粒子-流体連成の直接数値計算モデルを用いた Hole Erosion Test の2次元シミュレーション

藤名瑞耀¹・福元 豊²・村上 章³

¹学生会員 京都大学大学院修士課程 農学研究科地域環境科学専攻 (〒606-8502 京都府京都市左京区北白川追分町)
E-mail: fujina.mizuha.34u@st.kyoto-u.ac.jp

²正会員 長岡技術科学大学助教 工学研究科環境社会基盤工学専攻 (〒940-2188 新潟県長岡市上富岡町 1603-1)
E-mail: yfukumoto@vos.nagaokaut.ac.jp

³フェロー会員 京都大学教授 農学研究科地域環境科学専攻 (〒606-8502 京都府京都市左京区北白川追分町)
E-mail: akiram@kais.kyoto-u.ac.jp

土壌の内部侵食は観察が難しい現象であるため、数値シミュレーションによって現象の理解と予測をすることが有用となる。本研究では浸透流による Concentrated leak erosion に焦点を当て、固体粒子の計算手法である DEM (個別要素法) と流体の計算手法である LBM (格子ボルツマン法) を組み合わせ、土と水のミクロな挙動を同時に解いた。Wan and Fell の HET (Hole Erosion Test) を参考にした二次元モデルを作成し、浸透流を発生させて粒子の流出を観察した。勾配を変えながら繰り返し計算を行い、侵食に関する各パラメータを算出して既往の実験や HET を模擬したシミュレーションとの比較・検討を行った。固体粒子の取り扱いに関して新たな条件を導入したことで、従来に比べてより実験に近いシミュレーションを行うことができた。

Key Words: Discrete Element Method, Lattice Boltzmann Method, erosion, piping, seepage flow

1. はじめに

フィルダム堤体が破壊に至る主な原因は、内部侵食やパイピングによるとされる¹⁾。土壌の内部侵食は観察が難しい現象であるため、数値シミュレーションが有用となる。本研究では土構造物の脆弱な部分（ひび割れ発生箇所）に浸透流が集中し、クラックの内壁に沿って侵食が進行して穴が拡大する現象（Concentrated leak erosion）²⁾に焦点を当てる（図-1）。

土と水のミクロな挙動を明らかにするために、DEM³⁾と流体の計算手法である LBM^{4),5)}を組み合わせた固体粒子の計算手法を採用する。Concentrated leak erosion では土の部分の浸透流が水みちの流れに比べて非常に小さいので、間隙流体の影響を無視できるとされ⁶⁾、その仮定のもとで取り扱う粒子数と計算負荷との兼ね合いを考慮し、本研究では三次元でなく二次元でのシミュレーションを行う。

例として、Wan and Fell (2004) の HET⁷⁾を取り上げる。そこで用いられた Rowallan という土壌サンプルを参考にした二次元モデルを作成し、一定圧力勾配の条件下で動水勾配を変えながら繰り返し計算を行った。本文では、既往の HET に関する二次元シミュレーション⁶⁾と比較し、3つの新たな条件を考慮した。まず、HET を模擬した既往のシミュレーションでは動水勾配 $i = 0.001$ 程度でほとんどの粒子が流れ出ており、実験

図-1 Concentrated leak erosion

における限界動水勾配と比べて小さすぎるため、締固めた土の粘着特性を考慮すべきと考えた。そこで粒子間の接触モデルに粒子間ボンドおよび転がり摩擦を考慮し、土の粘着特性を再現することとする。また、固液境界面の取り扱いには初歩的なバウンスバックルルールを適用していたため、埋め込み境界モデルを導入することで粒子と流体の境界面をより滑らかに表現することが可能となり、流体力のバラツキを抑えることができると考えた。さらに、DEM-LBM 連成手法で用いられる固体粒子は計算コストの観点から砂粒子程度の大きさであることが多く、既往の HET シミュレーショ

図-2 D2Q9 モデル¹¹⁾

ンにおいても同様であった。しかし、実際の実験で用いられる土は粘土粒子も含むものであり、シミュレーションにおいてもできるだけ実際に近い粒径を用いるべきであると考えた。一方で粘土粒子を含めた場合計算負荷が膨大なものとなってしまったため、本文ではシルト粒子程度の粒径までを考慮することとする。これらにより従来の HET シミュレーションに比べて実際の実験に近いシミュレーションを目指した。

2. 固体-流体数値解析モデル

(1) LBM

LBM は格子気体法に由来する CFD の手法のひとつで、流体を仮想粒子の集合体とみなし、その運動から巨視的な流体の流れを求める。格子ボルツマン方程式⁸⁾から Navier-Stokes 方程式が導出でき、流体の数値計算手法として有効であることが数学的に証明されている^{9),10)}。格子ボルツマン方程式は並進項（右辺第一項）と衝突項（右辺第二項）から成り、

$$f_\alpha(\mathbf{x} + \mathbf{c}_\alpha \delta_t, t + \delta_t) = f_\alpha(\mathbf{x}, t) + \Omega_\alpha(\mathbf{x}, t) \quad (1)$$

