微細構造を考慮した 多孔質体モデルの比抵抗値の直接計算

竿本 英貴¹・片桐 淳²・宇津野 衛³・松島 亘志⁴・山田 恭央⁵

¹正会員 博(工) 産業技術総合研究所 活断層・火山研究部門 (〒305-8567 茨城県つくば市東 1-1-1 中央第 7)

E-mail: h-saomoto@aist.go.jp

²正会員 博(工) 産業技術総合研究所メタンハイドレート研究センター (〒305-8569 茨城県つくば市小野川 16-1)

E-mail: j-katagiri@aist.go.jp

³正会員 博(工) 筑波大学 システム情報工学研究科 (〒305-8573 茨城県つくば市天王台 1-1-1)

E-mail: m-toyoda@edu.esys.tsukuba.ac.jp

⁴正会員 博(工) 筑波大学 システム情報工学研究科 (〒305-8573 茨城県つくば市天王台 1-1-1)

E-mail: tmatsu@kz.tsukuba.ac.jp

⁵正会員 工博 筑波大学 システム情報工学研究科 (〒305-8573 茨城県つくば市天王台 1-1-1)

E-mail: yamada@kz.tsukuba.ac.jp

比抵抗による地下の可視化は物理探査等の分野で広く行われ、得られた比抵抗は変換式を通じて間隙比や飽和度に変換される。変換式には Archie の式に代表される経験式が用いられるが、それらの適用限界は明らかではない上、式のみでは多孔質体内の水分分布状態をイメージすることは困難である。本研究では、比抵抗から地盤の状態を推定するためのツールとして、高精度多孔質体モデルを用いた数値シミュレーションを提案する。まずは豊浦砂とガラスビーズの各 3 次元モデルについて定常電流場解析を行い、実験結果と比較した。数値解析結果は実験結果とよい一致を示した。また、多孔質体モデルの飽和度を変化させて比抵抗を求め、数値解析結果と経験式を比較し、飽和度の観点から経験式の適用限界を推察した。

Key Words: porous media, resistivity, Archie's equation, X-ray CT, FEM

1. はじめに

比抵抗を利用した地下のイメージング¹⁾は、物理探査の分野で従来から活発に行われており、地盤内における液状化領域の推定²⁾や地下水流動に伴う地下汚染領域の推定³⁾、薬液注入による地盤改良領域の確認⁴⁾など、その簡便さと面的情報を得られる利点から幅広い用途に用いられてきた。多孔質体である岩石や地盤材料の比抵抗値は、間隙に流体が混入されていることから、間隙率や飽和度、多孔質体を構成する粒子の形状、間隙流体の比抵抗値など、多くの物性に依存することが知られている⁵⁾⁻¹⁰⁾。この依存関係を逆に利用して、得られた比抵抗値からこれまでの実測結果や室内実験結果⁹⁾との対比や経験式との比較によって、比抵抗値の分布が岩石や粘土といった地盤材料種別の分布や、地盤の飽和度の分布として変換される。当然ながら、実測した条件や経験式が成り立つ範囲内では比抵抗からの変換は有効であるが、適用範囲外である場合には注意が必要である。上記の依存関係は、基本的には多孔質体内における電流の流れ方に依っているため、間隙率や飽和度が変わることによって多孔質体内の電流密度分布がどのように変化するかを把握することは重要である。

ここでは比抵抗値と間隙率や飽和度といった地盤物性の依存関係を、微細構造を考慮した上で定量的に把握することおよび経験式の適用範囲外における比抵抗値に関する知見を得ることを目的として、多孔質体の微細構造を考慮した数値解析によって比抵抗値を直接算出することを試みる。具体的には、これまで著者が蓄積してきた高解像度 X 線 CT に基づく詳細な 3 次元多孔質体モデル¹¹⁾⁻¹⁴⁾に対し、定常電流場の方程式を数値的に解くことで多孔質モデル内の電流密度分布を把握し、電流密度分布の体積平均とオームの法則を用いることで、マクロ物性としての比抵抗値を求める。このアプローチは、微細構造を個別要素法による粒子パッキングや X 線 CT などの何らかの方法で入手しておく必要があるものの、電磁気学に基づいて決定論的・定量的に多孔質体の比抵抗値を求めることができるという利点がある。加えて、微細構造を把握しているため、経験式中のパラメータと微細構造の関連性を考察しやすい点、境界条件を変更して通電する方向を変化させることにより比抵抗の異方性を議論できる点なども特長として挙げられる。

数値解析によって比抵抗を求める上記の方針は、多孔質体内の間隙流体に対する流動解析結果から動水勾配と平均間隙流速を得て、ダルシーの法則を適用する

ことで(マクロな)透水係数を求めるアナロジーとほとんど同じである．ただし，詳細な多孔質体モデルを通じて得られる透水係数に関する報告はこれまでにある程度なされているが¹¹⁾¹³⁾，定常電流場の偏微分方程式を数値的に解くことで直接的に多孔質体の比抵抗値を求めた研究は少ない¹⁵⁾．直接計算のほか，比抵抗をより少ない計算量で求める renormalization 法¹⁶⁾ も用いられるが，多孔質体の比抵抗が大きい場合，誤差が大きくなることが示されている¹⁷⁾．

