GIMPM を用いた三軸圧縮試験の破壊シミュレーション

Numerical Simulations of Progressive Failure of Triaxial Compression Tests
Using Generalized Interpolation Material Point Method

桐山貴俊*
Takatoshi KIRIYAMA

*正会員 清水建設(株) 技術研究所 (〒135-8530 東京都江東区越中島3丁目4番地17号)

The author implemented the numerical analysis algorithm based on the particle based analysis method, GIMPM (Generalized Interpolation Material Point Method) and applied it for simulations of triaxial compression tests. Although GIMPM is a derivative of MPM, it has more stable numerical algorithm and removes numerical noises, which are generated when material points cross numerical grids. In this paper, to simulate triaxial compression tests, numerical damping and material non-linearity (Mohr-Coulomb constitutive model) are implemented. The results obtained through simulations are compared with experimental results. And the effectiveness of GIMPM is confirmed.

Key Words: Material Point Method, Triaxial Compression Test, Large Deformation, Strain Localization

1. はじめに

数値解析法は、大きく分けて格子法と粒子法に分けられる。また両者を掛け合わせたハイブリッド法と位置づけられる手法もある。格子法の代表的なものは、有限要素法 (FEM : Finite Element Method), 有限差分法 (FDM : Finite Difference Method) などが知られている。格子法は実績が多く、汎用な数値解析法として確立している。しかし、地盤分野の解析では、複雑な地層構成の地盤や大変形問題を対象とした場合に以下の問題点が指摘されている。

- ・メッシュ生成に多大な労力を要する。
- ・大変形解析時にメッシュ形状が破綻する。
- ・メッシュを再分割する場合の計算負荷が大きい。

一方、粒子法の代表的なものは、DEM (Discrete Element Method)¹⁾, MPS (Moving Particle Semi-Implicit)法²⁾, SPH (Smoothed Particle Hydrodynamics)法³⁾, があげられる。

DEM は離散要素間をバネ、ダッシュポット、スライダーで連結した粒子間力モデルからなる解法である。他の解析法に比べ要素間の結合・分離が明確で、定式化がシンプルである点が優れており、地盤の変形解析をはじめ離散物質の数値解析に広く利用されている。要素連結に用いる物性値は解析モデルに依存し、解析モデルを変更する度に物性値のキャリブレーションが必要であり、物性値の設定には課題がある。

MPS 法, SPH 法は、空間に配置した粒子の運動を周辺粒子の運動から補間関数を用いることで物理量を計算す

る手法である。補間関数を用いることで、格子法で言う要素が必要なくなり、連続体を粒子に離散化することを可能にしている。固体力学における応力・ひずみ関係を構成則として導入することが可能であり、地盤の数値解析においても適用例が報告されている⁴⁾⁵⁾。MPS 法, SPH 法は、格子法の問題点として指摘した、メッシュ生成、メッシュ形状の破綻、メッシュの再分割、の問題を解決しているという点で、格子法に比べて優位である。また、同じ粒子法である DEM で課題とされた物性値に対して、実験定数を用いることができる点で、DEM に比べて優位な解析手法と言える。ただし、計算時間の大部分が隣接粒子検索に費やされるという問題点がある。この様に、格子法と粒子法はその数値計算法としての能力に一長一短がある。

MPM (Material Point Method)⁶⁾は Sulsky らが提唱した解析手法であり、流体解析で発展した PIC (Particle In Cell) 法を固体力学に応用した粒子法の一つと位置づけられる。MPM は空間内に固定された計算格子と格子内に配置した粒子 (Material Point) を用いる数値解析法である。運動方程式は格子点で解き、計算した物理量を粒子に投影する。粒子は物理量を持ちながら空間内を移動し、所属する格子へ物理量を輸送する。背面格子を利用した計算過程は格子法と同じであり、構成則など既存の格子法の計算技術がそのまま適用できる。この様に MPM は格子法と粒子法の特徴を持ち合わせているため、格子法と粒子法のハイブリッド法と理解することもできる。MPM は、MPS 法や SPH 法同様に固体力学における応力・ひずみ関係を構成則として導入することが可能である点、粒子法の問題点である隣

接粒子検索に費やす計算負荷が少ない点、で MPS 法、SPH 法に比べて優位である。MPM は、格子および粒子における物理量を二重管理しなければならず、計算記憶領域をより多く必要とする難点はあるが、前述した優位点が大きく、有望な数値計算法である。

大変形問題を対象とした場合、粒子が計算格子を超え隣接格子へ頻繁に移動する。その際、MPM を用いると、数値誤差が発生する課題が指摘されている⁷⁾。粒子が計算格子に近づくと、反対側の格子点質量が極端に小さくなること、応力、ひずみが格子をまたいで不連続的に変化することが原因である。この問題に対する改善策として、GIMPM(Generalized Interpolation Material Point Method)が数値計算上の誤差が最小化できる方法として Bardenhagen ら⁷⁾によって提唱され、Wallstedt⁸⁾により精度検証がなされている。

