乾燥破壊現象における 亀裂パターン形成の数値解析

廣部 紗也子¹・小國 健二²

¹学生員 慶應義塾大学大学院 理工学研究科 開放環境科学専攻 (〒 223-8522 神奈川県横浜市港北区日吉 3-14-1)

E-mail: s.hirobe@keio.jp

²正会員 慶應義塾大学教授 理工学部 システムデザイン工学科 (〒 223-8522 神奈川県横浜市港北区日吉 3-14-1)

E-mail: oguni@sd.keio.ac.jp

乾燥破壊現象における亀裂の特徴的な幾何形状の支配法則は未だ解明されていない。既存研究は、乾燥に伴う不均一な水分分布が亀裂パターン形成の重要な役割を担うという直観に反し、解析領域内での一様な水分分布を前提とするか、水分移動・変位場の発生・破壊の擬似的な連成解析に留まっていた。本論文では、乾燥破壊における亀裂パターン形成の問題に対し、i) 乾燥に伴う水分移動と体積変化、ii) 不均一な体積収縮を反映しつつ、つりあい状態を満たす変位場の発生、iii) 亀裂の形成、全ての連成モデルを提案する。粒子離散化有限要素法による固体連続体の変形及び破壊の過程の解析と、破壊面の形状を反映させた拡散係数をもつ拡散方程式の有限要素解析の弱連成解析を行うことで、乾燥破壊現象に特徴的な亀裂パターンとその幾何形状の変化を再現する。

Key Words: desiccation cracks, pattern formation, coupled model, PDS-FEM

1. はじめに

濡れた土や粉体が乾燥する過程で発生する亀裂は乾燥亀裂とよばれ、水の干上がった田んぼや乾燥した地域の地面などで容易に観察することができる。土木材料においては、コンクリートの乾燥収縮に伴うクラックが、その顕著な例である。また、乾燥亀裂は地盤の強度や、透水性、圧縮性に影響を与える。そのため、乾燥亀裂の発生及び進展のメカニズムを明らかにすることは、ダムや堤防などの土構造物や、廃棄物処理に使用される粘土ライナーの性能低下を予測し、安定性を確保する上で非常に重要である^{1),2)}。

現象の観察の容易さの一方で、乾燥亀裂がもつ特徴的な幾何形状がいかにして決まるのかという単純な問題は、1世紀以上におよぶ知見をもってしても未だ解明されていない。乾燥破壊の亀裂パターンは、網目状構造をもち、亀裂に囲まれたセルが特定のサイズの多角形になる、という普遍的特徴をもつ。特定の粉体-水混合物に着目した場合、セルのサイズと形状が系のサイズと境界条件(層厚や拘束条件、蒸発速度など)に対し、一定の規則性を伴って変化することは、1917年のKindle³⁾の実験を始めとし多くの実験によって確かめられている^{4)~9)}。乾燥亀裂は様々な材料で確認されており、セルのサイズ・形状・網目構造のトポロジーは材料や条件によって異なるが、網目状の構造を持つ亀裂群が特定のサイズの多角形を形成するという共通の特徴は保たれている。この事実は、乾燥破壊現象における

亀裂パターン形成の背後に存在する、材料によらない共通の支配法則を示唆している。

乾燥破壊現象に関する実験的研究は、乾燥過程における試料内部の物理量変化のミクロスケールでの測定 of 困難さを踏まえて、系のサイズおよび境界条件と亀裂の幾何形状との間の関係や、試料からの水分の蒸発量と亀裂本数との関係などについての実験事実の収集と、これに基づく現象論的な物理モデルの構築を目的としていた。(これらの研究のうち、特に詳細なデータを示しているものは1960年のCorte and Higashi¹⁰⁾のレポートである)。この方針に基づく研究は、近年に至るまで多くの条件と物質について網羅的に行われている。しかし、測定できる物理量は、系のサイズ、境界条件、試料全体での含水量変化など、マクロスケールで平均化された値のみである。亀裂の進展方向、枝分かれ、交差角などは、亀裂先端近傍のミクロスケールでの物理場によって決定されることを考えると、マクロスケールでの物理量の平均値とマクロスケールでの亀裂の特徴量との関係に基づく現象論的物理モデルを用いて乾燥破壊現象を説明することは難しいと結論付けざるを得ない。これが、著者らが数値解析的アプローチを選択する理由である。

乾燥破壊の亀裂パターン形成において、乾燥に伴う水分移動による不均一な水分分布が重要な役割を担うことは直観的に理解できる。しかし、この直観に反して、一様な水分分布を前提とする研究が、乾燥破壊亀裂の数値解析のメインストリームを形成してきた。

この流れの始まりは、Vogel et al.¹¹⁾ によるばねネットワークモデルである。このモデルでは、ばねの自然長を短くすることによって水分の蒸発に伴う体積収縮を表現している。破壊は格子状に配置したばねの切断により表現され、ばねの性質、ばねの結節点の動きやすさ、ばねの配置、にそれぞればらつきを与えることで、材料強度、変形場、境界条件のばらつきがモデルの中に導入されている。このモデルは、パラメータの適切なチューニングによって、網目状の亀裂パターンを作り出すことは出来るが、セルのサイズや形状は、実際に観察される乾燥亀裂パターンとは大きく異なる。つまり、このモデルは、乾燥破壊現象を念頭に置いているが、乾燥破壊とは全く異なるセルラーオートマトンと位置づけられる。

Sima et al.¹²⁾では、DEM を用いて、水分の蒸発の影響を粒子の体積収縮、粒子間のばね定数、粒子間のばね強度に反映させることにより、ばねネットワークモデルを粘土の乾燥亀裂パターン形成の問題に近づける試みがなされている。網目状の亀裂パターンや、層厚や拘束条件に応じてのセルサイズの変化など、定性的な傾向の再現には成功しているが、亀裂の階層構造や乾燥の進行に伴う亀裂数の増加などの傾向は捉えられていない。

Sánchez et al.¹³⁾では、均一な材料定数を持つ四面体ソリッド要素とその要素境界に破壊を許すジョイント要素を埋め込んだ有限要素モデルに、水分の蒸発の影響を四面体ソリッド要素の体積収縮として与えて、乾燥破壊の解析を行っている。この解析では、乾燥亀裂パターンの形状、セルサイズ、およびこれらの層厚依存性などを比較的良好に再現できるケースもあるが、実験で観測される亀裂パターンから大きく外れる場合もある。良好に再現できる例は、ほぼ2次元問題と見なすことの出来る薄層試験体に限定されている。