本論文では，多孔質体の微細構造を有限要素メッシュによって表現し，間隙比，飽和度，通電方向を変化させた場合についてのパラメータスタディーを行い，これらのパラメータの変化とともに比抵抗がどのように変化するのかを求めた．得られた数値解析結果を既往の実測結果^{8),9)}と比較・検討することで本手法の妥当性を検証した．また，微細構造内の電流密度分布や電流線解析を併せて実施し，実験では取得できない情報の抽出を試みた．

2. 定常電流場の方程式と比抵抗値の算出方法

考察の対象となる物質内でオームの法則が成り立ち，電流密度ベクトルが時間的に変化しない状態(定常電流)を仮定すると，物質内の電流密度ベクトルと電界ベクトルは，以下の方程式系を満たす．

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = 0 \quad (1)$$

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} \quad (2)$$

$$\mathbf{E} = -\nabla V \quad (3)$$

ここで，式(1)は電流の保存則を，式(2)はオームの法則を，式(3)は電場と電位の関係をそれぞれ示している．また， $\mathbf{J}$ は電流密度ベクトル， σ は電気伝導率， $\mathbf{E}$ は電場ベクトル， V は電位である．本研究では，電位や電場に加え，電気伝導率も位置の関数であり，固気液各相のそれぞれに対して等方を仮定した電気伝導率が設定される．境界条件として，電流を流す方向に対応する2端面では電位の値を設定する．また，この2面以外の端面は，絶縁条件($\mathbf{n} \cdot \mathbf{J} = 0$ ， $\mathbf{n}$ は端面の外向き法線ベクトル)と設定する(図-1参照)．本研究では，定常電流場の偏微分方程式の求解には，有限要素法ベースの汎用工学ソフト，COMSOL Multiphysics(COMSOL AB社)を用いた．

次に，マクロ物性としての比抵抗値を算出する方法について述べる．今，図-1に示すように，解析モデルの x 方向両端に一定の電位差 ΔV を与えているものとする．定常電流場の方程式を解いて得られた電流密度ベクトル $\mathbf{J}$ の x 方向成分を J_x とすれば，多孔質体内を流れる平均的な電流 I は，解析モデル全体に対する

図-1 比抵抗値の算出方法を説明するための模式図

図-2 SPring-8にて撮影したX線CT画像の例(豊浦砂密づめ，間隙率:0.409，450×450ピクセル)

図-3 SPring-8にて撮影したX線CT画像の例(ガラスビーズ密づめ，間隙率:0.385，450×450ピクセル)

体積平均を通じて， $I = \frac{A}{V} \int_V J_x dV$ と表される(V はモデルの体積)．したがって，オームの法則から多孔質体の電気抵抗 R は， $R = \Delta V / I$ となる．一般に，電気抵抗の大きさは，対象物の長さに比例し，断面積に反比例するため，比抵抗 ρ はこれらの影響を除いた次式により算出することができる．

$$\rho = \frac{RA}{L} = \frac{\Delta V}{I} \frac{A}{L} \quad (4)$$

ここで， L ， A は解析モデルの長さと断面積をそれぞれ示している．なお，比抵抗は電気伝導率の逆数であり，単位は $[\Omega \cdot \text{m}]$ である．

図-4 異なるモデルサイズと空隙率の関係 (豊浦砂の場合)

図-5 異なるモデルサイズと空隙率の関係 (ガラスビーズの場合)

3. 多孔質体のモデリングと解析条件

多孔質体モデルは、豊浦砂(平均径: 約 $210\mu\text{m}$)をパッキングしたものとガラスビーズ(平均径: 約 $230\mu\text{m}$)をパッキングしたものの2系列である。モデルの元となるX線CT画像群は大型放射光施設 SPring-8 にて得たものであり、アクリル製円筒容器(内径 4.0mm , 外径 4.5mm , 高さ 10.4mm)に各材料を詰めて撮影した。解像度は、全てのケースについて $5.8[\mu\text{m}/\text{pixel}]$ である(図-2, 図-3, 有限要素メッシュ生成時には解像度を $7.0\mu\text{m}$ とリサンプリングして使用)。モデルは全部で5ケースあり、豊浦砂が3ケース(密づめ, 中密, ゆるづめ), ガラスビーズが2ケース(密づめ, ゆるづめ)である。

(1) 解析モデルの寸法についての検討

数値解析によって算出する比抵抗値は、マクロ物性としての数値であることを期待しているため、用いる多孔質体モデルはマクロ物性が算出できる程度の体積を有していなければならない。そこで、作成した多孔質体モデルについてボクセルをカウントすることで空隙率を計算し、どの程度のサイズの立方体を切り出せばマクロ特性として計測されている空隙率と一致するかを検討した。なお、各ケースについて空隙率の実測値は、豊浦砂については、0.409(密づめ), 0.445(中密), 0.494(ゆるづめ), ガラスビーズについては、0.385(密づめ), 0.425(ゆるづめ)を得ている。

豊浦砂3ケースについて空隙率を検討した結果を図-4に、ガラスビーズ2ケースについて空隙率を検討した結果を図-5にそれぞれ示す。この検討では、X線CT画像を固体部と空隙部に2値化するためがある。2値化のための閾値は、豊浦砂場合は画素値70, ガラスビーズの場合は画素値61と固定した。図-4より、密づめ, 中密, ゆるづめの3ケースに対し、立方体の1辺の長さ

