局在する時刻において、式(17)の第1項と第4項に相当する成分があり、左側に第2項、右側に第3項に相当する成分がある。この左右の成分が複数あれば、その数だけ損傷があると考えられる。

(b) 損傷が1箇所に有る場合の再現波
図-3 入力波と損傷が1箇所に有る場合の再現波

以上は、境界の影響が無視出来る場合の議論である。境界によって反射される波形についても、損傷によって反射される波形と同様に位相ずれが生じると考えられる。したがって、予め境界の位置と伝播速度から境界によって生じる位相ずれを特定しておくといえる。

2.6 時間反転を利用した損傷の位置の推定

本研究では、平板を対象とした損傷検出手法について検討を行うものである。平板を伝わる弾性波はLamb波と呼ばれる。Lamb波の群速度を c_g で一定とすると、式(17)の第2項に関して、 $H_{ia}(w)$ と $H_{bj}(w)$ ではA点→損傷部(D点)→B点と距離 $r_{AD}+r_{BD}$ 進み、 $H_{ab}^*(w)$ ではB点→A点と距離 r_{AB} 進むことより、第2項は入力波 $U_{in}^A(w)$ に比べ、

$$\Delta t = \frac{r_{AD} + r_{BD} - r_{AB}}{c_g} \quad (24)$$

だけ時間が遅れることになると考えられる。同様の考え方より、第3項も式(24)に示す Δt だけ位相が進むことになると考えられる。AB間の距離 r_{AB} は既知であるので、群速度 c_g を一定で既知とすれば、再現波から Δt を読み取れば、損傷部Dの位置に関する以下の等式が成立する。

$$r_{AD} + r_{BD} = r_{AB} + c_g \Delta t \quad (25)$$

A点の座標を (a_x, a_y) 、B点の座標を (b_x, b_y) 、D点の座標を (d_x, d_y) とすると、

$$\begin{aligned} & \sqrt{(d_x - a_x)^2 + (d_y - a_y)^2} + \sqrt{(d_x - b_x)^2 + (d_y - b_y)^2} \\ &= \sqrt{(a_x - b_x)^2 + (a_y - b_y)^2} + c_g \Delta t \end{aligned} \quad (26)$$

となり、D点の取りうる範囲がある閉じた曲線上に絞られる。式(26)は1組のA, B点のペアに対して成立する等

図4 損傷位置の推定のイメージ

図5 Lamb 波の 2 つのモード

図6 位相速度の分散曲線

図7 群速度の分散曲線

式であり、損傷位置は異なるが位相ずれが同じになる損傷位置の集合である A, B 点のペアを 3 通り用意すれば、損傷位置は 3 曲線の交点として決定される (図4)。

損傷が複数存在する場合は、位相ずれ成分が複数存在するので、それぞれに対する Δt を読みとり、式(26)の曲線を複数描く。異なる A, B 点のペア毎に、曲線が複数点で交差した箇所に損傷があると判断できる。

なお、本論文の検討の範囲では、波の到達時間だけ損傷の有無と位置を推定していることになり、波線理論を使っても解釈が可能である。しかし、今後の展開として、振幅情報も使って損傷の大きさも推定したいと検討しており、そのために損傷の大きさをモデル化できる定式化が必要と考え、本節のような式展開をした。

