鋼部材に接着された当て板のはく離によるエネルギー解放率

Energy Release Rate for Debonding of Patch Plate Adhered onto Steel Member

清水優*・大倉慎也**・石川敏之***・服部篤史****・河野広隆*****

Masaru SHIMIZU, Shinya Okura, Toshiyuki ISHIKAWA, Atsushi HATTORI and Hiroataka KAWANO

*修士(工) 京都大学大学院 工学研究科都市社会工学専攻 (〒615-8540 京都府京都市西京区京都大学桂)

**京都大学大学院 工学研究科都市社会工学専攻 (〒615-8540 京都府京都市西京区京都大学桂)

***博士(工) 京都大学助教, 工学研究科都市社会工学専攻 (〒615-8540 京都府京都市西京区京都大学桂)

****博士(工) 京都大学准教授, 工学研究科都市社会工学専攻 (〒615-8540 京都府京都市西京区京都大学桂)

*****博士(工) 京都大学教授, 工学研究科都市社会工学専攻 (〒615-8540 京都府京都市西京区京都大学桂)

Recently, a rehabilitation of existing damaged steel members by bonding patch plates has been reported. The rehabilitation by bonding patch plates has essentially concern about the debonding from the steel members. To assist the verification of debonding prevention, the shear and normal stress in adhesive layer have been theoretically clarified. For debonding verification of patch plate, principal stress in adhesive has been adopted in some guidelines for strengthening of steel member with CFRP (Carbon Fiber Reinforced Polymer) plate. On the other hand, an energy release rate (ERR) for verification of debonding patch plates has also been employed in the guidelines. However, the ERR equation in the guidelines is not divided into debonding modes I and II, which are the opening debonding mode and the in-plane shear debonding. Depending on the loading conditions, the ERR of each mode might be required for verification of debonding prevention. In this study, the ERRs equations of modes I and II were derived from the shear and normal stresses in adhesive. Furthermore, Finite Element (FE) analysis was conducted to verify the ERR of each mode. As the result, the ERRs of mode I and II were close agreement with the FE results.

Key Words: Energy Release Rate, patch plate, steel member, debonding

1. はじめに

近年、腐食や疲労き裂によって損傷した鋼部材の補修や、設計荷重の変更による鋼部材の補強として、炭素繊維補強樹脂(CFRP)板等の当て板接着が行われ始めている^{1)~3)}。この当て板接着補修・補強は、鋼母材にボルト孔を設ける必要がなく、短期間での施工が可能となる。一方で、当て板接着補強では断面急変部となる当て板端部付近の接着剤内に高い応力が生じるため、場合によっては鋼部材が降伏する前に当て板がはく離することが報告されている⁴⁾。

これまでに、当て板のはく離防止の照査を行うために、FEM 解析、理論解析および数値解析を用いて接着剤に生じるせん断応力および垂直応力の分布特性が解明されてきた^{5)~11)}。また、海外では事前に当て板のはく離を照査する基準として接着端の接着剤に生じる主応力の算出方法がガイドラインで示されている^{12)~14)}。

一方、機械分野では、はく離のように脆性的な破壊に対する評価としてエネルギー解放率が用いられている¹⁵⁾。また、鋼構造物への当て板接着補修・補強のガイドラインの一部でも、当て板のはく離を簡易に照査できる方法として、エネルギー解放率の算出方法が示されている¹²⁾。この当て

板のはく離によるエネルギー解放率の簡易式は、接着剤の厚さや材料定数など設計段階で不確定な要因を含まないため、事前に当て板のはく離を照査する手法として有効であるとされている。しかし、これまでに示されている当て板のはく離によるエネルギー解放率は、はく離のモードご

図一1 鋼部材に接着された当て板のはく離のモード

とに与えられていないため、図-1に示すようなはく離のモードが異なる場合に対して適用できるか不明である。

そこで本研究では、接着剤に生じるせん断応力と垂直応力を用いて、図-1に示すモードⅠ（鉛直方向はく離）およびⅡ（面内せん断はく離）のそれぞれのエネルギー解放率を算出する方法を与え、その妥当性をFEM解析によって明らかにする。

2. 当て板のはく離によるエネルギー解放率の導出

2.1 鋼部材、当て板のひずみエネルギーの変化から導出されるエネルギー解放率

本節では、図-2に示すように当て板を接着した鋼部材に荷重が作用し、当て板の左端からはく離が進展する場合のエネルギー解放率を導出する。

当て板が l_{cr} の範囲ではく離し、それ以外では鋼部材と当て板が完全合成されている場合、図-2に示す単純ばりのひずみエネルギーは次式となる。

$$U^*(l_{cr}) = \frac{1}{2} \int_0^{l_1+l_{cr}} \left\{ \frac{M(x)^2}{E_s I_s} + \frac{\eta_s Q(x)^2}{G_s A_s'} \right\} dx + \frac{1}{2} \int_{l_1+l_{cr}}^{L+l_1} \left\{ \frac{M(x)^2}{E_s I_s} + \frac{\eta_s \alpha_s^2}{G_s A_s'} + \frac{\eta_p (1-\alpha_s)^2}{G_p A_p'} \right\} Q(x)^2 dx + \frac{1}{2} \int_{L+l_1}^{l_1+L+l_2} \left\{ \frac{M(x)^2}{E_s I_s} + \frac{\eta_s Q(x)^2}{G_s A_s'} \right\} dx \quad (1)$$