を 1.0mm 以上とすることで、実測値に近い値となることがわかる。図-5より、ガラスビーズの場合は、密づめ, ゆるづめの両ケースともに1辺の長さが 0.6mm 以上であればほぼ一定の空隙率となっていることがわかる。これらの空隙率も豊浦砂と同様、実測値に近い値となっており、高解像度X線CT画像から得られる微細構造は十分な精度で空隙率を再現していると言える。

以上の検討により、今回の数値解析で用いる多孔質体モデルの作成には、1辺の長さを 1.0mm 以上とすることがあることを確認した。豊浦砂の平均径を考えれば、1辺につき約5個程度の粒子を含むことになる(体積中では約110個含む)。計算時間の観点から、不必要に大規模なモデルを構築することは避け、以降の検討では1辺の長さが 1.218mm (画像では210ピクセル分の長さに相当)である立方体に対して有限要素メッシュを生成する。

(2) 飽和度を考慮するための工夫

本研究で用いる多孔質体のX線CT画像は、固相(砂粒子またはガラス粒子)と気相(空気)からなる2値画像であるため、空隙水の影響を基本的に考察できない。飽和度の影響を考察するためには、液相を含むX線CT画像や濡れを考慮した数値解析など、何らかの方法で固気液3相からなる微細構造を構築する必要がある。

本研究では、空隙領域に接する全ての固相領域に液体が付着しているものと仮定し、付着している液相の厚さを画像処理によって系統的に変化させることにより飽和度を調整する。この方法から得られる空隙水の分布状況は、実際の空隙水の存在状態とは異なると考えられるが、決して現実離れした仮定ではない。例えば、Mason らの可視化実験結果¹⁸⁾によれば、水分量が少ない場合は、固体粒子表面に液体がほぼ均一付着す

図-6 厚さ 2pixel 分の水膜を砂粒子に付与した場合
(画像を積層して 3D 化したモデルの飽和度 73%)

図-7 厚さ 2pixel 分の水膜をガラス粒子に付与した場合
(画像を積層して 3D 化したモデルの飽和度 64%)

ることが示されている。また、この方法は系統的に飽和度を調節できるという点でパラメトリックスタディーに適している。なお、液相を付与するための画像処理の手続きは、以下のとおりである。

1. X 線 CT 画像を 2 値化する。
2. 間隙ピクセルに接する固相ピクセルを任意のピクセル分だけ膨張させる。
3. 膨張させた画像(手続き 2 の結果)から原画像を差し引く。
4. 手続き 3 で得られる差分部を液相とし、固相とは異なる画素値を割り当てて原画像に加える。

以上の手続きで 3 値化(固相、気相、液相)した画像を積層することにより、飽和度を調節した多孔質体モデルを得ることができる(図-6、図-7)。ただし、豊浦砂はガラスビーズよりも表面積が大きいため、同じ 2pixel 分の水分付与によって得られる飽和度は豊浦砂とガラ

図-8 有限要素モデルの一例(豊浦砂(密づめ), 飽和度 73%)

図-9 有限要素モデルの一例(ガラスビーズ(密づめ), 飽和度 64%)

スビーズで異なる。

(3) 有限要素メッシュと解析条件

解析を行うためには、固気液各相に対応する電気伝導率(比抵抗の逆数)を与える必要がある。今回の解析における固相は、豊浦砂またはガラスビーズであるた

表-1 解析に用いる電気伝導率

電気伝導率(固相) [$\Omega^{-1} \text{m}^{-1}$]	1.0×10^{-17}
電気伝導率(気相) [$\Omega^{-1} \text{m}^{-1}$]	3.0×10^{-15}
電気伝導率(液相) [$\Omega^{-1} \text{m}^{-1}$]	1.0×10^{-2}

表-2 解析ケース (数値は%を示す)

種別	固相率	気相率	液相率	飽和度
豊浦砂 (密づめ)	59.23	32.79	7.98	19.57
豊浦砂 (密づめ)	59.23	22.10	18.67	45.79
豊浦砂 (密づめ)	59.23	10.96	29.82	73.13
豊浦砂 (密づめ)	59.23	5.18	35.60	87.31
豊浦砂 (密づめ)	59.23	0.00	40.77	100.00
豊浦砂 (中密)	55.45	38.71	5.85	13.13
豊浦砂 (中密)	55.45	28.55	16.01	35.93
豊浦砂 (中密)	55.45	17.80	26.76	60.06
豊浦砂 (中密)	55.45	11.01	33.55	75.30
豊浦砂 (中密)	55.45	0.00	44.55	100.00
豊浦砂 (ゆるづめ)	50.65	42.46	6.89	13.97
豊浦砂 (ゆるづめ)	50.65	31.42	17.93	36.33
豊浦砂 (ゆるづめ)	50.65	19.16	30.19	61.18
豊浦砂 (ゆるづめ)	50.65	11.55	37.80	75.60
豊浦砂 (ゆるづめ)	50.65	0.00	49.35	100.00
ガラス (密づめ)	61.56	32.98	5.46	14.21
ガラス (密づめ)	61.56	23.74	14.71	38.25
ガラス (密づめ)	61.56	13.74	24.70	64.25
ガラス (密づめ)	61.56	7.66	30.78	80.07
ガラス (密づめ)	61.56	0.00	38.44	100.00
ガラス (ゆるづめ)	57.57	37.71	4.72	11.13
ガラス (ゆるづめ)	57.57	28.00	14.42	34.00
ガラス (ゆるづめ)	57.57	17.64	24.79	58.42
ガラス (ゆるづめ)	57.57	10.92	31.51	74.27
ガラス (ゆるづめ)	57.57	0.00	42.43	100.00

