スパー型浮体のパラメータ励振系としての動的安定性に関する研究

五井良直¹・宇都宮智昭²

¹学生会員 京都大学大学院 工学研究科社会基盤工学専攻 (〒 615-8540 京都府京都市西京区京都大学桂)

E-mail: goi.yoshinao.38v@st.kyoto-u.ac.jp

²正会員 工博 九州大学教授 工学研究院海洋エネルギー資源共同研究部門 (〒 819-0395 福岡県福岡市西区元岡 744 番地)

浮体式洋上風力発電の実現に向けて、浮体基礎の動揺特性について検証する必要がある。本研究では規則波中におけるスパー型浮体基礎の動揺を多自由度系の運動方程式として定式化し、これに Hsu(1963) の摂動法による結果を適用することで浮体の動的安定性についての評価手法を提示した。この手法を用いることで、多自由度系でのパラメータ共振が発生する可能性のある入射波周期を予想することが可能となった。さらに数値解析および模型実験による動揺量の評価を行い、この手法の妥当性について検討した。

Key Words: offshore wind turbine, spar, floating body, parametric excitation

1. 序論

浮体式洋上風力発電施設は、風、波、流れなどを受けて動揺する。スパー型浮体においてはその振動特性のために動揺量が過大になる可能性があり、波浪中における浮体基礎の動的安定性について検討する必要がある。

運動方程式の係数が周期的に変化するような力学系はパラメータ励振系と呼ばれており、パラメータ励振系ではパラメータ共振と呼ばれる動的応答の発散が生じる可能性がある¹⁾。Haslum と Faltinsen(1999) はスパー型浮体における Pitch 方向の動揺が Heave 方向の運動との連成により過大になることを模型実験と数値計算の結果から示し、この共振が浮体の運動をパラメータ励振系としてモデル化することで説明できることを述べた²⁾。さらに、Koo ら (2004) は Pitch 方向の復原力の係数を Heave 方向の運動の関数として評価し、水面変動の効果が浮体の安定性に大きく寄与することを示した³⁾。一方、系に十分な減衰を与えることでパラメータ共振の発生を抑制できる場合があることがわかっている¹⁾。安倍と宇都宮 (2012) はこの減衰によるパラメータ共振の抑制の効果を検討し浮体の安定性を評価するため、Koo らのモデルに基づき Heave 方向の運動と水面変動の効果を反映した Pitch 方向の 1 自由度の運動方程式について議論することで、浮体の安定性を判別する手法を提案した⁴⁾。

浮体の動的安定性を評価することは浮体式洋上風力発電施設を運用するうえで大変重要である。ところで、実際の浮体の運動は各成分が連成した多自由度系とし

て考えることができるが、既往の研究では浮体応答について単自由度の定式化がなされてきた。浮体の振動特性をより詳細に把握しその動的安定性を評価するために、多自由度の連成を直接評価するような定式化が望まれる。Hsu(1963) は多自由度系線形パラメータ励振系に摂動法を適用して不安定領域を求める方法を提示した⁵⁾。この方法を用いることで多自由度の連成を考慮したパラメータ励振系の安定性について評価を行うことが可能となる。

本論文では、規則波中における二段円筒型浮体の運動を多自由度のパラメータ励振系として定式化し、Hsu の手法を用いた浮体の安定性の評価法を提示する。さらに、数値解析、模型実験のそれぞれによる結果の比較を行い、理論との整合性について考察する。

2. 基礎理論

(1) 座標系と変位の表現

本論文では図-1 に示すような二段円筒型の浮体について考察する。以下に示す記号の定義は、文献⁶⁾の定義に基づくものである。座標系 $O-xyz$ を、静水時のつりあい状態における浮体の重心の位置に原点 O をもち、波の進行方向を x 軸の正の向き、鉛直上向きを z 軸正の向きとした、右手系の慣性座標系とする。また、移動座標系 $G-x'y'z'$ を浮体の重心 G に原点を持ち、静水時のつりあい状態において座標系 $O-xyz$ と重なるような物体固定座標系とする。(図-2 にその概略を示す。)

浮体重心の x 軸方向 (Surge 方向) の変位を η_1 、 z 軸方向 (Heave 方向) の変位を η_3 、浮体中心軸の y 軸回り

図-1 浮体形状の概略

図-2 座標系の概略

(Pitch 方向)の回転角を η_5 とする。本論文では浮体を剛体とみなす。また、 xz 面内における浮体の鉛直面内運動についてのみ議論し、 y 軸方向の重心の変位および x 軸回り、 z 軸回りの回転角を 0 であるとする。

あるベクトル $\vec{v}$ について、座標系 $O-xyz$ による成分表示を $\mathbf{v} = [v_1 \ v_2 \ v_3]^T$ 、座標系 $G-x'y'z'$ による成分表示を $\mathbf{v}' = [v'_1 \ v'_2 \ v'_3]^T$ と表す。ここで、座標系の定義より

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_3 \end{bmatrix} = R(\eta_5) \begin{bmatrix} v'_1 \\ v'_3 \end{bmatrix} \quad (1)$$

である。ただし、適当な変数 θ について

$$R(\theta) := \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (2)$$

とする。また、式 (1) より

$$\begin{bmatrix} x \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_3 \end{bmatrix} + R(\eta_5) \begin{bmatrix} x' \\ z' \end{bmatrix} \quad (3)$$

である。以降の議論では浮体の中心軸上の諸量について着目するので、特に断りのない限り $x' = 0$ とみなす。

ある変数 v について、 v の 1 階時間微分を $\dot{v}$ 、2 階時間微分を $\ddot{v}$ と表記する。

(2) 波力の評価式

入射波は、水深を無限とみなした場合の単周期の Airy 波とする。すなわち、動水圧 p_D 、水粒子の速度 $\vec{u}$ 、加速度 $\vec{a}$ について、

$$p_D = \rho g \zeta_a e^{\kappa(z-d_o)} \sin(\omega t - \kappa x) \quad (4)$$

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_3 \end{bmatrix} = \omega \zeta_a e^{\kappa(z-d_o)} \begin{bmatrix} \sin(\omega t - \kappa x) \\ \cos(\omega t - \kappa x) \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ a_3 \end{bmatrix} = \kappa g \zeta_a e^{\kappa(z-d_o)} \begin{bmatrix} \cos(\omega t - \kappa x) \\ -\sin(\omega t - \kappa x) \end{bmatrix} \quad (6)$$

とする。ここで、 ρ は流体の密度、 g は重力加速度、 $d_o(>0)$ は静水面から点 O までの深さ、 ω は入射波の角振動数、 κ は波数 ($= 2\pi/(\text{波長})$)、 ζ_a は入射波の振幅である。

浮体に作用する波力についての評価式は、モリソン式に準じて以下のように表す。

x' 軸方向について、

$$df'_{w1} = \frac{1}{2} \rho C_d D dz' |u'_1 - v'_1| (u'_1 - v'_1) + \rho C_m \frac{\pi D^2}{4} dz' a'_1 - \rho (C_m - 1) \frac{\pi D^2}{4} dz' \alpha'_1 \quad (7)$$