本論文では、地盤の数値解析法として大変形解析まで扱える MPM、とりわけ数値誤差を最小化した GIMPM を採用し、大ひずみ領域までの三軸圧縮試験の再現解析を実施し、応力・ひずみ関係を実験値と比較することで、解析手法の適用性について検討した。さらに、せん断帯の進展過程も解析し、破壊に至るメカニズムとそれに影響する要因についても考察した。なお、本論文では Sulsky らが提唱した当初の Material Point Method を MPM、Bardenhagen らが提唱した Generalized Interpolation Material Point Method を GIMPM と称することとする。

2. MPM/GIMPM の定式化

2.1 MPM の定式化

MPM の定式化は、計算格子を空間に固定する点、粒子へ物理量を輸送する点、に計算手法としての特徴がある。Konagai ら⁹⁾は、MPM で用いる格子として差分法を採用した LPFDM (Lagrangian Particle Finite Difference Method) という手法を開発し、地盤の2次元解析へ適用している。清野ら¹⁰⁾は、これを3次元に拡張し、地震の波動伝播解析へ適用している。阿部ら^{11,12)}は、斜面を流れる乾燥砂の流動解析に MPM を適用し、高さ方向へ自由度を持たせた準3次元解析へと拡張している。また Higo ら¹³⁾は、固相を MPM で、液相を FDM でモデル化することにより、多相連成大変形解析を実現している。

本論文で用いる手法はオリジナル MPM である。以下にその定式化の代表的な部分を記載する。

式(1)～式(13)中にある上添え字 k は計算ステップ数を表す。 $k+1$ はステップ k から 1 ステップ進んでいることを示す。また格子点物理量は下添え字 g 、粒子物理量は下添え字 p で表している。なお、後述する応力、ひずみは引張を正、圧縮を負として記載している。

粒子質量から式(1)により格子点質量を算出する。

m_g , m_p , S_p , n_p , はそれぞれ、格子点質量、粒子質量、

粒子位置における形状関数、格子内にある粒子数、である。

$$m_g^k = \sum_{i=1}^{n_p} m_{p,i} S_{p,i} \quad (1)$$

粒子応力から式(2)により格子点内力を算出する。

f_g^{int} , ρ_p , G_p , σ_p , σ_p^{ini} はそれぞれ、格子点内力、粒子密度、形状関数の導関数、粒子応力、粒子初期応力である。

$$f_g^{\text{int},k} = - \sum_{i=1}^{n_p} \frac{m_{p,i}^k}{\rho_{p,i}^k} G_{p,i}^T (\sigma_{p,i}^k - \sigma_{p,i}^{\text{ini}}) \quad (2)$$

体積力係数 g^k から格子点外力 f_g^{ext} を式(3)で算出する。

$$f_g^{\text{ext},k} = m_g^k \cdot g^k \quad (3)$$

式(1)～(3)から格子点における運動方程式が自由度毎に立てられて、格子点加速度 a_g は式(4)より算出できる。

$$a_g^k = \frac{1}{m_g^k} (f_g^{\text{int},k} + f_g^{\text{ext},k}) \quad (4)$$

粒子の座標を式(5)から算出する。 x , v_g , Δt , n_g は、粒子座標、格子点速度、時間刻み、粒子が所属する格子の頂点数、である。

$$x^{k+1} = x^k + \Delta t \cdot \sum_{i=1}^{n_g} v_{g,i}^k S_{p,i}^k \quad (5)$$

粒子変位 u を式(6)から算出する。

$$u^{k+1} = u^k + \Delta t \cdot \sum_{i=1}^{n_g} v_{g,i}^k S_{p,i}^k \quad (6)$$

式(1)～(4)と式(5)、式(6)は独立な関係にあるのでどちらを先に計算しても結果に影響は無い。

粒子加速度 a_p を式(7)から算出する。

$$a_p^k = \sum_{i=1}^{n_g} a_{g,i}^k S_{p,i}^k \quad (7)$$

粒子速度 v_p を式(8)から算出する。

$$v_p^{k+1} = v_p^k + \Delta t \cdot a_p^k \quad (8)$$

格子点速度 v_g を式(9)から算出する。

$$v_g^{k+1} = \sum_{i=1}^{n_p} \frac{S_{p,i} m_{p,i}}{m_g^k} v_p^{k+1} \quad (9)$$

粒子のひずみ ε_p を式(10)から算出する。

$\Delta \varepsilon_p$ は Δt 間の粒子ひずみ増分である。本論文で用いる Δt は非常に小さいため、この間のひずみ増分は微小であり線形的に増加することを仮定している。

$$\Delta \varepsilon_p^{k+1} = \frac{\Delta t}{2} \cdot \sum_{i=1}^{n_p} (G_{p,i} v_g^{k+1} + (G_{p,i} v_g^{k+1})^T) \quad (10a)$$

$$\varepsilon_p^{k+1} = \varepsilon_p^k + \Delta \varepsilon_p^{k+1} \quad (10b)$$

粒子の応力 σ_p を式(11)から算出する。 K は要素剛性マトリックス, $\Delta \sigma_p$ は Δt 間の粒子応力増分である。

$$\Delta \sigma_p^{k+1} = K \cdot \Delta \varepsilon_p^{k+1} \quad (11a)$$

$$\sigma_p^{k+1} = \sigma_p^k + \Delta \sigma_p^{k+1} \quad (11b)$$

粒子体積, 密度を式(12), 式(13)から算出する。 $Volume$ は体積, $\Delta \varepsilon_v$ は体積ひずみ増分である。

$$Volume^{k+1} = Volume^k \cdot (1 + \Delta \varepsilon_v^{k+1}) \quad (12)$$

$$\rho^{k+1} = \frac{\rho^k}{(1 + \Delta \varepsilon_v^{k+1})} \quad (13)$$

式(1)～式(13)の一連の手順が解析の 1 ステップに相当する。この間の時間刻みは Δt であり, t 時間の計算を行う場合は $t/\Delta t$ ステップだけ上記手順を繰り返す。