め、これらの主成分である石英の電気伝導率を与える。また、気相には空気、液相には地下水の電気伝導率をそれぞれ設定した。なお、地下水の電気伝導率は地下水中の溶質濃度に依存することが知られているが、およそ 0.01 から $0.05[\Omega^{-1}\text{m}^{-1}]$ の範囲内であることから⁹⁾、 $0.01[\Omega^{-1}\text{m}^{-1}]$ を採用した。表-1に、各相の電気伝導率の値を示す。石英および空気はほとんど電流を通さないため、間隙水の分布状況が多孔質体の比抵抗値に強く反映されと考えて差し支えない。

有限要素メッシュは、固相、気相、液相に3値化したボクセルデータから Simpleware 社の ScanIP(メッシュ生成ソフト)を用いて生成した。作成した有限要素モデルの例を図-8と図-9に示す(メッシュは数が多くて描画不可能であるため、メッシュの稜線は表示していない)。これらのモデルでは、間隙に接する固相粒子の周辺に2pixel分の厚さを持つ水膜を付与することで飽和

度を調整しており、図-6と図-7のケースをそれぞれ3次元化したものである。

全解析ケースは表-2に示すとおりであり、3.2節で示した方法によって飽和度を変化させている。各モデルの比表面積は、豊浦砂(密づめ)が $34.34[1/\text{mm}]$ 、豊浦砂(中密)が $29.02[1/\text{mm}]$ 、豊浦砂(ゆるづめ)が $31.42[1/\text{mm}]$ 、ガラスビーズ(密づめ)が $27.27[1/\text{mm}]$ 、ガラスビーズ(ゆるづめ)が $26.19[1/\text{mm}]$ であり、豊浦砂の比表面積はガラスビーズの比表面積に比べて約1.2倍大きい。表-2の全ケースについて、電位差 $1.0[\text{V}]$ を与え定常電流場解析を行った。各ケースについて通電方向を x, y, z と変化させた計算を実施した。なお、通電方向以外の境界条件には、絶縁条件を課している。各ケースにおける有限要素メッシュは、約2300万個の4面体要素からなり、電位分布を求めるための線形方程式の自由度数は約3300万である。ここでは定常状態を仮定しているため、電位を求めるための線形方程式の求解は1ケースについて1度のみである。計算時間は、12コア(12×Intel Xeon X5690)を有するワークステーションを利用したところ、1ケースあたり約40分であった。

4. 解析結果

(1) 飽和時における比抵抗値

飽和時の豊浦砂およびガラスビーズの比抵抗は、茂木と佐々⁸⁾によって実験を通じて系統的に調べられており、フォーメーションファクターと間隙率という関係で結果が整理されている。ここで、フォーメーションファクターは、多孔質体の(混相体としての)比抵抗と、間隙流体の比抵抗との比として表される数値である。まずはこの実験結果と数値計算結果を比較することにより、数値計算の精度を検証した。

図-10 飽和時における豊浦砂とガラスビーズの比抵抗 (茂木・佐々の実験結果⁸⁾に数値解析結果を加算)

図10に豊浦砂とガラスビーズの飽和時におけるフォーメーションファクター-間隙率関係を示す．まず，ガラスビーズの結果について述べる．実測結果によれば，ガラスビーズのフォーメーションファクターは粒径の違いによらず，ほぼ同一の関係が得られている(ガラスビーズ実験結果: 3本の点線)．したがって，ガラスビーズについては，実験と異なる平均粒径からなる数値解析モデルを用いた場合においても実験と同様の関係が得られると期待できる．実際，数値解析結果は実験結果とよく一致しており，本手法は高い精度でガラスビーズからなる多孔質体の比抵抗値を求めることができている．また，ガラスビーズの比抵抗値は，豊浦砂に比べ，通電方向の依存性が小さい結果となった(図中ではガラスビーズの各通電ケースに対する凡例がほぼ重なっている)．これについては，パッキング方向に起因する異方性の影響が小さいものと考えられる．豊浦砂の数値解析結果は，間隙率が0.44よりも大きい場合は，フォーメーションファクターの通電方向依存性が大きくなり， z 方向(重力方向)とそれ以外の方向で区別できる．このような比抵抗値の異方性については別稿を期すこととし，本論文での考察は行わない．ところで，茂木・佐々の実験では重力方向に通電しているため，本研究での z 方向に通電した数値解析結果が実測結果と比較すべきケースである．豊浦砂のケースについても，数値解析結果は実験結果に近い傾向を再現しており，本手法は飽和時における多孔質体の比抵抗値を予測する上で，十分な精度を有していると判断できる．