以上のように、乾燥に伴う水分移動による不均一な水分分布を無視した数値解析的アプローチの研究は、材料の構成則の複雑化により、亀裂パターンそのものの複雑さや、亀裂パターンと境界条件との関係の複雑さを説明しようとする試みであると位置づけられる。しかし、乾燥破壊の亀裂パターン形成が、i) 乾燥に伴う水分移動と体積変化、ii) 不均一な体積収縮を反映しつつ、つりあい状態を満たす変位場の発生、iii) 亀裂の形成、の連成現象であることはほぼ自明である。

Peron et al.¹⁴⁾は、1次元乾燥亀裂パターンの再現を目的とし、水分移動に伴う体積収縮と変位場の問題を連成させたFEM解析を行っている。この連成解析から得られる応力分布の傾向を反映する粒子径収縮の分布をDEMに挿入して、1次元乾燥亀裂が試験体表面から底面へ進展する様子を再現しているが、亀裂パターン

の再現には至っていない。また、Musielak and Śliwa¹⁵⁾も水分分布の変化は考慮しているが、変形と破壊に関しては簡易的なばねネットワークモデルを用いており、固体連続体の変形・破壊を表現できておらず、これも亀裂パターンの再現には至っていない。両者の失敗の理由は、解析モデルが拡散・応力連成解析と破壊解析との擬似的な連成解析モデルにとどまっているためであると考えられる。

以上を踏まえ、本論文では、乾燥破壊における亀裂パターン形成の問題に対して、i) 乾燥に伴う水分移動と体積変化、ii) 不均一な体積収縮を反映しつつ、つりあい状態を満たす変位場の発生、iii) 亀裂の形成、の全てを連成させたモデルを提案する。具体的には、粒子離散化有限要素法(PDS-FEM: Particle Discretization Scheme Finite Element Method)^{16),17)}による固体連続体の変形および破壊の過程の解析と、破壊面の形状を反映させた拡散係数をもつ拡散方程式の有限要素解析の弱連成解析を行うことで、乾燥破壊現象に特徴的な亀裂パターンとその幾何形状の変化を再現する。

2. 炭酸カルシウムを用いた乾燥実験

乾燥亀裂パターンに対する層厚の影響の観察および数値解析におけるパラメータの設定を目的とした、水-炭酸カルシウム混合物の乾燥実験を行った。実験の概要は以下の通りである。まず体積含水率72%の炭酸カルシウム懸濁液を用意し、上面のみが開放された幅100 mm × 奥行100 mm × 深さ50 mmの亚克力容器に注いだものを試験体とした。このとき炭酸カルシウムは飽和状態にある。しばらく静置すると表面に水分層ができるため、水分層を除いた層の厚さが設定したい試験体厚さになるよう懸濁液の分量を調整した。例えば、設定する層厚が10 mmの場合、必要な懸濁液の重さは152 gであった。また、蒸発が進み水分層がなくなる時点の平均体積含水率は56.0%であった。試験体の層厚は5 mm, 10 mm, 20 mm, 30 mmの4種類を用意し、室温20°C、相対湿度50%の一定値に保たれた実験室に静置し、乾燥させた。試験体全体の含水量が減少し、試験体表面からの水の蒸発がなくなると乾燥過程は終了する。時間ごとの試験体の質量減少量と、亀裂発生時および亀裂進展終了時の平均体積含水率を測定した。

各層厚における、試験体上面の最終的な亀裂を図-1に、層厚10 mmにおける亀裂進展の様子と時間ごとの平均体積含水率の変化を図-2と図-3にそれぞれ示す。試験体の体積含水率の減少量がほぼゼロになる(乾燥が終了する)よりも前に、亀裂進展は終了した。亀裂発生時と亀裂進展終了時の平均体積含水率はどの層厚にお

図-1 乾燥実験の最終的な亀裂パターン
層厚は (a) 5 mm (b) 10 mm (c) 20 mm (d) 30 mm

図-2 乾燥実験における亀裂進展 (層厚 10 mm の場合)
(a) 1 本目の亀裂形成時
(b) サイズが大きなセルの形成時
(c) セルの分割が進んでいる状態
(d) さらにセルの分割が進んだ状態

図-3 平均体積含水率の変化 (層厚 10 mm の場合)
(i) 試験体表面の水分層がなくなった時点
(ii) 亀裂発生時 (iii) 亀裂進展終了時

いても、それぞれおよそ 22% と 20% であった。図-1からは、容器との癒着および摩擦の影響を大きく受ける境界付近の一部のセルを除き、各層厚で観察されたセルはおよその面積が一致していることが分かる。また、各層厚におけるセルの平均的な面積は、層厚の増加に伴い増加していることが確認できるが、20 mm と 30 mm ではその差はわずかであった。

図-2に示すように、初めに長い亀裂が進展し、その後、亀裂によって囲まれたセルのうち、大きいセルを分割するように新たな亀裂が発生した。この亀裂進展の特徴はどの層厚においても観察された。

図-3は、少なくとも亀裂が進展している間は、蒸発速度が一定であることを示している。粉体-水混合物の蒸発速度は、大気蒸発能を満たす可能蒸発速度で蒸発が進行する「乾燥の第1段階」、粉体-水混合物の水分供給能力が大気蒸発速度を満たせなくなり、蒸発速度が減少する「乾燥の第2段階」、さらに低い蒸発速度を維持する「乾燥の第3段階」に分けられる¹⁸⁾。蒸発速度が一定であることから、亀裂進展中の蒸発は常に「乾燥の第1段階」にあったことが分かる。

3. 乾燥破壊現象の数理モデル

本論文では、「乾燥に伴う水分移動と収縮」と「収縮に伴う変形と破壊」との連成を固体連続体力学の枠組みで記述する。具体的には、連続体力学に基づく2つの物理現象の支配方程式と、それら2つの支配方程式の連成の仕組みを導入する。水分移動に伴う体積変化を線形弾性体の変形の問題に組み込んで、乾燥と変形との連成を図る。変形の進行に伴う破壊はPDS-FEMで扱い、水分移動に対する亀裂の影響を、(i) 亀裂面からの蒸発、(ii) 亀裂面をまたいで通過する流束の制限、として表現することにより、破壊と乾燥とを連成させる。

(1) 連成系の設定

等温条件下の不飽和土中における非定常流れの水分量はリチャーズ式によって表現される。水分量表記のリチャーズ式は、

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \nabla(D(\theta)\nabla\theta) + \frac{\partial K(\theta)}{\partial z} \quad (1)$$

のように2階の非線形偏微分方程式で表される。ここで θ は体積含水率、 t は時間、 $K(\theta)$ は不飽和透水係数、 $D(\theta)$ は水分拡散関数を表す。 z 軸を鉛直下向きの座標軸とすると、右辺第2項は重力の影響を表現する項と見なすことができる。水分拡散関数は、体積含水率の増加関数となる。試験体表面からの「乾燥の第2段階」における蒸発速度の低下は、体積含水率が低く水分拡散関数の値が小さい表層部分の増加により、水分供給能力が低下することに起因する。前節で示した炭酸カ