ここに、

$$\alpha_s = \frac{I_s + A_s a_s (d_s + h/2)}{I_v} \quad (2)$$

- $M(x)$: 位置 x に作用する曲げモーメント,
- $Q(x)$: 位置 x に作用するせん断力,
- l_1 : 左の支点から当て板左端までの距離,
- l_2 : 右の支点から当て板右端までの距離,
- L : 当て板の接着長さ,
- E_s : 鋼のヤング率,
- G_s : 鋼のせん断弾性係数,
- G_p : 当て板のせん断弾性係数,
- A_s : 鋼部材の断面積,
- A_s' : 鋼部材のせん断有効断面積,
- A_p' : 当て板のせん断有効断面積,
- I_s : 鋼部材の断面2次モーメント,
- I_v : 鋼部材と当て板からなる合成断面に対する断面2次モーメント,
- η_s : 鋼部材のせん断力に関する補正係数,
- η_p : 当て板のせん断力に関する補正係数,
- a_s : 鋼部材と当て板の合成断面の中立軸から鋼部材図心までの距離,
- d_s : 鋼部材図心から鋼部材下面までの距離,
- h : 接着剤の厚さ.

式(1)では、接着剤のひずみエネルギーは鋼部材や当て板に対して非常に小さいため考慮していない。また、線形弾

図-2 当て板を接着した鋼部材

性材料のみを扱い、鋼部材、当て板、接着剤の死荷重によって生じるひずみエネルギーは考慮していない。

エネルギー解放率 G は、はく離が微小面積だけ増加するときの鋼部材と当て板のひずみエネルギーの変化量として次式で与えられる。

$$G = \frac{1}{b} \cdot \frac{\partial U^*}{\partial l_{cr}} \quad (3)$$

ここに、

b : 当て板の幅（接着幅）。

式(3)に式(1)を代入すると、式(1)で積分範囲に l_{cr} を含まない項が0となり、当て板のはく離によるエネルギー解放率は次式となる。

$$G = \frac{1}{2b} \left[\frac{1}{E_s} \left(\frac{1}{I_s} - \frac{1}{I_v} \right) M_{cr}^2 + \left(\frac{\eta_s (1+\alpha_s)}{G_s A_s'} - \frac{\eta_p (1-\alpha_s)}{G_p A_p'} \right) (1-\alpha_s) Q_{cr}^2 \right] \quad (4)$$

ここに、

- M_{cr} : はく離先端位置に作用する曲げモーメント,
- Q_{cr} : はく離先端位置に作用するせん断力.

式(4)から分かるように、鋼部材と当て板のひずみエネルギーから算出されるエネルギー解放率は、はく離先端の位置に生じる曲げモーメント M_{cr} とせん断力 Q_{cr} から算出できる。また、 M_{cr} や Q_{cr} に掛かる係数は鋼部材、当て板およびそれらの完全合成部材の曲げ剛性およびせん断剛性で与えられる。式(4)から、エネルギー解放率は剛性の高い当て板を接着した場合に大きくなる特性がある。

せん断力 Q_{cr} によるひずみエネルギーは曲げモーメント M_{cr} によるひずみエネルギーよりも非常に小さいため、式(4)では第1項が支配的となる。また、接着剤の厚さが式(4)に与える影響も小さい（付録A参照）。これらのことから、文献10)では、式(4)のせん断力の項を無視し、 I_v の算出の際に接着剤の厚さを無視($h=0$)した簡易なエネルギー解放率の計算式を与えている。

$$G = \frac{M_{cr}^2}{2bE_s} \left(\frac{1}{I_s} - \frac{1}{I_v} \right) \quad (5)$$

2.2 接着剤のひずみエネルギーの変化から導出されるエネルギー解放率

2.1 節では、鋼部材と当て板が完全合成であると仮定していたため、微小である接着剤のひずみエネルギーを無視し、鋼部材と当て板のひずみエネルギーの解放からエネルギー解放率を導出した。しかし、実際には、接着端付近では鋼部材と当て板が完全合成の挙動にならず、接着剤が鉛直方向および面内せん断方向に変形する。そのため、当て板端部では、当て板のひずみはほぼ0となり、接着剤に微小はく離が生じたときの鋼部材と当て板のひずみエネルギーの変化は0となる。このとき、微小はく離が生じることによるポテンシャルエネルギーの変化は接着剤のひずみエネルギーの変化に等しい。

図-3に示すように、線形弾性体の接着剤内に垂直方向応力 $\sigma_{yer}(x)$ およびせん断応力 $\tau_{cr}(x)$ が作用しており、はく離長さが l_{cr} から δ_{cr} だけ進展する場合を考える。はく離が進展する前の状態では、 $0 \leq x \leq \delta_{cr}$ に蓄えられているモードIおよびIIのひずみエネルギー δU_I 、 δU_{II} は、ひずみエネルギー密度の体積分として次式で与えられる。

$$\delta U_I = \int_V \int_0^{\sigma_{yer}(x)} \varepsilon_{yer}(x) d\sigma_{yer} dV = \frac{bh}{2E_e} \int_0^{\delta_{cr}} \sigma_{yer}(x)^2 dx \quad (6)$$

$$\delta U_{II} = \int_V \int_0^{\tau_{cr}(x)} \gamma_{yer}(x) d\tau_{cr} dV = \frac{bh}{2G_e} \int_0^{\delta_{cr}} \tau_{cr}(x)^2 dx \quad (7)$$