また，図-10より，同じ間隙率であれば，ガラスビーズの方がフォーメーションファクターは小さくなる(比抵抗が小さくなる)ようであるが，この結果は Jackson¹⁰⁾の比抵抗実測結果から得られている傾向と同じであり，同じ間隙率であれば，多孔質体を構成する粒子の形状が丸いほど比抵抗値が小さくなるのは，一般的な傾向であると考えられる．当然ながら，この傾向は多孔質体の間隙構造および間隙中の電流密度分布様式や電流線(電流密度ベクトルの流線)の状態に依存していると考えられるため，本手法で得られている微細構造内での電流場を評価・考察しておくことは重要である．

(2) 飽和時における電流密度と電流線

ここでは， z 方向に通電した場合について，モデル内の電流密度分布や電流線に対する検討を行い，実験では得られない情報の抽出を試みる．

図-11と図-12は，豊浦砂の密づめおよびゆるづめモデル(どちらも飽和度100%)に対してモデル中央部($z = 0.605\text{mm}$ の断面)における電流密度ベクトルの z 方向成分をそれぞれ示したものであり，電流は紙面奥から紙面手前へ流れている．どちらの断面においても，

図-11 z 方向垂直断面($z = 0.605\text{mm}$)での電流密度 z 成分 [A/m²] (豊浦砂密づめ，飽和度100%)

図-12 z 方向垂直断面($z = 0.605\text{mm}$)での電流密度 z 成分 [A/m²] (豊浦砂ゆるづめ，飽和度100%)

狭窄部において局所的に電流密度が大きくなっていることがわかる．とりわけ，この傾向は密づめモデルの方が顕著であるように見える．狭窄部において大きな電流密度が確認される現象は，電流密度の支配方程式の形式が透水と同一であることを想起すれば，透水解析における水みちに対応すると考えられる．ゆるづめモデルでは，電流密度の大きい箇所が狭窄部に局所化している箇所もあるが，どちらかといえば，電流密度が大きい領域が間隙領域内で広く分布しているように見える．

図-13と図-14は，ガラスビーズの密づめおよびゆるづめモデル(どちらも飽和度100%)に対してモデル中央

図-13 z 方向垂直断面 ($z = 0.605\text{mm}$) での電流密度 z 成分 [A/m^2] (ガラスビーズ密づめ, 飽和度 100%)

図-14 z 方向垂直断面 ($z = 0.605\text{mm}$) での電流密度 z 成分 [A/m^2] (ガラスビーズゆるづめ, 飽和度 100%)

部 ($z = 0.605\text{mm}$ の断面) における電流密度ベクトルの z 方向成分をそれぞれ示している。基本的に豊浦砂の場合と同じであるが、ガラスビーズの密づめ・ゆるづめの間隙率の差が、豊浦砂密づめ・ゆるづめの間隙率の差に比べて小さいためか、電流密度の分布様式という観点からは大きな差異は確認できない。図-11 から図-14 において、電流密度が大きい領域は適当な閾値処理によって 3 次的に抽出できるが、分布状況に対して一定の法則性を見出すのは困難であった。例えば、間隙の狭窄部において電流密度が大きい場合が多く確認できるが、全ての狭窄部で常に大きくなっているわけではない。このように電流密度が分布する理由について

図-15 電流線に沿う z 方向電流密度分布 (豊浦砂密づめモデル, 飽和度 100%)

は、さらなる考察が必要であり、今後の課題としたい。

電流密度の大小に関する情報に加え、定常電流場の解析結果から得られる重要な物理量として、電流密度ベクトル場の流線 (電流線) が考えられる。図-15 は、豊浦砂密モデルについて、モデル底面中央部を始点とする 10 本程度の電流線を抽出した例であり、各電流線の色は電流密度の z 方向成分の大きさを表している。図に示すように、電流線によっては電流密度が極めて小さい領域 (流体解析ではよどみ点に相当) に先端が入り込み、解析が不可能となるものもある。電流線はモデル底面内の任意の点を始点としてモデル内に無数に描くことができるため、多くの電流線を求めて統計処理を行うことで、電流線の平均的な長さを求めることができる。電流線の長さは、多孔質体の屈曲度を求める際に必要な量となる。屈曲度が大きいことは、多孔質体の比抵抗が大きくなる要因の一つとなる (電流線に沿うの電気抵抗が長さに比例して大きくなるため)。なお、屈曲度は、幾何学的な定義、流体力学的 (流線による) な定義、(間隙水の) 拡散現象に基づく定義、電流線に基づく定義などがあり、各屈曲度に対して間隙率との関係性が議論されており¹⁹⁾、屈曲度を間隙率の関数として表す取り組みがなされている^{20)~23)}。ここでは、次の式で表される電流線に基づく屈曲度 τ_e について議論する。

$$\tau_e = \left(\frac{\langle L_e \rangle}{L_s} \right)^2 \quad (5)$$

上式において、 $\langle L_e \rangle$ は電流線の長さ L_e の平均値、 L_s はみかけの長さ (本研究では 1.218 mm) を表している。

図-16 電流線の長さに関する相対頻度分布 (飽和時)

図-17 屈曲度と間隙率の関係 (飽和時)