のように表される。式 (1) において、 f_α は密度分布関数、 $\mathbf{c}_\alpha$ は α 方向の粒子の並進速度ベクトルを表す。二次元下では速度モデルとして図-2 のような D2Q9 モデル¹¹⁾が主に用いられ、 $\alpha = 0 \sim 8$ である。また、 $\mathbf{x}$ は流体ノードの位置ベクトル、 t は時間、 δ_t は離散時間を表す。

単一緩和時間 (SRT) モデル¹²⁾において、衝突演算子 Ω_α は

$$\Omega_\alpha(\mathbf{x}, t) = -\frac{1}{\tau} \{f_\alpha(\mathbf{x}, t) - f_\alpha^{eq}(\mathbf{x}, t)\} \quad (2)$$

のように表される。式 (2) において、 τ は緩和時間係数、 f_α^{eq} は α 方向の平衡分布関数を表し、このような衝突演算子を格子 BGK モデルと呼ぶ。平衡分布関数 f_α^{eq} は

図-3 固体粒子-流体の境界面¹⁴⁾

$$f_\alpha^{eq} = \rho \omega_\alpha \left\{ 1 + \frac{3}{c^2} (\mathbf{c}_\alpha \cdot \mathbf{u}) + \frac{9}{2c^4} (\mathbf{c}_\alpha \cdot \mathbf{u})^2 - \frac{3}{2c^2} (\mathbf{u} \cdot \mathbf{u}) \right\} \quad (3)$$

のように表される。ここで、ある格子点での流速を $\mathbf{u}$ 、密度分布関数の和で与えられる密度を ρ とする。 ω_α は重み係数で、D2Q9 モデルにおいては $\omega_\alpha = 4/9$ ($\alpha = 0$), $1/9$ ($\alpha = 1 \sim 4$), $1/36$ ($\alpha = 5 \sim 8$) と定義される¹¹⁾。

また、動粘性係数 ν の算出式は

$$\nu = \frac{1}{3} c^2 \delta_t \left(\tau - \frac{1}{2} \right) \quad (4)$$

のように表される。ここで、 c は LBM における格子速度 $c = \delta_x / \delta_t$ とする。緩和時間係数 τ は式 (4) のように動粘性係数 ν の算出に直接的に関係するとともに計算の安定性にも影響し、 $\tau = 0.5 \sim 1.0$ の範囲が適切とされる¹³⁾。また、計算上のマッハ数 Ma は

$$Ma = \frac{\|\mathbf{u}_{max}\|}{c} \quad (5)$$

のように表され、格子ボルツマン方程式における巨視的な変数は Ma^2 のオーダーで非圧縮性 Navier-Stokes 方程式の解に収束するため、 $Ma \ll 1$ を満たす必要があるとされる¹³⁾。

(2) 固液境界面の扱い

固体粒子と流体粒子の境界面を滑らかに扱うために Noble and Torczynski's model¹⁴⁾を適用する。同モデルは固体の局所的占有率 γ に基づく重み関数 β を求めることで、従来の Ladd's model^{15),16)}と比較して複雑な境界面も滑らかに扱うことができ (図-3)、流体力のバラツキを抑えられる¹³⁾。同モデルと適用すると、式 (1) は

$$f_\alpha(\mathbf{x} + \mathbf{c}_\alpha \delta_t, t + \delta_t) = f_\alpha(\mathbf{x}, t) - \frac{1}{\tau} (1 - \beta) \{f_\alpha(\mathbf{x}, t) - f_\alpha^{eq}(\mathbf{x}, t)\} + \beta f_\alpha^m \quad (6)$$

のように拡張される。ここで重み関数 β は、各格子点を中心として設定するコントロールセル内における局

図-4 粒子に作用する力

所的な固体 / 流体の比を γ として

$$\beta = \frac{\gamma(\tau - 0.5)}{(1 - \gamma) + (\tau - 0.5)} \quad (7)$$

と表される。また、追加衝突項 f_α^m は密度分布関数 f_α の非平衡部分のバウンスバックを考慮し、

$$f_\alpha^m = f_{-\alpha}(\mathbf{x}, t) - f_\alpha(\mathbf{x}, t) + f_\alpha^{eq}(\rho, \mathbf{u}) - f_{-\alpha}^{eq}(\rho, \mathbf{u}) \quad (8)$$

と表現できる。

(3) DEM

DEM は、粒子間の接触や滑動を考慮して各時刻における個々の粒子の運動を逐次追跡する。固体粒子の並進運動、回転運動に関する基礎式をそれぞれ式 (9)、(10) に示す。

$$m_s \frac{d^2 \mathbf{x}_s}{dt^2} = \sum \mathbf{F}^{con} + \sum \mathbf{F}^{gra} + \sum \mathbf{F}^{hyd} \quad (9)$$

$$\mathbf{I}_s \frac{d^2 \theta_s}{dt^2} = \sum \mathbf{T}^{con} + \sum \mathbf{T}^{hyd} \quad (10)$$