ルシウムの乾燥実験における亀裂進展過程は、温度・湿度一定で、「乾燥の第1段階」にあることから、表層部の水分拡散関数は、十分大きいと考えられる。これは、試験体が比較的薄く、水分分布には深さ方向でそれほど大きな変化は生じなかったためだと推察される。このことから、本論文の炭酸カルシウムの乾燥実験に基づく数値解析の範囲では、水分拡散関数が体積含水率によらず一定としても現象を再現するには十分と考えた。さらに、重力の影響を無視すると、リチャーズ式は、

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = D \nabla^2 \theta \quad (2)$$

のように Fick の拡散方程式と同形の式となる。よって、試料 Ω 内の水分が外気との境界面 $\Gamma^{(1)}$ から蒸発する場合、 Ω 内の水分量分布は、

$$\begin{cases} \dot{\theta} = D \theta_{,ii} & \mathbf{x} \in \Omega \\ D \theta_{,i} n_i = -Q^{(1)}(\theta) & \mathbf{x} \text{ on } \Gamma^{(1)} \\ \theta(\mathbf{x}, 0) = \bar{\theta}(\mathbf{x}) & \mathbf{x} \in \Omega \end{cases} \quad (3a) \quad (3b) \quad (3c)$$

で与えられる初期値境界値問題を解くことによって得られる。ここで、体積含水率 θ は位置 $\mathbf{x}$ と時間 t の関数であり、 $Q^{(1)}(\theta)$ は $\Gamma^{(1)}$ からの蒸発に対応する水分フラックスを表す。なお式 (3a, 3b, 3c) およびこれ以降、下付き添字を用いて表記される式には総和規約を適用する。本論文では、式 (3a) に従う液体水の移動のみを考慮し、水蒸気移動は考慮しない。また、液体水の移動は十分に遅いため、摩擦の影響は無視できるものとする。

試料 Ω 内に発生した亀裂面 $\Gamma^{(2)}$ が水分移動に及ぼす影響を、すでに述べたように、 $\Gamma^{(2)}$ からの蒸発、および $\Gamma^{(2)}$ をまたいで通過する流束の制限、として水分移動に関する初期値境界値問題に導入する。 $\Gamma^{(2)}$ からの蒸発は、式 (3b) の Neumann 型境界条件に、

$$D \theta_{,i} n_i = -Q^{(\alpha)}(\theta) \quad \mathbf{x} \in \Gamma^{(\alpha)} \quad (\alpha = 1, 2) \quad (4)$$

のように新たな境界 $\Gamma^{(2)}$ と、 $\Gamma^{(2)}$ からの蒸発による水分フラックス $Q^{(2)}(\theta)$ を導入して表現する。

$\Gamma^{(2)}$ をまたいで通過する流束の制限を、流束は亀裂面で完全に遮断される、すなわち $\Gamma^{(2)}$ をまたいで通過する流束をゼロとする、ことによって導入する。

図-4 に示す正規直交座標系 $\mathbf{e}_i$ 上でのダルシー則を水分量表記で記述すると

$$J_i = -D \theta_{,i} \quad (5)$$

となる。 J_i は $\mathbf{e}_i$ 座標系上での水分フラックスである。 J_i^c の亀裂面 $\Gamma^{(2)}$ への射影 J_i^c は、

$$P_{ij} = \mathbf{e}_i' \cdot \mathbf{e}_j \quad (6)$$

で定義される座標変換行列 P_{ij} と、

$$\bar{E}_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{if } i = j = 1, 2 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (7)$$

図-4 P_{ij} によって変換された座標系

で定義される $\Gamma^{(2)}$ への射影行列 ($\mathbf{e}_3'$ は亀裂面 $\Gamma^{(2)}$ の単位法線ベクトル) を用いて、

$$J_i^c = P_{ji} \bar{E}_{jk} P_{kl} J_l \quad (8)$$

と表される。これは、式 (3a, 3b) に異方性をもつ拡散係数を導入することと同義である。以上により、乾燥の過程に破壊の影響を反映する仕組みが導入された。

均質な等方線形弾性体 Ω の微小変形問題に、乾燥による収縮の影響を導入する。境界 $\partial\Omega$ に変位境界条件 $\bar{u}_i(\mathbf{x})$ が与えられたとき、変位 $u_i(\mathbf{x})$ に関する境界値問題は

$$\begin{cases} (c_{ijkl} u_{k,l}(\mathbf{x}))_{,j} = 0 & \mathbf{x} \in \Omega \\ u_i(\mathbf{x}) = \bar{u}_i(\mathbf{x}) & \mathbf{x} \text{ on } \partial\Omega \end{cases} \quad (9)$$

となる。ここで、 c_{ijkl} は弾性係数を表す。この境界値問題は、以下の変分問題と等価である。

$$\begin{aligned} I(u_i(\mathbf{x})) &= \int_{\Omega} e(\boldsymbol{\varepsilon}) dV \\ \text{Minimize } I(u_i(\mathbf{x})) \text{ s.t. } u_i(\mathbf{x}) &= \bar{u}_i(\mathbf{x}) \text{ on } \partial\Omega \end{aligned} \quad (10)$$

ここで、 $e(\boldsymbol{\varepsilon})$ はひずみエネルギー密度で

$$e(\boldsymbol{\varepsilon}) = \frac{1}{2} \varepsilon_{ij}(\mathbf{x}) c_{ijkl} \varepsilon_{kl}(\mathbf{x}) \quad (11)$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (12)$$

である。

乾燥収縮の場合、全ひずみ ε_{ij} は乾燥収縮ひずみ ε_{ij}^s と弾性ひずみ ε_{ij}^m から構成されていると考えることができる。このとき、乾燥収縮ひずみは純粋に乾燥による体積減少を示している。これは全ひずみのゼロ点に対するオフセットと位置付けられるため、

$$\sigma_{ij} = c_{ijkl} (\varepsilon_{kl} - \varepsilon_{kl}^s) \quad (13)$$

が成り立つ。したがって、全く拘束を受けずに自由に乾燥収縮できる場合には、全ひずみは乾燥収縮ひずみと等しくなり ($\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^s$)、乾燥による体積減少のみでは、それに対応する内力としての応力は生じない。何らかの拘束により、 $\varepsilon_{ij} \neq \varepsilon_{ij}^s$ となる場合にのみ、乾燥収縮ひずみ ε_{ij}^s の発生が応力の発生を伴うことが可能となる。