2.7 群速度の算定

損傷位置の推定には、Lamb 波の群速度 c_g を知る必要がある。本項では Lamb 波について述べる。

(1) Lamb 波

P・SV 波の波動方程式 (平面波) に対し、板の上下の自由表面における応力フリー条件を解くことにより、Lamb 板の波動方程式が得られる。

$$\tan(bd/2)/\tan(ad/2) = -4abk^2/(k^2 - b^2)^2 \quad (27)$$

$$\tan(bd/2)/\tan(ad/2) = -(k^2 - b^2)^2/(4abk^2) \quad (28)$$

$$a^2 = w^2/c_l^2 - k^2 \quad b^2 = w^2/c_t^2 - k^2 \quad (29)$$

ここで、 d は板厚、 k は波数、 c_l は縦波速度、 c_t は横波速度、 w は円周波数を表す。

位相速度 c_p と群速度 c_g は次式により得られる w の関数である。

$$c_p = w/k \quad (30)$$

$$c_g = c_p + k \frac{\partial c_p}{\partial k} \quad (31)$$

Lamb 波には、上下対称に変位する伸縮型 (S モード) と上下反対称に変位する屈曲型 (A モード) が存在し、式(27)が S モードに、式(28)が A モードに相当する。また、ある円周波数 w に対して S モードの式(27)を満たす位相速度は複数存在し、遅いものから S0 モード、S1 モード、・・・と呼ばれる。同様に、ある円周波数 w に対して A モードの式(28)を満たす位相速度は複数存在し、遅いものから A0 モード、A1 モード、・・・と呼ばれる。この位相速度は、円周波数 w や平板の材質 (c_l , c_t) や厚さ d に依存して異なるという分散性を持つ。

(2) 群速度の算定

縦波速度が 6400m/s、横波速度が 3170m/s のアルミニウム平板の位相速度および群速度に関する分散曲線を図-6, 7 に示す。位相速度の遅いものから 0 次モード (青)、1 次モード (緑)、2 次モード (赤)、3 次モード (水色)、4 次モード (紫、S モードのみ表示) である。横軸は周波数と板厚の積である。

図-6, 7 より、周波数と板厚の積が約 2MHz・mm 以下であれば、S0 モードと A0 モードのみが存在することとなり、周波数が高くなるほど多くのモードが混在することとなる。したがって、低い周波数の外力を与えれば、S0 モードまたは A0 モードだけが存在するように設定することができる。また、例えば平板上面のある点において面直交方向に打撃力を与えた場合、励起される主なモードは図-5(b)のような A モードになると考えられる。

以上のことから、A0 次モードだけ励起させることができれば、図-7(b)より群速度を決定することができ、式(26)から損傷位置を推定することができる。

図8 解析対象構造物（アルミニウム平板）

図9 入力波

表1 損傷のケース

ケース名	損傷の数	損傷の範囲				中心振動数 (kHz)
		記号	x (mm)	y (mm)	z (mm)	
1	1	D ₁	297.5-312.5	292.5-307.5	3-6	100
2	1	D ₂	412.5-427.5	292.5-307.5	3-6	100
3	2	D ₁	297.5-312.5	292.5-307.5	3-6	100
		D ₃	297.5-312.5	212.5-227.5	3-6

図10 損傷位置の概略図

3. 平板を対象とした数値解析

3.1 解析概要

3次元有限要素解析により提案手法の妥当性を検証する。解析対象構造物は、図-8に示す幅610mm × 奥行き400mm × 厚さ6mmの平板とした。材質はアルミニウム

で、密度は2.7kg/m³、縦波速度は6400m/s、横波速度は3170m/sとした。解析モデルは、幅2.5mm × 奥行き2.5mm × 厚さ3mmのソリッド要素を用いた健全モデルの総要素数は78080である。損傷は要素を取り除くことによってモデル化した。境界条件として、平板の底面の4隅の自由度を全て拘束した。構造物の減衰は、剛性比例型減衰と仮定し、加振振動数における減衰定数を1%と仮定した。計算時間間隔は1.0×10⁻⁶sとした。

3.2 入力波

入力波は、次式で表されるRicker Waveletを外力として与えた。ここに f_c は中心周波数である。

$$f(t) = (1.0 - 2(p \cdot f_c \cdot (t - 1.25/f_c))^2) \times \exp(-(p \cdot f_c \cdot (t - 1.25/f_c))^2) \quad (32)$$