ここに、

$\varepsilon_{yer}(x)$: 接着剤に生じる鉛直方向ひずみ、

$\gamma_{yer}(x)$: 接着剤に生じるせん断ひずみ、

E_e : 接着剤のヤング率、

G_e : 接着剤のせん断弾性係数。

はく離が δ_{cr} だけ進展すると、式(6)、(7)で示した $0 \leq x \leq \delta_{cr}$ のひずみエネルギーが解放される。エネルギー解放率は、はく離が微小面積だけ増加するときのモードIおよびIIの接着剤のひずみエネルギーの変化率であり、それぞれ次式で与えられる。

$$G_I = \lim_{\delta_{cr} \rightarrow 0} \frac{\delta U_I}{b\delta_{cr}} = \frac{h}{2E_e} \lim_{\delta_{cr} \rightarrow 0} \frac{1}{\delta_{cr}} \int_0^{\delta_{cr}} \sigma_{yer}(x)^2 dx \quad (8)$$

$$G_{II} = \lim_{\delta_{cr} \rightarrow 0} \frac{\delta U_{II}}{b\delta_{cr}} = \frac{h}{2G_e} \lim_{\delta_{cr} \rightarrow 0} \frac{1}{\delta_{cr}} \int_0^{\delta_{cr}} \tau_{cr}(x)^2 dx \quad (9)$$

ここに、

G_I : モードIのエネルギー解放率、

G_{II} : モードIIのエネルギー解放率。

一般にはく離の先端では応力特異点となり、式(8)、(9)の接着剤に生じる垂直応力 $\sigma_{yer}(x)$ とせん断応力 $\tau_{cr}(x)$ は無限大になる。そこで本研究では、 G_I 、 G_{II} の式中の $\sigma_{yer}(x)$ および $\tau_{cr}(x)$ に対して、これまでに提案されてきた、当て板端部の接着剤に生じる垂直応力およびせん断応力の式を用いる。文献16)では、当て板の接着長さが十分長い場合に対して、当て板端部位置に作用する曲げモーメントおよびせん断力から、当て板端部の接着剤に生じる垂直応力およびせん断応力の収束式を算出する方法が示されている。ここでは、文献16)で示された収束式の当て板端部位置に作用する曲げモーメントとせん断力に対して、はく離先端近傍の曲げモーメント $M_{cr}(x)$ およびせん断力 $Q_{cr}(x)$ を代入することによって、はく離が進展する前の

図-3 接着剤に生じる垂直応力とせん断応力

$0 \leq x \leq \delta_{cr}$ の範囲の接着剤に生じる垂直応力とせん断応力を次式で与える。

$$\sigma_{yer}(x) = \frac{\omega}{b} \left[W \frac{K}{a} \left\{ 2 + \frac{1}{2} \left(\frac{c}{\omega} \right)^3 - \frac{c}{\omega} \right\} + 2\omega \left(1 - \frac{1}{Z_1} \right) \right] \times M_{cr}(x) + 2\kappa \left(1 - \frac{1}{Z_1} + \frac{JK}{aZ_1} \right) Q_{cr}(x) \quad (10)$$

$$\tau_{cr}(x) = \kappa \frac{cK}{ab} \left\{ M_{cr}(x) + \frac{\kappa}{c} Q_{cr}(x) \right\} \quad (11)$$

ここに、

$$\omega = \sqrt[4]{\frac{bE_e}{h} \cdot \frac{Z_1}{4E_p I_p}} \quad (12)$$

$$c = \sqrt{\frac{bG_e}{h} \cdot \frac{a^2}{KZ_1 E_s I_s}} \quad (13)$$

$$W = \frac{4}{4 + (c/\omega)^4} \cdot \frac{cJ}{Z_1} \quad (14)$$

$$J = d_p - (Z_1 - 1)d_s \quad (15)$$

$$K = \frac{1}{1 + Z_1 Z_2 \frac{r_s^2}{a^2}} \quad (16)$$

$$a = d_s + d_p + h \quad (17)$$

$$r_s = \sqrt{I_s / A_s} \quad (18)$$

$$Z_1 = 1 + \frac{I_p}{nI_s} \quad (19)$$

$$Z_2 = 1 + \frac{nA_s}{A_p} \quad (20)$$

$$n = E_s / E_p \quad (21)$$

E_p : 当て板のヤング率、

A_p : 当て板の断面積、

I_p : 当て板の断面2次モーメント、

d_p : 当て板の図心から当て板上面までの距離、

κ : 当て板の左端に対して $\kappa=1$ 、右端に対して

$\kappa=-1$ 、

ただし、式(10)、(11)の接着剤に生じる垂直応力およびせん断応力の収束式は、当て板の接着長さが短い場合、利用できないことに注意を要する¹⁷⁾。

式(10)と式(11)を式(8), (9)にそれぞれ代入すると, モードⅠおよびⅡのエネルギー解放率はそれぞれ次式となる.

$$G_I = \begin{cases} \frac{h}{2E_e} \sigma_{\text{ycr}}^2 & (\sigma_{\text{ycr}} \geq 0) \\ 0 & (\sigma_{\text{ycr}} < 0) \end{cases} \quad (22)$$

$$G_{II} = \frac{h}{2G_e} \tau_{\text{cr}}^2 \quad (23)$$

ここに

σ_{ycr} : はく離先端位置の接着剤に生じる垂直応力
($= \sigma_{\text{ycr}}(0)$),

τ_{cr} : はく離先端位置の接着剤に生じるせん断応力,
($= \tau_{\text{cr}}(0)$).