とする。ここで、 df'_{w1} は部材の微小長さ dz' に作用する x' 軸方向波力、 $\vec{v}$ 、 $\vec{\alpha}$ はそれぞれ座標系 $O-xyz$ から見た部材の微小長さ dz' の中心の速度、加速度ベクトル、 D は円柱の直径、 C_d は抗力係数、 C_m は慣性力係数である。ここでの u'_1 、 a'_1 は微小長さ dz' の中心での値である。

z' 軸方向について、

$$f'_{w3} = A_2 p_D(-h_2) - (A_2 - A_1) p_D(h_1) + \frac{1}{2} \rho C_{dv} A_2 |u'_3(-h_2) - v'_3| (u'_3(-h_2) - v'_3) + \frac{1}{2} \rho C_{dv} (A_2 - A_1) |u'_3(h_1) - v'_3| (u'_3(h_1) - v'_3) - \rho C_{av} \left(\frac{2}{3} \frac{\pi D_2^3}{8} + (A_2 - A_1) \frac{D_2 - D_1}{2} \right) \alpha'_3 \quad (8)$$

とする。ここで、 h_1 、 $h_2(>0)$ はそれぞれ重心から段違い部の中心、浮体底面の中心までの距離、 D_1 、 D_2 はそれぞれ上部円筒直径、下部円筒直径、 A_1 、 A_2 はそれぞれ上部円筒断面積、下部円筒断面積 (i.e. $A_1 := \frac{\pi D_1^2}{4}$, $A_2 := \frac{\pi D_2^2}{4}$) である。 v'_3 、 α'_3 はそれぞれ浮体重心における値とする。

(3) 運動方程式

浮体の質量を m と表すと、並進運動の運動方程式は、

$$m \frac{d^2}{dt^2} \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{w1} + f_{m1} \\ f_{w3} + f_{m3} + f_f - mg \end{bmatrix} \quad (9)$$

となる。ただし、 $\mathbf{f}_w = [f_{w1}, 0, f_{w3}]^T$ は波力の総和、 $\mathbf{f}_m = [f_{m1}, 0, f_{m3}]^T$ は係留力の総和、 f_f は浮力である。

座標系 $O-xyz$ に対する座標系 $G-x'y'z'$ の角速度ベクトルを $\vec{\omega}^{OG}$ 、座標系 $G-x'y'z'$ における慣性マトリクスを ${}^G \mathbf{J}'$ 、重心 G 回りの総トルクを ${}^G \vec{n}$ と表す。このと

き ${}^G \mathbf{J}' = \text{diag}[I_x \ I_y \ I_z]$, $\boldsymbol{\omega}'^{OG} = [0 \ \dot{\eta}_5 \ 0]^T$ であるので、オイラーの運動方程式⁷⁾

$${}^G \mathbf{J}' \dot{\boldsymbol{\omega}}'^{OG} + \tilde{\boldsymbol{\omega}}'^{OG} {}^G \mathbf{J}' \boldsymbol{\omega}' = {}^G \mathbf{n}' \quad (10)$$

$$\tilde{\boldsymbol{\omega}}'^{OG} := \begin{bmatrix} 0 & -\omega'_3 & \omega'_2 \\ \omega'_3 & 0 & -\omega'_1 \\ -\omega'_2 & \omega'_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

において

$$\tilde{\boldsymbol{\omega}}'^{OG} {}^G \mathbf{J}' \boldsymbol{\omega}' = \mathbf{0} \quad (12)$$

となるから、回転の運動方程式は、

$$I_y \ddot{\eta}_5 = {}^G n'_2 \quad (13)$$

となる。したがって、波力による重心まわりの総トルクを ${}^G n_w$ 、係留索取り付け位置の中心と浮心の z' 座標をそれぞれ z'_m , z'_b とおくと、

$$I_y \ddot{\eta}_5 = {}^G n_w + z'_m f'_{m1} - z'_b f_f \sin \eta_5 \quad (14)$$

となる。

式 (7), 式 (8) において, $|u'_i - v'_i|(u'_i - v'_i)$ ($i = 1, 3$) を文献⁹⁾ に準じて次のように線形化する。

$$|u'_i - v'_i|(u'_i - v'_i) = \sqrt{\frac{8}{\pi}} \sigma_{u'_i - v'_i} (u'_i - v'_i) \quad (15)$$

ただし, $\sigma_{u'_i - v'_i}$ は定常振動時における $u'_i - v'_i$ の二乗平均平方根である。水粒子速度 u'_i ($i = 1, 3$) および浮体の動揺の速度 v'_i ($i = 1, 3$) が, それぞれ入射波の振幅 ζ_a に比例するとみなせることから, $u'_i - v'_i$ の二乗平均平方根 $\sigma_{u'_i - v'_i}$ も ζ_a に比例する量として評価できる。ここで, $\sigma_i(z')$ を

$$\zeta_a \sigma_i(z') = \sigma_{u'_i(z') - v'_i(z')} \quad (16)$$

となる量として定義する。

(4) 近似の方法について

本論文では波高 ζ_a を微小とみなして, ζ_a の二次以降の微小量は無視する。

いま式 (9) および式 (14) に関して, 変位ベクトル $\boldsymbol{\eta} = [\eta_1 \ \eta_3 \ \eta_5]^T$ についての定常周期解が存在して, その振幅が波高に比例するとみなす。この定常周期解を $\zeta_a \boldsymbol{\eta}^*$ と表し, さらに定常周期解周りの変位ベクトルを $\delta \boldsymbol{\eta}$ とする。したがって変位ベクトル $\boldsymbol{\eta}$ は

$$\boldsymbol{\eta} = \zeta_a \boldsymbol{\eta}^* + \delta \boldsymbol{\eta} \quad (17)$$

となる。このとき, リャプノフとアンドロノフ-ウィットの定理¹¹⁾ から, 定常周期解周りの動的安定性に関しては $\delta \boldsymbol{\eta}$ に関する二次以降の微小量を無視できる。

η_i , η_j , η_k をベクトル $\boldsymbol{\eta}$, $\dot{\boldsymbol{\eta}}$, $\ddot{\boldsymbol{\eta}}$ のいずれかの成分とすると,

$$\eta_i \eta_j = (\zeta_a \eta_i^* + \delta \eta_i)(\zeta_a \eta_j^* + \delta \eta_j) \approx \zeta_a (\eta_i^* \delta \eta_j + \eta_j^* \delta \eta_i) \quad (18)$$

$$\eta_i \eta_j \eta_k \approx \zeta_a (\eta_i^* \delta \eta_j + \eta_j^* \delta \eta_i)(\zeta_a \eta_k^* + \delta \eta_k) \approx 0 \quad (19)$$