以上に記載したものは Update Stress Last (USL) の手順である。USL 以外の計算手順, その精度検証に関しては参考文献 14) に譲る。時間積分に関しては前進差分であるが, 他の時間積分法を用いることも可能である。参考文献 8) には時間積分に関する考察が記載されているので参照されたい。

2.2 GIMPM の定式化

MPM に用いる形状関数は, 図-1, 式(14)に示す 1 次関数を用いる。式中の L は計算格子間隔, x_p は粒子座標, x_v は格子点座標である。式(14)から分かるとおり, 変位, 速度, 加速度に対しては 1 次線形 (図-1(a)), 応力, ひずみは計算格子内で一定値 (図-1(b)) を取る。前述のとおり MPM の問題点は粒子が計算格子を超えて移動する場合, 非常に小さい格子点質量が計算される点, および, 応力, ひずみが不連続的に変化する点, である。この問題を解決するために, Bardenhagen らは以下の要件を満たす形状関数として次の関数 (式(15), 図-1) を提唱した。

要件 1: 粒子を空間分布させる。格子幅 L の領域を粒子 n 個で代表する場合, 影響半径 (l_p) は $L/2n$ と定義する。
要件 2: 粒子が格子をまたぐ時, 応力, ひずみを線形変化させるために形状関数の導関数を 1 次線形で定義する。

・ MPM の形状関数とその導関数

$$S_p(x_p) = \begin{cases} 0 & x_p - x_v \leq -L \\ 1 + (x_p - x_v)/L & -L < x_p - x_v \leq 0 \\ 1 - (x_p - x_v)/L & 0 < x_p - x_v \leq L \\ 0 & L < x_p - x_v \end{cases} \quad (14a)$$

$$G_p(x_p) = \frac{dS_p}{d(x_p - x_v)} =$$

$$\begin{cases} 0 & x_p - x_v \leq -L \\ 1/L & -L < x_p - x_v \leq 0 \\ -1/L & 0 < x_p - x_v \leq L \\ 0 & L < x_p - x_v \end{cases} \quad (14b)$$

・ GIMPM の形状関数とその導関数

$$S_p(x_p) =$$

$$\begin{cases} 0 & x_p - x_v \leq -L - l_p \\ (L + l_p + (x_p - x_v))^2 / 4Ll_p & -L - l_p < x_p - x_v \leq -L + l_p \\ 1 + (x_p - x_v)/L & -L + l_p < x_p - x_v \leq -l_p \\ 1 - ((x_p - x_v)^2 + l_p^2) / 2Ll_p & -l_p < x_p - x_v \leq l_p \\ 1 - (x_p - x_v)/L & l_p < x_p - x_v \leq L - l_p \\ (L + l_p - (x_p - x_v))^2 / 4Ll_p & L - l_p < x_p - x_v \leq L + l_p \\ 0 & L + l_p < x_p - x_v \end{cases} \quad (15a)$$

$$G_p(x_p) = \frac{dS_p}{d(x_p - x_v)} =$$

$$\begin{cases} 0 & x_p - x_v \leq -L - l_p \\ (L + l_p + (x_p - x_v)) / 2Ll_p & -L - l_p < x_p - x_v \leq -L + l_p \\ 1/L & -L + l_p < x_p - x_v \leq -l_p \\ -(x_p - x_v) / Ll_p & -l_p < x_p - x_v \leq l_p \\ -1/L & l_p < x_p - x_v \leq L - l_p \\ -(L + l_p - (x_p - x_v)) / 2Ll_p & L - l_p < x_p - x_v \leq L + l_p \\ 0 & L + l_p < x_p - x_v \end{cases} \quad (15b)$$

(a) 形状関数

(b) 形状関数の導関数

図-1 MPM, GIMPM に用いる形状関数

図-2 に MPM, GIMPM の物理量補間の様子を模式的に示す。MPM は粒子が属する格子の格子点を用いて内挿・外挿を繰り返して物理量を輸送する。GIMPM は隣接格子

の格子点まで利用して物理量を輸送する。

GIMPМを用いる場合、境界格子より外側では隣接格子が存在しない。そのため、本論文で用いるプログラムでは、境界格子より外側に、境界格子と同じ格子点が仮想的に存在しているものとして物理量の補間を行っている。この時、仮想格子の変位拘束条件は境界格子と同じとした。

図-2 物理量の補間方法の模式図

2.3 減衰

本論文で対象とする三軸圧縮試験を再現する際、キャップへの強制変位を行うが、適切な減衰を与えなければ、試験体内で弾性波が発生し、解析結果が振動してしまう。非線形解析では、モデル内の一部の塑性化領域により、その後の挙動が大きく左右される。弾性波による振動により粒子が塑性化しないように、以下で説明する減衰を導入する。