G_I は接着剤に生じる垂直応力 σ_{ycr} が圧縮となる, すなわち裂が鉛直方向に開口しない場合は 0 になる. また, 式(10), (11)からわかるように, σ_{ycr} と τ_{cr} は, はく離先端位置に作用する曲げモーメント $M_{\text{cr}} (= M_{\text{cr}}(0))$ とせん断力 $Q_{\text{cr}} (= Q_{\text{cr}}(0))$ によって決定される.

接着剤のひずみエネルギーの解放によるエネルギー解放率 G はモードⅠおよびⅡのエネルギー解放率の和として次式で与えられる.

$$G = G_I + G_{II} \quad (24)$$

3. 導出したエネルギー解放率の妥当性の評価

本章では, 曲げを受ける鋼部材の引張側および圧縮側に接着された当て板のはく離に対して, 式(4)および(24)から算出されるエネルギー解放率の妥当性を FEM 解析との比較から明らかにする.

3.1 解析モデル

図-4 に示す, 下面に当て板が接着された片持ち状態の鋼部材に対して, 汎用の有限要素解析プログラム MARC¹⁸⁾ を用いて FEM 解析を行い, 2 章で導出したエネルギー解放率との比較を行う. 鋼部材, 当て板, 接着剤の寸法や材料定数は表-1 に示す値とし, 荷重 P が正 (上向き) および負 (下向き) の 2 通りについて検討した.

要素は 4 節点平面応力要素を用い, 鋼部材および当て板の最大要素寸法が $1 \times 1 \text{mm}$, 接着剤の要素寸法は, はく離先端近傍を除いて $0.1 \times 0.1 \text{mm}$ となるように分割した. ただし, 接着剤の厚さを 0.5mm とする場合には縦 $0.125 \times$ 横 0.1mm とした. はく離長さ l_{cr} は, 0mm , 10mm , 25mm および 50mm とし, それぞれのはく離長さから微小な長さ (接着剤の厚さ h と同じ長さ) だけのはく離が増加したときのエネルギー解放率を求めた. はく離長さ 10mm , 25mm , 50mm のモデルでは, 9.5mm , 24.5mm , 49.5mm の接着剤の要素を除去し, 接着剤端から接着厚さ h と同じ長さだけ微小はく離を設けた. 例として, 接着剤厚さ $h = 0.5 \text{mm}$,

表-1 計算例に用いる鋼部材, 当て板
および接着剤の寸法と材料定数

(a) 鋼部材 (鋼板)

板幅 $b \times$ 板厚 t_s [mm]	50 × 30
自由端側の当て板端部から荷重までの距離 l_1 [mm]	50
固定端側の当て板端部から固定端までの距離 l_2 [mm]	75
ヤング率 E_s [N/mm ²]	200×10^3
せん断弾性係数 G_s [N/mm ²]	76.9×10^3
ポアソン比 ν_s	0.3

(b) 当て板 (鋼板)

板幅 $b \times$ 板厚 t_p [mm]	50 × 6
接着長さ L [mm]	300
ヤング率 E_p [N/mm ²]	200×10^3
せん断弾性係数 G_p [N/mm ²]	76.9×10^3
ポアソン比 ν_p	0.3

(c) 接着剤

厚さ h [mm]	0.5
ヤング率 E_e [N/mm ²]	2000
せん断弾性係数 G_e [N/mm ²]	735
ポアソン比 ν_e	0.36

図-4 当て板が接着された片持ち鋼部材

図-5 はく離先端付近の要素分割

はく離長さ 10mm の場合はく離先端付近の要素を図-5 に示す. はく離先端では, 放射状に退化要素を用い, 最小要素の長辺を 0.01mm としている. 接着剤層の厚さ中央には, はく離を模擬するため二重節点を用いた. はく離面上下の接着剤の要素は, 要素同士が交差しないように Contact body¹⁸⁾を用いた.

エネルギー解放率は, はく離先端から半径 0.01mm の経

路を指定して計算されるモードⅠおよびⅡの応力拡大係数 K_I , K_{II} から、次式を用いて算出した。

$$G_I = K_I^2 / E_e \quad (25)$$

$$G_{II} = K_{II}^2 / E_e \quad (26)$$

3.2 曲げを受ける鋼部材の引張側に接着された当て板のはく離によるエネルギー解放率

図-4に示す当て板が接着された片持ち鋼部材に上向きの集中荷重を载荷し、当て板のはく離が固定端側の接着端から生じる場合、はく離先端部の曲げモーメント M_{cr} およびせん断力 Q_{cr} は次式で与えられる。

$$M_{cr} = P(l_1 + L - l_{cr}) \quad (27)$$

$$Q_{cr} = P \quad (28)$$

式(27), (28)を式(4)に代入すると鋼部材と当て板のひずみエネルギーの変化によるエネルギー解放率ははく離長さ l_{cr} の関数として得られる。また、式(27), (28)を式(10), (11)に代入して得られる σ_{yer} と τ_{cr} を式(22), (23)に代入することで、接着剤のひずみエネルギーの変化によるエネルギー解放率が得られる。