ここで、 $\mathbf{F}^{con}$ は接触力、 $\mathbf{T}^{con}$ は接触トルクを表し、これらを算出する際にはフォークトモデルを用いる。固体粒子は変形しない剛体であるが粒子同士のオーバーラップを許容し、それを変位として接触力を求める (図-4)。また、式 (9) において $\mathbf{F}^{gra}$ は浮力を考慮した重力、 m_s は粒子の質量、式 (10) において $\mathbf{I}_s$ は粒子の慣性モーメント、 θ_s は回転変位を表す。 $\mathbf{F}^{hyd}$ と $\mathbf{T}^{hyd}$ によって表される流体力と流体トルクは浸透流によるものであり、それぞれ式 (11)、(12) で求められる。

$$\mathbf{F}^{hyd} = \frac{\delta_x^3}{\delta_t} \sum_n \beta_n \left(\sum_\alpha f_\alpha^m \mathbf{c}_\alpha \right) \quad (11)$$

$$\mathbf{T}^{hyd} = \frac{\delta_x^3}{\delta_t} \sum_n \left\{ (\mathbf{x}_n - \mathbf{x}_s) \times \beta_n \left(\sum_\alpha f_\alpha^m \mathbf{c}_\alpha \right) \right\} \quad (12)$$

ここで、 δ_x は LBM における格子幅、 δ_t は LBM における単位時間、 n は粒子の内部に位置する LBM の格子点数を表す。

フォークトモデルでは減衰をダッシュポットを用いてモデル化する。法線方向の減衰係数 c_n は、衝突の反

図-5 粒子間ボンドモデル¹⁹⁾

復によるエネルギー減衰を想定し、反発係数 e に関連づけて

$$e = \exp \frac{-\frac{\pi c_n}{2m_s^*}}{\sqrt{\frac{k_n}{m_s^*} - \left(\frac{c_n}{2m_s^*}\right)^2}} \quad (13)$$

のように表される¹⁷⁾。ここで、 k_n は法線方向のばね定数を表す。また、 m_s^* は衝突粒子の換算質量で、それぞれの粒子質量を m_i 、 m_j とすると

$$m_s^* = \frac{m_i m_j}{m_i + m_j} \quad (14)$$

で得られる。用いるモデルの最小粒径を考慮した限界減衰係数 $c_{n\ cr}$ は

$$c_{n\ cr} = 2\sqrt{m_{min} k_n} \quad (15)$$

で表すことができる。ここで、 m_{min} は用いるモデルにおいて最小粒径を持つ粒子の質量を表す。一方、法線方向のダッシュポットの特性が粒子の反発係数に応じて決定されるのに対して、接線方向のダッシュポットの特性に関しては便宜的に決められることが多い¹⁸⁾。

また、DEM における時間刻み δ_{tDEM} の設定においては、運動方程式における差分解の収束性と安定性を得るために

$$\delta_{tDEM} < 2\sqrt{\frac{m_{min}}{k_n}} \quad (16)$$

を満たす必要がある³⁾。

(4) 粒子間接触モデル：粒子間ボンドモデル

Utili and Nova(2008)¹⁹⁾による粒子間ボンドモデルは、粘着特性を表現するために粒子間の接触力の関係に Coulomb の破壊基準を導入したもので、法線方向の接触力 $\mathbf{F}_n^{con}$ と接線方向の接触力 $\mathbf{F}_t^{con}$ は図-5 のように表される。通常の DEM では粒子間の圧縮力しか考慮していないが、粒子間ボンドモデルでは法線方向力に引張強度 t_μ が存在し、引張強度 t_μ と粒子間粘着力 c_μ を入力パラメータとしている。 $\mathbf{F}_n^{con}$ に t_μ を超える力が作用したときにボンドが破壊し、再度接触したときはボンドが作用しない通常の接触として扱う。本研究では、粒子間ボンドモデルに修正を加え、図-6 に示すような概念的な粒子接触幅を考慮した福元ら (2011) によ

図-9 作成した二次元モデル

ボンドを用いることで締固めを表現するため、モデルの作成段階では空中落下法で粒子を敷き詰めるのみとする。粒子の抽出後、全体を 90 度回転させて中央に幅 0.3 mm の空洞をあけた。最終的な領域内の粒子数は約 6,500 個となり、間隙率 n は 0.18 となった。Wan and Fell の HET²²⁾ で用いられた試料では最も間隙率の小さなもので $n = 0.20$ となっており²³⁾、 $n = 0.18$ というのはかなり密な値だが、これは本研究のモデルが二次元であり、粒子間の z 軸方向の空隙が無いことに由来する。しかし、HET のシミュレーションにおいては土粒子の間を流れる浸透流が中央の水みちの流れに対して非常に小さいために無視することができ⁶⁾、次元の違いによる間隙率の違いの影響は少ないと考えられる。

用意した土粒子領域の両側に流体のみの領域を設け、図-9 のようなモデルを作成した。Lominé ら (2013)⁶⁾ のモデルでは中央の穴の初期直径 ϕ_0 と土粒子領域の全体直径 L_y の比が $\phi_0/L_y = 0.2$ となっているが、本研究では $\phi_0/L_y = 0.06$ としており、HET で実際に用いられる比と同様にしている。