図-16 に、飽和時における電流線の長さについての頻度分布を示す。頻度分布は、各ケースについて約 8000 本の電流線を流線解析によって求め、これらを用いて作成した。各ケースに対する L_e/L_s の平均値は、豊浦砂密づめ:1.150(屈曲度:1.323)、豊浦砂中密:1.147(屈曲度:1.315)、豊浦砂ゆるづめ:1.143(屈曲度:1.306)、ガラスビーズ密づめ:1.125(屈曲度:1.266)、ガラスビーズゆるづめ:1.112(屈曲度:1.237)、となった。これらの結果から、間隙率が小さくなるほど屈曲度が大きくなる傾向があることがわかる。

屈曲度に関する経験式や理論式は、多数提案されているが、ここでは、Maxwell の式²⁴⁾、Coleman と Vassilicos の式²⁵⁾(以下 CV 式) との比較を行う。これらの式は、どちらも理論式であり、屈曲度を間隙率の関数として表すものである。Maxwell の式と CV 式は、それぞれ次式で与えられる。

$$\tau_e = 1 + \frac{1}{2}(1 - \phi) \quad (\text{Maxwell の式}) \quad (6)$$

$$\tau_e = \phi^{((D_w - 2)/(D_f - E))} \quad (\text{Coleman と Vassilicos の式}) \quad (7)$$

ここで、 ϕ は間隙率を表す。CV 式中の D_w は多孔質体のランダムウォーク次元であり、物質の拡散が通常の拡散方程式に従わない特殊な拡散現象(異常拡散などと呼ばれる)と関連がある。通常の拡散現象に従わない主たる原因として、多孔質体の間隙は一般にフラクタル的な性質を有していることが挙げられる。考察の対象となる多孔質体についてのランダムウォーク解析から得られるランダムウォーク粒子の平均 2 乗変位を $\langle r^2(t) \rangle$ とすると、 $\langle r^2(t) \rangle \sim t^{2/D_w}$ なる関係が成り立つことが知られている^{26),27)}(t は時間を表す)。 $D_w = 2$ の場合は通常の拡散現象となり、2 以外の場合は異常拡散となる。 D_f は多孔質体の間隙部に関してボックスカウンティング法を適用して得られる、ボックスカウンティング次元である。 D_w や D_f の値は、あるフラクタル図形についてはすでに求められており、例えばシェルピンスキーのガasket の場合は、 $D_w = 2.13$ 、 $D_f = 1.87$ となる²⁵⁾。 E は考察の対象とするユークリッド次元(1,2,3 のどれか)である。Maxwell の式では、間隙構造の形状に関する情報は考慮されていないが、CV 式では間隙のフラクタル特性という考え方を通じて間隙構造の形状に関する情報が含まれる。しかしながら、CV 式における間隙率以外のパラメータを得るには、ランダムウォーク解析とボックスカウンティング法を考察の対象とする微細構造に適用しなければならず、極めて手間がかかる。ここでは、単純に間隙率を底とする指数関数であると考え。

図-17 は、縦軸に屈曲度、横軸に間隙率を取り、Maxwell の式および CV 式を数値解析結果と併せて示したものである。CV の式については、豊浦砂、ガラスビーズの各データに対して最小 2 乗法により指数部を求めている。豊浦砂の屈曲度は、間隙率に対して指数関数的というよりも線形関係に近いようである。豊浦砂は粒径が比較的揃っているため、圧縮して間隙率を小さくしたとしても、粒子が破碎しない限り極端に小さな間隙を作ることはできない。このため、多孔質体内で電流線が迂回するような領域を作成できないため、屈曲度の間隙率に対する変化はゆるやかであり、指数関数的にはならないものと推察できる。ガラスビーズについては、計算結果が 2 点であるため、指数関数でもフィットできているが、間隙構造のサイズが揃っていることと、ガラス粒子が破碎していないことから、豊浦砂の場合と同様にガラスビーズ多孔質体の屈曲度は、間隙率について線形関係を持つと推察できる。ガラスビーズの密づめケースは、間隙率は最も小さいが、豊浦砂の密づめよりも屈曲度は小さくなっている。この結果は、粒子形状の違い(間隙構造の違い)が間隙率の影響よりも強く出ていることを示唆している。数値解析結果は、Maxwell の式と完全に一致しているわけで

図-18 比抵抗値の飽和度依存性(豊浦砂について)

図-19 比抵抗値の飽和度依存性(ガラスビーズについて)

はないが、直線関係が見出せることや屈曲度の数値が比較的近いことから、一定の精度を有しているものと考えられる。

(3) 比抵抗値の飽和度依存性について

ここでは、飽和度の違いに起因する比抵抗値の変化について検討する。

Archie は、塩水で飽和している砂岩の比抵抗を実験により求め、間隙率と間隙水の比抵抗から砂岩の比抵抗を推定することができる経験式を提案している⁵⁾。この Archie の式は、現在では次式のように一般化され、多孔質体の比抵抗を求める際に広く用いられている^{6),7)}。

$$\rho_p = a\phi^{-m}S_r^{-n}\rho_w \quad (8)$$

ここで、 ρ_p は多孔質体の比抵抗、 ϕ は間隙率、 S_r は飽和度、 ρ_w は間隙水の比抵抗である。また、 a 、 m 、 n はそれぞれ材料定数である。

