一次元圧縮下正規圧密砂の 応力-ひずみ構成則

瀬戸内 秀規

正会員 琉球大学准教授 農学部地域農業工学科 (〒903-0213 沖縄県西原町字千原一番地)

E-mail: setouchi@agr.u-ryukyu.ac.jp

一次元単調圧縮下正規圧密砂の粒子破碎を考慮した応力-ひずみ構成則を砂粒子の骨格構造の振る舞いに立脚して開発した. 「骨格構造弾塑性成分の対数間隙ひずみ勾配 $\Delta\epsilon_{cs}/\Delta\sigma$ (領域I) と粒子破碎骨格構造崩壊成分の対数間隙ひずみ勾配 $\Delta\epsilon_c/\Delta\sigma$ (領域II) は, それぞれ圧縮応力 σ に対してべき乗則に従う」という現象論的に見出した仮定に基づいて応力-ひずみ構成則を誘導した. さらに, 粒子破碎骨格構造崩壊に伴う砂の骨格構造低位化効果を記述するひずみの発展則 (領域III) を粒子破碎骨格構造崩壊ひずみ ϵ_c を内部変数に組み込んで提唱するとともに, 実測との照合によりその適用性を実証した. 広範のひずみ領域を記述できる本構成則は, 既往の数値モデルの表現能力向上に資するものと考えられる.

Key Words : compression, constitutive rule, grain crushing, soil structure, stress-strain relation

1. まえがき

建設材料の応力-ひずみ関係を記述する構成則は, 構造物の安全性・経済性・機能性を評価するために不可欠である. 鋼などの金属材料の応力-ひずみ関係は現象論的に提唱されたフック則を利用しており, 弾性域においては実務上合理的に設計が行えている. 他方, 低圧域から塑性ひずみが支配的に生じる地盤材料においてはこのような便利な構成則はなく, 一般に圧縮試験を行い縦軸に公称目盛の間隙比 e , 横軸に対数目盛の圧縮応力 σ をとった e - $\log\sigma$ 関係を地盤材料の応力-ひずみ関係として活用している.

正規圧密粘土では, e - $\log\sigma$ 関係の線形性を認める圧縮指数 C_c によって応力-ひずみ関係が与えられる. ところが, 正規圧密砂を e - $\log\sigma$ 関係で整理すると, 図-1(a)のように過圧密粘土のような折れ曲がり曲線を描く. このことは, 図-1(b)の体積比 $\ln f$ - $\ln\sigma$ の両対数関係でも同様である. つまり, 粘土の圧縮指数の概念は砂には適用しづらいことを示している.

また砂の場合, 粒子破碎が顕著となる応力域では図-2(c)のように粒子骨格構造 (以降, 骨格構造と称する) の崩壊により圧縮性が変化することが知られている¹³⁾. さらに, この骨格構造の崩壊はその骨格構造の低位化 (砂の高密度化) を招くとともに, 低位化した骨格構造に対応する新たな砂の圧縮性を順次誘発するはずである. このことは, 圧縮ひずみ増分は常に骨格構造の状態に依

スチールグリッド砂 (粒子破碎無),
初期間隙比 $e_0=1.238$, 粒子径: 0.425-0.85mm

図-1 一次元圧縮を受ける正規圧密砂の圧縮応力 σ -間隙比 e 関係

存し, ひずみ増分に例えば現在の骨格構造の状態を表現する間隙比などを内部変数として随時反映させない限りその圧縮性を適切に記述できないことを意味している.

図-2 一次元圧縮を受ける砂の骨格構造圧縮ひずみ成分

以上のように、砂の圧縮性は本来骨格構造の複雑な振る舞いに支配されるものであるから⁴⁹⁾、 e - $\log p$ 曲線の形状から砂の正規圧密・過圧密状態の圧縮性そして粒子破碎による圧縮性を合理的に分析理解するには限界があると思われる。このような砂の内力の発現機構上、骨格構造の振る舞いに立脚した新たな概念の構成則の開発が望まれる。

そこで、本研究では基礎研究として正規圧密砂の一次元単調圧縮試験を行い、粒子破碎による骨格構造の崩壊を考慮した応力-ひずみ構成則を現象論的仮定に基づいて提唱する。本研究の特徴を次に示す。

(a) 砂の圧縮性は間隙空間がどのように0に漸近するかで決定されるという観点から、砂の圧縮性を対数間隙ひずみで記述する。

(b) この対数間隙ひずみを骨格構造の弾塑性ひずみ成分と粒子破碎による骨格構造の崩壊ひずみ成分に加算分解する。

(c) 粒子破碎骨格構造崩壊に伴う骨格構造の低位化の影響が無視し得る場合は、対数間隙ひずみの勾配はそれぞれ圧縮応力に対してべき乗則に従うという現象論的に見出した仮定から応力-ひずみ構成則を誘導する。

(d) 粒子破碎骨格構造崩壊ひずみを内部変数に組み込んで、粒子破碎骨格構造崩壊に伴う骨格構造の低位化効果を記述するひずみの発展則を提唱する。

また、本文は対数ひずみに準じて圧縮応力を負符号とする。

なお、本研究の構成則は一次元方向の表現に限られる

ものであるが、本構成則の概念を等方応力状態の硬化関数（等方硬化関数）に拡張し、さらにこの硬化関数を土のCam-clay型三次元弾塑性モデルの降伏面の大きさを規定する関数に組み込めば、本構成則は三次元方向の表現に展開できる可能性がある。

2. 圧縮ひずみ成分

一次元圧縮を受ける砂の圧縮ひずみ ϵ は、次式のように骨格構造弾性ひずみ ϵ_e 、骨格構造塑性ひずみ ϵ_s 、粒子破碎による骨格構造崩壊ひずみ（以降、粒子破碎骨格構造崩壊ひずみと称する） ϵ_c にそれぞれ加算分解できると仮定する（図-2）。

$$\epsilon = \epsilon_e + \epsilon_s + \epsilon_c = \epsilon_{es} + \epsilon_c \quad (1)$$

$$(\epsilon_{es} = \epsilon_e + \epsilon_s)$$

ここに、 ϵ_{es} を骨格構造弾性ひずみ成分と骨格構造塑性ひずみ成分を加算した骨格構造弾塑性ひずみと称する。砂の圧縮性は間隙空間がどのように0に漸近するかで決定されるという観点から、本研究では砂の圧縮性を次式の対数間隙ひずみで記述する（図-3）。

$$\epsilon = \ln \frac{e}{e_0}, \quad \epsilon_{es} = \ln \frac{e_{es}}{e_0}, \quad \epsilon_c = \ln \frac{e}{e_{es}} \quad (2)$$