4. 二次元 DEM-LBM 連成シミュレーション

(1) 計算条件

DEM 計算には入力パラメータ数の少ないシンプルな個別要素モデル²⁰⁾を適用した。2.(4), (5) で述べたように、このモデルは粒子間ボンドと転がり摩擦を考慮することで地盤の基本的な強度パラメータである粘着力と内部摩擦角を模擬できるものである。本研究で参考とした Rowallan は USCS の土の分類において SM に当たる砂質土となっており⁷⁾、設計要領²⁴⁾において SM の土質定数の参考値として粘着力 $c = 30 \text{ kN/m}^2$ 以下、内部摩擦角 $\phi = 25 \text{ deg.}$ とされているため、本研究では粒子間摩擦角 $\phi_\mu = 22 \text{ deg.}$ (入力するパラメータは μ で $\mu = \tan(\phi_\mu) = 0.4$) に固定し、粘着力 $c = 20 \sim 30 \text{ kN/m}^2$ 、内部摩擦角 $\phi = 26 \sim 27 \text{ deg.}$ に相当するパラメータとして、それぞれ粒子間ボンド係数 $t'_\mu = 50$ と転がり摩擦係数 $b = 0.05$ を入力した。解析領域は図-9 に

表-2 その他の各入力パラメータ

DEM parameter		
Soil particle density	$\rho_s [\text{kg/m}^3]$	2500
Spring constant	$k_n [\text{N/m}]$	1.0×10^5
	$k_t [\text{N/m}]$	2.5×10^4
Damping coefficient	$c_n [\text{N} \cdot \text{s/m}]$	2.0×10^{-1}
	$c_t [\text{N} \cdot \text{s/m}]$	1.0×10^{-1}
Interparticle friction angle	μ	0.4
Discrete time	$\delta_{tDEM} [\text{s}]$	1.0×10^{-6}
Interparticle bonding coefficient	t'_μ	50
Rolling friction coefficient	b	0.05

LBM parameter		
Fluid density	$\rho_f [\text{kg/m}^3]$	1000
Lattice width	$\delta_x [\text{m}]$	1.0×10^{-5}
Relaxation time coefficient	τ	0.8
Kinematic viscosity	$\nu [\text{m}^2/\text{s}]$	1.0×10^{-6}
Discrete time	$\delta_t [\text{s}]$	1.0×10^{-5}

示したように $13 \text{ mm} \times 5 \text{ mm}$ とした。実際の水を想定して流体密度は $\rho_f = 1,000 \text{ kg/m}^3$ 、流体の動粘性係数は $\nu = 1.0 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ とし、この動粘性係数 ν を満たすように 2.(1) で述べた式 (4) より LBM の格子幅 δ_x 、離散時間 δ_t 、緩和時間係数 τ を決定した。また、流体に対する固体の密度比は土粒子を想定して $\rho_s/\rho_f = 2.5$ とした。

一方、一般的に $\delta_{tDEM} < \delta_t$ であることと¹³⁾、2.(3) で述べた式 (15), (16) を満たすように法線方向のばね定数 k_n 、減衰係数 c_n 、離散時間 δ_{tDEM} を決定した。接線方向のばね定数および減衰係数は便宜的に法線方向の $1/4 \sim 1/2$ としている研究例が多く¹⁸⁾、本研究でもそれに基づき決定した。DEM, LBM に用いた各入力パラメータを表-2 に示す。なお、上下の壁と粒子との摩擦を粒子間摩擦で代用するため、上下の壁からそれぞれ 0.1 mm 以内に位置する粒子を固定粒子とした。また、浸透流によって領域外 ($x > 13 \text{ mm}$) に流れ出た粒子に関しては、領域外に出た時点で DEM の接触候補リストから外すことで粒子同士が完全に重なることを許容し、流出口側に流れ出た粒子が堆積することを防いだ。

モデルの両端に一定の動水勾配をかけることで浸透流を発生させ、粒子の流出と中央の穴の広がり進展

表-3 シミュレーションパターン

No.	mark	$\Delta\rho$	ΔP	i
1	◇	0.0010	0.3333	0.0068
2	□	0.0015	0.5000	0.0102
3	○	0.0020	0.6667	0.0136
4	△	0.0025	0.8333	0.0170
5	◆	0.0027	0.9000	0.0184
6	■	0.0030	1.0000	0.0204
7	●	0.0035	1.1667	0.0238
8	▲	0.0040	1.3333	0.0272

を観察する．事前に動水勾配 $i = 0.003 \sim 0.04$ の間で大まかにシミュレーションを繰り返した結果， $i = 0.02$ 前後のときに穴が大きく崩れたため， $i = 0.0068 \sim 0.0272$ の間で細かく勾配を変えながら繰り返し計算を行った．シミュレーションを行った 8 つの動水勾配パターンを表-3 に示す．なお，LBM の格子ボルツマン方程式において密度分布関数を用いているため，LBM シミュレーションでは密度勾配 $\Delta\rho$ を与えることで圧力勾配を表現している．密度勾配 $\Delta\rho$ から圧力勾配 ΔP ，動水勾配 i への変換は式 (22)，(23) を用いる．

$$\Delta P = P_{in} - P_{out} = c_s^2 \rho_f (\rho_{in} - \rho_{out}) \quad (22)$$

$$i = \frac{\Delta P}{\rho_f g L_x} \quad (23)$$

ここで， c_s は音速を表し，二次元 LBM においては $c_s = c/\sqrt{3}$ である¹¹⁾．また， g は重力加速度， L_x は x 方向の固体領域の長さを表す．