乾燥破壊の問題では、乾燥に伴う体積収縮が何らかの拘束を受けて「自由収縮」から外れたときに生じる弾性ひずみ ($\varepsilon_{ij}^m = \varepsilon_{ij} - \varepsilon_{ij}^s$) が、破壊を生じさせる原因となる。乾燥収縮の問題では解析対象となる領域には外力による変形は加えられていないので、平均的な全ひずみ $\bar{\varepsilon}_{ij}$ と平均的な乾燥収縮ひずみ $\bar{\varepsilon}_{ij}^s$ は、 $\bar{\varepsilon}_{ij}^s \leq \bar{\varepsilon}_{ij} \leq 0$ の関係にある。平均的な乾燥収縮ひずみ $\bar{\varepsilon}_{ij}^s$ は負であるため、平均的な応力場 $\bar{\sigma}_{ij}$ は、 $\bar{\sigma}_{ij} = c_{ijkl}(\bar{\varepsilon}_{kl} - \bar{\varepsilon}_{kl}^s)$ より、正となる。つまり、乾燥破壊の問題での支配的な応力場は引張応力場である。物質の破壊強度の静水圧依存性は、特に土質材料が圧縮応力下にある場合においては顕著に現れるが、引張応力が支配的となる場（本論文が対象とする乾燥破壊の問題に対応する応力場）では、破壊強度の静水圧（引張の静水圧）に対する依存性はほとんど見られない。土質材料であっても引張応力下で破壊する際にはほぼ脆性的に破壊する。炭酸カルシウムペーストの乾燥破壊実験においても、ほぼ脆性的な破壊が観察された。以上より、本研究では静水圧（引張の静水圧）に依存しない引張破壊強度を用いた破壊規準を適用する。

式 (13) を式 (11) に適用すると、汎関数 I は

$$I = \int_{\Omega} \frac{1}{2} (\varepsilon_{ij} - \varepsilon_{ij}^s) c_{ijkl} (\varepsilon_{kl} - \varepsilon_{kl}^s) dV \quad (14)$$

と書き換えられる。このアプローチは、粘土の乾燥収縮の既存研究においてもしばしば適用されている⁶⁾。

(2) PDS-FEM による乾燥・変形・破壊の連成

PDS-FEM は変位場に対する粒子的な離散化を用いて、固体連続体の変形および破壊の問題に関する境界値問題を解く数値解析手法である。PDS-FEM では、境界値問題と等価な変分問題の汎関数 I を数値的に評価するために、解析領域 Ω 内の点群 $\{\mathbf{x}^\alpha\}$ に対し一意に定まる Voronoi 分割 $\{\Phi^\alpha\}$ と、その共役図形である Delaunay 分割 $\{\Psi^\beta\}$ によって、変位場と応力場をそれぞれ離散化する。2次元の場合の Delaunay 分割と Voronoi 分割を図-5に示す。3次元領域においては、Delaunay ブロックは四面体となる。

関数の離散化の基底には、Voronoi ブロックと Delaunay ブロック上に立つ以下の特性関数を用いる。

$$\phi^\alpha(\mathbf{x}) = \begin{cases} 1 & (\mathbf{x} \in \Phi^\alpha) \\ 0 & (\mathbf{x} \notin \Phi^\alpha) \end{cases} \quad (15)$$

$$\psi^\beta(\mathbf{x}) = \begin{cases} 1 & (\mathbf{x} \in \Psi^\beta) \\ 0 & (\mathbf{x} \notin \Psi^\beta) \end{cases} \quad (16)$$

つまり、変位場は Voronoi ブロック $\{\Phi^\alpha\}$ で定義される粒子が $\{\Phi^\alpha\}$ の母点 $\{\mathbf{x}^\alpha\}$ と同じ並進運動をする「剛体粒子群の並進運動の場」によって表され、変位の勾配に関する物理量（ひずみ、応力）は Delaunay 四面体

図-5 2次元の場合の解析領域 Ω の離散化
(a) Delaunay 分割 Ψ^β (b) Voronoi 分割 Φ^α

内部に生じる変位のギャップに基づいて平均化され、評価される。

これらの特性関数を用いた基底によるひずみ場と応力場の離散化は、四面体一次要素における一様ひずみ場、一様応力場に対応する。PDS-FEM では、このような互いに重なり合わず不連続な特性関数を用いることによって、破壊によって発生する不連続な変位場を、簡便に取り扱うことができる。この離散化手法を式 (14) に適用すると、離散化された汎関数 $\hat{I}$ は、

$$\hat{I} = \sum_{\beta=1}^M \frac{1}{2} (\varepsilon_{ij}^\beta - \varepsilon_{ij}^{s\beta}) c_{ijkl} (\varepsilon_{kl}^\beta - \varepsilon_{kl}^{s\beta}) \Psi^\beta \quad (17)$$

となる。ここで、 M は、Delaunay ブロックの数で、 Ψ^β は β 番目の Delaunay ブロックの体積である。式 (17) において、汎関数 $\hat{I}$ は、各 Delaunay ブロック上で平均ひずみエネルギー密度を積分し、解析領域全体で合計することによって数値的に評価される。PDS-FEM では、 β 番目の Delaunay ブロック内でのひずみは

$$\varepsilon_{ij}^\beta = \sum_{\alpha=1}^N \frac{1}{2} (B_j^{\beta\alpha} u_i^\alpha + B_i^{\beta\alpha} u_j^\alpha) \quad (18)$$

と定義される。ここで、 N は Voronoi ブロックの数であり、 $B_i^{\beta\alpha}$ は、

$$\begin{aligned} B_i^{\beta\alpha} &= \frac{1}{\Psi^\beta} \int_{\Psi^\beta} \phi_i^\alpha(\mathbf{x}) \psi^\beta(\mathbf{x}) dV \\ &= \frac{1}{\Psi^\beta} \int_{\partial\Psi^\beta} n_i^\alpha(\mathbf{x}) dS \\ &= \frac{1}{\Psi^\beta} \int_{\partial\Phi^\alpha \cap \Psi^\beta} n_i^\alpha(\mathbf{x}) dS \end{aligned} \quad (19)$$

である。式 (19) 中では、 Φ^α 上の特性関数 $\phi^\alpha(\mathbf{x})$ の x_i 方向の微分の Ψ^β 上での体積分を、ガウスの発散定理と Voronoi ブロックの剛体変位の性質を用いて、 $\partial\Phi^\alpha \cap \Psi^\beta$ 上での Φ^α の外向き法線ベクトル $n_i^\alpha(\mathbf{x})$ の面積分に置き換えている。

そして、式 (19) の $B_i^{\beta\alpha}$ は、通常の有限要素法の四面体 1 次要素において離散化された変位とひずみの関係を表す $\mathbf{B}$ マトリクスの成分と一致している。破壊は Voronoi ブロック間の相互作用が失われることであり、物体の変形に対する亀裂の影響は、 $B_i^{\beta\alpha}$ において破壊が発生した Voronoi ブロック境界での変位ギャップが