図-9に中心周波数が100kHzと50kHzのRicker Waveletを示す。振幅は重要でないため、入力 の最大値を1Nとした。

3.3 損傷ケースおよび加振・計測点の配置

表-1、図-10に示す3通りの損傷ケースを想定した。ケース1は、損傷が1箇所、図-10のD₁の位置に損傷があると仮定した。ケース2も損傷が1箇所、図-10のD₂の位置に損傷があると仮定した。ケース3は損傷が2箇所であり、図-10のD₁とD₃の位置に損傷があると仮定した。損傷の大きさは全て15mm×15mm×3mmとした。いずれのケースにおいても、Ricker Waveletの中心周波数は100kHzとした。

各損傷ケースに対して、表-2に示す加振・計測点配置を想定した。解析では、平板のA点において節点外力を鉛直方向に与え、Bにおいて鉛直方向の加速度応答(m/s²)を求め、これを時間反転したものをB点の鉛直方向に外力(N)として入力し、A点において鉛直方向の加速度応答(m/s²)を得て、さらにこれを時間反転して再現波を得るものとする。

表2 加振点・計測点の配置

ケース	配置	A(x(mm),y(mm))	B(x(mm),y(mm))
ケース1	配置1	A1(255,200)	B1(355,200)
	配置2	A2(255,200)	B2(170,300)
	配置3	A3(255,200)	B3(405,270)
	配置4	A4(405,270)	B4(305,200)
ケース2	配置1	A1(255,200)	B1(355,200)
	配置2	A2(355,200)	B2(500,200)
	配置3	A3(355,280)	B3(405,170)
ケース3	配置1	A1(255,200)	B1(355,200)
	配置2	A2(255,120)	B2(355,120)
	配置3	A3(405,270)	B3(405,170)
	配置4	A4(255,120)	B4(405,170)

(a) B 点の応答 (b) 入力波と再現波の比較
図-11 損傷がない場合 (配置 1)

図-12 ケース 1 の B 点の応答 (配置 1)

(a) 配置 1 (b) 配置 2

(c) 配置 3 (d) 配置 4

図-13 ケース 1 の入力波と再現波の比較

3.4 解析結果

(1) 損傷がない場合

まず、損傷がない場合の結果を示す。A₁ 点に図-9 に示す Ricker Wavelet を与え、0.3ms 間の解析を行った。B₁ 点の加速度応答を図-11(a) に示す。図-11(a) の 0.03 ~ 0.06ms に表れている波形は直達波であり、約 0.13ms 以降に表れている波形は境界で反射された波形が伝わったものであると考えられる。直達波は約 0.045ms 付近で最大振幅となっている。図-9 より A₁ における入力波の最大振幅は 0.013ms にとっていることから、A₁B₁ 間を伝播するのに要した時間は 0.045-0.013=0.032ms となる。A₁B₁ 間の距離が 100mm であるから、距離を 0.032ms で割ると伝播速度は 3123m/s となる。図-7(b)より A モードの

0.6MHz・mm (中心振動数 100kHz, 板厚 6mm より) における群速度を読み取ると約 3123m/s であり一致していることから、数値解析では主に A0 モードが励起できていると考えられる。

次に、図-11(a) から最初の 0.09ms 間だけの応答を取り出し時間反転させ、B₁ 点に外力として与えた。解析は 0.2ms 間実施し、0.09 ~ 0.2ms 間の外力は 0 とした。A₁ 点における加速度応答を得て、時間反転することにより再現波を得た。入力波と再現波の比較を図-11(b) に示す。振幅の大きさは重要でないため、入力波と再現波の振幅が同程度になるように入力波を振幅調整してある。再現波を求める際の解析で、0.09 ~ 0.2ms 間の外力は 0 としているため、図-9 の入力波を 0.11ms 遅らせたものを図-11(b) の入力波として示している。図-11(b) より、入力波と再現波がほぼ同時期 (0.12ms 付近) に表れており、波形が完全に一致しているわけではないものの類似した形状を示している。図-11(b) の 0.05ms 付近と 0.018ms 付近に極僅かな振幅の変化が見て取れるが、境界による反射波の表れであると考えられる。