ここに、 e_0 は初期間隙比、 e は全ひずみ ϵ による間隙比、 e_{es} は骨格構造弾塑性ひずみ ϵ_{es} による間隙比である。

(1) 骨格構造弾性ひずみ ε_e

骨格構造弾性ひずみ ε_e は、図-2(a)のように圧縮力に対して抵抗能力を有する砂粒子で形成される骨格構造の弾性ひずみである。骨格構造弾性ひずみは、粒子間接触面の法線・接線方向の並進成分と法線・接線軸回りの回転成分の弾性ひずみからなる。高位骨格構造（低密度）砂の場合、接触粒子数が少ないため1粒子に伝達される力とモーメントは大となり、骨格構造弾性ひずみは大となる。一方、低位骨格構造（高密度）砂では接触粒子数が多く骨格構造弾性ひずみは小となる。骨格構造弾性ひずみに与える影響因子として、骨格構造の高低（砂密度）、粒度、粒子の縦弾性係数、横弾性係数、そして骨格構造の形成に影響を与える粒子形状と粒子間接触面摩擦係数などが考えられる。

(2) 骨格構造塑性ひずみ ε_s

粒子間接触面の接線力および法線・接線軸回りのモーメントがそれぞれ弾性強度に達すると、図-2(b)のように粒子間で相対滑り移動および転がり移動などによる骨格構造塑性ひずみ ε_s が生じる。1粒子に伝達される力とモーメントが大きく、粒子移動できる間隙空間が大きい高位骨格構造ほど骨格構造塑性ひずみは大となり、逆に低位骨格構造ほど小となる。骨格構造塑性ひずみに与える影響因子として、骨格構造の高低（砂密度）、粒度、粒子形状、粒子間接触面摩擦係数および粒子の縦弾性係数（柔らかい粒子ほど粒子間接触面面積が大となり、滑り移動や転がり移動が生じ難い）などが考えられる。

(3) 粒子破碎骨格構造崩壊ひずみ ε_c

粒子が受ける力およびモーメントがそれぞれ粒子の破碎耐力に達すると、粒子破碎骨格構造崩壊ひずみ ε_c が生じる。

粒子破碎骨格構造崩壊ひずみは、1粒子に伝達される力とモーメントが大きい高位骨格構造ほど大となる。影響因子として、骨格構造の高低（砂密度）、粒度、粒子形状（角張のある粒子ほど欠け易い）、粒子破碎強度、粒子サイズ（サイズの大きい粒子ほど破碎強度は小^{10,16)}）などが考えられる。

粒子破碎が生じると図-2(c)のように骨格構造は崩壊し破碎粒子の再配列によって新たな骨格構造が再形成される。このとき、骨格構造は高位→中位→低位へと徐々に構造の低位化（高密度化）が進展する。そして、骨格構造弾性ひずみ ε_e 、骨格構造塑性ひずみ ε_s 、粒子破碎骨格構造崩壊ひずみ ε_c の発現モードはそれぞれ高位→中位→低位の骨格構造に対応した発現モードに遷移するはずである。

3. 応力-ひずみ勾配曲線

ここでは、本研究の内容を分かり易く説明することを目的に、構成則の誘導拠点となる圧縮応力 σ -ひずみ勾配 $d\varepsilon/d\sigma$ 関係の物理的意味について簡単に述べる。また、本論文では砂の圧縮性の変化を端的に表現するため、次のようにひずみ硬化およびひずみ軟化については一般的な使われ方と異なる定義を使用する。圧縮応力 $|\sigma|$ の増加に伴って圧縮ひずみが生じ難くなる方向の圧縮性、つまり（対数間隙）ひずみ勾配 $d\varepsilon/d\sigma$ が減少する圧縮性をひずみ硬化、反対に圧縮ひずみが生じ易くなる方向の圧縮性、つまり（対数間隙）ひずみ勾配 $d\varepsilon/d\sigma$ が増加する圧縮性をひずみ軟化とそれぞれ定義して砂の圧縮性を表現することにする。

本研究では、骨格構造の応力-ひずみ関係は図-4に示す3種の圧縮領域Ⅰ、Ⅱ、Ⅲを考えることで説明できる可能性があることを提唱する。図-4は、S字型の圧縮応力 σ -ひずみ ε 関係を両公称上に、これに対する圧縮応力 σ -ひずみ勾配 $d\varepsilon/d\sigma$ 関係を両対数上にそれぞれ実測に基づいて模式的に示したものである。 σ - ε 関係から分かるように、ひずみ勾配 $d\varepsilon/d\sigma$ の減少（領域Ⅰ、Ⅲ）はひずみ硬化となり、ひずみ勾配 $d\varepsilon/d\sigma$ の増加（領域Ⅱ）はひずみ軟化となる。本研究では、領域Ⅰ、Ⅱ、Ⅲの物理的意味を次のように仮定する。

領域Ⅰ：粒子破碎が生じ難いスチール製粒子砂などの応力 σ -ひずみ勾配 $d\varepsilon/d\sigma$ 関係は破線のようにべき乗則に従い、圧縮性は骨格構造弾塑性ひずみ ε_{es} のみによって単調圧縮ひずみ硬化を示す（図-5）。

領域Ⅱ：天然砂は粒子破碎が生じる。応力の増加で粒子破碎が顕著になると領域Ⅰより大きな圧縮性を示す骨格構造の崩壊が生じる（図-2(c)）。圧縮性は領域Ⅰより軟化方向あるいは図-4のように軟化に転じる（図-6）。

図-4 応力 σ -ひずみ勾配 $d\varepsilon/d\sigma$ 曲線の物理的意味

領域 III：さらに応力が増加すると粒子破碎による骨格構造崩壊でその構造の低位化が進展する。低位化に伴い接触粒子数は多くなり、粒子が移動できる間隙空間も減少するので圧縮性は領域 II より硬化方向に転じる。そして、砂は間隙空間がほとんど無い半固体状となりひずみ勾配 $d\varepsilon/d\sigma$ は 0 に漸近する (図-10)。

4. 試験方法

供試砂は、粒子破碎が生じ難いスチールグリッド砂、豊浦標準砂と、粒子破碎が生じ易いガラスビーズ碎屑砂、宮崎県下千野地区の浜砂、さんご砂（石灰質砂）である。供試体の骨格構造はそれぞれ高位（低密度）と低位（高密度）の2種類の骨格構造（密度）を準備した。高位骨格構造は最小密度試験の漏斗法で、低位骨格構造は空中落下法（落下高さ500mm）でそれぞれ気乾状態の砂を直径×層厚=60mm×25mmのモールド内に堆積させて作製した。その後、霧吹きで堆積砂を不飽和の湿潤状態（スチールグリッドは気乾状態）にして供試体を作製した。砂粒子の破碎性は砂の飽和状態と不飽和状態では異なってくると考えられるが、本研究では供試体下面反応力 σ_r の計測用ロードセルが耐水性でないことから、供試体を不飽和とした。圧縮は段階法で圧縮時間を5分とした。圧縮によってモールド内周面には加圧方向と逆方向の周面摩擦反力が生じる。このため供試体の圧縮応力 σ は供試体上面加圧応力 σ_a と供試体下面反応力 σ_r の平均値とした。なお、本研究ではモールド内周面の摩擦軽減を図る対策は行わなかった。試験で生じた供試体上面加圧応力 σ_a と供試体下面反応力 σ_r の応力比 σ_r/σ_a は、豊浦標準砂と浜砂