本論文では、式(4)の右辺にある外力を駆動力 f_g^{drive} として定義し、速度 v_g と反対方向に駆動力の α 倍の減衰力 f_g^{damp} を作用させることで、振動を抑制する方法¹⁵⁾とした。この作用させる減衰力を式(16)に示す。

$$f_g^{drive} = f_g^{int} + f_g^{ext} \quad (16a)$$

$$f_g^{damp} = -\alpha \cdot \text{sign}(v_g) \cdot f_g^{drive} \quad (16b)$$

この減衰力を式(4)に代入すると、次式のように変形できる。

$$a_g^k = \frac{1}{m_g^k} (f_g^{drive,k} + f_g^{damp,k}) \quad (17a)$$

$$a_g^k = \frac{1}{m_g^k} (1 - \alpha \cdot \text{sign}(v_g^k)) \cdot f_g^{drive,k} \quad (17b)$$

α が正の場合、駆動力と速度が同符号であれば運動は抑制され、異符号であれば運動は励起され、運動は次第に減衰していく。この過程を収束過程と呼ぶ。収束過程を経て、最終的に駆動力、減衰力がともにゼロとなり、力の釣り合いが取れる。この時の結果が収束解となる。

2.4 地盤非線形

応力・ひずみ関係の大変形領域を再現することを目的に、導入する構成則は弾完全塑性体とし、破壊規準は式(18)に

示すMohr-Coulombの規準を採用した。なお、本節のみ応力、ひずみは圧縮を正、引張を負として記載している。

$$\tau_f = c + \sigma \cdot \tan \phi \quad (18)$$

式(18)中の τ_f 、 c 、 σ 、 ϕ はそれぞれ、破壊せん断応力、粘着力、直応力、内部摩擦角、である。

Mohr-Coulombの破壊規準はせん断の破壊規準である。これに加えて、地盤の引張に対して引張強度 σ_t を定義して式(19)に示す引張に対する破壊規準を定義する。

$$\sigma = -\sigma_t \quad (19)$$

破壊規準に達した粒子は弾性域となるように式(20)を用いて応力を修正する。

$$\sigma_{x,new} = \sigma_m + (\sigma_x - \sigma_m) \cdot (L/R) \quad (20a)$$

$$\sigma_{y,new} = \sigma_m + (\sigma_y - \sigma_m) \cdot (L/R) \quad (20b)$$

$$\tau_{xy,new} = \tau_{xy} \cdot (L/R) \quad (20c)$$

式(20)中の、 σ_m 、 R はそれぞれ、モール円中心の直応力、モール円の半径、である。また、 L は、モール円中心からモールクーロン破壊規準までの距離、モール円中心から引張強度までの距離、の小さい方を採用する。これは粒子がせん断破壊か引張破壊いずれかの破壊規準を満たした場合に破壊と判定するためである。

応力修正により発生した不釣り合い力は、式(4)の右辺に内力と外力の差分として自動的に次の計算ステップに反映される。

2.5 Jaumann 応力速度

大変形領域の計算をする際に使用する客観応力速度として Jaumann 応力速度を導入した。Jaumann 応力速度による剛回転成分補正は式(21)で表される¹⁶⁾。 $d^o \sigma_{ij}$ は Jaumann 応力速度、 $d \sigma_{ij}$ は Cauchy 応力増分、 $d \omega_{ij}$ はスピテンソルである。

$$d^o \sigma_{ij} = d \sigma_{ij} - d \omega_{ik} \sigma_{kj} + \sigma_{ik} d \omega_{kj} \quad (21)$$

3. 三軸圧縮試験の破壊進展シミュレーション

要素試験は地盤の代表的な構成要素を抽出し、室内の制御された仕組みの中で、実現象を再現する。実地盤に比べて不確定要素が少ないという点において、数値解析法の適用性を検証する対象として優れている。過去にも、構成則の開発、ひずみの局所化に着目した、三軸圧縮試験の再現シミュレーションが報告されている¹⁷⁻¹⁹⁾。これらの再現シミュレーションは格子法を用いており、試験体の変形状を再現できること、応力・ひずみ関係等の実験値を定量的に評価できることを報告している。一方、数値解析法として粒子法を用いた要素試験の再現シミュレーションは、

Konagai ら⁹⁾が行っており、試験体内に配置した抵抗物が応力ひずみ履歴に与える影響を解析的に評価している。GIMPM を用いた三軸圧縮試験との比較・再現シミュレーションはこれまでに報告されていない。以下はGIMPM を用いて三軸圧縮試験の再現シミュレーションを実施し、大変形領域に着目して、解析法の適用性を評価する。

3.1 三軸圧縮試験の概要

解析対象とした試料はDL クレーである。三軸圧縮試験は側圧一定とする単調載荷試験（載荷速度：軸ひずみ1%/min）で、含水比を4.5%に調整した不飽和試料で実施した。均等係数は2.7、粒径加積曲線は図-3 に示す通りである。土質分類上シルトに分類される。

図-3 DL クレーの粒径加積曲線

三軸圧縮試験より得られた物性値と最終変形のスケッチを表-1、図-4 に示す。表-1 に示す初期剛性は応力・ひずみ関係の初期接線勾配から求めた。また、粘着力、内部摩擦角はピーク応力時のモールの応力円から算出した。試験終了後の試験体はいずれもせん断破壊によるたすき型のすべり線を示した。すべり面は図からの読み取りで、いずれの試験も水平面から約50° 傾いた位置であった。