図-18 と図-19 は、豊浦砂モデルおよびガラスビーズ

モデルの比抵抗値の飽和度依存性をそれぞれ示している(縦軸:比抵抗値, 横軸:飽和度)。まず、飽和時のみのデータを用いて Archie の式によるフィッティングを行い、茂木・佐々の実験結果と比較した。飽和している場合の Archie の式では、パラメータは、 a と m である。数値解析結果から求めたパラメータは、 $(a, m)=(1.34, 1.26)$ であり、実測値 $(a, m)=(1.21, 1.38)$ に近い値となった。同様に、ガラスビーズについてもフィッティングし、 $(a, m)=(0.96, 1.50)$ を得た。ガラスビーズの実測値は $(a, m)=(0.92-1.07, 1.38-1.53)$ であるから、一定以上の精度が出ていると言える(図-10 の比較結果が良好なことに依っている)。さらに飽和状態に加え、不飽和状態も含めて Archie の式により各グラフのデータをフィッティングしたところ、豊浦砂モデルについて $(a, m, n)=(1.34, 1.26, 1.38)$ 、ガラスビーズモデルについて $(a, m, n)=(0.96, 1.50, 1.27)$ となった。豊浦砂の比抵抗値の実測結果は飽和状態の結果があるのみで、不飽和状態における実測結果は見あたらない。したがって、不飽和状態における計算結果が妥当であるかどうかを定量的に検証することは困難であるが、Archie の式によるフィッティング度合が比較的良好であることと、関根らによる各種岩石の不飽和状態に対する比抵抗測定結果⁹⁾ との比較(図-18 に頁岩の実験結果を併せてプロット)から、飽和度の減少とともに指数関数的に比抵抗値が増加するという事実は、本手法においても定性的ではあるものの確認することができる。

Archie の式はその関数形状から、豊浦砂、ガラスビーズを問わず、ゆるづめの比抵抗値が密づめの比抵抗値よりも大きくなることはできない。ところが、図-18 と図-19 では、飽和度が 40% 程度の領域で、密づめ・ゆるづめの各比抵抗値の大小関係が逆転しつつあることがわかる。数値解析結果に一定の精度があると仮定すれば、飽和度が 40% 程度から 100% の範囲内が Archie の式の適用範囲と推察できる。飽和度 40% 程度の状態になると、間隙水の分布形態として存在する電気回路網で、間隙水が減少することに起因して回路網の一部では断線等の変化が生じつつあると考えられるが、比抵抗の大小関係が逆転する明確な理由は、現時点では不明である。この点に関する考察は今後の課題としたい。

5. まとめと今後の展望

高精度 X 線 CT から再構成した豊浦砂とガラスビーズの 3 次元多孔質体モデルについて定常電流場解析を実施した。本研究を通じて得られた知見は以下のとおりである。

1. 本手法によって求めた豊浦砂およびガラスビーズの飽和状態における比抵抗値は、実測結果と定量

的に一致した。

2. 微細構造内での電流線を直接求め、豊浦砂、ガラスビーズを問わず、みかけの長さよりも電流線が長くなることを定量的に評価した。屈曲度を求め理論式と比較し、本手法から得られた結果が妥当であることを示した。
3. 豊浦砂およびガラスビーズについて比抵抗値の飽和度依存性を調べた。数値解析結果は、実測で得られている飽和度依存性と定性的ではあるが、傾向は一致した。また、Archie の式の適用範囲を数値解析結果との比較から、飽和度が 40% 程度から 100% の領域であると推察した。

今回の検討を通じて、本手法は一定以上の精度で多孔質体の比抵抗値を求めることができたと考える。今後は、より現実的な固気液 3 相の微細構造モデルの構築を目指すとともに、本手法を他の地盤材料に適用する。また、本手法は電流密度分布や電流線に関する情報が定量的に取得できるため、屈曲度等に関する理論式を考察する際に有用な情報を提供できることを付記しておく。