となるので, $\boldsymbol{\eta}$, $\dot{\boldsymbol{\eta}}$, $\ddot{\boldsymbol{\eta}}$ に関する n 次以降の微小量 $r_n(\boldsymbol{\eta})$ について, 次の近似式が成り立つ。

$$\zeta_a r_2(\boldsymbol{\eta}) \approx 0 \quad (20)$$

$$r_3(\boldsymbol{\eta}) \approx 0 \quad (21)$$

(5) 式の展開

式 (3) において $x' = 0$ のとき

$$\begin{bmatrix} x \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \eta_1 + z' \eta_5 \\ \eta_3 + z' \end{bmatrix} + r_2(\boldsymbol{\eta}) \quad (22)$$

となる。したがって,

$$e^{\kappa(z-d_o)} = (1 + \kappa \eta_3) e^{\kappa(z'-d_o)} + r_2(\boldsymbol{\eta}) \quad (23)$$

$$\sin(\omega t - \kappa x) = \sin \omega t - \kappa(\eta_1 + z' \eta_5) \cos \omega t + r_2(\boldsymbol{\eta}) \quad (24)$$

$$\cos(\omega t - \kappa x) = \cos \omega t + \kappa(\eta_1 + z' \eta_5) \sin \omega t + r_2(\boldsymbol{\eta}) \quad (25)$$

なので, 式 (4), 式 (5), 式 (6) は式 (20) から

$$p_D \approx \rho g \zeta_a e^{\kappa(z'-d_o)} \{ (1 + \kappa \eta_3) \sin \omega t - \kappa(\eta_1 + z' \eta_5) \cos \omega t \} \quad (26)$$

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_3 \end{bmatrix} \approx \omega \zeta_a e^{\kappa(z'-d_o)} R(\omega t) \begin{bmatrix} -\kappa(\eta_1 + z' \eta_5) \\ 1 + \kappa \eta_3 \end{bmatrix} \quad (27)$$

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ a_3 \end{bmatrix} \approx \kappa g \zeta_a e^{\kappa(z'-d_o)} R(\omega t) \begin{bmatrix} 1 + \kappa \eta_3 \\ \kappa(\eta_1 + z' \eta_5) \end{bmatrix} \quad (28)$$

となる。さらに, $R(-\eta_5)R(\omega t) = R(\omega t)R(-\eta_5)$ であることに注意すると,

$$\begin{bmatrix} u'_1 \\ u'_3 \end{bmatrix} \approx \omega \zeta_a e^{\kappa(z'-d_o)} R(\omega t) \begin{bmatrix} -\kappa \eta_1 - (1 + \kappa z') \eta_5 \\ 1 + \kappa \eta_3 \end{bmatrix} \quad (29)$$

$$\begin{bmatrix} a'_1 \\ a'_3 \end{bmatrix} \approx \kappa g \zeta_a e^{\kappa(z'-d_o)} R(\omega t) \begin{bmatrix} 1 + \kappa \eta_3 \\ \kappa \eta_1 + (1 + \kappa z') \eta_5 \end{bmatrix} \quad (30)$$

となる。

原点 O から見た重心 G の速度, 加速度ベクトルをそれぞれ $\vec{\mathbf{v}}^G$, $\vec{\boldsymbol{\alpha}}^G$, 重心 G から見た z' 軸上の点 P の位置ベクトルを $\vec{\mathbf{s}}$ とあらわすと, 文献⁸⁾ より

$$\vec{\mathbf{v}} = \vec{\mathbf{v}}^G + \vec{\boldsymbol{\omega}}^{OG} \times \vec{\mathbf{s}} \quad (31)$$

$$\vec{\boldsymbol{\alpha}} = \vec{\boldsymbol{\alpha}}^G + \dot{\vec{\boldsymbol{\omega}}}^{OG} \times \vec{\mathbf{s}} + \vec{\boldsymbol{\omega}}^{OG} \times \vec{\boldsymbol{\omega}}^{OG} \times \vec{\mathbf{s}} \quad (32)$$

ただし, 記号 $\times$ はベクトルの外積を表す。

$\boldsymbol{\omega}' = [0 \ \dot{\eta}_5 \ 0]^T$, $\mathbf{s}' = [0 \ 0 \ z']^T$ および式 (1) などから,

$$\begin{bmatrix} v'_1 \\ v'_3 \end{bmatrix} = R(-\eta_5) \begin{bmatrix} \dot{\eta}_1 \\ \dot{\eta}_3 \end{bmatrix} + \dot{\eta}_5 \begin{bmatrix} z' \\ 0 \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} \dot{\eta}_1 + z' \dot{\eta}_5 - \dot{\eta}_3 \eta_5 \\ \dot{\eta}_3 + \dot{\eta}_1 \eta_5 \end{bmatrix} \quad (33)$$

$$\begin{bmatrix} a'_1 \\ a'_3 \end{bmatrix} = R(-\eta_5) \begin{bmatrix} \ddot{\eta}_1 \\ \ddot{\eta}_3 \end{bmatrix} + \ddot{\eta}_5 \begin{bmatrix} z' \\ 0 \end{bmatrix} - \dot{\eta}_5^2 \begin{bmatrix} 0 \\ z' \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} \ddot{\eta}_1 + z' \ddot{\eta}_5 - \ddot{\eta}_3 \eta_5 \\ \ddot{\eta}_3 + \ddot{\eta}_1 \eta_5 - z' \dot{\eta}_5^2 \end{bmatrix} \quad (34)$$

式 (33), 式 (29), 式 (30) より, 式 (7) は

$$\begin{aligned} df'_{w1} \approx & -\rho C_d D dz' \sqrt{\frac{2}{\pi}} \zeta_a \sigma_1 (\dot{\eta}_1 + z' \dot{\eta}_5) \\ & + \rho C_m \kappa g \zeta_a \frac{\pi D^2}{4} e^{\kappa(z'-d_o)} dz' \{ (1 + \kappa \eta_3) \cos \omega t \\ & + (\kappa \eta_1 + (1 + \kappa z') \eta_5) \sin \omega t \} \\ & - \rho (C_m - 1) \frac{\pi D^2}{4} dz' (\ddot{\eta}_1 + z' \ddot{\eta}_5 - \dot{\eta}_3 \eta_5) \end{aligned} \quad (35)$$

となる. 式 (8) は

$$\begin{aligned} f'_{w3} \approx & \rho g \zeta_a \{ c_1 (1 + \kappa \eta_3) \sin \omega t \\ & + \kappa (c_2 \eta_5 - c_1 \eta_1) \cos \omega t \} \\ & - \rho C_{dv} \zeta_a c_3 \dot{\eta}_3 - a_{33} (\ddot{\eta}_3 + \dot{\eta}_1 \eta_5) \end{aligned} \quad (36)$$

となる. 定数係数 c_i および a_{ij} の評価式については付録 I に記載する.