Delaunay 四面体での平均ひずみに及ぼす寄与を 0 にすることで表現される。一方、水分の移動に対する亀裂の影響は、亀裂の発生した Voronoi ブロック境界を式 (4) および図-4 の $\Gamma^{(2)}$ とすることにより、水分移動の問題に組み込まれる。

式 (18) で表される変位とひずみの関係を、式 (17) に代入し、変位 u_i^α に関する $\hat{I}$ の停留条件を求めると、

$$\frac{\partial \hat{I}(u_i^\alpha)}{\partial u_i^\alpha} = 0 \quad (20)$$

より、力のつりあい式

$$\sum_{\gamma=1}^N K_{ik}^{\alpha\gamma} u_k^\gamma = f_i^\alpha \quad (21)$$

が得られる。ここで、

$$K_{ik}^{\alpha\gamma} = \sum_{\beta=1}^M B_j^{\beta\alpha} c_{ijkl}^\beta B_l^{\beta\gamma} \Psi^\beta \quad (22)$$

$$f_k^\alpha = \sum_{\beta=1}^M \varepsilon_{ij}^{s\beta} \left(c_{ijkl}^\beta B_l^{\beta\alpha} \right) \Psi^\beta \quad (23)$$

である。乾燥に伴う体積収縮の影響は、式 (23) の $\varepsilon_{ij}^{s\beta}$ によって、つりあい式 (21) に反映される。

乾燥と物体の変形とを連成させるためには、乾燥収縮ひずみ $\varepsilon_{ij}^{s\beta}$ と、水分量との関係を組み込めば良い。PDS-FEM では、ひずみの平均化領域を Delaunay 四面体上にとることから、Delaunay 四面体が水分量の減少によって等方的に乾燥収縮すると仮定し、Delaunay 四面体の乾燥に伴う体積収縮ひずみから $\varepsilon_{ij}^{s\beta}$ を求めることができる。一方、領域内の水分量分布は、式 (3a, 3b, 3c) を四面体一次要素による通常の有限要素法によって数値的に解くことで求めることができる。この四面体一次要素と PDS-FEM における Delaunay 四面体が一致しているとき、領域内の体積含水率は Voronoi 分割 $\{\Phi^\alpha\}$ によって離散化されていると考えられるため、時刻 t における Delaunay 四面体の体積含水率は、Delaunay 四面体を構成する 4 つの Voronoi ブロック上の体積含水率の平均であると定義する。ここから求まる、 β 番目の Delaunay 四面体の体積含水率 $\theta^\beta(\mathbf{x}, t)$ と、水密度 ρ_w と粉体の乾燥密度 ρ_d を用いて、乾燥に伴う β 番目の Delaunay 四面体の体積収縮ひずみ $\varepsilon^{v\beta}$ は、

$$\varepsilon^{v\beta}(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{\alpha} \frac{\rho_w}{\rho_d} \{ \theta^\beta(\mathbf{x}, t) - \theta^\beta(\mathbf{x}, 0) \} \quad (24)$$

と表される。ここで α は水分収縮係数であり物質によって決まる。乾燥収縮ひずみは等方かつせん断成分をもたないので、

$$\begin{cases} \varepsilon_{11}^{s\beta} = \varepsilon_{22}^{s\beta} = \varepsilon_{33}^{s\beta} = \frac{1}{3} \varepsilon^{v\beta} \\ \varepsilon_{ij}^{s\beta} = 0 \quad (i \neq j) \end{cases} \quad (25)$$

となる。

PDS-FEM において、亀裂面 $\Gamma^{(2)}$ は図-6 に示すように Voronoi ブロックの境界で定義される。そのため、物

図-6 PDS-FEM における亀裂モデル

図-7 水の移動の問題における亀裂モデル

- (a) $\Gamma^{(2)}$ の法線方向の流束のみが遮断される面
(b) 蒸発による流束 $Q^{(2)}(\theta)$ を与える面

体の変形の問題における亀裂は、「トラクションがゼロとなる亀裂面上に節点が配置されていない亀裂 (blunt crack)」としてモデル化されている。一方、水の移動の問題における亀裂は、図-7 に示すように、「法線方向の流束が遮断される面 ($\Gamma^{(2)}$)」と、「蒸発による流束 $Q^{(2)}(\theta)$ を与える面 (破壊した Delaunay 四面体とそれに隣接する Delaunay 四面体との境界面)」によりモデル化されている。これらは、破壊面に新たな節点を配置することなく簡便に亀裂を扱うために PDS-FEM および本研究における水の移動の問題に導入されている「亀裂モデル」である。

4. 乾燥破壊現象の数値解析

拡散方程式で記述される水分移動と破壊は互いに時間スケールが大きく異なる物理現象であることから、これら 2 つの物理現象について弱連成解析を行った。解析対象は等方均質線形弾性体であると仮定し、水分分布と応力分布の時間発展を、時間ステップ $\Delta t = 0.1 \text{ h}$ で計算した。ただし、亀裂発生後、亀裂先端での応力場が大きく変化するため、全要素中最大のトラクション

が引張強度の97%以上の場合には、次の時間ステップを $\Delta t = 0.01 \text{ h}$ と小さくした。水分移動を表す初期値境界値問題(3a, 3b, 3c)の時間発展の解法には完全陰解法(後退Euler法)を用い、各時間ステップの中では、時間ステップを固定しながら1つずつ要素を破壊し、その都度、静的釣り合い状態を確保する、準静的破壊進展解析を行った。破壊条件を満たす要素が無くなれば次の時間ステップに進む。実験の際の典型的な亀裂進展の平均速度はたかだか1[cm/h]程度であり、準静的な破壊進展解析の適用は妥当である。

また、亀裂進展過程が「乾燥の第1段階」(蒸発速度が一定)にあることから、いずれの解析においても、式(4)における境界面 $\Gamma^{(1)}$ および亀裂面 $\Gamma^{(2)}$ からの蒸発による水分フラックス $Q^{(1)}(\theta)$ と $Q^{(2)}(\theta)$ は体積含水率 θ に依らず一定とした。さらに、解析の開始時点で試料全体は飽和しているとし、初期体積含水率の分布は試料内一様とした。