表-1 三軸圧縮試験より得られたDL クレーの物性値
(含水比w=4.5%)

試験 No	初期拘束圧 σ_m (kPa)	初期せん断剛性 G (kPa)	密度 ρ (g/cm ³)	粘着力 c (kPa)	内部摩擦角 ϕ (°)
1	10	1311	1.53	8.5	30.5
2	50	6401	1.53		
3	100	8514	1.53		

3.2 解析条件

試験体は粒子群で構成し、2次元平面ひずみ状態を仮定している。粒子群は、空間内において、幅5cm、高さ10cmを代表しており、各粒子には等価な重量をその支配面積に応じて割り当てている。試験体上部にキャップとして、幅5cm、高さ1cmの粒子群を配置している。試験体はモルクーロン則に従う弾完全塑性体、キャップは弾性体とした。初期剛性、強度定数は表-1 に示す値を用いている。粒子は引張に抵抗しない（式(19)において $\sigma_t=0.0\text{kPa}$ ）ものとし

(a) 三軸圧縮試験による応力・ひずみ関係

(b) 三軸圧縮試験終了後の試験体スケッチ

図-4 DL クレーの三軸圧縮試験結果

図-5 解析モデルおよび解析条件図

た。粒子配置は1格子あたり4粒子であり、格子内の上下左右それぞれ1/4の領域を代表する様に規則配置とし、解析モデル全体で5500粒子配置している。背面格子は2mm幅であり、これが解析上表現できるせん断帯の解像度と対応している。

実験は初期等方応力状態からひずみ制御で載荷している。この条件を再現するために、解析上の試験体にも初期応力を付与し、キャップを強制変位させた。キャップの強制変位は式(7)で加速度をゼロとし、式(8)に一定速度条件(0.02m/s)を付与することで実施した。また、初期応力は式(11b)に初期値として与えた。側方は、試験体に変形し移動境界となるため、初期応力と釣り合う圧力は載荷していない。その代わりに、力の釣り合いを取るために、格子点力算定時の式(2)の左辺にある現応力から初期応力を差し引くことで、初期応力による変形を発生させない方法とした。境界条件は、試験体下端を固定、キャップの水平方向は固定または自由とした。解析条件をまとめて図-5 に示す。積分時間間隔は0.00002(sec)、減衰は数値計算上の振

動を取り除く目的で1% (式(17b)において $\alpha=0.01$) と小さい値とした。

解析実施後は解析結果から、試験体下端粒子の鉛直応力を平均し載荷圧を求め、また、強制変位による軸変位から軸ひずみを求め、解析による応力・ひずみ関係として整理する。得られた応力・ひずみ関係を三軸圧縮試験結果と比較する。

本解析は液相を考慮しない一相系の解析であり、応力はすべて全応力である。

3.3 解析における各種要因とその影響

(1) 基本ケース

表1の試験No.1を対象にポアソン比0.2, 初期不整1%の条件で実施したシミュレーション結果を図6, 図7に示す。初期不整は強度定数を所定の偏差量で均等分布させる方法とした。以降の解析ケースと比較するために、キ

ャップの水平変位を固定したケースを基本ケースⅠ, 固定しないケースを基本ケースⅡと呼ぶ。実験では、キャップと供試体の間には、試験体端面の試料の乱れ等により完全に密着された状態ではなく、ⅠとⅡの中間の状態であると考えられる。

図6(a)は基本ケースⅠの結果を示している。図中の色は最大せん断ひずみ ($\gamma_{max} = \varepsilon_1 - \varepsilon_3$, $\varepsilon_1, \varepsilon_3$ は最大・最小主ひずみ) の大きさを表している。初期不整を与えているため、左右の対称性が崩れている。しかしながら、キャップの水平変位を固定しているため、最終的に左右対称なX型せん断帯を形成する。同図によれば、軸ひずみ2%の段階で、多数のせん断帯が存在し、広い幅を持ったせん断帯を形成する。軸ひずみ5%の段階において、形成したせん断帯の局所化が進行している様子が分かる。図7(a)を見ると、この段階の主応力差は一定値を保っており、局所化したせん断帯において連続的なせん断破壊が生じていることが分かる。せん断ひずみは試験体中央で最大値を示

図6 三軸圧縮試験の変形と最大せん断ひずみカラーコンター図 (基本ケース：初期拘束圧=10(kPa))

図7 応力・ひずみ関係 (基本ケース：初期拘束圧=10(kPa))

す。軸ひずみ 10%の段階では、ポアソン効果による試験体側方への膨張が顕著に観察できる。軸ひずみ 15%の段階では、側方への変位に伴い、試験体中央で粒子が分離していく様子が視覚的に見られる。粒子の分離は引張破壊が生じていることを示唆している。このことから、試験体の破壊は、初め、せん断帯を形成するせん断破壊が進行し、その後、試験体中央から引張破壊領域が形成される、という破壊進行過程をたどるものと推察される。引張破壊が発生すると粒子の応力が解放される。初期降伏後、主応力差が振動する原因は応力解放によるものであろう。若干の振動があるものの、初期降伏後の主応力差はほぼ定常状態であり、大変形領域において、応力・ひずみ関係は実験結果を概ね再現している。