(2) 計算結果

例として動水勾配 $i = 0.0068$ ， $i = 0.0170$ ， $i = 0.0204$ ， $i = 0.0272$ のときの結果を示す (図-10 ～図-13)．例えば図-12 では，初期状態 (0 秒後) から徐々に穴周辺の粒子が流され (40 秒後)，穴の幅が広がっていき (70 秒後) 大きく崩れる (87.5 秒後) ことがわかる． $i = 0.0204$ よりも小さな動水勾配 (図-10，図-11) においては，時間が経っても水みちに面する小さな粒子を中心に少しずつ流出する程度であったが，それ以上の動水勾配 (図-12，図-13) においては粒子が一塊となって一気に崩れる現象が見られた．この現象は 2.(4) 及び 2.(5) で述べた個別要素モデル²⁰⁾を考慮しない場合には見られなかった現象であるので，同モデルを用いて土の粘着特性を表現したことによるものであると考えられる．

また， $i = 0.0204$ (図-12) の場合において，85 秒後付近で急激に穴の大きさが広がり流速が急上昇したために 88 秒後の時点で計算が破綻した．同様に，これよ

り大きな動水勾配においても穴周辺が突然大きく崩れ，直後に計算が破綻するものが多く見られ，計算の安定性が課題となった．図-12 の 70 秒後と 87.5 秒後について，各時間での流速分布を図-14 に示す．図-14 より，70 秒後から 87.5 秒後にかけて流速が急激に大きくなっていることがわかる．

図-10 $i = 0.0068$ のときの結果

図-11 $i = 0.0170$ のときの結果

図-12 $i = 0.0204$ のときの結果

(3) 計算の安定性への課題

4.(2) で述べたように，動水勾配が大きくなるにつれて計算が不安定になる点について，各動水勾配でのレイノルズ数 Re の変化を見たところ， $Re = 20$ 前後までは時間内で一定のレイノルズ数を維持しているが，その境界を越えたときにはレイノルズ数が急激に上昇し，

図-13 $i = 0.0272$ のときの結果

図-14 $i = 0.0204$ のときの流速分布の変化

直後に計算が破綻していることがわかった（図-15）。これはレイノルズ数の急激な上昇による計算負荷の増大が原因と考えられ、計算の安定性に課題が残った。現状では土が崩れるまでの様子を追うことができおり、内部侵食が進行する様子を追跡することは可能である。しかし、侵食が進行して最終的に破壊に至った後の挙動まで追うためには、レイノルズ数が増加したときの計算の安定性を高めていく必要があり、計算コストとの兼ね合いも考慮した上で DEM の時間増分を可変としたり条件を厳しくする等の改善が求められる。

(4) 流体力の算出における妥当性の検討

既往の LBM-DEM 連成シミュレーションでは最小粒径の 10 倍以上を LBM の格子幅としている研究例^{6),13)}が多いが、本研究では最小粒径の 2.5 倍の格子幅となっているため、流体力の算出の点で不安が懸念された。図-16 は、 $i = 0.0068$ のときの粒子に作用する x, y 方向の流体力を領域全体で足し合わせたもの ($\Sigma \mathbf{F}_x^{hyd}$, $\Sigma \mathbf{F}_y^{hyd}$) である。図-16 より、 $\Sigma \mathbf{F}_x^{hyd}$ はシミュレーション時間内では保存されており、同時に圧力勾配 ΔP と土粒子領域の x 方向長さ L_x の積 $L_x \Delta P$ と等しいことがわかる。また、 $\Sigma \mathbf{F}_y^{hyd}$ はシミュレーション時間内で

図-15 レイノルズ数の変化

図-16 x, y 方向の流体力の総和 ($i = 0.0068$)

はほぼ 0 となっていることがわかる。また、他の 7 つの動水勾配パターンにおいても計算破綻前では同様の結果が得られた。Lominé ら (2013)⁶⁾ はシミュレーションの妥当性を評価する指標として流体力の総和を算出しており、全時間を通して x 方向の流体力の総和 $\Sigma \mathbf{F}_x^{hyd}$ は土粒子領域の x 方向長さ L_x と圧力勾配の積 $L_x \Delta P$ に等しく、 y 方向の流体力の総和 $\Sigma \mathbf{F}_y^{hyd}$ は 0 になっている。図-16 より、本研究で算出された流体力の総和はこれと一致するため流体力を正しく算出できており、シミュレーションで得られた結果は妥当なものであると考えられる。

(5) 粒子流出量の算出

HET では途中の穴の変化を観察することができないために実験前と実験後の記録に基づき実験中のデータを補完している⁷⁾が、シミュレーションでは途中の変化

図-17 侵食率 M_e/M_{all} の時間変化

も観察できる．土粒子領域から流れ出た粒子の質量を合計したものを M_e と初期状態での粒子質量 M_{all} との比をとったものを侵食率として，各時間ステップにおいて求めると図-17 のようになった．プロット数の少ないものは 120 秒より前に計算が破綻したパターンである．なお，本文は二次元でのシミュレーションであるため，

$$M_e = \sum r_e^2 \pi \rho_s \quad (24)$$

のように体積の代わりに面積を用いて質量を求めている．ここで， r_e は流出した粒子の半径とする．図-17 より， $i = 0.0170$ までのパターンではほとんど粒子の流出が起こらず，それよりも大きな動水勾配のパターンでは勾配が大きいほど流出スピードが速くなっていることがわかる．