(1) 1次元の亀裂パターン

Peron et al.¹⁹⁾やNahlawi and Kodikara²⁰⁾は、シルトを用いた乾燥破壊実験において、薄く細長い形状の水-シルト混合物に特定の境界条件を与え乾燥させると、平行な1次元の亀裂パターンが試料上面で観察されることを示した。このときの亀裂はすべて長辺に対して垂直な向きに進展する。上面において、亀裂と長辺によって囲まれた長方形領域をセルとみなすと、新たに発生する亀裂は、既に形成されているセルのうちサイズが大きいセル内に発生することが観察されている。Peron et al.¹⁹⁾の実験では成形した試料を基盤上に置くのみで、側面は囲われていない。また、基盤に切り込みを入れることで底面の長辺方向の収縮のみ拘束している。一方、Nahlawi and Kodikara²⁰⁾の実験では細長い容器に混合物を入れ、底面は容器と試料の癒着により、長辺方向、短辺方向共に収縮を拘束しているが、側面については滑らかにすることで拘束を弱くしている。どちらの実験においても、亀裂パターンの特徴は一致するが、本研究ではPeron et al.¹⁹⁾の実験に基づき図-8のように境界条件を設定した。具体的には、

- 底面にある節点は z 方向と x 方向の変位のみ拘束
- 側面にある節点の変位は拘束しない
- 上面と側面から蒸発が起こる(亀裂発生後は亀裂面からも蒸発する)

となる。

また、モデルサイズや材料定数、初期および亀裂進展終了時の体積含水率についてもPeron et al.¹⁹⁾の実験値を参考にした。これらを、表-1に示す。亀裂の開口幅は小さく、亀裂面からの蒸発速度は試験体と外気の境界面からの蒸発に比べ遅いと考えられることから、亀

図-8 1次元の亀裂パターンの数値解析における解析モデルと境界条件

表-1 1次元の亀裂パターンの数値解析におけるパラメータ

土乾燥密度 ρ_d	$2.77 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$
初期体積含水率 $\bar{\theta}$	0.721
亀裂進展終了時体積含水率 θ^f	0.324
境界面の蒸発速度 $Q^{(1)}$	$2.0 \times 10^{-4} \text{ m/h}$
亀裂面の蒸発速度 $Q^{(2)}$	$1.0 \times 10^{-4} \text{ m/h}$
水分収縮係数 α	0.64
水分拡散係数 D	$3.6 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{h}$
ポアソン比 ν	0.3
ヤング率 E	5.0 MPa
引張強度 t_c	0.45 MPa

図-9 1次元の亀裂パターンの数値解析における平均体積含水率の変化 (i) 試験体表面の水分層がなくなった時点 (ii) 亀裂発生時 (iii) 亀裂進展終了時

裂面からの蒸発速度は境界面からの蒸発速度の50%とした。図-8の解析対象について、要素数56,597、節点数11,822の四面体非構造メッシュによる有限要素モデルを作成した。

以上の条件を用いて、1次元の亀裂パターンの数値解析を行った。破壊は蒸発開始後15.37hで発生し、25.13hには亀裂進展終了時の体積含水率となった。時間ごとの平均体積含水率 θ_{avg} の変化を図-9に、最終的な亀裂パターンの3次元の様子を図-10、上面の亀裂パターンを図-11にそれぞれ示す。図-9のように乾燥開始時

図-10 1 次元的亀裂パターンの数値解析結果

図-11 1 次元的亀裂パターンの数値解析における上面の亀裂パターン

ら亀裂進展終了時の体積含水率になるまでの間、平均体積含水率はほぼ一定の割合で減少した。図-10および図-11には、実験結果と同様、長辺方向に垂直で互いに平行な亀裂が発生し、亀裂は試験体底面まで到達していることが示されている。また、図-10では、試験体底面 ($z = 0 \text{ mm}$) かつ長辺方向の両端 ($x = 0 \text{ mm}, 300 \text{ mm}$) 付近に密集した亀裂群が発生していることが分かる。さらに、実験で観察された亀裂の本数は、6本から8本であり、その間隔は一部ばらつきがあるものの、多くは 20 mm から 60 mm の間であったのに対し¹⁹⁾、図-11に示す解析結果では、亀裂本数（短辺の半分以上の長さまで進展している亀裂の本数）は8本であり、得られた9個の亀裂間隔は 15 mm から 55 mm であった。よって、解析で得られた亀裂の幾何形状の特徴は、亀裂の本数、亀裂面同士の間隔、試験体底面の両端付近に密集して現れる亀裂群まで、Peron et al.¹⁹⁾による実験で観察された現象に一致しているといえる。

(2) 2 次元的亀裂パターンの数値解析

次に、炭酸カルシウムの乾燥実験から得られたパラメータを元に数値解析を行い、炭酸カルシウムの乾燥実験で観察された網目状構造をもつ2次元的な亀裂パターンと層厚によるセルサイズの変化が再現可能であることを示す。数値解析では実験と同様、解析対象の層厚 H を 5 mm , 10 mm , 20 mm , 30 mm で変化させた。実験では、試料はアクリル容器と接している面が癒着と摩擦によって拘束されていたとし、数値解析における境界条件を図-12のように設定した。蒸発は、容器の開口部（試料上面）および亀裂面からのみ起こるとする。パラメータは、実験値から表-2のように設定した。初期体積含水率は、実験において、表面の水分層がな

表-2 2 次元的亀裂パターンの数値解析におけるパラメータ

乾燥密度 ρ_d	800.0 kg/m^3
初期体積含水率 $\bar{\theta}$	0.56
亀裂進展終了時体積含水率 θ^f	0.204
境界面の蒸発速度 $Q^{(1)}$	$8.8 \times 10^{-5} \text{ m/h}$
亀裂面の蒸発速度 $Q^{(2)}$	$4.4 \times 10^{-5} \text{ m/h}$
間隙率 ϕ	0.87
水分収縮係数 α	0.69
水分拡散係数 D	$3.6 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{h}$
ポアソン比 ν	0.3
ヤング率 E	5.0 MPa
引張強度 t_c	1.6 MPa

図-12 2 次元的亀裂パターンの数値解析における解析モデルと境界条件

表-3 メッシュサイズ

モデルサイズ [mm]	要素数	節点数
$100 \times 100 \times 5$	253,930	50,355
$100 \times 100 \times 10$	278,337	51,726
$100 \times 100 \times 20$	309,509	55,304
$100 \times 100 \times 30$	347,551	61,146

くなった時点での平均体積含水率とした。

炭酸カルシウムのヤング率 E と引張強度 t_c は測定が困難である。本論文が対象とする乾燥収縮破壊の問題ではヤング率 E と引張強度 t_c それぞれの値ではなく、 t_c/E すなわち、試料を線形弾性体とみなした場合の破断時の限界ひずみと、水分収縮係数 α との比率が、亀裂生成のふるまいを支配している。水分収縮係数 α は、間隙率などを用いて比較的高い信頼度を持つ値が得られるため、層厚 10 mm の解析対象を用いて、 $t_c/E = 0.12$, 0.32 , 0.52 についてパラメトリックスタディを行った。その結果、 $t_c/E = 0.12$ では解析領域のほぼ全体にわたって細かな亀裂が発生し、 $t_c/E = 0.52$ では亀裂が十分に進展しなかったことから、 $t_c/E = 0.32$ に定めた上で、1 次元的亀裂パターンの数値解析における $E = 5.0 \text{ MPa}$ を用いて t_c の値を決定した。拡散係数の値は1 次元的亀裂パターンの数値解析と同じ値を用いた。各層厚に対し、表-3のような四面体非構造メッシュによる有限