(2) ケース 1

図-12 に、損傷が D₁ の位置にあるケース 1 において、配置 1 の加振点・計測点ペアを採用した際の B 点の応答を示す。図-12 では、約 0.09ms 付近に損傷部を通して伝わった波形が見て取れる。

次に、健全時と同様の手順で再現波を求めた。図-13 に配置 1 ~ 4 の再現波と入力波の比較を示す。いずれにおいても損傷による位相のずれた成分が表れている。例えば図-13(a) の配置 1 の再現波を見ると 0.07ms, 0.16ms 付近で振幅が大きくなっており、損傷 D₁ の影響が表れている。配置 1 ~ 4 の比較より、加振点と計測点の配置によって、損傷の影響の表れ方の度合いが異なる。

なお、Ricker Wavelet の中心周波数を 50kHz にした場合についても同様の検討を行ったところ、100kHz の方が波のエネルギーが時間軸においてより局所的に集中しているため (図-9)、損傷による位相ずれ成分を分離し易い結果となった。損傷の大きさについても検討を行ったが、損傷が大きいほど再現波における位相ずれ成分の振幅も大きくなり、より見つけ易いことを確認した。

次に、配置 1 ~ 4 に対して位相ずれを読み取り、式(26) に代入することにより損傷位置の推定を行った。位相ずれ成分の中央の時刻と、入力波と重なる成分の中央の時刻の差を読みとった。図-14 に 4 通りの配置に対する式(26)の曲線を図示する。これらは、x=300mm, y=300mm 付近で交差しており、仮定した損傷位置 (表-1) に対応していることが分かる。なお、位相ずれは図-12 の B 点の応答からも読み取ることができるが、B 点の応答は左右対称でないためこの時間を読み取ったら良いかの判断に任意性が残り、再現波から位相ずれを読み取る方が位置推定の精度は高いものとなった。

図-14 ケース 1 の損傷位置の推定

図-16 ケース 2 の損傷位置の推定

(a) 配置 1

(b) 配置 2

(c) 配置 3

図-15 ケース 2 の入力波と再現波の比較

(a) 配置 1

(b) 配置 2

(c) 配置 3

(d) 配置 4

図-17 ケース 3 の入力波と再現波の比較

(3) ケース 2

ケース 2 の各配置に対する入力波と再現波の比較を図-15 に示す。図-15(a)の配置 1 の再現波を見ると、0.05ms 付近に僅かではあるが振幅に変化が見られる。ケース 1 とケース 2 の配置 1 の再現波（図-13(a), 15(a)）を比較すると、ケース 1 の方が位相ずれ成分が明瞭に表れている。この理由としては、ケース 1 では、損傷が A_1 と B_1 の中間にある（ここでは、損傷から線分 A_1B_1 におろした垂線の足が、 A_1 と B_1 の中間にあることを意味する）ため、より多くの反射波が伝わり易かったものと考えられる。その他の理由としては、ケース 1 の方が損傷が A_1B_1 に近くて減衰しにくいということもあると考えられる。このように、損傷の位置と、加振点・配置点の相対位置関係によって、損傷の影響が表れやすい場合と表れにくい場合があるため、様々な配置を検討する必要があることがわかる。その他の配置における結果としては、図-15(b)の配置 2 の結果を見ると 0.9ms, 0.14 付近に損傷からの影響が表れており、図-15(c)の配置 3 の結果を見ると、0.08ms, 0.16ms 付近に損傷からの影響が表れている。また 0.05ms, 0.19ms 付近の大きな波形の乱れは、境界からの反射波であると考えられる。

ケース 2 に関しても、配置 1～3 から位相ずれを読み取り、式(26)に代入することにより損傷位置の推定を行った。各配置に対する式(26)の曲線を図示すると図-16 のようになる。図-16 を見ると、 $x=430\text{mm}$, $y=300\text{mm}$ 付近で、3 つの曲線が交差しており、表-1 に示す仮定した損傷位置に一致していることが分かる。