図-6(a)にエネルギー解放率とはく離長さ l_{cr} の関係を示す。鋼部材、当て板、接着剤の寸法および材料定数は表-1に示す値を用い、荷重 $P = 2 \text{ kN}$ とした。また、この図には、3.1節のFEM解析から得られたエネルギー解放率もプロットしている。

図-6(a)からわかるように、曲げモーメントが低下する方向にはく離が進展する場合、はく離長さ l_{cr} が大きくなるにしたがって、エネルギー解放率は小さくなっていく。また、はく離長さ l_{cr} が 0 mm の付近では、式(24)の値が、式(4)およびFEM解の値よりも大きくなっている。これは、式(10), (11)から与えられる接着剤に生じる垂直応力 σ_{yer} と

せん断応力 τ_{cr} が、鋼部材の軸力に関する2階の微分方程式とせん断力に関する4階の微分方程式に分けて導出された近似解となっているためである¹⁶⁾。接着剤に生じる垂直応力 σ_{yer} とせん断応力 τ_{cr} の厳密な解を求める方法として、文献(10), (11)では、半解析的な固有値解析法が提案されている。固有値解析より求まる σ_{yer} と τ_{cr} の厳密解を式(22), (23)に代入して求めたエネルギー解放率を図-6(a)に破線で示す。 σ_{yer} と τ_{cr} を固有値解析から求めた場合、式(4), 式(24)よりもFEM解と近い値となっていることがわかる。式(10), (11)と、固有値解析より求まる σ_{yer} と τ_{cr} の比較は付録Bに示しており、式(10)と(11)の σ_{yer} と τ_{cr} の値は固有値解析やFEM解よりも大きくなる。

図-6(b)に式(22)および式(23)から算出される、モードⅠとモードⅡのエネルギー解放率をそれぞれ青線と赤線で示す。式(22)および式(23)の σ_{yer} と τ_{cr} に対して、式(10)および(11)を代入して求めたエネルギー解放率を実線で示し、固有値解析の結果を代入して求めたエネルギー解放率を破線でそれぞれ示す。図-6(b)から、計算例ではモードⅡのエネルギー解放率が、モードⅠのそれよりも大きく支配的であることがわかる。また、モードⅠのエネルギー解放率は、 σ_{yer} に対して式(10)を用いた場合と、固有値解析の結果を用いた場合で大きな違いは見られないが、モードⅡのエネルギー解放率は式(11)の τ_{cr} を用いて算出した場合、固有値解析を用いた場合およびFEM解の値よりも大きくなっている。この計算例では、式(10), (11)から求めた固定端側の当て板端部の接着剤に生じる垂直応力 σ_{yer} とせん断応力 τ_{cr} は、それぞれ固有値解析の結果に対して1.07倍と1.14倍であった。したがって、式(22), (23)へ式(10), (11)をそれぞれ代入して求まるエネルギー解放率は固有値解析の結果を用いた場合の $1.14(=1.07^2)$ 倍と $1.30(=1.14^2)$ 倍となり、式(10)のせん断応力を用いた場合、モードⅡのエネルギー解放率の値がより大きく計算される。したがって、式(24)を用いてモードⅡのエネルギー解放率を算出する場合には、固有値解析より求まる τ_{cr} を用いるか、式(11)の τ_{cr} へ低減係数

図-6 鋼部材引張側に当て板を接着した場合の固定端側の当て板端部に対する G と l_{cr} の関係

(a) 全エネルギー解放率

(b) モード別のエネルギー解放率

図-7 鋼部材引張側に当て板を接着した場合の自由端側の当て板端部に対する G と l_{cr} の関係

を乗じることで、精度よくモードⅡのエネルギー解放率を求めることができると考えられる。ただし、式(24)に対して式(11)より求まる τ_{cr} をそのまま用いた場合でも、モードⅡのエネルギー解放率は安全側に算定されている。

一方、図-4に示す当て板が接着された片持ち鋼部材で、当て板の自由端側の接着端からはく離が進展する場合には、はく離先端部の曲げモーメント M_{cr} およびせん断力 Q_{cr} は次式となる。

$$M_{cr} = P(l_1 + l_{cr}) \quad (29)$$

$$Q_{cr} = P \quad (30)$$

式(29)、(30)を用いて得られる式(4)、(24)のエネルギー解放率とはく離長さ l_{cr} の関係を図-7(a)に示す。この図に示すように、曲げモーメントが増加する方向にはく離長さが進展する場合、はく離長さ l_{cr} が大きくなるにしたがって、エネルギー解放率は大きくなる。また、 $l_{cr} = 0$ mm のエネルギー解放率は図-6(a)で示した固定端側より大幅に小さいため、図-4に示すような当て板が接着された片持ち鋼部材では、固定端側から当て板がはく離しやすくなると考えられる。

図-7(a)からわかるように、自由端側に対する式(4)のエネルギー解放率は、式(24)の値や FEM 解析の結果よりも小さくなっている。したがって、式(4)によるエネルギー解放率を用いた場合、安全側の評価にならない場合があると言える。

はく離が自由端側の接着端から生じる場合のモード別のエネルギー解放率を図-7(b)に示す。はく離が自由端側の接着端から生じる場合も、固定端側の場合と同様に、モードⅠのエネルギー解放率の σ_{cr} に対して、式(10)を用いた場合と固有値解析の結果を用いた場合で大きな違いは見られないが、モードⅡのエネルギー解放率を式(11)の τ_{cr} を用いて算出した場合、式(11)の τ_{cr} が固有値解析結果よりも