図-13 2 次元的亀裂パターンの数値解析結果
層厚は (a) 5 mm (b) 10 mm (c) 20 mm (d) 30 mm

図-14 2 次元的亀裂パターンの解析における亀裂進展
(層厚 10 mm の場合)
(a) 1 本目の亀裂形成時 ($\theta_{\text{avg}} = 0.361$)
(b) サイズが大きなセルの形成時 ($\theta_{\text{avg}} = 0.335$)
(c) セルの分割が進んでいる状態 ($\theta_{\text{avg}} = 0.309$)
(d) さらにセルの分割が進んだ状態 ($\theta_{\text{avg}} = 0.285$)

要素モデルを作成し、解析を行った。

各層厚における試験体上面の最終的な亀裂パターンを図-13に、層厚 10 mm における亀裂進展過程を図-14に、それぞれ示す。図-13から、いずれの層厚においても網目状構造をもつ亀裂が形成され、層厚の増加に伴い平均的なセル面積が大きくなっていることが分かる。この傾向は炭酸カルシウムの乾燥実験の結果と一致する。また、図-14では、炭酸カルシウムの乾燥実験の様子(図-2)と同様、初めに長い亀裂が緩やかにカーブしながら進展し、亀裂で囲まれたセルのうち、面積が大きいセル内に新たな亀裂が発生する様子が再現されている。

亀裂パターンに対するメッシュサイズの影響を調べ

図-15 細かいメッシュ (要素数 1,053,347, 節点数 180,271) の層厚 30 mm のモデルにおける上面の亀裂パターン

図-16 亀裂進展の各時点に対応した試験体表面での体積含水率分布

- (a) 1 本目の亀裂形成時 ($\theta_{\text{min}} = 0.30$)
 - (b) サイズが大きなセルの形成時 ($\theta_{\text{min}} = 0.29$)
 - (c) セルの分割が進んでいる状態 ($\theta_{\text{min}} = 0.27$)
 - (d) さらにセルの分割が進んだ状態 ($\theta_{\text{min}} = 0.25$)
- θ_{min} は各時点でのコンターの下限値である。

るため、層厚 30 mm について、層厚 5 mm のモデルのメッシュとほぼ同じ空間分解能をもつ有限要素モデル(要素数 1,053,347, 節点数 180,271)を作成し、解析を行った。この解析における上面の最終的な亀裂パターンを、図-15に示す。

図-13(d)と図-15を比較すると、メッシュを細かくしてもセルの面積や形状に大きな変化がないことが分かる。このことから、亀裂パターンに対するメッシュサイズの影響はなく、表-3に示したメッシュサイズは、どの層厚においても亀裂パターン形成の過程を再現するのに十分な空間分解能をもっていると言える。

図-14の各時点に対応した試験体表面での体積含水率の分布を、図-16に示す。乾燥が進むにつれて体積含水率 θ の平均が下がっていくため、ここではコンターの幅を体積含水率の差で 0.05 に統一し、 θ の減少に伴いコンターの下限値 θ_{min} を変化させることで、各時点での分布の違いだけを抽出した。図-16から、各セルの中心部では体積含水率が高くなり、セルの境界に向かって

図-17 2 次元的亀裂パターンの数値解析における平均体積含水率の変化 (層厚 10 mm の場合)
(i) 試験体表面の水分層がなくなった時点
(ii) 亀裂発生時 (iii) 亀裂進展終了時

減少していくのが分かる。この傾向はセルの分割に伴いセルサイズが減少しても保たれている。このような同心円状の体積含水率の分布によって、各セル内での収縮はセルの境界付近では大きく、中心付近は小さくなる。その結果、収縮が大きい境界付近では、同心円状の分布の円周方向に引張応力が発生し、セルの境界から中心に向かって新たな亀裂が進展する (図-16 (b) (c)) と考えられる。

図-17 に、層厚 10 mm における平均体積含水率 θ_{avg} の変化を示す。層厚 5 mm, 10 mm, 20 mm, 30 mm について、亀裂進展終了時の体積含水率に至るまでにかかった時間は、それぞれ 25.71 h, 45.48 h, 73.49 h, 94.81 h であった。図-3 と図-17 を比較すると、実験では試験体表面の水分層がなくなった時点から亀裂進展終了時の体積含水率に至るまでの時間は約 40.2 h であったが、数値解析では 45.48 h であり、実験よりわずかに長かった。これは、炭酸カルシウムの拡散係数に関するデータが得られておらず、Peron et al.¹⁹⁾ によるシルトの拡散係数を用いたためであり、実際の炭酸カルシウムの拡散係数の値は本論文で用いた値より大きいと考えられる。また、試験体表面に亀裂が発生する平均体積含水率は数値解析結果の方が実験結果より大きくなった。本質的議論からは逸れるが、体積収縮率 α と t_c/E に関するパラメータ・チューニングにより、この値を実験値に近づけることは可能ではある。

以上より、数値解析の結果は、パラメータ・チューニングにより修正可能な差を残してはいるが、炭酸カルシウムの乾燥破壊実験で得られた

- 段階的な亀裂進展によるセル形成の過程
- セルの幾何形状とサイズ
- セルサイズと層厚との関係

と良好な一致を見せていると結論づけられる。

5. 結論

本論文では、乾燥破壊現象における亀裂パターン形成の問題に対して、i) 乾燥に伴う水分移動と体積変化、ii) 不均一な体積収縮を反映しつつ、つりあい状態を満たす変位場の発生、iii) 亀裂の形成、を連成させたモデルを提案し、実験結果と数値解析結果を比較することで、モデルの妥当性を検証した。提案したモデルでは、水分移動と固体連続体の変形及び破壊の支配方程式として、それぞれ破壊面の形状を反映させた拡散係数をもつ拡散方程式と力のつり合い式を導入し、有限要素法と粒子離散化有限要素法を用いた弱連成解析を行った。

数値解析は、1 次元的亀裂パターンと 2 次元的亀裂パターンに関して行い、どちらの亀裂パターンに関してもセルの幾何形状と亀裂進展過程の特徴は、実験結果と良好に一致した。また、2 次元的亀裂パターンでは、層厚に依存したセルサイズの変化も再現することができた。このことから、提案したモデル及び手法は乾燥破壊現象における亀裂パターン形成について、その特徴的な幾何形状やセルサイズを再現するための基本的な仕組みを有しているといえる。