(4) ケース 3

ケース 3 の損傷に対し、配置 1 で得た再現波を図-17(a) に示す。図-17(a)の再現波を見ると、0.7ms, 0.10ms, 0.14ms, 0.16ms 付近で損傷の影響が見られるが、0.10ms, 0.14ms 付近の振幅は非常に小さい。ケース 1・配置 1 との比較から、0.7ms, 0.16ms は損傷 D_1 に対応しており、0.10ms, 0.14ms は損傷 D_3 に対応していると考えられる。以上のことから、加振・計測点と損傷の位置関係によっては、明瞭に表れるものとそうでないものがあるため、損傷が 2 か所であっても片方の損傷しか明瞭に表れない場合も有ると考えられる。

損傷 D_1 の位置は、ケース 1 と同じ配置を設定することによって、図-18(a)に示すとおり推定することができた。

損傷 D_3 については、表-2 に示す配置に対して再現波を求めた（図-17(b)-(d)）。図-17(b)では 0.05ms, 0.18 ms

図-18 ケース 3 の損傷位置の推定

図-19 解析対象構造物（リブを有するアルミニウム平板）

表-3 加振点・計測点の配置

配置	A(x(mm),y(mm))	B(x(mm),y(mm))
配置 1	A1(255,200)	B1(355,200)
配置 2	A2(305,240)	B2(305,200)
配置 3	A3(155,200)	B3(255,200)

付近に、図-17(c)では 0.10ms, 0.14ms 付近に、図-17(d)では 0.07ms, 0.16ms 付近に損傷の影響が見られる．以上から損傷位置を推定した結果を図-18(b)に示す．曲線が交差する点に D_3 があり、損傷位置を特定することができた．

4. リブを有する平板を対象とした数値解析

4.1 解析概要

本節では 図-19 に示す幅 610mm × 奥行き 400mm × 厚さ 6mm の平板の上に、長さ 610mm × 幅 5mm × 高さ 30mm のリブがある構造物を対象として数値解析を行った．リブは、平板の手前から 250mm 奥側に設置した．材質はアルミニウムとした．加振・応答条件、入力波は平板を対象とした数値解析と同じとした．

4.2 解析条件

損傷がリブの奥側にあり目視では検出できない状況を想定し、損傷は 3 節の D_1 に同じとした．また、加振点と計測点の配置を表-3 に記すように 3 通り設定した．加振点 A、計測点 B と損傷 D_1 の位置関係を図-19 に示す．入力波の中心周波数は 100kHz とした．

(1) 配置 1

配置 1 は、損傷 D_1 が加振点 A_1 と応答点 B_1 との間に存在するように設定した．

(2) 配置 2

配置 2 は、損傷 D_1 が加振点 A_2 と応答点 B_2 と一直線上にあるように設定した．

(3) 配置 3

配置 3 は、損傷 D_1 が、加振点 A_3 と応答点 B_3 との間に入らず、かつ直線上でもないように設定した．

4.3 解析結果

(1) 配置 1

配置 1 に関して、損傷がない場合とある場合の結果を図-20(a)(b)に示す．損傷がない場合も 0.08 ~ 0.1ms, 0.14 ~ 0.16ms 付近に入力波と位相のずれた成分が見て取れ、これはリブからの反射波が表れているものである．損傷がある場合は、0.06 ~ 0.1ms, 0.14 ~ 0.18ms 付近に入力波と位相のずれた成分が見て取れ、これはリブと損傷からの反射波が続けて表れているものである．健全時のデータがあれば図-20(a)(b)の比較より損傷の存在が検出でき、また健全時のデータがなくてもリブの位置から反射波が表れる時間を計算すれば損傷を検出出来ると考えられる．

図-20 入力波と再現波の比較

図-21 損傷位置の推定

(2)配置 2

配置 2 に関して、損傷がある場合の結果を図-20(c)に示す。0.09ms 付近の入力波の近くに振幅の大きい位相のずれた成分が見て取れるが、これはリブからの反射波である。また、0.03 ~ 0.05ms, 0.13 ~ 0.15ms に見て取れる成分は、損傷の影響である。