水面変動の影響を無視すると, 重心 G から静水面までの浮体の長さ L は,

$$L = (d_o - \eta_3) \sec \eta_5 \approx d_o - \eta_3 + d_o \eta_5^2 \quad (37)$$

となる. $i = 0, 1, 2$ について

$$\int_{d_o}^L e^{\kappa(z'-d_o)} \frac{\pi D^2}{4} z'^i dz' = -A_1 d_o^i \eta_3 + r_2(\eta) \quad (38)$$

となることに注意すると, f'_{w1} は,

$$\begin{aligned} f'_{w1} = & \int_{z'=-h_2}^{z'=L} df'_1 \\ \approx & -\rho C_d \zeta_a (c_4 \dot{\eta}_1 + c_6 \dot{\eta}_5) \\ & + \rho C_m \kappa g \zeta_a \{ (c_5 + (c_5 \kappa - A_1) \eta_3) \cos \omega t \\ & + (c_5 \kappa \eta_1 + (c_5 + c_7 \kappa) \eta_5) \sin \omega t \} \\ & - a_{11} (\ddot{\eta}_1 - \dot{\eta}_3 \eta_5) - a_{15} \ddot{\eta}_5 \\ & + \rho (C_m - 1) A_1 (\ddot{\eta}_1 \eta_3 + d_o \eta_3 \ddot{\eta}_5) \end{aligned} \quad (39)$$

となる. 同様に, G_{n_w} は

$$\begin{aligned} G_{n_w} = & \int_{z'=-h_2}^{z'=L} z' df'_1 \\ \approx & -\rho C_d \zeta_a (c_6 \dot{\eta}_1 + c_8 \dot{\eta}_5) \\ & + \rho C_m \kappa g \zeta_a \{ (c_7 + (c_7 \kappa - A_1 d_o) \eta_3) \cos \omega t \\ & + (c_7 \kappa \eta_1 + (c_7 + c_9 \kappa) \eta_5) \sin \omega t \} \\ & - a_{15} (\ddot{\eta}_1 - \dot{\eta}_3 \eta_5) - a_{55} \ddot{\eta}_5 \\ & + \rho (C_m - 1) A_1 d_o (\ddot{\eta}_1 \eta_3 + d_o \eta_3 \ddot{\eta}_5) \end{aligned} \quad (40)$$

となる. 式 (1) より,

$$\begin{aligned} f_{w1} = & \cos \eta_5 f'_{w1} + \sin \eta_5 f'_{w3} \\ \approx & -\rho C_d \zeta_a (c_4 \dot{\eta}_1 + c_6 \dot{\eta}_5) \\ & + \rho g \zeta_a \{ C_m \kappa (c_5 + (c_5 \kappa - A_1) \eta_3) \cos \omega t \\ & + (C_m c_5 \kappa^2 \eta_1 + (C_m (c_5 + c_7 \kappa) \kappa + c_1) \eta_5) \sin \omega t \} \\ & - a_{11} \ddot{\eta}_1 - a_{15} \ddot{\eta}_5 + (a_{11} - a_{33}) \dot{\eta}_3 \eta_5 \\ & + \rho (C_m - 1) A_1 (\ddot{\eta}_1 \eta_3 + d_o \eta_3 \ddot{\eta}_5) \end{aligned} \quad (41)$$

$$f_{w3} = \cos \eta_5 f'_{w3} - \sin \eta_5 f'_{w1}$$

$$\begin{aligned} \approx & \rho g \zeta_a \{ c_1 (1 + \kappa \eta_3) \sin \omega t \\ & + \kappa ((c_2 - C_m c_5) \eta_5 - c_1 \eta_1) \cos \omega t \} \\ & - \rho C_{dv} \zeta_a c_3 \dot{\eta}_3 - a_{33} \ddot{\eta}_3 \\ & + (a_{11} - a_{33}) \dot{\eta}_1 \eta_5 + a_{15} \ddot{\eta}_5 \eta_5 \end{aligned} \quad (42)$$

となる.

さらに, 式 (37) より静水時の釣合状態での排水体積を V_0 とすると,

$$\begin{aligned} f_f = & \rho g (V_0 + A_1 (L - d_o)) \\ \approx & \rho g (V_0 + A_1 (-\eta_3 + d_o \eta_5^2)) \end{aligned} \quad (43)$$

$$\begin{aligned} z'_b = & \frac{\frac{1}{2} A_1 (L^2 - h_1^2) + \frac{1}{2} A_2 (h_1^2 - h_2^2)}{V_0 + A_1 (L - d_o)} \\ = & \frac{S}{V_0} - \frac{A_1}{V_0} (d_o - \frac{S}{V_0}) \eta_3 + r_2(\eta) \end{aligned} \quad (44)$$

となる. ただし,

$$S = \frac{1}{2} A_1 (d_o^2 - h_1^2) + \frac{1}{2} A_2 (h_1^2 - h_2^2) \quad (45)$$

とする. これらより, 式 (14) の浮力に関する項について,

$$-z'_b f_f \sin \eta_5 \approx -\rho g S \eta_5 + \rho g A_1 d_o \eta_3 \eta_5 \quad (46)$$

が成り立つ. 本章では, 係留力を Surge 方向の線形ばねによる復元力としてモデル化する. すなわち, 定数 K_H を用いて

$$f_{m1} = -K_H x \approx -K_H (\eta_1 + z'_m \eta_5) \quad (47)$$

と仮定する. 式 (14) の係留力に関する項について,

$$f'_{m1} z'_m \approx -K_H z'_m (\eta_1 + z'_m \eta_5) \quad (48)$$

となる.

変位ベクトルを $\eta = [\eta_1 \ \eta_3 \ \eta_5]^T$ と表記する. 以上をまとめると, 式 (9), 式 (14) より運動方程式

$$\begin{aligned} M \ddot{\eta} = & -(C_1 + \zeta_a (C_2 \cos \omega t + C_3 \sin \omega t)) \eta \\ & - \zeta_a C_4 \dot{\eta} + \zeta_a F_1(t) + F_2(\eta) \ddot{\eta} + F_3(\eta) \end{aligned} \quad (49)$$

が得られる. ただし, 係数行列 M , C_i および変位または時間に関する関数行列 F_i の評価式については付録 I に記載する.

(6) 動的安定性の評価

定常周期解 $\eta = \zeta_a \eta^*$ を式 (49) に代入すると,

$$M \zeta_a \ddot{\eta}^* = -C_1 \zeta_a \eta^* + \zeta_a F_1(t) \quad (50)$$

となる. これを解くと, 適当な定数 η_{1a}^* , η_{3a}^* , η_{5a}^* について,

$$\eta^* = \begin{bmatrix} \eta_{1a}^* \cos \omega t \\ \eta_{3a}^* \sin \omega t \\ \eta_{5a}^* \cos \omega t \end{bmatrix} \quad (51)$$

となる. これと式 (33), 式 (29) から, 定常振動時において

$$u'_1 - v'_1 \approx \omega \zeta_a (e^{\kappa(z'-d_o)} + \eta_{1a}^* + z' \eta_{5a}^*) \sin \omega t \quad (52)$$

$$u'_3 - v'_3 \approx \omega \zeta_a (e^{\kappa(z'-d_o)} - \eta_{3a}^*) \cos \omega t \quad (53)$$

と表される。したがって σ_1, σ_3 について、

$$\zeta_a \sigma_1 = \frac{1}{2} \omega \zeta_a |e^{\kappa(z'-d_o)} + \eta_{1a}^* + z' \eta_{5a}^*| \quad (54)$$

$$\zeta_a \sigma_3 = \frac{1}{2} \omega \zeta_a |e^{\kappa(z'-d_o)} - \eta_{3a}^*| \quad (55)$$

