水平変位の高精度な予測を目的とした 圧密問題の逆解析

柴田 俊文¹・西村 伸一²・珠玖 隆行³

¹正会員 岡山大学大学院環境生命科学研究科准教授 (〒700-8530 岡山市北区津島中 3-1-1)

E-mail : tshibata@cc.okayama-u.ac.jp

²正会員 岡山大学環境管理センター教授 (〒700-8530 岡山市北区津島中 3-1-1)

E-mail : theg1786@cc.okayama-u.ac.jp

³正会員 岡山大学大学院環境生命科学研究科准教授 (〒700-8530 岡山市北区津島中 3-1-1)

E-mail : shuku@cc.okayama-u.ac.jp

本論文では、模型実験の結果に基づき粒子フィルタによりパラメータの同定を行い、得られた同定値により、二次圧密を含む長期沈下予測を実施した。ここで、圧縮係数、透水係数、初期体積ひずみ速度、二次圧密係数に加え、ポアソン比を同定パラメータとして採用し、逆解析を行った。さらに、関口・太田の弾粘塑性モデルの降伏関数を、異方性を考慮した修正 Cam-clay モデルに変更し、水平変位の予測精度の向上を図った。解析の結果、逆解析手法で得た同定値を使用し、かつ異方性を考慮した修正 Cam-clay モデルを用いることで、鉛直・水平変位と間隙水圧に関し精度の良い挙動予測を確認できた。

Key Words: Particle filter, consolidation, displacement prediction, horizontal displacement

1. はじめに

土構造物の長期残留沈下予測を高い精度で行い、将来の挙動を把握することが、それら構造物の維持管理を実施し、長寿命化を図る上で重要となる。逆解析手法は、施工中あるいは実験中の計測データを入力値とし、地盤定数や境界条件を出力として推定を行うもので、同定したパラメータを用いることで挙動を予測することができる。すなわち、逐次得られた計測データを用いてパラメータを同定し、将来の挙動を適宜修正するため、精度の良い予測が可能となる。これまでも、予測を目的としない問題を含め、数多くの地盤の問題に対して逆解析が適用されてきている。例えば、Arai ら¹⁾は軟弱地盤の盛土の問題に、Hashash ら²⁾、Mathew・Lehane³⁾は、地盤の掘削の問題に逆解析を適用している。しかし、弾塑性構成式を用いた地盤の逆解析は、強非線形性や応力依存性などの大きな困難が伴うため、パラメータを同定するのが非常に困難である。

粒子フィルタ (Particle Filter)^{4,5)}は、モンテカルロ法に基づき通常の順解析を繰り返すため、強い非線形性を示

す問題にも良好な適用性を示す方法である。これまでも、地盤を始め、潮位変動解析⁶⁾、洪水予測⁷⁾など様々な問題に対して適用性が示されている。地盤解析では、例えば岩館ら⁸⁾はトンネル覆工の解析に適用し、Shuku ら⁹⁾、Murakami ら¹⁰⁾、Shibata ら¹¹⁾は水～土連成解析を用い、弾塑性パラメータの同定に成功している。また、近年の著者ら^{12,13)}の研究においても、粒子フィルタを有限要素法と統合し、模型実験結果に基づいて逆解析を実施している。これらの研究では二次圧密挙動を含む長期沈下を解析しており、二次圧密関連のパラメータの感度がやや低い傾向を示すものの、同定結果を用いて挙動予測が可能であることを実証している。しかしこれらの一連の解析の中で、実験値に対し、シミュレーションの結果が水平方向の変位を過大に評価するといった問題点を残した。これは、用いている構成式(関口・太田の弾粘塑性モデル)が本質的に側方土圧を大きく評価することと、ポアソン比の設定が過大であることがその原因として考えられる。そのため、地盤のコントラクタンシー挙動を模擬できる構成式の採用と、適切なポアソン比の決定が、精度の良い解析に必要であると推察される。