表-1 供試砂の物性値

砂	土粒子密度 g/cm ³	粒子径 mm	最大 間隙比 $e_{\max}$	最小 間隙比 $e_{\min}$
スチールグリッド砂	7.40	0.425-0.850	1.290	0.790
豊浦標準砂	2.64	0.106-0.425	0.940	0.568
ガラスビーズ碎屑砂	2.56	0.850-2.000	1.100	0.672
浜砂	2.73	0.106-2.000	1.078	0.648
さんご砂	2.77	0.425-0.850	1.79	1.21
乾燥米	1.49	3.19	-	-
金平糖	1.65	7.50	-	-

で最も小さく $\sigma_r/\sigma_a = 0.75$ 程度、他の砂（後述の白米、金平糖を含む）はいずれも $\sigma_r/\sigma_a > 0.80$ であった。供試体の圧縮変位は変位計測値から試験装置の圧縮変位を差し引いて算定した。なお、本研究では粒子破碎の時間依存性については考慮しなかった。また、領域IIIの粒子破碎骨格構造崩壊に伴う骨格構造低位化の検証のために天然砂より極めて粒子破碎強度が低いと考えられる気乾状態の米（白米）と金平糖菓子も試験に供した。供試砂の物性を表-1に示す。乾燥米と金平糖粒の粒子径はそれぞれ任意に選んだ数粒子の長軸、中軸、短軸の平均長である。金平糖の土粒子密度は浮力法により算定した。

本文では上述のようにモールド内に堆積させた時の砂の無載荷状態を正規圧密状態と定義する。また、圧縮と圧密の使い方は過去の応力履歴を表す正規圧密状態および過圧密状態に限り圧密を用い、他の場合は圧縮を用いる。

5. 構成則

本章では3種の圧縮領域（図-4）に適用できる構成則を領域I、領域I+II、領域I+II+IIIの順で誘導する。表-2(a), (b)に実測との照合で用いた構成則パラメータをまとめて示す。

(1) 粒子破碎し難い砂（領域I）

粒子破碎し難い砂の場合、式(1)の圧縮ひずみ ε は骨格構造弾性ひずみ成分 ε_e と骨格構造塑性ひずみ成分 ε_s を加算した骨格構造弾塑性ひずみ ε_{es} で表される。

$$\varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_s = \varepsilon_{es} \quad (3)$$

図-5に正規圧密状態の高位骨格構造スチールグリッド砂の実測結果を示す。図-5(a)からスチールグリッド砂の単調圧縮ひずみ硬化現象が観て取れる。図-5(b)はこの単調圧縮ひずみ硬化を応力 σ -ひずみ勾配 $\Delta\varepsilon/\Delta\sigma$ ($\rightarrow d\varepsilon/d\sigma$) 関係で整理したものである。ここに、図-5(b)の実測の圧縮応力 σ はひずみ勾配区間の平均圧縮応力 $\{\sigma(t) + \sigma(t-\Delta t)\}/2$ である。以降に示す実測の応力 σ -ひずみ勾配 $\Delta\varepsilon/\Delta\sigma$ 関係に

表-2 構成則パラメータ

(a)											
圧縮応力 $ \sigma < 1.5 \times 10^6 \text{Pa}$	砂	骨格構造	相対密度 $D_r(\%)$	実測の初期応力状態		初期骨格構造 ξ_0	骨格構造弾塑性		粒子破碎骨格構造崩壊		
				応力 $\sigma_0(\text{Pa})$	間隙比 e_0		硬化指数 ρ	初期硬化係数 $K_{es,0} \text{ (N/m}^2\text{)}$	軟化指数 κ	初期軟化係数 $K_{c,0} \text{ (N/m}^2\text{)}$	
図-5	スチール グリッド砂	低位	89.4	-8665	$e_0 = 0.843$	1.70	-0.60	$K_{es,0} = 5.84\text{E}+10$	-	$K_{c,0} = \infty$	
		高位	8.8	-8725	$e_0 = 1.246$			$K_{es,0} = 1.11\text{E}+10$		$K_{c,0} = \infty$	
図-6	豊浦 標準砂	低位	64.9	-8422	$e_0 = 0.698$	1.25	-0.72	$K_{es,0} = 4.64\text{E}+12$	-	$K_{c,0} = \infty$	
		高位	10.6	-8536	$e_0 = 0.901$			$K_{es,0} = 1.49\text{E}+12$		$K_{c,0} = \infty$	
図-8	ガラスビーズ 碎屑砂	低位	87.9	-10813	$e_0 = 0.724$	2.40	-0.80	$K_{es,0} = 3.09\text{E}+17$	0.30	$K_{c,0} = 1.83\text{E}+07$	
		高位	4.6	-9382	$e_0 = 1.080$			$K_{es,0} = 2.54\text{E}+15$		$K_{c,0} = 8.72\text{E}+06$	
	浜 砂	低位	84.9	-8307	$e_0 = 0.713$	1.32	-0.80	$K_{es,0} = 7.83\text{E}+15$	0.10	$K_{c,0} = 3.46\text{E}+07$	
		高位	19.0	-8501	$e_0 = 0.996$			$K_{es,0} = 8.63\text{E}+14$		$K_{c,0} = 2.32\text{E}+07$	
(b)											
圧縮応力 $ \sigma < 1.6 \times 10^7 \text{Pa}$	砂	骨格構造	相対密度 $D_r(\%)$	実測の初期応力状態			骨格構造弾塑性		粒子破碎骨格構造崩壊		低位化 ξ_c
				応力 $\sigma_0(\text{Pa})$	間隙比 e_0		硬化指数 ρ	初期硬化係数 $K_{es,0} \text{ (N/m}^2\text{)}$	軟化指数 κ	初期軟化係数 $K_{c,0} \text{ (N/m}^2\text{)}$	
図-9	スチールグリッド砂	高位	10.4	-16273	1.238		-0.60	$1.20\text{E}+10$	-	∞	0.0
		低位	13.6	-8914	0.889			$2.19\text{E}+12$		$4.23\text{E}+07$	
図-10	さんご砂	中位	44.2	-9384	1.534		-0.60	$4.31\text{E}+09$	0.20	$7.24\text{E}+06$	2.7
図-11	乾燥米	高位	-	-9804	0.720		-0.35	$1.86\text{E}+08$	1.50	$7.50\text{E}+06$	5.6
		低位	-	-9743	1.006			$1.68\text{E}+08$		$3.43\text{E}+05$	