となる。これらの評価式を付録 I の式 (I.3), 式 (I.4), 式 (I.6), 式 (I.8) などに用いることで、式 (49) における定数行列 C_4 の各成分の値を具体的に算定できる。

$\eta = \zeta_a \eta^* + \delta \eta$ を式 (49) に代入し、両辺の左側から $(I_3 + \zeta_a F_2(\eta^*) M^{-1})$ (ただし I_3 は 3 次の単位行列) を掛け、式 (50) などを用いて整理すると、定常周期解周りの変位ベクトル $\delta \eta$ についての運動方程式

$$\begin{aligned} M \delta \ddot{\eta} = & -\{C_1 + \zeta_a(C_2 \cos \omega t + C_3 \sin \omega t)\} \delta \eta \\ & -\zeta_a C_4 \delta \dot{\eta} + \zeta_a F_2(\delta \eta) \ddot{\eta}^* + F_3(\zeta_a \eta^* + \delta \eta) \\ & -\zeta_a F_2(\eta^*) M^{-1} C_1 \delta \eta \end{aligned} \quad (56)$$

が得られる。式 (51) より、適当な定数行列 C_5, C_6 をもちいて、

$$\begin{aligned} \zeta_a F_2(\delta \eta) \ddot{\eta}^* + F_3(\zeta_a \eta^* + \delta \eta) - \zeta_a F_2(\eta^*) M^{-1} C_1 \delta \eta \\ = \zeta_a (C_5 \cos \omega t + C_6 \sin \omega t) \delta \eta \end{aligned} \quad (57)$$

と表せるので、 $C'_2 = C_2 - C_5, C'_3 = C_3 - C_6$ とおくと式 (56) は

$$M \delta \ddot{\eta} = -\{C_1 + \zeta_a(C'_2 \cos \omega t + C'_3 \sin \omega t)\} \delta \eta - \zeta_a C_4 \delta \dot{\eta} \quad (58)$$

となる。静水時 (i.e. $\zeta_a = 0$) において式 (58) で表される系が安定であることから、 $M^{-1} C_1$ は正の固有値を持つ。固有値 $\omega_1^2, \omega_2^2, \omega_3^2$ について、

$$(\omega_i^2 I_3 - M^{-1} C_1) \phi_i = \mathbf{0} \quad (i = 1, 2, 3) \quad (59)$$

となる正規固有ベクトル ϕ_i によって、モード行列 $T = [\phi_1 \phi_2 \phi_3]$ を定義することができて、

$$T^{-1}(M^{-1} C_1) T = \text{diag}[\omega_1^2 \omega_2^2 \omega_3^2] \quad (60)$$

となる。

ベクトル $\mathbf{x}$ を $\mathbf{x} = T^{-1} \delta \eta$ として定義し、式 (58) における各係数行列に対して左側から $T^{-1} M^{-1}$ 、右側から T をかけたものとして B, D, E, F を定義すると、

$$\ddot{\mathbf{x}} = -(B + \zeta_a(D \cos \omega t + E \sin \omega t)) \mathbf{x} - \zeta_a F \dot{\mathbf{x}} \quad (61)$$

となる。Hsu の摂動法による結果⁵⁾によると、式 (61) のように表される系における不安定領域は、 $\zeta_a \lambda = \omega - (\omega_k \pm \omega_j) \quad (k, j = 1, 2, 3)$ となるような λ について、

$$\left[\frac{\alpha + (\alpha^2 + \beta^2)^{1/2}}{2} \right]^{1/2} - (f_{kk} + f_{jj}) > 0 \quad (62)$$

$$\begin{aligned} \alpha = & (f_{kk} + f_{jj})^2 - 4(f_{jj} f_{kk} + \lambda^2) \\ & \pm \frac{1}{\omega_k \omega_j} (d_{kj} d_{jk} + e_{kj} e_{jk}) \end{aligned} \quad (63)$$

$$\beta = 4\lambda(f_{jj} - f_{kk}) \pm \frac{1}{\omega_k \omega_j} (e_{kj} d_{jk} - d_{kj} e_{jk}) \quad (64)$$

で表される領域である。ただし $d_{mn}, e_{mn}, f_{mn} \quad (m, n = 1, 2, 3)$ はそれぞれ行列 D, E, F の m, n 成分である。

3. 数値解析手法

以下の方法により、式 (9), 式 (14) における各々の外力を評価し、これを微分方程式の初期値問題として解くことで浮体の動揺の時系列を評価する。

(1) 波力の評価法

波力の評価は式 (7), 式 (8) に基づいて行う。式 (7) の積分区間については、浮体の変位に加え水面変動についても評価する。

水面変位 ζ , 動水圧 p_D , 水粒子速度 $\mathbf{u}$ および加速度 $\mathbf{a}$ は模型実験での適用を考慮して、入射波と水槽端からの反射波の重ね合わせとして評価する。このときそれぞれの波は有限水深における Airy 波とみなす。すなわち、反射率を r , および原点位置での入射波と反射波の位相差を θ として、

$$\zeta = \zeta_a \{ \sin(\omega t - \kappa x) + r \sin(\omega t + \kappa x + \theta) \} \quad (65)$$

$$p_D = \rho g \zeta_a \frac{\cosh \kappa(z+h)}{\cosh \kappa h} \{ \sin(\omega t - \kappa x) + r \sin(\omega t + \kappa x + \theta) \} \quad (66)$$

$$u_1 = \omega \zeta_a \frac{\cosh \kappa(z+h)}{\sinh \kappa h} \{ \sin(\omega t - \kappa x) + r \sin(\omega t + \kappa x + \theta) \} \quad (67)$$

$$u_3 = \omega \zeta_a \frac{\sinh \kappa(z+h)}{\sinh \kappa h} \{ \cos(\omega t - \kappa x) + r \cos(\omega t + \kappa x + \theta) \} \quad (68)$$

$$a_1 = \omega^2 \zeta_a \frac{\cosh \kappa(z+h)}{\sinh \kappa h} \{ \cos(\omega t - \kappa x) + r \cos(\omega t + \kappa x + \theta) \} \quad (69)$$

$$a_3 = -\omega^2 \zeta_a \frac{\sinh \kappa(z+h)}{\sinh \kappa h} \{ \sin(\omega t - \kappa x) + r \sin(\omega t + \kappa x + \theta) \} \quad (70)$$