図-1 模型実験装置の概要¹³⁾

表-1 物理特性¹³⁾

土粒子 密度 $\rho(\text{g/cm}^3)$	液性 限界 $W_L(\%)$	塑性 限界 $W_P(\%)$	塑性 指数 I_P	粘土 含有率 (%)	シルト 含有率 (%)
2.694	102.0	30.6	71.4	55.0	45.0

以上の問題点を踏まえ、同定パラメータにポアソン比を加え、二次圧密挙動を含む長期沈下予測問題に逆解析を実施する。さらに、側方変位の過大評価を抑制するために、構成式である関口・太田モデルの降伏関数に異方性を考慮した修正 Cam-clay モデルを導入し、その予測精度を検証する。

2. 模型実験概要¹³⁾

図-1 に模型実験装置を示す。前面が厚さ 2cm のアクリル板で作製された奥行き 10cm の実験装置に、岡山県笠岡市笠岡湾にて採取した海成粘土を入れて供試体を作製する。この粘土を 0.075mm ふるいで裏ごししたものを試料として実験に用いる。表-1 に供試体の物理特性を示す。ここで、並行して圧密試験を実施し、圧縮指数 $\lambda=0.25$ 、透水係数 $k=8.70 \times 10^{-9} \text{m/min}$ を得ている。ラバーメンブレンを介し、水圧によって供試体上部に拘束圧を作用させ、載荷板によって局所載荷を行う。載荷板は載荷ピストンによって制御され、変位変換器により鉛直変位を測定することができる。また、空気圧をコントロールすることにより、拘束圧を設定することができる。鉛直・水平変位は CCD カメラによって動画の画像により計測し、間隙水圧は圧力変換器により測定される。図-2 に、変位・間隙水圧の測定位置と、載荷条件及び排水面を示す。変位の測定位置は A～M の計 13 カ所、間隙水圧は P1～P3 の 3 カ所であり、上下面と左側面が排水面となっている。パラメータ同定に用いる観測値は、鉛直・水平変位に関しては感度の高い A～J を使用し、間隙水圧は P2 及び P3 を用いる。ここで、P1 の間隙水圧は他と比較してやや低い値が得られているためパラメー

図-2 模型実験の解析モデルと計測位置¹³⁾

図-3 載荷履歴¹³⁾

タ同定には採用しない。これは、圧力変換器近傍の気泡の除去が不完全であったためと考えられる。なお、実験供試体は、49kPa で予備圧密を行っており、その後この圧力を拘束圧として維持しつつ、局所載荷を行っている。ただし、予備圧密時の含水比は 76.0% である。図-3 に局所載荷の履歴を示す。初期、60 分、120 分で 30kPa ずつ段階的に圧力を増加させている。なお、計測は 67,734 分（約 47 日）まで継続して行う。

3. 数値解析

(1) 構成モデルと逆解析

関口・太田の弾粘塑性モデル¹⁴⁾に基づき、このモデルを含む二種類の降伏関数を用いて、数値妥当性について比較検討を行う。具体的には、1) 関口・太田の弾粘塑性モデル、2) 1)の降伏関数について異方性を考慮した修正 Cam-clay モデルに変更したもの、について解析を実施する。

以下に関口・太田の弾粘塑性モデルの式と、それぞれの構成式の降伏関数について記述する。粘塑性体積ひずみは以下で表される。

$$\varepsilon_v^p = \alpha \ln \{1 + \dot{\varepsilon}_v t / \alpha \cdot \exp(f/\alpha)\} \quad (1)$$

1) オリジナルの関口・太田モデル
降伏関数：

$$f = MD \ln(p'/p'_0) + D\eta^* \quad (2)$$

図-4 要素分割図

2) 異方性を考慮した修正 Cam-clay モデル
降伏関数：

$$f = MD \ln(p'/p'_0) + \ln \left\{ M^2 + \eta^{*2} \right\} / M^2 \quad (3)$$

$$D = \lambda A / \{ M(1 + e_0) \} \quad (4)$$

$$A = 1 - \kappa / \lambda \quad (5)$$

$$\eta^* = \sqrt{3/2 (s_{ij}/p' - s_{ij0}/p'_0) (s_{ij}/p' - s_{ij0}/p'_0)} \quad (6)$$