大きくなるので、FEM 解よりも大きくなっている。

3.3 曲げを受ける鋼部材の圧縮側に接着された当て板のはく離によるエネルギー解放率

図-4に示す当て板が接着された片持ち鋼部材に下向きの集中荷重 (図の P の値が負の場合) を載荷した場合に対して、当て板のはく離が固定端側の接着端から生じるときのエネルギー解放率とはく離長さ l_{cr} の関係を図-8に示す。鋼部材、当て板、接着剤の寸法および材料定数は表-1に示す値を用い、荷重 $P = -2$ kN とした。

鋼部材の圧縮側に当て板を接着する場合には、はく離面が鉛直方向に開口しないため、図-8に示している FEM 解ではほぼモードⅡのエネルギー解放率となっている。また、図-6(a)で示した引張側に当て板を接着した場合よりもエネルギー解放率の FEM 解が小さくなっている。式(10)および固有値解析より算出される接着剤に生じる垂直応力 σ_{cr} は負の値となるため、式(24)では $G = G_{II}$ となる。式(24)に対して、固有値解析から求まる τ_{cr} を用いた場合、

図-8 鋼部材圧縮側に当て板を接着した場合の自由端側の当て板端部に対する G と l_{cr} の関係

FEM 解とほぼ一致している。一方、式(4)では鋼部材の引張側に当て板を接着した場合と、同じ値となり、式(24)の値やFEM 解よりも大きな値となる。

図-4に示す当て板が接着された片持ち鋼部材に下向きの集中荷重を載荷した場合に対して、はく離が自由端側から進展するときのエネルギー解放率を図-9に示す。式(4)と固有値解析から求められるエネルギー解放率は、FEM 解と近くなっている。式(11)の τ_{cr} が固有値解析結果よりも大きくなるので、式(24)のエネルギー解放率は、固有値解析から求まる値およびFEM 解よりも大きくなっている。

4. 鋼部材、当て板および接着剤の寸法が当て板端部のエネルギー解放率に与える影響

3章で示したように、当て板のはく離によるエネルギー解放率は固定端側の当て板端部($l_{cr} = 0$ mm)で最大となる。そのため、エネルギー解放率の抵抗値と比較してはく離の照査を行う場合、固定端側の当て板端部のエネルギー解放率は重要な値となる。本章では、鋼部材、当て板および接着剤の寸法が固定端側の当て板端部のエネルギー解放率に与える影響を明らかにする。

4.1 鋼部材と当て板の寸法が当て板端部のエネルギー解放率に与える影響

図-4に示した当て板が接着された片持ち鋼部材に上向きの荷重 $P = 2$ kNを載荷した場合に対して、固定端側の当て板端部のエネルギー解放率と当て板の板厚の関係を図-10(a)に示す。材料定数、接着剤の寸法は表-1の値を用いた。また、はく離長さ l_{cr} は接着剤の厚さ h と同じ長さとしている。ここでは、鋼部材の板厚 t_s を19mm, 25mm, 32mm、当て板の板厚 t_p を4.5mm, 6mm, 9mmと変化させてエネルギー解放率を比較した。この図からわかるように、当て板厚が増加すると、固定端側の当て板端部のエネルギー解放率は大きくなっている。また、鋼部材の板厚が減少するほど固定端側の当て板端部のエネルギー解放率は高い値となっている。式(4)、式(24)および固有値解析より

図-9 鋼部材圧縮側に当て板を接着した場合の自由端側の当て板端部に対する G と l_{cr} の関係

り求まるエネルギー解放率を比較すると、鋼部材の板厚が小さくなるほど、式(4)、式(24)および固有値解析の違いが大きくなっており、3章の結果と同様に、固有値解析より求まるエネルギー解放率とFEM 解の値に近いことがわかる。

また、図-4に示した当て板が接着された片持ち鋼部材に下向きの荷重 $P = -2$ kNを載荷した場合に対して、固定端側の当て板端部のエネルギー解放率と当て板の板厚の関係を図-10(b)に示す。図-8でも示したように、鋼部材の圧縮側に当て板を接着する場合には、式(4)のエネルギー解放率はFEM 解と大きく異なる値になっているが、固有値解析より求まるエネルギー解放率は鋼部材や当て板の板厚によらずFEM 解とほぼ一致している。

4.2 接着剤の厚さが当て板端部のエネルギー解放率に与える影響

図-4に示した当て板が接着された片持ち鋼部材に上向きの荷重 $P = 2$ kNを載荷した場合に対して、固定端側の当て板端部のエネルギー解放率と接着剤の厚さの関係を図-11(a)に示す。材料定数と当て板の寸法は表-1の値を

(a) 鋼部材引張側に当て板を接着した場合

(b) 鋼部材圧縮側に当て板を接着した場合

図-10 固定端側の当て板端部位置のエネルギー解放率と当て板の厚さの関係

(a) 鋼部材引張側に当て板を接着した場合

(b) 鋼部材圧縮側に当て板を接着した場合

図-11 固定端側の当て板端部位置のエネルギー解放率と接着剤の厚さの関係

用いた。鋼部材の板厚 t_s を変化させ、接着剤の厚さ h は 0.4mm, 0.6mm, 0.8mm について検討した。接着剤端部近傍では、接着剤の厚さ h に依存して、接着剤に生じるせん断応力の最大値が接着長さの中央方向へ若干移動するため、3.1 節で述べたように微小はく離長さは接着剤の厚さ h と一致させている。図-11(a)から、鋼部材と当て板の寸法が一定の場合、接着剤の厚さ h が変化しても、FEM 解析から得られたエネルギー解放率はほとんど変化しておらず、接着剤の厚さがエネルギー解放率に与える影響は小さいことがわかる。