参考文献

- 1) Loke, M. H.: Tutorial: 2-D and 3-D electrical imaging surveys, Course Notes for USGS Workshop 2-D and 3-D Inversion and Modeling of Surface and Borehole Resistivity Data, Torrs, CT, 2001.
- 2) 神宮寺元治, 国松直, 泉博允, 望月智也: 比抵抗を用いた液状化時の相対密度遷移過程の可視化およびその考察, 土木学会論文集 III-55, No.680, pp.201-209, 2001.
- 3) Urish, D. W.: The practical application of surface electrical resistivity to detection of ground-water pollution, Ground-water, Vol.21, Issue 2, pp.144-152, 1983.
- 4) 小峯秀雄, 後藤和生: 現場試験による比抵抗トモグラフィを利用した薬液注入の改良範囲評価方法の実証, 土木学会論文集 III-44, No.603, pp.129-138, 1998.
- 5) Archie, G. E.: The electrical resistivity log as an aid in determining some reservoir characteristics, Petroleum Transactions of AIME, Vol.146, pp.54-62, 1942.
- 6) 佐々宏一, 芦田譲, 菅野強: 建設・防災技術者のための物理探査, 森北出版, 1993.
- 7) 高倉伸一: アーチーの式と並列回路モデル, Conductivity Anomaly 研究会論文集, pp.128-132, 2003.
- 8) 茂木透, 佐々宏一: 砂のセン断特性及び透水性と比抵抗, 水曜会誌, 第 20 巻, 第 1 号, pp.100-108, 1983.
- 9) 関根一郎, 西牧均, 石垣和明, 原敏昭, 斎藤章: 岩石の比抵抗値とその力学的性質との関係, 土木学会論文集 III-35, No.541, pp.75-86, 1996.
- 10) Jackson, P. D., Smith, D. T., Stanford, P. N.: Resistivity-porosity-particle shape relationship for marine sand, Geophysics, Vol.43, No.6, pp.1250-1268, 1978.
- 11) 竿本英貴, 松島亘志, 山田恭央, 羽田野祐子: 豊浦砂の高解像度 X 線 CT 画像を利用した三次元多孔質体モデルの構築および SPH による透水シミュレーション, 土木学会応用力学論文集, Vol.9, pp.649-657, 2006.
- 12) 松島亘志, 上杉健太郎, 中野司, 土山明: SPring-8 マイクロ X 線 CT による粒状体の 3 次元微視構造の可視化, 土木学会応用力学論文集, Vol.11, pp.507-515, 2008.
- 13) 竿本英貴, 松島亘志, 山田恭央, 豊田衛: 不規則形状粒子からなる多孔質体内の間隙流体の流動様式-可視化実験結果と格子ボルツマンシミュレーション結果の比較-, 土木学会論文集 A2 分冊 (応用力学) 特集号, Vol.68, No.2, pp.433-442, 2012.
- 14) 片桐淳, 松島亘志, 竿本英貴, 豊田衛, 山田恭央: Spring-8 の X 線マイクロ CT を用いた 3 次元土粒子形状の定量的評価, 土木学会論文集 C(地圏工学), Vol.70, No.2, pp.265-274, 2014.
- 15) Arns, C. H., Knackstedt, M. A., Pinczewski, W. V.: Accurate estimation of transport properties from microtomographic images, Geophysical research letters, Vol.28, No.17, pp.3361-3364, 2001.
- 16) King, P. R.: The use of renormalization for calculating effective permeability, Transport in porous media, Vol.4, pp.37-58, 1989.
- 17) Nakashima Y., Nakano, T.: Accuracy of formation factors for three-dimensional pore-scale images of get-materials estimated by renormalization technique, Journal of applied geophysics, Vol.75, pp.34-41, 2011.
- 18) Mason, T. G., Levine, A. J., Ertas, D., Halsey, T. C.: Critical angle of wet sandpiles, Physical Review E, 60, R5044, 1999.
- 19) Ghanbarian, B., Hunt, A. G., Ewing, R. P., Sahimi, M.: Tortuosity in porous media: a critical review, Soil science society of America journal, Vol.77, No.5, pp.1461-1477, 2013.
- 20) Foscolo, P. U., Gibilaro, L. G., Waldram, S. P.: A unified model for particulate expansion of fluidised beds and flow in fixed porous media, Chemical engineering science, Vol.38, pp.1251-1260, 1983.
- 21) Liu, S., Afacan, A., Masliyah, J.: Steady incompressible laminar flow in porous media, Chemical engineering science, Vol.49, pp.3565-3586, 1994.
- 22) Yu B. M., Li, J. H.: A geometry model for tortuosity of flow path in porous media, Chin.Phys.Lett., Vol.21, No.8, pp.1569-1571, 2004.
- 23) Yazdchi, K., Srivastava, S. Luding, S.: On the validity of the Carman-Kozeny equation in random fibrous media, International conference on particle-based methods -Fundamentals and applications PARTICLES, 2011.
- 24) Maxwell, J. C.: Treatise on electricity and magnetism, vol.1, Dover publications, 1873.
- 25) Coleman, S. W., Vassilicos, J. C.: Tortuosity of unsaturated porous fractal materials, Physical Review E, vol.78, 016308, 2008.
- 26) Havlin, S., Ben-Avraham, D.: Diffusion in disordered media, Advances in Physics, Vol.51, Issue 1, pp.187-292, 2002.
- 27) Skaug, M. J., Faller, R., Longo, M. L.: Correlating anomalous diffusion with lipid bilayer membrane structure using single molecule tracking and atomic force microscopy, The Journal of Chemical Physics, 134, 215101, 2011.

(2014. 6. 20 受付)

DIRECT SIMULATION OF RESISTIVITY ON POROUS MODEL OBTAINED FROM HIGH-RESOLUTION X-RAY CT

Hidetaka SAOMOTO, Jun KATAGIRI, Mori UTSUNO, Takashi MATSUSHIMA and
Yasuo YAMADA

Resistivity imaging of underground is widely used to infer the behavior of groundwater flow and to comprehend the changes of ground state caused by ground improvement. In order to increase the accuracy in the estimation of geological properties derived from resistivity imaging, we need to reveal the relationship between the resistivity and several physical parameters such as porosity, degree of saturation, and electrical conductivity of pore fluid. We have conducted a series of finite element simulations with above parameters to directly determine resistivity of porous media with the detailed three-dimensional porous models obtained from the high-resolution X-ray CT. Subsequently, the simulation results are compared with those obtained from experiments and with those derived from an empirical law, i.e., Archie's equation. According to the comparison, the simulation results are in good agreements with experimental results and indicate similar function form that proposed in the empirical equation being available for unsaturated state. Finally, we discuss the limitation of the empirical equation and infer that the empirical equation is applicable to geo-materials having a degree of saturation exceeding 40%.