ここで、 α ：二次圧密係数、 $\dot{v}_0$ ：初期体積ひずみ速度、 t ：時間、 M ：限界応力比、 D ：ダイレイタンシー係数、 p' ：平均有効応力、 p'_0 ：先行圧密時の平均有効応力、 η^* ：応力比パラメータ、 e_0 ：先行圧密時の間隙比、 λ ：圧縮指数、 κ ：膨潤指数、 A ：非可逆比、 s_{ij} ：偏差応力テンソル成分、 s_{ij0} ：先行圧密時の偏差応力テンソル成分、である。本論文では水～土連成解析に有限要素法を適用し、計算には解析コード DACSAR¹⁹⁾を用いる。図-4 に要素分割図と境界条件を示す。左側面・底面及び地表面を排水条件、右側面を非排水条件とし、変位は左右側面の水平方向を拘束、底面の鉛直・水平方向を拘束する。

以上の構成式を用い、逆解析により実験値から地盤のパラメータを同定する。すなわち、逆解析には粒子フィルタ（付録参照）を用い、実験で得た鉛直変位、水平変位、及び間隙水圧（2.模型実験概要を参照、上方向と右方向を変位の正の方向とする）から、圧縮指数、透水係数、二次圧密係数、初期体積ひずみ速度、ポアソン比を同定する。また、粒子フィルタの中でも計算の容易な Sequential Importance Sampling (SIS)¹⁰⁾を用いて逆解析を実施する。

(2) 同定パラメータ

二種類の構成式を用い、前述したパラメータ、すなわち圧縮指数、透水係数、二次圧密係数、初期体積ひずみ速度、ポアソン比、を同定する。圧縮指数と透水係数は一次元圧密沈下に支配的なパラメータであること、二次

表-2 解析諸元

M	0.941
σ'_v (kN/m ²)	49.0
K_0	0.740
σ'_{vi} (kN/m ²)	49.0
K_i	0.740
e_0	2.049

表-3 解析に用いた乱数の範囲

	Case 1	Case 2
λ	0.150～0.450	0.200～0.500
$\log k$	-8.28～-7.94	-8.18～-7.84
α	$2.50 \times 10^{-3} \sim 3.90 \times 10^{-3}$	$1.20 \times 10^{-3} \sim 2.80 \times 10^{-3}$
$\dot{v}_0$ (1/min)	0～ 1.18×10^7	0～ 1.18×10^7
ν	$2.00 \times 10^{-2} \sim 2.80 \times 10^{-1}$	$2.00 \times 10^{-2} \sim 1.80 \times 10^{-1}$

圧密係数と初期体積ひずみ速度は二次圧密挙動に与える影響が大きいこと、そして、ポアソン比は側方変位に対する感度強いことから同定パラメータに設定している。ここで、関口-太田の粘弾塑性モデルと、降伏関数を異方性を考慮した修正 Cam-clay モデルに変更したもののそれぞれの解析を Case 1, Case 2 とする。比較のため、ポアソン比を同定パラメータに加えていない解析で得られた結果を Case 3 とする。ここで、Case 3 は関口-太田モデルを用い、 $\nu = K_0 / (1 + K_0)$ より求めた $\nu = 0.425$ を使用している。ただし K_0 の決定方法は後述する。表-2 に、解析に用いたパラメータを示す。ここで、 σ'_v は過去に受けた最大の鉛直有効応力、 K_0 は静止土圧係数、 σ'_{vi} は有効土被り圧、 K_i は現地盤の静止土圧係数である。ここで実験供試体は、予備圧密を行った後、この予備圧密の圧力を拘束圧として維持しながら実験を行っている。そのため、過去に受けた最大の鉛直有効応力及び静止土圧係数は、実験開始時の鉛直有効応力及び静止土圧係数と等しい値に設定した。同様の理由で、初期異方性パラメータを先行圧密時の偏差応力テンソル成分としている。また、限界応力比 M は圧密非排水三軸圧縮試験より求めた内部摩擦角 $\phi' = 24^\circ$ を用い、正規圧密粘土であることより $M = 6 \sin \phi' / (3 - \sin \phi')$ より算出した。さらに、静止土圧係数 K_0 は表-1 の塑性指数 I_p から Massarsch の式¹⁰⁾より計算した。また、圧密試験の結果より、先行圧密時の間隙比 e_0 、圧縮指数 $\lambda = 0.25$ 、透水係数 $\log k = -8.06$ を決定した。なお、ポアソン比を同定パラメータに加える場合、静止土圧係数との関係は独立とした。ここで静止土圧係数も水平変位の解析精度に影響を及ぼすため、同定パラメータとすることが考えられる。しかし、静止土圧係数は弾性の範囲ではポアソン比の関数で表すことが