とする。ここで、 h は水深である。また、 κ の値は、 ω との関係式

$$\frac{\omega^2}{g} = \kappa \tanh \kappa h \quad (71)$$

に基づいて評価する。 r および θ は後述の造波動揺実験時における波高計のデータから算定する。

(2) 係留力の評価法

係留力の評価について、以下の 2 通りの方法で計算を行う。

a) 係留索の抗力による効果を考慮しない場合

係留索の張力はカテナリー理論に基づいて評価し、波力や係留索の運動により生じる外力は無視する。

図-3 係留索モデル

b) 係留索の抗力による効果を考慮する場合

係留索の運動については、近似的に平面内の運動のみを考える。また、係留索の形状はカタナリー理論に基づくものとする。

図-3 のような、係留アンカーの位置に原点を持つ座標系 $O-xy$ について、係留索上の点 P の座標 (x_p, y_p) は、それぞれ浮体側係留取り付け位置 P_0 の座標 (X, Y) と、そこからの係留索の長さ s の関数となる。すなわち、

$$x_p = X - c \cosh^{-1}(Y/c + 1) + c \sinh^{-1}(s'/c) \quad (72)$$

$$y_p = -c + \sqrt{c^2 + s'^2} \quad (73)$$

$$s' = \sqrt{Y^2 + 2cY} - s \quad (74)$$

である。ただし、 c はカタナリー数で係留索の全長 l についての等式

$$l = X - c \cosh^{-1}(Y/c + 1) + \sqrt{Y^2 + 2cY} \quad (75)$$

を c についての非線形方程式として数値的に解いて求める。 s を定数とみなして、式 (72) から式 (75) までのそれぞれの両辺を時間微分して整理すると、

$$\dot{x}_p = \dot{X} + \frac{s'c - s'\dot{c}}{y_p + c} - \frac{\dot{Y}c - Y\dot{c}}{\sqrt{Y^2 + 2cY}} + \dot{c}(\sinh^{-1}(s'/c) - \cosh^{-1}(Y/c + 1)) \quad (76)$$

$$\dot{y}_p = \frac{s'\dot{s}' - \dot{c}y_p}{y_p + c} \quad (77)$$

$$\dot{s}' = \frac{Y\dot{Y} + c\dot{Y} + \dot{c}Y}{\sqrt{Y^2 + 2cY}} \quad (78)$$

$$\dot{c} = \frac{Y\dot{Y} + \sqrt{Y^2 + 2cY}\dot{X}}{\sqrt{Y^2 + 2cY} \cosh^{-1}(Y/c + 1) - 2Y} \quad (79)$$

したがって、点 P の速度ベクトル $(\dot{x}_p, \dot{y}_p)$ は P_0 の座標 (X, Y) 、速度 $(\dot{X}, \dot{Y})$ および s の関数となる。 P での係留索の傾き ϕ についても

$$\phi = \tan^{-1}(s'/c) \quad (80)$$

となり (X, Y) と s の関数として表されるので、点 P の速度のうち係留索に対して垂直で下向きの成分 v_n を求めることができる。このとき、点 P 近傍の微小要素 ds が受ける抗力 df_d は、モリソン式に準じて、

$$df_d = -\frac{1}{2}\rho C_{dc} D_c v_n |v_n| ds \quad (81)$$

図-4 単純円筒型浮体模型の概略

図-5 二段円筒型浮体模型の概略

となる。ここで、 C_{dc} は係留索の抗力係数、 D_c は係留索の有効径である。

df_d の仕事による係留索の運動エネルギー減少を無視すると、抗力の効果による係留力の増分 $\Delta \vec{F}$ について

$$\Delta \vec{F} \cdot (\dot{X}, \dot{Y}) = \int v_n df_d = -\frac{1}{2}\rho C_{dc} D_c \int |v_n|^3 ds \quad (82)$$

となる。 $\Delta \vec{F}$ のうち点 P_0 の速度方向に垂直な成分を無視して向きを速度の逆向きとし、 $\Delta \vec{F}$ の大きさを ΔF とおくと、

$$\Delta F = \frac{\frac{1}{2}\rho C_{dc} D_c \int |v_n|^3 ds}{\sqrt{\dot{X}^2 + \dot{Y}^2}} \quad (83)$$

となる。この ΔF を、係留系への抗力による係留力増分として評価する。

4. 実験方法

2MW クラスの実機に対して 100 分の 1 スケールの単純円筒型、二段円筒型の 2 つの浮体模型を用いて波浪動揺試験を行った。各浮体模型の円筒部分は塩化ビニル管、中心軸部分はステンレスの棒ネジで製作されている。円筒部分は中が空洞になっており、円筒部内の鉛のバラストとステンレスの棒ネジ部に備え付けた鉄のおもりで重心、喫水を調整した。各浮体模型の概略を図-4 および図-5 に示す。

図-6 浮体模型設置状況の概略

実験水槽は京都大学にある二次元造波水路(幅:0.8m, 高さ:1.0m, 水路長:30m)を使用した。水槽の片側には消波帯が設けられている。二次元造波水路の水深は75cmとした。波高計は浮体模型からみて造波装置側に2台設置した。計測値から反射波の影響を評価しやすいように、波高計どうしの間隔 Δl は、入射波の波長の推定値(有限水深におけるAiry波の理論に基づく)に対して3/4倍または1/4倍となるよう入射波周期ごとに調節した。二次元造波水路および浮体模型と波高計の設置状況についての概略を図-6に示す。

各浮体模型の諸元を表-1、表-2に示す。ただし、ここでの固有角振動数は、静水時において各方向に初期変位を与えたときの自由振動の固有角振動数である。浮体模型は水中重量12g/mのアルミチェーンで水路床面に4点係留し、水路幅80cmの中央に設置した。

入射波は単周期の規則波とし、入射波の波高は模型を設置しない状態で両振幅が5cmとなるようにした。入射波周期は0.6secから2.6secまで0.2secごとの条件について実験を行った。さらに式(62)による安定性の評価について後述の結果から予想される共振の有無を調べるため、単純円筒型浮体模型の実験においては0.90secから1.15secまで、1.30secから1.70secまでのそれぞれについて0.05secごとの入射波周期で実験を行った。また、二段円筒型浮体模型の実験においては1.4secから2.1secまで0.05secごとの入射波周期で実験を行った。

それぞれの条件に対して、波高と浮体模型の動揺量を測定した。波高計のデータ収録に関して、波高についてはゼロアップクロス法を用いて求めた1/3有義値、位相については波高計データの時系列にfft法を適用してより求めた値を採用し、波高の時系列が3章(1)節の仮定に従うものとみなして入射波高、反射率、原点位置での入射波と反射波の位相差をそれぞれ算定した。浮体の動揺量はビデオ撮影による記録から、浮体に設置したマーカーを画像解析を用いて追跡することにより計測した。

5. 結果および考察

本論文において、想定されるレイノルズ数は最大 10^4 程度であり、KC数は3.3以下である。浮体模型表面は

表-1 単純円筒型浮体模型の諸元

全高	64 cm
喫水	60.0 cm
円筒直径	8.9 cm
重心高さ(浮体底面から)	24.8 cm
慣動半径	27.7 cm
係留索取り付け位置(浮体底面から)	24.8 cm
係留索一本あたりの長さ	140 cm
係留アンカー位置(水路長さ方向)	120 cm
係留アンカー位置(水路幅方向)	40 cm
Heave 方向動揺の固有角振動数	4.07 rad/sec
Pitch 方向動揺の固有角振動数	2.13 rad/sec
Surge 方向動揺の固有角振動数	0.69 rad/sec