一方、図-6(b)は基本ケースⅡの結果である。軸ひずみ 2%まではキャップの水平変位を固定した場合と同様の傾向である。軸ひずみ 5%の段階で既にせん断帯の局所化が進行しており、たすき型せん断帯を形成する。これはキャップが水平変形を拘束しないため、左右のいずれか一方に変形が集中するためである。軸ひずみ 10%、15%においては、軸ひずみの増加に伴い、せん断変形が進行していく様子が確認できる。図-7(b)を見ると軸ひずみ 4%以降において主応力差が減少していることが分かる。これはキャップの偏心に伴い、鉛直の拘束圧が解放されるためである。

基本ケースⅠ、Ⅱいずれも局所化によるせん断帯の発生が鮮明に表現できている。せん断帯の発現位置は水平より約 50° であり、実験結果（図-4(b)）と整合する結果である。また、両ケースより、軸ひずみの増加に伴い応力が減

少するのは、引張破壊とキャップの偏心、それぞれによる応力の解放がその理由であると解釈できる。

図-6 に示す軸ひずみ 50%時の結果は、格子法と比較した場合、大変形解析における GIMPM の優位点を示す例として掲載した。すなわち、GIMPM を用いることで、大変形領域まで統一したスキームで計算を実行できることを示している。格子法による解析でこの様な計算を行う場合、メッシュ形状が破綻し、計算を継続することができない。リメッシュする場合も、それに伴う計算負荷の増大や誤差の蓄積などが課題となっている。GIMPM はその課題を回避する有効な手法と言える。

(2) ポアソン比の影響

基本ケースⅠのポアソン比を、0.3、0.4 と変更した解析を実施し、使用するポアソン比の妥当性を確認した。ポアソン比 0.3、0.4 とした解析結果を図-8、図-9 に示す。ポアソン比 0.2 の結果は基本ケースⅠと同じである（図-6(a)、図-7(a)）。

ポアソン比 0.3 の場合、図-8(a)によれば、せん断帯の形成や、軸ひずみ 15%において試験体中央部で粒子が分離している様子は基本ケースⅠと同じ傾向である。一方、図-9(a)を見ると、軸ひずみの増加に伴い主応力差が振動する様子が見られる。これは基本ケースⅠに比べて試験体が側方へ膨張する性質が増したことにより、引張破壊が生じる領域が増加したためであろう。基本ケースⅠに比べて引張破壊の割合が多く、試験体内でせん断破壊と引張破壊が複合的に生じていると解釈できる。

図-8 三軸圧縮試験の変形と最大せん断ひずみカラーコンター図（ポアソン比の検討：初期拘束圧=10(kPa)）

(a) ポアソン比

(b) ポアソン比

図—9 応力・ひずみ関係 (ポアソン比の検討: 初期拘束圧=10(kPa))

ポアソン比 0.4 の場合、図—8(b)によれば、試験体は軸ひずみ 10%以降に樽型の変形挙動を示し、明瞭なせん断帯は確認できない。また、より顕著な主応力差の振動が見られる (図—9(b))。軸ひずみ 1%付近で示す初期降伏後に主応力差が一定値を示すことがなく、応力の減少と回復を繰り返す様子が見て取れる。

軸ひずみ 2%の結果を見ると、いくつかのひずみ集中領域が縦方向に分布しているのが確認できる。コンクリート材料などは、最大主応力軸方向にひび割れが成長し、割裂することが知られている²⁰⁾。土質材料であっても、ポアソン比を大きく設定すると側方への膨張性が増し、同様のひずみ分布が現れ、左右に割裂し、それに伴い脆性的な破壊が生じ、応力を解放しているものと推測される。

その後の応力回復に関しては、次の様に解釈している。DEMを用いた解析^(例えば21))で、破壊後に脆性的な応力の解放が見られるのは、破壊後に粒子が再接触しない、あるいは、再接触しても当初の結合力を発揮しないためである。粒子法を用いた解析では破壊が生じて連続体とみなす為、主応力差は軸ひずみに対して初期剛性と同じ傾きで回復している。この破壊と回復を繰り返すため、主応力差が振動する結果をとなっている。ポアソン比 0.4 の場合、脆性的な破壊を生じやすいことから、応力が振動する原因として、側方への膨張による引張破壊が指摘できよう。

図—9(b)に減衰を 2%にした場合の結果を合わせて示す。より大きな減衰を与えることで、この脆性的な応力の低下を軽減することができる。2.3 節で示す減衰は準静的解析や数値安定性を目的にしたものである。この減衰により応答値を調整することは物性的な根拠はないので、ここではこれ以上の考察を行わないこととした。

以上より、試料は不飽和なシルトである点、せん断帯を再現できる点、応力・ひずみ関係を再現できる点、減衰により応答を調整することは物性的根拠が不明な点、を考慮し、最適なポアソン比は 0.2 と判断し、以降の解析で使用するものとする。

(3) 初期不整の影響

数値解析上、均質な物性値を付与すると実現と異なる結果を得る。図—4(b)に示したすき型のせん断が発生するのは実試験体の物性値に不均質性があるためである。物性値の不均質性を解析的に確かめるために、基本ケースⅡの