(6) 穴の直径 ϕ_t の算出

HET で必要となる各パラメータについて図-18 に示す．実験では各時間での流量 Q_t が得られるため，それを用いて各時間での穴の直径 ϕ_t を層流の場合は

$$\phi_t = \left(\frac{16Q_t f_t}{\pi \rho_f g i} \right)^{1/3} \quad (25)$$

のように求めている⁷⁾．ここで， f_t は摩擦係数を表す．実験では実験前の穴の直径 ϕ_0 と実験後の穴の直径 ϕ_f を式 (25) に代入して f_{t0} および f_{tf} を算出し，各時間での f_t を線形補完することで実験中の ϕ_t を求めている²⁵⁾．本研究における流量の変化を $x = 0.5 \text{ mm}$ の断面で測定したところ，図-19 のようになった．一方，土粒子領域の穴部分において x 方向に一様に粒子が流出すると仮定すると，流出量から各時間ステップでの穴の直径 ϕ_t を求めることができる．求めた ϕ_t の時間変化を図-20 に示す．

図-18 侵食に関するパラメータ

図-19 流量 Q_t の時間変化

図-20 穴の直径 ϕ_t の時間変化

図-21 せん断応力 τ_t の時間変化

図-23 τ_t と $\dot{\epsilon}$ の関係

図-22 単位面積当たりの侵食速度 $\dot{\epsilon}$ の時間変化

5. シミュレーション結果の検討

(1) せん断応力 τ_t と単位面積当たりの侵食速度 $\dot{\epsilon}$ の算出

侵食に関するパラメータとしてせん断応力 τ_t [N/m²] と単位面積当たりの侵食速度 $\dot{\epsilon}$ [kg/s/m²] を求める。 τ_t は ϕ_t を用いて

$$\tau_t = \frac{\phi_t \Delta P}{2L_x} \quad (26)$$

で求めることができ⁶⁾, $\dot{\epsilon}$ は流出量から

$$\dot{\epsilon} = \frac{(S_{e2} - S_{e1})\rho_s}{2L_x(t_2 - t_1)} \quad (27)$$

で求めることとする。ここで、 $S_{e2} - S_{e1}$ はある時間 $t_2 - t_1$ の間で流出した粒子の面積の合計を表わす。式 (26), (27) により求めた各動水勾配における τ_t と $\dot{\epsilon}$ の時間変化をそれぞれ図-21, 図-22 に示す。図-21 より,

せん断応力 τ_t は動水勾配 $i = 0.0170$ 以下の 4 パターンでは初期のせん断応力 τ_0 からほぼ変化が見られず, $i = 0.0184$ 以上の 4 パターンでは時間に伴うせん断応力の増加傾向が見られ, $\tau_t = 0.035$ N/m² 付近から上昇が特に顕著であることがわかる。また, 図-22 より, 侵食速度 $\dot{\epsilon}$ の多くは 0 付近に分布しているが, $i = 0.0184$ 以上のパターンではせん断応力 τ_t の上昇に伴い $\dot{\epsilon}$ にも上昇傾向が見られる。

(2) τ_t と $\dot{\epsilon}$ の関係

せん断応力 τ_t と単位面積当たりの侵食速度 $\dot{\epsilon}$ の関係を表わしたものを図-23 に示す。その関係は

$$\dot{\epsilon} = C_e(\tau_t - \tau_c) \quad (28)$$

のような比例関係で表すことができ⁷⁾, 本研究では図-23 に示したような直線を描くことができる。ここで, C_e は侵食係数とする。図-23 中のせん断応力 τ_t と単位面積当たりの侵食速度 $\dot{\epsilon}$ の関係式 $\dot{\epsilon} = 1.390(\tau_t - 0.0346)$ より, $C_e = 1.39$ s/m, $\tau_c = 0.035$ N/m² と考えられる。この τ_c は図-21 においてせん断応力 τ_t が急激に上昇する境界値とも一致している。

(3) 既往のシミュレーション・実験との比較

Lominé ら (2013)⁶⁾の結果では, $C_e = 4.7$ s/m, $\tau_c = 0.003$ N/m² となっているが, Wan and Fell(2004)⁷⁾の実験で用いられた土壌サンプルでは概ね $C_e = 1.0 \times 10^{-6} \sim 0.25$ s/m, $\tau_c = 5 \sim 160$ N/m² の値をとっており, Haghighi ら (2013)²⁶⁾の実験では $C_e = 4.25 \times 10^{-4}$ s/m, $\tau_c = 10 \sim 20$ N/m² の値をとっている。

図-24 は, τ_t と $\dot{\epsilon}$ の関係について, 本研究のシミュレーション結果と Lominé ら (2013)⁶⁾のシミュレーショ