についても同じである。図のように応力-ひずみ勾配関係はべき乗則に従うことが分かる。本研究では、このべき乗則に従う応力 σ とひずみ勾配 $\Delta\epsilon/\Delta\sigma$ 関係を砂の圧縮性に内在する最も基礎的な関係と仮定して、以降の構成則を現象論的に誘導する。

ひずみ勾配 $d\epsilon/d\sigma$ の単位に注意して次式の応力-ひずみ関係基礎方程式が得られる。

$$\frac{d\epsilon}{d\sigma} = \frac{d \ln e}{d\sigma} = \left(\frac{-\sigma}{K_{es,0}} \right)^{\rho+1} \frac{1}{-\sigma} = \frac{(-\sigma)^\rho}{K_{es,0}^{\rho+1}} \quad (4)$$

$$\epsilon = \epsilon_{es}, \quad e = e_{es}$$

ここに、 ρ は骨格構造弾塑性ひずみの硬化指数で、一般に $-1.0 < \rho < 0.0$ の範囲にあると考えられる。 ρ が小ほど骨格構造弾塑性ひずみの硬化速度が大となる。 ρ は砂粒子の形状、粒子間接触面摩擦係数、粒子配列方向などが複雑に影響し合うパラメータと考えられる。 $K_{es,0}$ は骨格構造弾塑性ひずみの硬化係数で応力 σ と同じ単位の正值である。 $K_{es,0}$ は砂の初期骨格構造の高位度（初期密度）によって決定される材料定数で、同じ材料であれば低位骨格構造（高密度）ほど大となる、フック則の縦弾性係数 E に対応する材料定数のようなものと考えられる。

式(4)を積分して、例えば初期応力状態 ($\sigma = \sigma_0$, $e = e_0$, $\epsilon = 0$) を境界条件に適用すると次式の応力 σ -ひずみ ϵ 曲線式が得られる。

$$\epsilon = \ln \frac{e}{e_0} = - \frac{(-\sigma)^{\rho+1} - (-\sigma_0)^{\rho+1}}{(\rho+1)K_{es,0}^{\rho+1}} \quad (5)$$

$$\epsilon = \epsilon_{es}, \quad e = e_{es}$$

図-5(a)には図-5(b)の応力-ひずみ勾配関係から得られた

ρ と $K_{es,0}$ (表-2(a)) を用いて式(5)を実測の応力-ひずみ関係と照合させた結果を示している。式(5)は領域 I のスチールグリッド砂の単調圧縮ひずみ硬化現象を良好に表現している。

(2) 粒子破碎し易い砂（領域 I+II）

粒子破碎が生じる場合の圧縮ひずみ ϵ は式(1)と同じ次式となる。

$$\epsilon = \epsilon_{es} + \epsilon_c \quad (6)$$

図-6 に高位骨格構造ガラスビーズ碎屑砂の結果を示す。実測の σ - $\Delta\epsilon/\Delta\sigma$ 関係は $|\sigma| > 1.0 \times 10^5 \text{ Pa}$ になると式(4)から逸脱し、その後ひずみ勾配 $\Delta\epsilon/\Delta\sigma$ は増加に転じてひずみ軟化を示す（領域 II）。このガラスビーズ碎屑砂は、明らかにスチールグリッド砂とは異なり、特に $|\sigma| > 5.0 \times 10^5 \text{ Pa}$ で粒子破碎音らしきものを確認した。表-3 は豊浦標準砂とガラスビーズ碎屑砂の圧縮後の粒子破碎量を比較したものである。表-3 はガラスビーズ碎屑砂の粒子破碎量が相対的に多いことを裏付ける結果と考えられる。

本研究では、この領域 II のひずみ軟化方向となる圧縮性は正の傾きのべき乗則に従うひずみ勾配によるものと仮定して、次式のように式(4)と同じ形の粒子破碎骨格構造崩壊ひずみ勾配 $d\epsilon_c/d\sigma$ 成分を導入する。

$$\frac{d\epsilon}{d\sigma} = \frac{d\epsilon_{es}}{d\sigma} + \frac{d\epsilon_c}{d\sigma}, \quad \begin{cases} \frac{d\epsilon_{es}}{d\sigma} = \frac{(-\sigma)^\rho}{K_{es,0}^{\rho+1}}, \\ \frac{d\epsilon_c}{d\sigma} = \frac{(-\sigma)^\kappa}{K_{c,0}^{\kappa+1}} \end{cases} \quad (7)$$

ここに、 κ は粒子破碎骨格構造崩壊ひずみの軟化指数で、

図-5 正規圧密スチールグリッド砂（高位： $e_0=1.246$ ）の応力 σ -ひずみ ε ，ひずみ勾配 $d\varepsilon/d\sigma$ 曲線

図-6 正規圧密ガラスビーズ碎屑砂（高位： $e_0=1.080$ ）の応力 σ -ひずみ ε ，ひずみ勾配 $d\varepsilon/d\sigma$ 曲線

一般に正值と考えられる． κ は粒子破碎の進行性に影響をあたえる例えば粒子の形状や脆性度などで決定されるパラメータと考えられる． $K_{c,0}$ は粒子破碎骨格構造崩壊ひずみの軟化係数で応力 σ と同じ単位の正值である．低位骨格構造（高密度）ほど粒子破碎強度が高いほど，粒子破碎が生じ難いので大となる係数である．式(7)は，図-6(b)のように $|\sigma| < 2.5 \times 10^5$ Pa では式(4)の骨格構造弾塑性ひずみ勾配 $d\varepsilon_{es}/d\sigma$ 曲線， $|\sigma| > 2.5 \times 10^5$ Pa では式(7)で加算した粒子破碎骨格構造崩壊ひずみ勾配 $d\varepsilon_c/d\sigma$ 曲線にそれぞれ依存して領域 I から領域 II に遷移する実測の応力-ひずみ勾配関係を良好に表現している．

式(7)を積分して初期応力状態（ $\sigma=\sigma_0$ ， $e=e_0$ ， $\varepsilon=0$ ）を境界条件に適用すると粒子破碎を考慮した次式の応力-ひずみ曲線式を得る．

$$\varepsilon = \ln \frac{e}{e_0} = \varepsilon_{es} + \varepsilon_c, \quad (8)$$

$$\begin{cases} \varepsilon_{es} = \ln \frac{e_{es}}{e_0} = -\frac{(-\sigma)^{\rho+1} - (-\sigma_0)^{\rho+1}}{(\rho+1)K_{es,0}^{\rho+1}}, \\ \varepsilon_c = \ln \frac{e}{e_{es}} = -\frac{(-\sigma)^{\kappa+1} - (-\sigma_0)^{\kappa+1}}{(\kappa+1)K_{c,0}^{\kappa+1}} \end{cases}$$