表-2 二段円筒型浮体模型の諸元

全高	64 cm
上部円筒高さ	16.0 cm
下部円筒高さ	48.0 cm
喫水	60.0 cm
上部円筒直径	4.8 cm
下部円筒直径	8.9 cm
重心高さ(浮体底面から)	19.8 cm
慣動半径	26.0 cm
係留索取り付け位置(浮体底面から)	56.0 cm
係留索一本あたりの長さ	190 cm
係留アンカー位置(水路長さ方向)	150 cm
係留アンカー位置(水路幅方向)	40 cm
Heave 方向動揺の固有角振動数	2.36 rad/sec
Pitch 方向動揺の固有角振動数	1.73 rad/sec
Surge 方向動揺の固有角振動数	0.36 rad/sec

十分滑らかであるとみなせるので C_m , C_d , C_{dc} の値は文献¹⁰⁾に基づいて表-3に示す値で与えられる。ただし、浮体の有限長さによる抗力の減少効果についてはここでは考慮しない。 C_{av} , C_{dv} の値についてはHeave方向の自由減衰試験の結果に対して数値計算の再現性が高いものを選んだ。

(1) 基礎理論による安定性の評価

単純円筒型浮体模型について表-1および表-3の諸量を用い、さらに係留索による水平力についての線形ばね係数 K_H を式(49)およびSurge方向動揺の固有角振動数から推定すると、行列 $M^{-1}C_1$ の固有値の平方根で定義される ω_i ($i = 1, 2, 3$)は小さい順に $\omega_1 = 0.69$ rad/sec, $\omega_2 = 2.18$ rad/sec, $\omega_3 = 3.87$ rad/secとなる。

表-3 各種係数の値

浮体軸直交方向の慣性力係数	C_m	2.0
浮体軸直交方向の抗力係数	C_d	1.2
浮体軸方向の付加質量係数	C_{av}	2.0
浮体軸方向の抗力係数	C_{dv}	6.5
係留索の抗力係数	C_{dc}	2.4
係留索の有効径	D_c	3.0 mm

図-7 単純円筒型模型 $2\omega_2$ 近傍における式 (62) 左辺の値

図-8 単純円筒型模型 $\omega_2 + \omega_3$ 近傍における式 (62) 左辺の値

図-9 単純円筒型模型 $2\omega_3$ 近傍における式 (62) 左辺の値

同様に、二段円筒型浮体模型については、 $\omega_1 = 0.37$ rad/sec, $\omega_2 = 1.70$ rad/sec, $\omega_3 = 2.19$ rad/sec となる。これらの値は、表-1,2における各方向の固有角振動数の実験値に概ね対応している。

実海域における入射波の有義周期の範囲は、文献¹²⁾によると4secから20sec程度である。したがって、Froudeの相似則より1/100モデルの二段円筒型浮体模型につ

図-10 二段円筒型模型 $2\omega_2$ 近傍における式 (62) 左辺の値

図-11 二段円筒型模型 $\omega_2 + \omega_3$ 近傍における式 (62) 左辺の値

図-12 二段円筒型模型 $2\omega_3$ 近傍における式 (62) 左辺の値

いて検討すべき入射波の有義周期の範囲は0.4secから2.0secとなるので、入射波の角振動数 ω の範囲は3 rad/secから16 rad/sec程度となる。よって、波浪による共振の有無を評価するためには、 $2\omega_2 (= 3.41$ rad/sec) 近傍、 $\omega_2 + \omega_3 (= 3.89$ rad/sec) 近傍、 $2\omega_3 (= 4.38$ rad/sec) 近傍それぞれにおける動揺を調べればよいことになる。

図-7,8,9 および図-10,11,12は、単純円筒型、二段円筒型それぞれの浮体模型について $2\omega_2$ 近傍、 $\omega_2 + \omega_3$ 近傍、 $2\omega_3$ 近傍における式 (62) の左辺をそれぞれプロットしたものである。この値が正となるときの共振の発生が予想される。

これらの図より、2.章の定式化に基づくならば、単純円筒型浮体模型は入射波の角振動数 ω [rad/sec] について $2.99 < \omega < 4.07$, $5.65 < \omega < 6.35$ となるような入射波に対して共振を起こすと予想される。このうち $2\omega_2$ 近傍の共振は、Heave 方向の固有角振動数が Pitch 方向の固有角振動数の約2倍となるため特に過大とな

ることが指摘されている^{2),3),4)}。同様に、二段円筒型浮体模型は $3.17 < \omega < 3.49$, $3.48 < \omega < 4.06$ となるような入射波に対して共振を起こすと予想される。

(2) 数値解析および実験結果の比較

図-13,14,15 および図-16,17,18 は、単純円筒型、二段円筒型それぞれの浮体模型について Surge 方向、Heave 方向、Pitch 方向の波浪動揺試験における波浪応答倍率（入射波の単位振幅あたりの浮体の応答振幅）の実験結果と解析結果を示したものである。また、各図中の横軸上に太線で示した領域は、本章(1)節で共振の発生が予想された領域である。浮体の応答振幅は両振幅の 1/3 有義値とし、ゼロアップクロス法を用いて求めた。数値解析については以下の 2 通りの場合の計算を行った。

Case1 係留索の減衰を考慮しない場合

Case2 係留索の減衰を考慮する場合

単純円筒型浮体模型においては、実験および数値計算のすべての結果において(1)節で予想された共振が発生した。この結果は式(62)による安定性の判別法が妥当であることを示唆する。ただし、係留索による張力の評価式が(1)節のものと数値計算のものとで異なるため、共振が予想された入射波周波数と数値計算および実験の結果との間に多少のずれがある。また、数値計算においては浮体の定常振動を前提に抗力係数を設定しているので、共振発生時の応答量は実験結果と必ずしも一致しない。

二段円筒型浮体模型においては Case1 で共振の発生が予想される一方、実験および Case2 では、パラメータ共振と考えられる応答がみられない。これは係留索への抗力が、Pitch 方向の減衰力を増加させる効果を持つためと考えられる。この結果より、浮体におけるパラメータ共振の抑制に関して、係留索への抗力の効果が寄与していることが予想される。なお、二段円筒型浮体模型の実験においてこの効果が顕著となった理由として、単純円筒型模型のものと比較して長めの係留索を使用したことが考えられる。

6. 結論

- 規則波中における二段円筒型浮体の鉛直面内運動は多自由度パラメータ励振系の運動方程式(49)で定式化された。
- 安定性の評価式として式(62)が得られた。これにより、浮体の振動特性上パラメータ共振の発生する可能性がある入射波周期を推測することができる。
- 入射波の振動数が Heave 方向、Pitch 方向の各固有振動数の和となると、各成分が連成したパラメータ共振が発生する場合があることが示された。