図-24 τ_t と $\dot{c}$ の関係の比較

ン結果と Wan and Fell(2004)⁷⁾の実験結果 (Rowallan を用いた場合) を C_e と τ_c をもとに比較したものである。図-24 より、本研究で得られた結果は、傾きで比較すると既往のシミュレーションと比較して実験の値に近づけたと言える。Lominé ら (2013)⁶⁾の結果では、せん断応力 τ_t のスケールには本文とあまり違いが見られない一方で、侵食速度 $\dot{c}$ が本文の結果の 4 倍程度のスケールを示しており、これが侵食係数 C_e (傾き) の違いとなっていると考えられる。本文では粒子間ボンドと転がり摩擦を考慮したモデル²⁰⁾を導入したことで粒子が流出しにくくなり、既往のシミュレーションと比較して侵食速度が減少したと考えられ、粒子間ボンドと転がり摩擦に関する入力パラメータを変化させた場合に侵食係数 C_e が変化することは確認している。

一方、 τ_c を比較すると既往のシミュレーションとほぼ変わらず、実験とはオーダーの異なる結果となった。これは、実験では粘土成分を多く含む粘着力の高い土が用いられ、乱流のような高いレイノルズ数においてようやく侵食現象が見られるが、シミュレーションでは低いレイノルズ数で侵食現象が起こっているためと考えられる。シミュレーションに粘土粒子を導入することは大幅な計算コストの増大が見込まれるため、まずは粒子間ボンド等の調整により現在の粒径のまま粘土特性を模擬し、さらに乱流モデルの導入により高レイノルズ数での計算を可能にすることで実験でのせん断応力に近づけていきたい。

6. おわりに

Wan and Fell による HET⁷⁾を参考にした二次元モデルを作成し、Concentrated leak erosion に関する数

値解析を行った。粒子間の接触モデル、固液境界面の表現、粒径分布に関して従来の HET を模擬したシミュレーション⁶⁾では考慮されていなかった新たな条件を導入してシミュレーションを行った。まず、粒子間の接触モデルとして粒子間ボンドおよび転がり摩擦を考慮したモデル²⁰⁾を適用することで土の粘着特性を模擬した。粘着特性を考慮しない場合では粒子がバラバラと流れ出るが、粘着特性を考慮することで粒子が塊となって崩れる様子を再現できた (図-12, 図-13)。また、固液境界面の扱いに Noble and Torczynski's model¹⁴⁾を導入することで粒子と流体の境界面をより滑らかに表現することが可能となり、流体力のバラツキを抑えることができた。さらに、砂粒子以上の粒径のみを用いることが多かった従来の DEM-LBM 連成シミュレーションに対して本文ではシルト粒子まで考慮したことで、粒径分布の再現性を高めることができた。

さまざまな動水勾配下でモデル内に浸透流を発生させ、粒子の流出量から侵食に関するパラメータとしてせん断応力と単位面積あたりの侵食速度を求めた。その結果、従来の HET シミュレーションと比較してより現実の挙動に近いシミュレーションを行うことができ、実験でも見られるせん断応力と単位面積あたりの侵食速度の比例傾向を得ることができた。

実際の HET においては実験前と後の状態から実験中の様子を推定することしかできず、試料によるバラツキも生じるが、シミュレーションでは全時間の様子を同一条件で繰り返し追うことができるため、HET をシミュレーションで再現することで内部侵食の進行の様子を正確に捉えることができるようになると考えられる。本研究でも各時間での粒子流出量の推移から侵食速度を求めており、HET での実験前後の穴の大きさの差から補完する方法よりも途中の様子を正確に把握できたと言える。

しかし、実際の HET では粘土粒子を多く含む土壌を用いているために高レイノルズ数 (乱流) において侵食が始まり、層流条件下かつ砂・シルト粒子のみを用いている今回のシミュレーションでは実験とはオーダーの異なる結果となった。今後はパラメータの調整や乱流モデルの導入を行い、さらに粘土粒子のような微粒子を含む場合の効率的な計算手法についても検討していくことで、より実際に近いスケールで内部侵食現象の進行をシミュレートしたい。