図-6(a)には，応力-ひずみ勾配関係から得られたパラメータ ρ ， $K_{es,0}$ ， κ ， $K_{c,0}$ を用いて式(8)を実測の応力-ひずみ関係と照合させた結果を示している．式(8)は粒子破碎が生じ易いガラスビーズ碎屑砂の領域 I-II の応力-ひずみ関係を良好に表現している．

図-7 は，対数間隙ひずみの定義にならいガラスビー

表-3 圧縮（ $\sigma=-1.5 \times 10^6$ Pa）後の粒子破碎質量比

	相対密度 $D_r(\%)$	圧縮前粒子径 mm	$\frac{\Delta m}{m_0} \times 100$
ガラスビーズ碎屑砂	4.6	0.850-2.000	1.61
浜砂	19.0	0.106-2.000	0.31
豊浦標準砂	10.6	0.106-0.425	0.08
スチールグリッド砂	8.8	0.425-0.850	0.00

Δm ：圧縮後の圧縮前最小粒子径ふるい通過乾燥質量，
 m_0 ：砂の全乾燥質量

m ：圧縮後の粒子径0.85-2.00mmの砂の乾燥質量，
 m_0 ：砂の全乾燥質量（圧縮前粒子径：0.85-2.00mm）

図-7 正規圧密ガラスビーズ碎屑砂（高位骨格構造）の応力 σ -圧縮前後砂質量比 $\ln(m/m_0)$ 関係の分布形状

ズ碎屑砂の圧縮前粒子径 0.85-2.00mm について圧縮前後の砂質量比 $\ln(m/m_0)$ を粒子破碎量として示したものである． $\ln(m/m_0)$ が小ほど粒子破碎量は小となる．粒子破碎骨格構造崩壊ひずみ ε_c はこの質量比 $\ln(m/m_0)$ と強い正の相関関係にあると考えられる．応力 σ に対する質量比 $\ln(m/m_0)$ の分布形状は，バラツキは観られるものの，図-6(a)の粒子破碎骨格構造崩壊ひずみ ε_c 曲線形状と定性的に類似している．このことは，式(7)で導入した粒子破碎

骨格構造崩壊ひずみ勾配 $d\varepsilon_c/d\sigma$ 構成則の妥当性を示唆するひとつの検証結果と考えられる。このように、粒子破碎による圧縮ひずみ ε_c 成分を抽出できることが本構成則の大きな特徴である。

(3) 初期骨格構造の異なる砂

初期密度の異なる砂の応力-ひずみ関係は、初期骨格構造の高低の影響を直接受ける。図-8は4種の砂の応力-ひずみ、ひずみ勾配関係をそれぞれ高位骨格構造（低密度）と低位骨格構造（高密度）で比較したものである。いずれの砂も高位砂と低位砂の応力-ひずみ勾配関係の形状は等しく、例えば高位の応力-ひずみ勾配関係をそれぞれ $\Delta e/\Delta\sigma$ の小方向に移動させれば低位の応力-ひずみ勾配関係と一致することが分かる。このことは、硬化指数 ρ および軟化指数 κ は砂の初期骨格構造の高低に無関係で、硬化係数 $K_{es,0}$ および軟化係数 $K_{c,0}$ の制御によって初期骨格構造の異なる砂の応力-ひずみ勾配関係ひいては応力-ひずみ関係を記述できることを意味している。

これら4種の砂の現象論的事実から、初期骨格構造効果を記述した次式の硬化係数 $K_{es,0}$ および軟化係数 $K_{c,0}$ を仮定する。

$$\begin{cases} K_{es,0}^{\rho+1} = \frac{K_{es,0}^{\rho+1}}{\left(\frac{e_0}{e_0}\right)^{\xi_0}}, \\ K_{c,0}^{\kappa+1} = \frac{K_{c,0}^{\kappa+1}}{\left(\frac{e_0}{e_0}\right)^{\xi_0}} \end{cases} \quad (9)$$

ここに、 $K_{es,0}$ および $K_{c,0}$ は初期間隙比 $e_0 = e_0$ のときの硬化係数および軟化係数である。 e_0/e_0 は初期骨格構造の高低度を記述する代表値で、 ξ_0 は (e_0/e_0) を補完する正值の初期骨格構造パラメータである。

本研究では e_0 を表-2(a)のように高位砂の初期間隙比とした。図-8には、高位 ($e_0 = e_0$) 砂で得られた ρ 、 $K_{es,0}$ 、 κ 、 $K_{c,0}$ から初期骨格構造パラメータ ξ_0 を介して得られた低位砂の予測曲線を示している。初期骨格構造の異なる砂の応力 σ -ひずみ勾配 $d\varepsilon/d\sigma$ 関係および応力 σ -ひずみ ε 関係は、パラメータ ξ_0 によってそれぞれ良好に表現されている。

(4) 骨格構造の低位化を伴う砂（領域I+II+III）

粒子破碎が生じると骨格構造が崩壊し、破碎粒子の再配列によって新たな骨格構造が順次形成される。新たな骨格構造は崩壊前より低位となり、骨格構造弾塑性ひずみ ε_{es} および粒子破碎骨格構造崩壊ひずみ ε_c の発現モードはそれぞれ新たな骨格構造に対応したものになるはずである。

式(9)の初期骨格構造効果の記述にならって、次式の粒子

破碎による骨格構造の低位化効果を記述した硬化係数 K_{es} および軟化係数 K_c を仮定する。

$$\begin{cases} K_{es}^{\rho+1} = \frac{K_{es,0}^{\rho+1}}{\left\{\frac{e(t-\Delta t)}{e_{es}(t-\Delta t)}\right\}^{\xi_c}} = \frac{K_{es,0}^{\rho+1}}{\exp\{\xi_c \varepsilon_c(t-\Delta t)\}}, \\ K_c^{\kappa+1} = \frac{K_{c,0}^{\kappa+1}}{\left\{\frac{e(t-\Delta t)}{e_{es}(t-\Delta t)}\right\}^{\xi_c}} = \frac{K_{c,0}^{\kappa+1}}{\exp\{\xi_c \varepsilon_c(t-\Delta t)\}} \end{cases} \quad (10)$$

ここに、 $K_{es,0}$ および $K_{c,0}$ は初期間隙比 ($e = e_{es} = e_0$) のときの硬化係数および軟化係数の初期値である。 $e(t-\Delta t)$ 、 $e_{es}(t-\Delta t)$ 、 $\varepsilon_c(t-\Delta t)$ は時間 $(t-\Delta t)$ における間隙比、骨格構造弾塑性ひずみによる間隙比、粒子破碎骨格構造崩壊ひずみで、粒子破碎によって順次進展する骨格構造の低位度を記述する内部変数である。 ξ_c は内部変数 e/e_{es} 、 ε_c を補完する正值の骨格構造低位化パラメータである。