図-13 単純円筒型模型 Surge 方向の波浪応答倍率

図-14 単純円筒型模型 Heave 方向の波浪応答倍率

図-15 単純円筒型模型 Pitch 方向の波浪応答倍率

- 係留索が水中を移動することによって受ける抗力が、浮体の共振の抑制に寄与する場合があることが示唆された。

付録 I 各種係数の評価式

$$c_1 = A_2 e^{\kappa(-h_2-d_o)} - (A_2 - A_1) e^{\kappa(h_1-d_o)} \quad (\text{I.1})$$

$$c_2 = A_2 h_2 e^{\kappa(-h_2-d_o)} + (A_2 - A_1) h_1 e^{\kappa(h_1-d_o)} \quad (\text{I.2})$$

$$c_3 = \sqrt{\frac{2}{\pi}} (A_2 \sigma_3(-h_2) + (A_2 - A_1) \sigma_3(h_1)) \quad (\text{I.3})$$

$$c_4 = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_{-h_2}^{d_o} D \sigma_1 dz' \quad (\text{I.4})$$

図-16 二段円筒型模型 Surge 方向の波浪応答倍率

図-17 二段円筒型模型 Heave 方向の波浪応答倍率

図-18 二段円筒型模型 Pitch 方向の波浪応答倍率

$$c_5 = \int_{-h_2}^{d_o} \frac{\pi D^2}{4} e^{\kappa(z'-d_o)} dz' \quad (I.5)$$

$$c_6 = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_{-h_2}^{d_o} D z' \sigma_1 dz' \quad (I.6)$$

$$c_7 = \int_{-h_2}^{d_o} \frac{\pi D^2}{4} z' e^{\kappa(z'-d_o)} dz' \quad (I.7)$$

$$c_8 = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_{-h_2}^{d_o} D z'^2 \sigma_1 dz' \quad (I.8)$$

$$c_9 = \int_{-h_2}^{d_o} \frac{\pi D^2}{4} z'^2 e^{\kappa(z'-d_o)} dz' \quad (I.9)$$

$$a_{11} = \rho(C_m - 1)(A_1(d_o - h_1) + A_2(h_1 + h_2)) \quad (I.10)$$

$$a_{33} = \rho C_{av} \left(\frac{2\pi D_2^3}{3 \cdot 8} + (A_2 - A_1) \frac{D_2 - D_1}{2} \right) \quad (I.11)$$

$$a_{15} = \rho(C_m - 1) \left(A_1 \frac{d_o^2 - h_1^2}{2} + A_2 \frac{h_1^2 - h_2^2}{2} \right) \quad (I.12)$$

$$a_{55} = \rho(C_m - 1) \left(A_1 \frac{d_o^3 - h_1^3}{3} + A_2 \frac{h_1^3 + h_2^3}{3} \right) \quad (I.13)$$

$$M = \begin{bmatrix} m + a_{11} & 0 & a_{15} \\ 0 & m + a_{33} & 0 \\ a_{15} & 0 & I_y + a_{55} \end{bmatrix} \quad (I.14)$$

$$C_1 = \begin{bmatrix} K_H & 0 & K_H z'_m \\ 0 & \rho g A_1 & 0 \\ K_H z'_m & 0 & \rho g S + K_H z'^2_m \end{bmatrix} \quad (I.15)$$

$$C_2 = \rho g \begin{bmatrix} 0 & C_m(A_1 - c_5\kappa) & 0 \\ c_1\kappa & 0 & (C_m c_5 - c_2)\kappa \\ 0 & C_m(A_1 d_o - c_7\kappa) & 0 \end{bmatrix} \quad (I.16)$$

$$C_3 = -\rho g \begin{bmatrix} C_m c_5 \kappa^2 & 0 & c_1 + C_m(c_5 + c_7\kappa)\kappa \\ 0 & c_1\kappa & 0 \\ C_m c_7 \kappa^2 & 0 & C_m(c_7 + c_9\kappa)\kappa \end{bmatrix} \quad (I.17)$$

$$C_4 = \rho \begin{bmatrix} C_d c_4 & 0 & C_d c_6 \\ 0 & C_{dv} c_3 & 0 \\ C_d c_6 & 0 & C_d c_8 \end{bmatrix} \quad (I.18)$$

$$F_1 = \rho g \begin{bmatrix} C_m c_5 \kappa \cos \omega t \\ c_1 \sin \omega t \\ C_m c_7 \kappa \cos \omega t \end{bmatrix} \quad (I.19)$$

$$F_2 = \rho(C_m - 1) A_1 \begin{bmatrix} 1 & 0 & d_o \\ 0 & 0 & 0 \\ d_o & 0 & d_o^2 \end{bmatrix} \eta_3 + \begin{bmatrix} 0 & a_{11} - a_{33} & 0 \\ a_{11} - a_{33} & 0 & a_{15} \\ 0 & a_{15} & 0 \end{bmatrix} \eta_5 \quad (I.20)$$

$$F_3 = \rho g A_1 d_o \begin{bmatrix} 0 \\ \eta_5 \\ \eta_3 \end{bmatrix} \quad (I.21)$$

$$\quad (I.22)$$

参考文献

- 1) 小寺忠: 『パラメータ励振』, 森北出版株式会社, 2010.
- 2) Haslum, H.A. and Faltinsen, O.M.: Alternative shape of spar platforms for use in hostile areas, *Proceedings of the 31st Offshore Technology Conference, Houston, USA*, pp.217-228, 1999.
- 3) Koo, B.J., Kim, M.H. and Randall, R.E.: Mathieu instability of a spar platform with mooring and risers, *Ocean Engineering*, Vol.31, pp.2175-2208, 2004.
- 4) 安倍久美子, 宇都宮智昭: スパー型浮体におけるパラメータ励振に関する研究, 応用力学論文集, Vol.15, pp.813-822, 2012.
- 5) Hsu, C.S.: On the Parametric Excitation of a Dynamic System Having Multiple Degrees of Freedom, *Trans. ASME, Aser. E*, 30-3, pp.367-370, 1963.

- 6) 日本機械学会:『マルチボディダイナミクス(1)』, コンピュータダイナミクスシリーズ 3, コロナ社, pp.vii-viii, 2006.
- 7) 同上, p.179.
- 8) 同上, pp.69,75.
- 9) Det Norske Veritas: Recommended Practice DNV-RP-C205: Environmental Conditions and Environmental Loads, p.67, 2010.
- 10) 同上, pp.55-58,120.
- 11) ポントリヤーギン:『常微分方程式』, 共立出版, pp.260-266, 1968.
- 12) Faltinsen, O.M.: *Sea Loads on Ships and Offshore Structures*, Cambridge Ocean Technology Series, Cambridge University Press, 1990.

(2014.6.20 受付)

A STUDY ON DYNAMIC STABILITY OF SPAR PLATFORMS AS PARAMETRIC EXCITATION SYSTEMS

Yoshinao GOI and Tomoaki UTSUNOMIYA

In order to realize a floating offshore wind turbine system, it is necessary to examine the dynamic response characteristics of the floating foundation. In this study, we present a method for estimating the dynamic stability of a spar platform in regular waves by applying the Hsu's method (1963). The presented method enables us to estimate the wave frequency at which the parametric resonance may occur as a multiple degrees of freedom system. In addition, we investigate the validity of this method by numerical analysis and experiments.