図-5 同定パラメータの重み分布 (Case 1)

図-6 同定パラメータの重み分布 (Case 2)

できるため、本研究ではポアソン比のみ同定パラメータとして加えた。

ここで、Case 1、Case 2 の同定パラメータに関し、表-3 の範囲で一様乱数を発生させる。そして、乱数発生で得た値を用いて、有限要素法によりシミュレーションした鉛直・水平変位及び間隙水圧を“粒子”と称し、1,000 サンプルを用いて、粒子フィルタによりパラメータを同定する。ここで、同定値は重み付き平均により算出する（付録参照）。なお、この乱数発生範囲は、圧密試験

で得られた結果（ $\lambda = 0.25$, $\log k = -8.06$ ）を基に予備解析により解析結果が実測値を包含できるように設定している。また、Case 3 のポアソン比の値の決定方法は前述した通りであるが、この値は表-3 に示す Case 1 と Case 2 の範囲には含まれていない。これは、Case 3 のポアソン比の値が過大であることが予想され、同定結果に影響を及ぼす可能性があるためである。なお、塑性指数より膨潤指数 κ を定め¹⁸⁾、ダイレイタンス係数 D と非可逆比 A は圧縮指数 λ の値に付随して変化させて解析を行

図-7 経過時間に伴うパラメータの重みの変化

った。観測誤差共分散行列は、各観測値が相互に独立であると仮定し、対角項 σ^2 のみ設定する。ここで文献13)を参考に、鉛直・水平変位（単位：cm）については $\sigma^2=1$ とし、P2、P3の間隙水圧（単位：kPa）については $\sigma^2=1,000, 500$ として解析を実施した。なお、文献13)では水平変位の分散を100に設定し、解析を適切に進行させるため、鉛直変位が同定に対して大きな感度をもつように、水平変位と比較して小さな分散値を設定しているが、ここでは鉛直変位と水平変位の予測精度を同等と考え、それぞれの分散をともに1に設定している。すなわち、Cam-clayモデルに基づく構成式では、水平変位を過大評価するため、上述したように分散を100に設定している。しかし本研究では降伏関数を変更し、ポアソン比を同定することで水平変位の過大評価を改善する。従って、鉛直変位と水平変位の評価を同等であると仮定し、分散を100から1に変更して感度を等しくしていることになる。また、変位と間隙圧では単位が異なるため、間隙水圧の σ^2 を大きく定めている。ここで、載荷板に近いP3は、荷重に対して間隙水圧の感度が大きく、精度の良い測定値が得られると考えられるため、分散の値を小さく設定している。なお、実験開始後に間隙水圧の値が徐々に上昇していくのに対し、解析では瞬時に間隙水圧の値が変化している。ただし、この間隙水圧の図とその原因については次章で示す。そのため、逆解析では、乖離の大きい160分までの値は使用せず、160分以降の計測値を用いてパラメータ同定を行う。なお、同定パラメータは、重み付き平均により、同定値を定めることとする。