骨格構造の低位度をその都度反映させるためには、上式のように硬軟化係数 K_{es} 、 K_c は内部変数を含まざるを得ないので次式の差分系の形で時間 t における圧縮ひずみ $\varepsilon(t)$ を与える。

$$\begin{aligned} \varepsilon(t) &= \ln \frac{e(t)}{e_0} = \varepsilon_{es}(t) + \varepsilon_c(t), \\ \begin{cases} \varepsilon_{es}(t) = \ln \frac{e_{es}(t)}{e_0} = \varepsilon_{es}(t-\Delta t) + \frac{d\varepsilon_{es}}{d\sigma} \Delta\sigma, \\ \varepsilon_c(t) = \ln \frac{e(t)}{e_{es}(t)} = \varepsilon_c(t-\Delta t) + \frac{d\varepsilon_c}{d\sigma} \Delta\sigma \end{cases} \quad (11) \\ \Delta\sigma &= \sigma(t) - \sigma(t-\Delta t) \end{aligned}$$

ひずみ勾配は次式となる。

$$\begin{cases} \frac{d\varepsilon_{es}}{d\sigma} = \frac{(-\bar{\sigma})^\rho}{K_{es}^{\rho+1}}, \\ \frac{d\varepsilon_c}{d\sigma} = \frac{(-\bar{\sigma})^\kappa}{K_c^{\kappa+1}} \end{cases}, \quad \bar{\sigma} = \frac{\sigma(t) + \sigma(t-\Delta t)}{2} \quad (12)$$

また、次式のひずみの発展則を得る。

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon} &= \dot{\varepsilon}_{es} + \dot{\varepsilon}_c, \\ \begin{cases} \dot{\varepsilon}_{es} = \left(\frac{e}{e_{es}}\right)^{\xi_c} \frac{(-\sigma)^\rho}{K_{es,0}^{\rho+1}} \dot{\sigma} = \exp(\xi_c \varepsilon_c) \frac{(-\sigma)^\rho}{K_{es,0}^{\rho+1}} \dot{\sigma}, \\ \dot{\varepsilon}_c = \left(\frac{e}{e_{es}}\right)^{\xi_c} \frac{(-\sigma)^\kappa}{K_{c,0}^{\kappa+1}} \dot{\sigma} = \exp(\xi_c \varepsilon_c) \frac{(-\sigma)^\kappa}{K_{c,0}^{\kappa+1}} \dot{\sigma} \end{cases} \quad (13) \end{aligned}$$

ここに、 $(\dot{})$ は物質時間微分である。

図-9 および 10 に、粒子破碎による骨格構造の低位化が大きいと考えられるさんご砂（石灰質砂）、乾燥米および金平糖の高圧域の試験結果を示す。最大加圧応力 σ_a

スチールグリッド砂

豊浦標準砂

粒子破碎し難い砂

ガラスビーズ碎屑砂

浜砂

粒子破碎し易い砂

○：高位骨格構造（低密度）砂の実測， ●：低位骨格構造（高密度）砂の実測

図-8 初期骨格構造の高低度（密度）の異なる正規圧密砂の応力 σ -ひずみ ε ，ひずみ勾配 $d\varepsilon/d\sigma$ 曲線

は試験装置の性能上、 $\sigma_a = -1.6 \times 10^7 \text{ Pa}$ とした。図-9には比較のため高圧域のスチールグリッド砂および豊浦標準砂の結果も載せている。乾燥米、金平糖、スチールグリッド砂の供試体は気乾状態とした。また、乾燥米と金平糖の粒子径は供試体断面（直径 60mm）に対して供試粒子としては大き過ぎるが、本研究では乾燥米と金平糖を用いて領域Ⅲにおける圧縮性を定性的に抽出すること

を目的とした。構成則パラメータを表-2(b)に示す。なお、スチールグリッド砂および豊浦標準砂の初期硬化係数 K_{s0} が表-2の(a)と(b)で異なっているが、これは初期骨格構造（初期間隙比 e_0 ）の違いによるものである。

図-9、10のように、さんご砂、乾燥米、金平糖の領域Ⅱから領域Ⅲに遷移する応力 σ -ひずみ勾配 $d\varepsilon/d\sigma$ 関係および応力 σ -ひずみ ε 関係は、骨格構造低位化効果を記

図-9 高圧域における正規圧密砂の応力 σ -ひずみ ε 、ひずみ勾配 $d\varepsilon/d\sigma$ 曲線

述する式(10)の硬軟化係数 K_{es} 、 K_c によってそれぞれ良好に表現されている。領域 III における本構成則の骨格構造弾塑性ひずみ ε_{es} 曲線および粒子破碎骨格構造崩壊ひずみ ε_c 曲線の物理的意味は次のように解釈できる。骨格構造弾塑性ひずみ ε_{es} 曲線は、ひずみ勾配 $d\varepsilon_{es}/d\sigma$ 曲線から分かるようにその硬化程度が増えて弾塑性ひずみ勾配 $d\varepsilon_{es}/d\sigma$ は全ひずみ勾配 $d\varepsilon/d\sigma$ にほとんど機能しなくなる。

これは、図-2(c)に示したように骨格構造の低位化（高密度化）に伴う間隙空間の減少および接触粒子数の増加の進展で、粒子間相対移動・回転がほとんどできなくなる現象を予測するものと推察される。一方、粒子破碎骨格構造崩壊ひずみ ε_c は軟化から硬化に転じるとともに粒子破碎骨格構造崩壊ひずみ勾配 $d\varepsilon_c/d\sigma$ が全ひずみ勾配 $d\varepsilon/d\sigma$ に支配的に作用する。ひずみ ε_c が硬化に転じるのは、低

図-10 粒子破碎による骨格構造の低位化を考慮した正規圧密金平糖材料 ($e_0=1.006$) の応力 σ -ひずみ ε , ひずみ勾配 $d\varepsilon/d\sigma$ 曲線

図-11 正規圧密金平糖 ($e_0=1.006$) の間隙比 e - $\ln(-\sigma)$ 関係の予測曲線と圧縮前後の供試体写真

位化に伴う接触粒子数の増加の進展や粒子の微粒化 (粒子サイズが小さく破砕強度大) で粒子破砕量が減少していく現象を予測するものと推察され, ひずみ勾配 $d\varepsilon/d\sigma$ が全ひずみ勾配 $d\varepsilon/d\sigma$ に支配的に作用するのは粒子間相対移動・回転ができないほどの高密度状態あるいは半固体状態では粒子がつぶれることでしか圧縮が進行できないことを予測するものと推察される。