また、図-4 に示した当て板が接着された片持ち鋼部材に下向きの荷重 $P = -2$ kN を載荷した場合に対して、固定端側の当て板端部のエネルギー解放率と接着剤の厚さ h の関係を図-11(b)に示す。式(4)のエネルギー解放率は FEM 解と大きく異なる値になっているが、固有値解析より得られるエネルギー解放率は、鋼部材、接着剤の厚さによらず FEM 解とほぼ重なっている。

5. まとめ

本研究では、当て板が接着された曲げを受ける鋼部材に対して、鋼部材と当て板のひずみエネルギーおよび接着剤のひずみエネルギーの変化から当て板のはく離によるエネルギー解放率を導出した。そして、導出したエネルギー解放率と FEM 解析より求まる値との比較を行った。得られた結果を以下に記す。

- 1) 鋼部材と当て板のひずみエネルギーの変化から求まるエネルギー解放率は、はく離先端位置の曲げモーメントとせん断力を用いて与えられ、接着する当て板の曲げおよびせん断剛性が高いほど、エネルギー解放率は大きくなる。
- 2) これまでに提案されている接着剤に生じる垂直応力、およびせん断応力の算定式を用いて、接着剤のひずみエネルギーの変化によるモードⅠおよびⅡのエネルギー解放率を導出した。また、接着剤に生じる垂直応力、

およびせん断応力に対して、固有値解析より求まる厳密解を与えることによって、モードⅠおよびⅡのエネルギー解放率と FEM 解析結果はほぼ等しくなった。

- 3) 曲げを受ける鋼部材の引張側に当て板を接着した場合に対して、接着剤のひずみエネルギーの変化から求まるエネルギー解放率は、固有値解析による接着剤に生じる垂直応力とせん断応力を用いることで、鋼部材と当て板のひずみエネルギーの変化から求まるエネルギー解放率よりも、FEM 解に近い値となった。また、接着剤のひずみエネルギーの変化から求まるモードⅠおよびⅡのエネルギー解放率もそれぞれ FEM 解に近い値となった。
- 4) 曲げを受ける鋼部材の圧縮側に当て板を接着した場合に対して、接着剤のひずみエネルギーの変化から求まるエネルギー解放率は、固有値解析による接着剤に生じる垂直応力とせん断応力を用いることで、FEM 解とほぼ一致した。一方、鋼部材と当て板のひずみエネルギーの変化から求まるエネルギー解放率は FEM 解と大きく異なった。

謝辞

本研究は JSPS 科研費 24656269 の助成を受けたものです。ここに記して謝意を示します。

付録 A 接着剤の厚さが式(4)のエネルギー解放率に与える影響

式(4)で与えた、エネルギー解放率では、 I_v や α_s の算出の際に接着剤の厚さ h が含まれる。接着剤の厚さを無視して $h = 0$ とした場合のエネルギー解放率 $G_{h=0}$ に対する接着剤の厚さ h がそれぞれ 0.4, 0.6, 0.8mm の場合のエネルギー解放率 G との比 $G/G_{h=0}$ を付図-1 に示す。この図で横軸は鋼部材に対する当て板の断面二次モーメントの比 I_p/I_s としている。計算条件は 3.2 節の固定端側の接着端からはく離が進展する場合と同様とし、はく離長さ $l_{cr} = 0$

のエネルギー解放率について比較した。

付図-1 から、当て板と鋼部材の断面二次モーメントの比が I_p/I_s 小さい場合には、接着剤の厚さを無視したエネルギー解放率 $G_{h=0}$ と接着剤の厚さ h を考慮したエネルギー解放率 G の比 $G/G_{h=0}$ が大きくなっていることがわかる。また、接着剤の厚さ h が大きくなるほど $G/G_{h=0}$ が大きく、接着剤の厚さを無視するとエネルギー解放率は若干危険側に算定される。しかし、接着剤の厚さを考慮して算出したエネルギー解放率 G と、接着剤の厚さを無視して算出したエネルギー解放率 $G_{h=0}$ の比は、 $h=0.8\text{ mm}$ の場合でも 1 割以下であり、計算例では $G_{h=0}/G=1.055$ 以下の精度となっている。

付録B 接着剤の接着剤に生じる垂直応力とせん断応力

接着剤に生じる垂直応力とせん断応力の理論解は、本来、鋼部材のせん断力に関する 6 階の微分方程式を解くことによって得られる。しかし、これまでの提案式は鋼部材の軸力に関する 2 階の微分方程式を、当て板の曲げ剛性を無視する、あるいは鋼部材と当て板の曲率を一定とし、その解を鋼部材のせん断力に関する 4 階の微分方程式に代入して与えられている。式(10)、(11)で示されている接着剤に生じる垂直応力 σ_{scr} とせん断応力 τ_{cr} は、軸力の微分方程式の導出の際に鋼部材と当て板の曲率を一定として導出された近似解となっている¹⁰⁾。接着剤に生じるせん断応力と垂直応力の厳密解を求める方法として、鋼部材のせん断力に関する 6 階の微分方程式を 1 階の連立微分方程式で与え、固有値解析によってその解を与える、半解析的な方法が提案されている^{10), 11)}。