強度定数 (粘着力、内部摩擦) を、0% (均質)、10% の各偏差量に変更し、キャップの水平変位を拘束しない場合に、初期不整が解析結果に与える影響を調べた。

初期不整 0%、10%とした場合の解析結果を図—10、図—11に示す。初期不整 1%の結果は基本ケースⅡと同じである (図—6(b)、図—7(b))。

軸ひずみ 5%において、偏差 0%の場合、左右対称の 2 つのせん断帯を示す。一方、偏差 1%、10%の場合、せん断帯の対象性は崩れている。偏差 0%の場合、最終的に 1 つのせん断帯が発現する。対象とする問題が、せん断帯を形成する不安定問題であるため、計算過程で発生した僅かな数値誤差により対称性が崩れ、局所化が進んだ結果である。偏差 1%、10%の場合、左右の向きは異なるが、ほぼ同じ過程を経て、たすき型のせん断帯を形成することが分かる (図—6(b)、図—10(b))。図—7(b)、図—11(b)から分かる通り、偏差 1%、10%で応力・ひずみ関係に大きな差は確認できない。

実施したいずれの解析もせん断帯の発生を再現することはできたが、三軸圧縮試験の再現シミュレーションとしては数値誤差によるせん断帯の形成は本質的ではない。土質材料の性質上、強度定数の不均質性に起因し、せん断帯が形成されると判断する方が妥当である。強度定数に対して初期不整を与える場合、僅かでも初期不整を与えることでせん断帯の局所化を再現できることが分かった。

以上のことから、本論文でも初期不整として 1%を軸にデータを取りまとめている。

3.4 三軸圧縮試験のシミュレーション

これまでの検討を踏まえ、表—1に示す物性値、および、ポアソン比を 0.2、初期不整を 1%、を仮定して、試験 No.1 ~3 の再現解析を実施した。キャップの水平変位は固定と自由の両パターン実施した。

試験 No.2 ($\sigma_m=50\text{kPa}$)、No.3 ($\sigma_m=100\text{kPa}$) の解析結果を図—12、図—13、図—14に示す。試験 No.1 ($\sigma_m=10\text{kPa}$) は基本ケースⅠ、Ⅱと同じである (図—6、図—7)。

図—12に基本ケースⅠ、Ⅱも含めて応力・ひずみ関係を示す。図—12によれば、異なる初期拘束圧を用いた場合であっても、キャップを固定した場合、大変形領域における応力・ひずみ関係は概ね再現できている。一方、キャップを固定しない場合、応力・ひずみ関係は再現できてい

図—10 三軸圧縮試験の変形と最大せん断ひずみカラーコンター図（初期不整の検討：初期拘束圧=10(kPa)）

図—11 応力・ひずみ関係（初期不整の検討：初期拘束圧=10(kPa)）

図—12 応力ひずみ関係（初期拘束圧の検討）

図—13 三軸圧縮試験の変形と最大せん断ひずみカラーコンター図（初期拘束圧の検討：キャップ水平固定）

図—14 三軸圧縮試験の変形と最大せん断ひずみカラーコンター図（初期拘束圧の検討：キャップ水平自由）

ない。キャップの水平変位を拘束しない解析では、基本ケースⅡで触れたキャップの偏心による鉛直拘束圧の解放により、主応力差が減少するためである。

図-13、図-14 から、異なる初期応力においても、キャップの水平変位を固定した場合は X 型せん断帯を、固定しない場合は、たすき型せん断帯を形成し、その角度は水平から約 50° の位置に発現することが分かる。せん断帯の発現角度に関して、解析結果は実験結果を概ね再現できていると言えよう。

前述の通り、キャップの拘束条件に依存して、せん断帯形成の再現性と応力・ひずみ関係の再現性がトレードオフの関係にある。キャップの水平変位を固定、および、自由とする境界条件は摩擦条件の上下限を示す境界条件である（固定：摩擦無限大、自由：摩擦なし）。この事は、実施した解析結果の中間の状態として、実験結果が存在すること、すなわち、キャップと供試体の間は、試験体端面の試料の乱れ等により完全に密着された状態ではないとの前述の推測を裏付ける結果である。三軸圧縮試験の再現解析は試験体の境界値問題であるとの認識は Higo ら¹⁷⁾も指摘しており、本論文に掲載する結果は既存の報告と整合するものである。

4. まとめ

GIMPM に関して、定式化、解析手順、条件設定および解析結果とその考察に関して示した。本論文で示す通り、GIMPM は数値解析法として、大変形や局所化現象まで追跡でき、三軸圧縮試験のピーク強度およびせん断帯の発現角度に再現性が認められることから、土質材料を対象とした解析に適用可能な有効な手法であると言える。

また、GIMPM を用いた三軸圧縮試験の解析結果より以下のことが明らかになった。

- 1) キャップの水平変位を固定する場合、X 型のせん断帯を形成する。応力・ひずみ関係は大変形領域において実験結果を良好に再現できる。
- 2) キャップの水平変位を自由にする場合、たすき型のせん断帯を形成する。一方、鉛直拘束圧が解放されるため、応力・ひずみ関係は実験結果を再現できない。
- 3) 試験体の破壊モードは、ポアソン比が 0.2 の場合はせん断破壊、0.3 の場合はせん断破壊と引張破壊の複合破壊、0.4 の場合は引張破壊がそれぞれ支配的である。ただし、破壊モードに関してはひずみ分布からの推察であり、より定量的な評価が必要である。
- 4) せん断帯の形成という観点から、初期不整があることで、実験結果と整合ある解析結果を得ることができる。
- 5) 数値誤差によっても実験結果で見られるたすき型のせん断帯は再現できるが、不均質性に対して本質的な根拠とならない。
- 6) 異なる初期拘束圧においても以上で述べた内容と同様の解析結果を得ることができる。