6. 考 察

図-9 のスチールグリッド砂の結果は, 粒子破碎が生じない場合, 式(4)の骨格構造弾塑性ひずみ勾配 $d\varepsilon_s/d\sigma$ 構成則が高圧域でも成立することを示している。図-9 の豊浦標準砂では領域 III の圧縮性が観られなかったため,

骨格構造低位化パラメータ ξ_c を 0 として予測した。硬質な粒子からなる砂や低圧域の場合は, 粒子破碎による骨格構造の低位化を考慮しない簡便な式(8)の構成則で実務上十分と考えられる。

図-11 に間隙比の減少が最も大きかった金平糖の e - $\ln(-\sigma)$ 関係の予測曲線を示している。図のように予測曲線は圧縮応力 $|\sigma| \rightarrow \infty$ のとき間隙比 $e \rightarrow 0$ となり, 応力の極限において物理的合理性を満足する構成則となっている。これは, 砂の圧縮ひずみを対数間隙ひずみ $\ln(e/e_0)$ で定義した効果である。

なお, 差分系の式(11)の使い方において応力増分 $\Delta\sigma$ の取り方の問題がある。 $\Delta\sigma$ を小さく取ると高圧域のひずみ ε を得るのに膨大な計算量を要し不経済である。反対に $\Delta\sigma$ を大きく取ると低圧域のひずみ ε の精度が低下する。本研究では, $\Delta\sigma$ が $\sigma(t-\Delta t)$ に比例する次式を用い

れば経済的に低圧から高圧域までのひずみ ε を精度良く計算できることを確認した。

$$\Delta\sigma = 0.1 \times \sigma(t - \Delta t), \quad \sigma(t) = 1.1 \times \sigma(t - \Delta t) \quad (14)$$

他方、砂の構成則パラメータは砂粒子の形状、縦弾性係数、横弾性係数、サイズ、破砕強度、破砕程度および粒子間接触面摩擦係数などの粒子特性と骨格構造の高低度（密度）、粒度、粒子の配列方向などの堆積状態と関連付けることが望ましい。広範のひずみ領域を記述する本構成則のパラメータ数は、骨格構造弾塑性成分の硬化指数 ρ 、初期硬化係数 $K_{\varepsilon,0}$ 、粒子破砕骨格構造崩壊成分の軟化指数 κ 、初期軟化係数 $K_{\varepsilon,0}$ と骨格構造低位化パラメータ ξ_c の 5 個、また初期骨格構造効果を記述するパラメータ ξ_0 を加えれば 6 個であるが、上述の粒子特性と堆積状態さらに低位化の進展性など多岐にわたる多くの因子によって変化する複雑・多種多様な砂の圧縮性をこれら 6 個のパラメータに集約して定量的に評価できるのであれば、パラメータ数は分析上少なくとも実務上多くもない適正な数と考えられる。本構成則パラメータの客観的選定方法の確立には、粒子特性や堆積状態を任意に反映できる個別要素法などの数値解析を取入れた詳細な研究が別途必要である。将来的に本構成則パラメータを粒子特性、堆積状態と関連付けることで、砂の圧縮性の理解はより深まると考えられる。

最後に、一般化のためには、骨格構造弾塑性ひずみの弾性成分と塑性成分の分解、ひいては骨格構造塑性ひずみによる骨格構造の低位化を考慮した構成則、そして過圧密状態を表現する繰返し負荷の記述への拡張などの課題が残されている。

7. 実測に基づくパラメータの求め方

ここでは、本研究で行った実測に基づく構成則パラメータの決定方法を紹介する。いずれのパラメータも応力-ひずみ勾配関係から決定する。

(1) 骨格構造弾塑性成分

a) 硬化指数： $-1 < \rho < 0$

ρ は領域 I のひずみ勾配曲線の傾きから決定する。さんご砂のように粒子破砕が低圧域から著しい砂の場合、領域 I の傾きには粒子破砕骨格構造崩壊成分の軟化指数 κ の影響が無視し得なくなり、スチールグリッド砂のように ρ を一意的に決定できない。この場合、 ρ は κ による正の傾きを考慮して実測の領域 I の傾きより小さくとる必要がある。

b) 初期硬化係数： $K_{\varepsilon,0} > 0$

硬化指数 ρ の決定後、 $K_{\varepsilon,0}$ を決定する。 $K_{\varepsilon,0}$ は応力-ひ

ずみ勾配平面におけるひずみ勾配 $d\varepsilon/d\sigma$ 曲線の上下の位置を規定するパラメータである。本研究では、低労力な一連の $K_{\varepsilon,0}$ 値の選定、入力作業法として式(4)から得られる次式中のパラメータ n を制御して $K_{\varepsilon,0}$ を決定した。

$$K_{\varepsilon,0} = \left\{ \frac{(-\sigma_{P5.7})^\rho}{n \cdot (d\varepsilon/d\sigma)_{P5.7}} \right\}^{\frac{1}{\rho+1}} \quad (15)$$

ここに、 $(\sigma_{P5.7}, (d\varepsilon/d\sigma)_{P5.7}) = (-1.0 \times 10^5 \text{ Pa}, 1.0 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{N})$ で、 n は $\sigma = \sigma_{P5.7}$ のときにひずみ勾配 $d\varepsilon/d\sigma$ 曲線が通るひずみ勾配 $d\varepsilon/d\sigma$ の大きさを制御する。例えば、 $\sigma = \sigma_{P5.7}$ のとき勾配曲線が $d\varepsilon/d\sigma = 0.1 \times (d\varepsilon/d\sigma)_{P5.7} = 1.0 \times 10^{-8} \text{ m}^2/\text{N}$ を通る場合、 $n=0.1$ を入力して $K_{\varepsilon,0}$ を決定する。

(2) 粒子破砕骨格構造崩壊成分

a) 軟化指数： $\kappa > 0$

κ は領域 II のひずみ勾配曲線の傾きから決定するが、領域 II の傾きには骨格構造弾塑性成分の硬化指数 ρ による負の傾きと骨格構造低位化パラメータ ξ_c による負方向に向かう傾きが混在するので、 κ は ρ と ξ_c による負方向の傾きを考慮して実測の領域 II の傾きより大きくとる必要がある。

b) 初期軟化係数： $K_{\varepsilon,0} > 0$

軟化指数 κ の決定後、 $K_{\varepsilon,0}$ を決定する。 $K_{\varepsilon,0}$ は $K_{\varepsilon,0}$ の決定方法と同様に次式中のパラメータ m を制御して決定した。

$$K_{\varepsilon,0} = \left\{ \frac{(-\sigma_{P6.8})^\kappa}{m \cdot (d\varepsilon/d\sigma)_{P6.8}} \right\}^{\frac{1}{\kappa+1}} \quad (16)$$