固有値解析および FEM 解析より得られた接着剤に生じる垂直応力 σ_y とせん断応力 τ の分布をそれぞれ実線と破線で付図-2, 3 に示す。この図で、横軸の $x=0$ は図-4 の自由端側の接着端を示し、 $x=300\text{ mm}$ は固定端側の接着端を示している。それぞれの接着端には式(10)と(11)から計算される値をプロットしている。付図-2 の拡大図に示すように、当て板端部にプロットした式(10)の σ_{scr} は固有値解析による厳密解と FEM 解析よりも若干高くなっており、 $x=300\text{ mm}$ の位置では式(10)から求まる σ_{scr} は固有値解析より 7% 程度大きかった。また、付図-3 の拡大図に示すように、接着剤のせん断応力は式(11)と固有値解析の結果の違いが大きく、 $x=300\text{ mm}$ の位置では式(11)から求まる τ_{cr} は固有値解析より 14% 程度大きかった。

参考文献

- 1) Miller, T.C., Chajes, M.J., Mertz, D.R. and Hastings, J. N.: Strengthening of a steel bridge girder using CFRP plates, *Journal of Bridge Engineering*, ASCE, USA, Vol.6, pp.514-522, 2001.
- 2) 板垣一也, 渡邊憲市, 鈴木博之: 炭素繊維強化樹脂板 (カーボン板) による鋼橋補強の事例, 第 8 回鋼構造

付図-1 接着剤の厚さを考慮した場合および 0 とした場合の式(4)のエネルギー解放率の比較

付図-2 接着剤に生じる垂直応力の分布

付図-3 接着剤に生じるせん断応力の分布

の補修・補強技術報告論文集, pp.49-54, 2002.

- 3) 玉井宏章, 高松隆夫, 服部明生, 灰谷徳治, 櫻庭 誠: 炭素繊維プレートによる化学プラント架構小ばり補剛の施工例, 鋼構造年次論文報告集, 第 13 巻,

- pp.545-552, 2005.
- 4) 杉浦 江, 大垣賀津雄, 富田芳男, 稲葉尚文, 長井正嗣, 小林 朗: 炭素繊維シート (CFRP) による鋼構造物の補修に関する基礎実験, 土木学会第 61 回年次学術講演会講演概要集, I-658, 2006.
 - 5) S.T. Smith, J.G. Teng: Interfacial stresses in plated beams, *Engineering Structures*, Vol.23, pp.857-871, 2001.
 - 6) 大倉一郎, 福井唯夫, 中村圭吾, 松上泰三: 炭素繊維シートによる鋼板応力の低下とはく離せん断応力, No.689, I-57, 2001.
 - 7) J. Deng, M. M.K.Lee, S. S.J.Moy: Stress analysis of steel beams reinforced with a bonded CFRP plate, *Composite Structures*, Vol.65, pp.205-215, 2004.
 - 8) 杉浦 江, 小林 朗, 大垣賀津雄, 稲葉尚文, 富田芳男, 長井正嗣: 鋼部材腐食損傷部の補修における炭素繊維シート接着方法に関する解析的研究, 土木学会論文集 A, Vol.64, No.4, pp. 806-813, 2008.
 - 9) 石川敏之, 佐々木 裕, 山田健太郎: 板曲げを受ける CFRP 板接着鋼板のはく離強度, 応用力学論文集, Vol.11, pp.903-910, 2008.
 - 10) 宮下 剛, 長井正嗣: 一軸引張りを受ける多層の CFRP が積層された鋼板の応力解析, 土木学会論文集 A, Vol.66, No.2, pp.378-392, 2010.
 - 11) 宮下 剛, 石川敏之: 多層の CFRP 板が積層された曲げを受ける鋼部材の応力解析, 土木学会論文集 A1, Vol.69, No.1, pp.26-39, 2013.
 - 12) Cadei, J.M.C., Strafford, T.J., Hollaway, L.C. and Duckett, W.G.: Strengthening Metallic Structures Using Externally Bonded Fibre-Reinforced Polymers, CIRIA, C595, 2004.
 - 13) National Research Council: Guidelines for the Design and Construction of Externally Bonded FRP systems for Strengthening Existing Structures, CNR-DT 202, 2007.
 - 14) Schnerch, D., Dawood, M. and Rizkalla, S.: STRENGTHENING OF STEEL CONCRETE COMPOSITE BRIDGES WITH HIGH MODULUS CARBON FIBER REINFORCED POLYMER (CFRP) STRIPS, 2007.
 - 15) He, M.Y. and Hutchinson, J.W.: Kinking of a crack out of an interface, *Journal of Applied Mechanics* Vol.56, pp.270-278 1989.
 - 16) Shimizu, M., Ishikawa, T., Hattori, A. and Kawano, H.: Convergent Stresses at the Adhesive Ends of a Steel Member Strengthened with Carbon Fiber Reinforced Polymer Plates, *International Journal of Architecture, Engineering and Construction*, Vol.1, No.4, December 2012, 187-198.
 - 17) 石川敏之: プレストレスが導入された CFRP 板接着鋼部材のはく離曲げモーメント, 構造工学論文集, Vol.56A, pp.991-998, 2010.
 - 18) MSC Software: MARC2011 User's Guide, MSC Software, 2011.

(2013 年 3 月 18 日 受付)