本論文では、GIMPM の精度、数値積分法に伴う精度誤

差、せん断帯を形成する幅、などを検討対象としていない。これらは今後の課題としたい。また、異なる試料を用いた要素試験、振動台実験、実問題等の地盤分野において本手法を適用し、手法の有効性を確認する予定である。

本研究を行うに当たり、清水建設技術研究所の福武毅芳氏に有益な助言を頂きました。ここに感謝の意を表します。

参考文献

- 1) Cundall, P. A. : A computer model for simulating progressive large scale movement in block rock system, Proceedings of the Symposium of the Institution of Mining and Metallurgy, Society of Rock Mechanics, vol. 2, pp. 129-136, 1971.
- 2) 越塚誠一：計算力学レクチャーシリーズ 5, 粒子法, 丸善, 2005.
- 3) Monaghan, J.J. and Lattanzio, J.C. : A refined particle method for astrophysical problems, Astronomy and Astrophysics, Vol.149, No.1, pp.135-143, 1985.
- 4) 吉田郁政, 石丸真：MPS 法を用いた地震応答解析のための基礎検討, 土木学会論文集 A, Vol.66, No.2, pp.206-218, 2010.
- 5) 小野祐輔：SPH 法による斜面の地震応答と崩壊挙動の解析, 第 32 回地震工学研究発表会論文集, 2012.
- 6) Sulsky, D., Chen, Z. and Schreyer, H.L. : A particle method for history-dependent materials, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. Vol.118 pp.179-196, 1994.
- 7) Bardenhagen, S.G. and Kober, E.M. : The generalized interpolation material point method, Computer Modeling in Engineering and Science, Vol.5, No.6, pp.447-495, 2004.
- 8) Wallstedt, P.C. : On the order of accuracy of the generalized interpolation material point method, Doctoral Dissertation, University of Utah, 2009.
- 9) Konagai, K. and Johansson, J. : Lagrangian particles for modeling large soil deformations, Seismic Fault Induced Failures, pp.99-106, 2001.
- 10) 清野純史, 本田武史：断層近傍の大変形を考慮した差分法による地震動評価, 土木学会地震工学論文集, Vol.27, No.17, pp.1-8, 2005.
- 11) 阿部慶太, Jorgen Johansson, 小長井一男：MPM を用いた乾燥砂の流動解析, 土木学会地震工学論文集, Vol.28, No.96, pp.1-10, 2005.
- 12) 阿部慶太, Jorgen Johansson, 小長井一男：MPM を応用した高速長距離土砂流動の運動範囲予測のための数値解析手法, 土木学会論文集 C, Vol.63, No.1, pp.93-109, 2007.
- 13) Higo, Y., Oka, F., Kimoto, S., Morinaka, Y., Goto, Y. and Zhen, C. : A coupled mpm-fdm analysis method for multi-phase elasto-plastic soils, Soils and Foundations, Vol.50, No.4, pp.515-532, 2010.
- 14) Buzzi, O., Pedrosa, D. M. and Giacomini, A. : Caveats on the implementation of the generalized material point method. CMES Computer Modeling in Engineering and Sciences,

- Vol.31 No.2, pp85-106, 2008.
- 15)Cundall,P.A. : Distinct element models of rock and soil structure, analytical and computational methods in engineering rock mechanics, Ch.4, pp.129-163. E.T. Brown, ed. London : Allen & Unwin., 1987.
- 16)後藤學：実践有限要素法—大変形弾塑性解析—, コロナ社, 1995.
- 17)Higo,Y., Oka, F., Kodaka, T. and Kimoto, S. : A three dimensional elasto-viscoplastic strain localization analysis of water-saturated clay, Proc. 9th Int. Symp. On Numerical Models in geomechanics, Ottawa, 25-27, August, 2004, G.N. Pande and S. Pietruszczak eds., Taylor & Fransis Group, Balkema, 107-114, 2004.
- 18)中井照夫, 檜尾正也, 宮田眞由美, 村上一徳：微小・有限変形理論に基づく粘土の変形の局所化解析, 土木学会応用力学論文集, Vol.6, pp.455-465, 2003.
- 19)Asaoka, A. and Noda, T. : Imperfection-sensitive bifurcation of cam-clay under plane strain compression with undrained boundaries, Soils and Foundations, Vol.35, No.1, pp.83-100, 1995.
- 20)長谷川俊昭：数値解析手法の現状と課題, コンクリート工学, Vol.37, No.9, pp.34-45, 1999.
- 21)清水浩之, 小山倫史, 石田毅, 千々松正和, 藤田朝雄：粒状体個別要素法による一軸圧縮下における岩石のClass II 挙動の解析, Journal of the Mining and Materials Processing Institute of Japan, Vol.126, No.1, pp.1-9, 2010.
(2013 年 3 月 18 日 受付)