ここに、 $(\sigma_{P6.8}, (d\varepsilon/d\sigma)_{P6.8}) = (-1.0 \times 10^6 \text{ Pa}, 1.0 \times 10^{-8} \text{ m}^2/\text{N})$ で、 $\sigma = \sigma_{P6.8}$ のとき勾配曲線が $d\varepsilon/d\sigma = 10 \times (d\varepsilon/d\sigma)_{P6.8} = 1.0 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{N}$ を通る場合、 $m = 10$ を入力して $K_{\varepsilon,0}$ を決定する。

c) 骨格構造低位化パラメータ： $\xi_c > 0$

ξ_c は粒子破砕骨格構造崩壊ひずみ ε_c によって生じる骨格構造の低位化に伴う硬軟化係数 K_{ε} 、 K_c の増加の速度を規定するパラメータで、 ξ_c が大ほど ε_c に対する K_{ε} 、 K_c の増加速度は大となる。フィッティングにあたっては、実測の領域 II、III の変曲点と一致するように決定する。

また本研究の限られたフィッティング作業から得た知見ではあるが、軟化指数 κ と骨格構造低位化パラメータ ξ_c は粒子の角張部から徐々に粒子破砕が進行する破砕形態の場合は小で、角張が少なく粒子が一気に割裂するように急速に粒子破砕が進行する破砕形態の場合は大となるパラメータと推察される。

(3) 初期骨格構造パラメータ： $\xi_0 > 0$

本研究では、高位骨格構造砂の初期間隙比および初期

硬軟化係数をそれぞれ e_0 および $K_{cs,0}$, $K_{c,0}$ として, 低位骨格構造砂の応力-ひずみ勾配曲線に一致するように決定した。

8. まとめ

本研究は, 一次元圧縮下正規圧密砂について「骨格構造弾塑性成分の対数間隙ひずみ勾配 $\Delta\epsilon_{cs}/\Delta\sigma$ および粒子破碎骨格構造崩壊成分の対数間隙ひずみ勾配 $\Delta\epsilon_c/\Delta\sigma$ は, それぞれ圧縮応力 σ に対してべき乗則に従う」という現象論的仮定に基づいて, 広範のひずみ領域に適用できる応力-ひずみ構成則を誘導し実測との照合によりその適用性を実証した。

さらに, 本構成則の妥当性, 有用性を実証するためには, 砂の粒子特性ならびに堆積状態, あるいは最大最小間隙比などの簡便な試験から得られる物理量と関連付けたパラメータの選定方法を確認し, これらパラメータによる予測精度を検証する必要がある。

謝辞: 実験の遂行にあたり, 琉球大学地域農業工学科卒業生 (2014 年度) 本西俊崇君のご協力を得た。ここに感謝の意を表します。

参考文献

- 1) 三浦哲彦, 山内豊聡: 高拘束圧下における標準砂の排水せん断特性について, 土木学会論文集, No. 193, pp. 69-79, 1971.
- 2) 三浦哲彦, 山内豊聡: 高い等方圧力を受ける砂の圧縮特性について, 土木学会論文集, No. 203, pp. 45-52, 1972.
- 3) 三浦哲彦, 山内豊聡: 砂のせん断特性に及ぼす粒子破碎の影響, 土木学会論文集, No. 260, pp. 109-118, 1977.

- 4) Maeda, K., Miura, K. & Toki, S.: Mechanical properties of elliptic microstructure formed in granular materials, *Soils and Foundations*, 35(2), pp. 1-13, 1995.
- 5) Miura, K., Maeda, K., Furukawa, M. & Toki, S.: Physical characteristics of sands with different primary properties, *Soils and Foundations*, 37(3), pp. 53-64, 1997.
- 6) Miura, K., Maeda, K., Furukawa, M. & Toki, S.: Mechanical characteristics of sands with different primary properties, *Soils and Foundations*, 38(4), pp. 159-172, 1998.
- 7) Maeda, K. & Miura, K.: Confining stress dependency of mechanical properties of sands, *Soils and Foundations*, 39(1), pp. 53-68, 1999.
- 8) Maeda, K. & Miura, K.: Relative density dependency of mechanical properties of sands, *Soils and Foundations*, 39(1), pp. 69-80, 1999.
- 9) Maeda, K. and Hirabayashi, H.: Influence of grain properties on macro mechanical behaviors of granular media by DEM, *Journal of Applied Mechanics, JSCE*, 9, pp. 623-630, 2006.
- 10) Griffith, A. A.: The phenomena of rupture and flow in solid, *Phi. Tran. Royal Society (London)*, Series A, Vol. 221, pp. 163-198, 1921.
- 11) Braddick, H. J. J.: The physics of experimental method, *Chapman and Hall, London*, 1963.
- 12) 神田良照, 八嶋三郎, 下飯坂潤三: 不規則形状粒子の破碎における寸法効果とエネルギー法則, 日本鉱業会誌 VbL86, No. 992, pp. 847-852, 1970.
- 13) Billam, J.: Some aspects of the behaviour of granular materials at high pressures, *Proceeding of the Roscoe Memorial Symposium, Cambridge*, pp. 69-80, 1971.
- 14) Lee, D. M.: The angle of friction of granular fills, *Ph. D. dissertation, University of Cambridge*, 1992.
- 15) 郭理敏, 落合英俊, 安福規之, 大野司郎: 砂の状態量としての単粒子破碎強度について, 九州大学工学集報, Vol. 71, No. 2, pp. 95-102, 1998.
- 16) 加登文学, 中田幸男, 兵頭正幸, 村田秀一: 地盤材料の単粒子破碎特性, 土木学会論文集, No. 673/III-54, pp. 189-194, 2001.

(2015. 6. 23 受付)

A CONSTITUTIVE RULE FOR THE STRESS-STRAIN RELATION FOR NORMALLY CONSOLIDATED SAND UNDER ONE-DIMENSIONAL COMPRESSION

Hideki SETOUCHI

In this study, a constitutive rule for the stress-strain relation in which the grain crushing of normally consolidated sand under one-dimensional compression was developed based on the behavior of the soil structure of sand grains. The constitutive rule is based on the phenomenological hypothesis that the logarithmic void strain gradient $\Delta\epsilon_{cs}/\Delta\sigma$ (Area I), which corresponds to the elasto-plastic components of the soil structure, and the logarithmic void strain gradient $\Delta\epsilon_c/\Delta\sigma$ (Area II), which corresponds to of the failure component attributed to grain crushing, both follow the power law with respect to the compressive stress σ . Furthermore, we developed an evolution rule for the strain, considering the degradation of soil structure associated with failure due to grain crushing (Area III) along with the strain in the soil structure during failure due to grain crushing ϵ_c as an internal variable. The proposed constitutive rule that describes Areas I, II, and III in a unified manner was validated through verification against actual measurements. This constitutive rule is considered to be significant for improving the expressive capabilities of existing numerical models because it describes an extensive strain area.