一方で、本論文の数値解析に用いたパラメータのうち、水分拡散係数、亀裂面からの蒸発速度、物質の強度を表す t_c/E は、実験から測定するのが困難であることから、本論文で示した範囲外も含めた、より広いパラメータ空間でのパラメトリックスタディを行い、これらのパラメータが亀裂パターンに与える影響を検証すると同時に、実験・数値解析においてセルサイズに関して、より精巧な定量的評価を今後行う必要がある。

本論文の提案モデルは、亀裂の駆動力は乾燥過程での不均一な水分分布に応じた不均一な体積収縮の等価介在力であり、乾燥・変形・破壊の 3 つの物理現象の連成の中にあるという仮説を出発点としている。実験と数値解析結果の良好な一致は、この仮説がおおむね妥当であることを示唆している。このことを踏まえ、均質な場の中に表れる特徴的な「長さスケール」である「セルサイズ」の決定要因を突きとめ、明示することが、乾燥破壊現象の科学の枠組みにおける本論文の次のステップである。また、拡散現象と物体の変形・破壊との連成という意味では、柱状節理構造も興味深い研究対象である。本論文の提案手法を、より厚みのある 3 次元的な構造が生じやすい解析対象に適用し、かつ水ではなく熱の拡散を考慮して、柱状節理構造の形成過程を解析することも、本論文の次のステップである。

謝辞: 本研究は JSPS 科研費 15H02262 の助成を受けたものです。

参考文献

- 1) Amarasiri, A. L., Kodikara, J. K. and Costa, S.: Numerical modelling of desiccation cracking, *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, Vol.35, pp.82–96, 2011.
- 2) Konrad, J. and Ayad, R.: Desiccation of a sensitive clay: field experimental observations, *Canadian Geotechnical Journal*, Vol.34, No.6, pp.929–942, 1997.
- 3) Kindle, E.: Some factors affecting the development of mud-cracks, *Journal of Geology*, Vol.25, pp.135–144, 1917.
- 4) Tangand, C., Shi, B., Liu, C., Zhao, L. and Wang, B.: Influencing factors of geometrical structure of surface shrinkage cracks in clayey soils, *Engineering Geology*, Vol.101, No.3–4, pp.204–217, 2008.
- 5) Groisman, A. and Kaplan, E.: An experimental study of cracking induced by desiccation, *Europhysics Letters*, Vol.25, No.6, pp.415–420, 2006.
- 6) Peron, H., Laloui, L., Hueckel, T. and Hu, L.: Desiccation cracking of soils, *European Journal of Environmental and Civil Engineering*, Vol.13, No.7–8, pp.869–888, 2009.
- 7) Kodikara, J., Barbour, S. and Fredlund, D.: Desiccation cracking of soil layers, *Unsaturated Soils for Asia. Proceedings of the Asian Conference on Unsaturated Soils, UNSAT-ASIA 2000, Singapore, 18-19 May, 2000*, pp. 693–698, 2000.
- 8) Rodríguez, R., Sánchez, M., Ledesman, A. and Lloret, A.: Experimental and numerical analysis of desiccation of mining waste, *Canadian Geotechnical Journal*, Vol.44, No.6, pp.644–658, 2007.
- 9) Bohn, S.: Hierarchical crack pattern as formed by successive domain divisions. II. form disordered to deterministic behavior, *Physical Review E*, Vol.71, No.4, pp.046215, 2005.
- 10) Corte, A. and Higashi, A.: Experimental research on desiccation cracks in soil, Technical report, U.S. Army Snow Ice and Permafrost Research Establishment, Illinois, USA, 1960.
- 11) Vogel, H., Hoffmann, H., Leopold, A. and Roth, K.: Studies of crack dynamics in clay soil II. a physically based model for crack formation, *Geoderma*, Vol.125, No.3–4, pp.213–223, 2005.
- 12) Sima, J., Jiang, M. and Zhou, C.: Numerical simulation of desiccation cracking in a thin clay layer using 3D discrete element modeling, *Computers and Geotechnics*, Vol.56, pp.168–180, 2014.
- 13) Sánchez, M., Manzoli, O. and Guimarães, L.: Modeling 3-D desiccation soil crack networks using a mesh fragmentation technique, *Computers and Geotechnics*, Vol.62, pp.27–39, 2014.
- 14) Peron, H., Delenne, J., Laloui, L. and El Yousoufi, M.: Discrete element modelling of drying shrinkage and cracking of soils, *Computers and Geotechnics*, Vol.36, pp.61–69, 2008.
- 15) Musielak, G. and Śliwa, T.: Fracturing of clay during drying: Modelling and numerical simulation, *Transport in Porous Media*, Vol.95, pp.465–481, 2012.
- 16) Oguni, K., Wijerathne, M., Okinaka, T. and Hori, M.: Crack propagation analysis using PDS-FEM and comparison with fracture experiment, *Mechanics of Materials*, Vol.41, No.11, pp.1242–1252, 2009.
- 17) 小國健二, 堀宗朗, 阪口秀: 破壊現象の解析に適した有限要素法の提案, 土木学会論文集, No.766 / I-68, pp.203–217, 2004.
- 18) Campbell, G.(中野政詩, 東山勇監訳): パソコンで学ぶ土の物理学: 自然環境管理の基礎, 鹿島出版会, 1987.
- 19) Peron, H., Hueckel, T., Laloui, L. and Hu, L.: Fundamentals of desiccation cracking of fine-grained soils: experimental characterisation and mechanisms identification, *Canadian Geotechnical Journal*, Vol.46, No.10, pp.1177–1201, 2009.
- 20) Nahlawi, H. and Kodikara, J.: Laboratory experiments on desiccation cracking of thin soil layers, *Geotechnical and Geological Engineering*, Vol.24, pp.1641–1664, 2006.

(2015. 11. 25 受付)

NUMERICAL ANALYSIS OF PATTERN FORMATION IN DESICCATION CRACK PHENOMENON

Sayako HIROBE and Kenji OGUNI

Cracks in desiccation crack phenomenon show a wide variety of geometric patterns. Our intuition tells that the major source of this wide variety is the coupling of water diffusion induced volume change, deformation, and fracture. In this paper, we propose a coupling model of i) change in water volume fraction due to desiccation, ii) deformation field corresponding to the inhomogeneous volume shrinkage, and iii) crack formation. Geometric patterns in desiccation crack phenomenon have been reproduced by weakly coupling the finite element analysis of water diffusion and analysis of deformation and failure by Particle Discretization Scheme Finite Element Method.