参考文献

- 1) Foster, M., F. R. and Spannagle, M.: The statistics of embankment dam failures and accidents, *Can. Geotech. J.*, Vol.37, pp.1000–1024, 2000.
- 2) Fell, R. and Fry, J. J. (eds.): *Internal Erosion of Dams and their Foundations*, Oxford Classic Texts in the Physical Sciences, Aussois, France, 2005.
- 3) Cundall, P. A. and Strack, O. D. L.: A discrete numerical model for granular assemblies, *Géotechnique*, Vol.29, pp.47–65, 1979.
- 4) Succi, S.: *The Lattice Boltzmann Equation for Fluid Dynamics and Beyond*, Oxford University Press, New York, 2001.
- 5) Chen, S. and Doolen, G. D.: Lattice Boltzmann Method for Fluid Flows, *Annu. Rev. Fluid Mech.*, Vol.30, pp.329–364, 1998.
- 6) Lominé, F., Scholtés, L., Sibille, L. and Poullain, P.: Modeling of fluid-solid interaction in granular media with coupled lattice boltzmann/discrete element methods: application to piping erosion, *Int. J. Numer. Meth. Geomech.*, Vol.37, pp.577–596, 2013.
- 7) Wan, C. F. and Fell, R.: Investigation of Rate of Erosion of Soils in Embankment Dams, *J. Geotech. Geoenviron. Eng.*, Vol.130, pp.373–380, 2004.
- 8) Boltzmann, L.: Weitere Studien über das Wärmegleichgewicht unter Gasmolekülen, *Wissenschaftliche Abhandlungen*, Vol.1, pp.316–402, 1872.
- 9) Enskog, D.: Kinetische theorie der vorgänge in mässig verdünnten gasen, PhD thesis, Uppsala University, 1917.
- 10) Chapman, S. and Cowling, T. G.: *The Mathematical Theory of Non-uniform Gases: An Account of the Kinetic Theory of Viscosity, Thermal Conduction and Diffusion in Gases (Cambridge Mathematical Library)*, Cambridge University Press, Cambridge, New York, Melbourne, 1991.
- 11) Hou, S., Zou, Q., Chen, S., Doolen, G. and Cogley, A. C.: Simulation of Cavity Flow by the Lattice Boltzmann Method, *J. Comput. Phys.*, Vol.118, pp.329–347, 1995.
- 12) Qian, Y. H., D’Humières, D. and Lallemand, P.: Lattice BGK Models for Navier-Stokes Equation, *Europhys. Lett.*, Vol.17, p.479, 1992.
- 13) Feng, Y. T., Han, K. and Owen, D. R. J.: Coupled lattice Boltzmann method and discrete element modelling of particle transport in turbulent fluid flows: Computational issues, *Int. J. Numer. Meth. Engng.*, Vol.72, pp.1111–1134, 2007.
- 14) Noble, D., and Torczynski, J.: A lattice Boltzmann method for partially saturated computational cells, *Int. J. Mod. Phys. C*, Vol.9(8), pp.1189–1201, 1998.
- 15) Ladd, A.: Numerical simulations of fluid particulate suspensions via a discretized Boltzmann-equation. 1. Theoretical foundation, *J. Fluid Mech.*, Vol.271, pp.285–309, 1994.
- 16) Ladd, A.: Numerical simulations of fluid particulate suspensions via a discretized Boltzmann-equation. 2. Theoretical foundation, *J. Fluid Mech.*, Vol.271, pp.311–339, 1994.
- 17) Pöschel, T. and Schwager, T.: *Computational Granular Dynamics*, Springer-Verlag, 2005.
- 18) Ohtsuki, S.: Applications of Solid-Liquid Two-Phase System to Resource Engineering by Using Hybrid LB-DEM Simulation, PhD thesis, Kyoto University, 2010.
- 19) Utili, S. and Nova, R.: DEM analysis of bonded granular geomaterials, *Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech.*, Vol.32, pp.1997–2031, 2008.
- 20) 福元 豊, 阪口 秀, 村上 章: 地盤材料の破壊基準を表現するためのシンプルな個別要素モデル, 土木学会論文集 A2 (応用力学), Vol.67(1), pp.105–112, 2011.
- 21) Sakaguchi, H. and Igarashi, T.: Plugging of the flow of granular materials during the Discharge from a silo, *Int. J. Mod. Phys. B*, Vol.07, pp.1949–1963, 1993.
- 22) Wan, C. F. and Fell, R.: Investigation of internal erosion and piping of soils in embankment dams by the slot erosion test and the hole erosion test, *UNICIV Rep. R-412*, The University of New South Wales, Sydney, 2002.
- 23) Bonelli, S., Brivois, O., Borghi, R. and Benahmed, N.: On modelling of piping erosion, *C. R. Mecanique*, Vol.334, pp.555–559, 2006.
- 24) 日本道路公団: 設計要領 第一集, pp.28–29, 1983.
- 25) Luthi, M.: A MODIFIED HOLE EROSION TEST (HET-P) TO STUDY EROSION CHARACTERISTICS OF SOIL, PhD Thesis, The University of British Columbia, Vancouver, 2011.
- 26) Haghighi, I., Chevalier, C., Duc, M. and Guédon, S.: Improvement of Hole Erosion Test and Results on Reference Soils, *J. Geotech. Geoenviron. Eng.*, Vol.139, pp.330–339, 2013.

(2015. 6. 23 受付)

2D DIRECT NUMERICAL SIMULATION OF HOLE EROSION TESTS BY PARTICLE-FLUID COUPLED MODEL

Mizuha FUJINA, Yutaka FUKUMOTO and Akira MURAKAMI

The failure of earth dams is mainly caused due to internal erosion and piping phenomena. Concentrated leak erosion, one of the mechanisms to trigger internal erosion, is driven by flow in the cracks or other openings. In the present study, an effort has been made to investigate the microscopic coupled behavior of soil skeleton and water by employing the Discrete Element and Lattice Boltzmann coupled method. Many simulations were conducted under different constant pressure conditions with 2-D small model based on Hole Erosion Test presented by Wan and Fell (2004). Soil erosion parameters (such as, hole diameter ϕ_t , shear stress τ_t , erosion rate $\dot{\epsilon}$) are calculated and compared with the results available in the literature. Consequently, this study facilitates more realistic simulations compare to the available tests and simulations in the literature.