(3)配置 3

配置 3 に関して、損傷がある場合の結果を図-20(d)に示す。配置 1 で損傷がない場合(図-20(a))と類似しており、0.08 ~ 0.1ms, 0.14 ~ 0.16ms 付近の入力波と位相のずれた成分はリブからの反射波である。配置 3 で損傷の影響が見て取れなかった理由は、A3 (B3) で外力を与えた際に損傷部で反射した成分が B3 (A3) に伝わりにくい配置にあるためであると考えられる。

(4)損傷位置の推定

次に、配置 1 と配置 2 から損傷による位相ずれを読み取り、損傷の取りうる範囲の曲線を 2 つ描いたところ、図-21 の通りとなった。曲線の交点は、仮定した損傷の位置を通っており、損傷の位置を推定することができた。

以上のことから、配置 1 と配置 2 の組み合わせによりその地点のリブの奥側にある損傷を検出する。配置をリブに沿って移動させることで、リブに沿って順次損傷を

検出していくことができると考えられる。

5. まとめ

本研究では、時間反転を利用することにより、健全時における計測データを用いず、損傷時の計測データだけから損傷を検出し、損傷の位置を特定する手法について検討を行った。時間反転を用いて得た再現波は、損傷がない場合には入力波と類似した形になり、損傷がある場合には入力波と位相がずれる成分を有することから、損傷の有無を検出することができる。平板を対象とした場合、損傷がある場合は、位相ずれと Lamb 波の群速度から損傷位置を推定することができる。

平板を対象とした数値解析により手法の有効性の検証を行ったところ、損傷がない場合の再現波は入力波と類似した形状となり、損傷がある場合には入力波と位相のずれた成分があることを確認した。また、加振・計測点と損傷の位置関係によっては、位相ずれ成分が明瞭に表れる場合と表れない場合があるため、加振・計測点を様々な配置換えする必要があることがわかった。また、複数の加振・計測点の結果を組み合わせることで、損傷位置の推定も可能であることを確認した。

さらに、リブを有する平板を対象として、リブの奥側にある損傷を検出できるかどうかを検討を行った。リブがある場合は、再現波には損傷による位相ずれ成分に加え、リブで反射することによる位相ずれ成分も強く含まれることがわかった。リブの位置を既知であるとすれば、損傷による位相ずれ成分を特定でき、損傷位置の検出も可能であることを確認した。

参考文献

- 1) 阪神高速道路(株)：鋼床版疲労損傷への取り組み
<http://skill.hanshin-exp.co.jp/library/mainte/22104.html>
- 2) 魚本健人, 伊東良浩：打音法によるコンクリートの非破壊検査, コンクリート工学論文集, Vol.7, pp.143-152, 1996.1.
- 3) 和泉遊以, 阪上隆英, 久保司郎, 玉越隆史：自己相関ロックイン赤外線サーモグラフィ法による鋼床版デッキ貫通型疲労き裂の検出, 日本機械学会論文集, A 編 76(766), 723-729, 2010
- 4) 土木研究所・日本鋼構造物診断技術境界：非破壊試験を用いた土木コンクリート構造物の健全度診断マニュアル, 技報堂出版, 2003.
- 5) H.W. Park, H. Sohn, K.H. Law, C.R. Farrar : Time reversal active sensing for health monitoring of a composite plate, Journal of Sound and Vibration, Vol. 302, pp.50-66, 2007.
- 6) R.Gangadharan , C.R.L.Murthy , S.Gopalakrishnan , M.R.Bhat : Time reversal technique for health monitoring

- of metallic structure using Lamb waves, Ultrasonics, 49, 696-705, 2009.
- 7) M. Fink: Time reversal in acoustics, Time reversal in acoustics, Volume 37, Issue 2, 95-109, 1996.
- 8) R.K. Ing, M. Fink : Time reversed Lamb waves, IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control, Vol. 45, no. 4, 1998.
- (2012 年 3 月 8 日 受付)