表-4 逆解析で得られた同定値

	Case 1	Case 2
λ	0.245	0.327
k (m/min)	6.67×10^9	1.08×10^8
$\dot{v}_0$ (1/min)	4.08×10^8	5.08×10^8
α	3.41×10^3	2.22×10^3
ν	0.0971	0.0941

4. 解析結果

(1) 逆解析と同定値を用いた順解析

図-5及び図-6に、Case 1, Case 2についての同定終了後の各パラメータの重み分布を示す。ここで、重みの大きさは尤度に関連し、その値が大きいほど粒子と実験値の値が近いと考える。いずれのケースにおいても初期体積ひずみ速度は明確なピークが認められず、実験値に適合している（あてはまりの良い）値を判断し難いが、他のパラメータは、分布形状にピークを認めることができる。このことから、初期体積ひずみ速度を除くすべての同定パラメータで最適値の存在が示唆されており、実験結果を良好に再現できる可能性が示されている。なお、初期体積ひずみ速度を除く4つのパラメータは、ピークから値が離れるに従って、重みが0に近づいている。このため、これら4つのパラメータは、これ以上範囲を広げても、重み付き平均値が大きく変化しないことが考えられる。一方、初期体積ひずみ速度は、前述したように感度が低いと考えられるため、設定した範囲内の値を用いて解析を行っても、結果は大きく変化しないことが予想される。図-7に同定パラメータの経時変化を示す。

図-8 実験値と解析値の比較（間隙水圧）

図-9 実験値と解析値の比較（鉛直変位）

図-10 実験値と解析値の比較（水平変位）

ポアソン比は、解析終了時で一定値に収束していない傾向が見られるものの、同定開始（160 分）直後に値が変化し、徐々に同定値が安定していることが確認できる。表-4 に、最終的に得た同定パラメータの値を示す。ポアソン比が 0.1 より小さい値で得られているが、これは、逆解析の際に一次元圧密に近い状態で変形が生じている点の実測値が含まれていることが原因であると考えられる。また、図-8 から図-10 に表-4 の同定値を使用し、順解析を行った結果を示す。これらの結果より、間隙水圧はいずれの場合も実験値の再現に成功しているといえる。ここで、初期から時刻 100 分程度までは、実験値は徐々に値が上昇しているのに対し、解析では初期から一定の

値を示しているが、これは、模型実験と構成式で想定しているスケールが乖離していることに起因する。つまり、解析では、即座に生じなければならない間隙水圧の上昇が、実際の実験ではある程度の時間を要する。実構造物のスケールではこの相違は問題にならないが、小さな模型実験及び解析では大きな差異となって確認される。また、圧力変換器が急激な間隙水圧の変化に追従できていない可能性も考えられる。ここで、透水係数がこの現象に寄与していることも考えられるが、異なる透水係数の供試体で実験を実施しても同様の傾向が確認できるため、乖離が生じている原因は透水係数の値ではないと思われる。また、P1 の間隙水圧では実験値と解析結果の差が

(a) P2の間隙水圧

(b) P3の間隙水圧

図-11 同定されたパラメータによる間隙水圧の予測

(a) 点Aの鉛直変位

(b) 点Eの鉛直変位

(c) 点Aの水平変位

(d) 点Eの水平変位

図-12 同定されたパラメータによる変位の予測

やや大きいですが、これは前述したように観測時の問題であると考えられる。

次に、変位について考察する。Case 1 では点 A～D において、鉛直変位で実験値との乖離が大きくなる一方、水平変位はやや実験値に近い値を示している。Case 2 では、水平変位で実験値を良好に模擬できていることが確認でき、異方性を考慮した修正 Cam-clay モデルの降伏関数を用い、ポアソン比を適切に与えることで、水平変位を過大に評価せず、良好に実験を再現できていることがわかる。換言すると、ポアソン比を同定しても、オリジナルの降伏関数を用いた場合ではやや精度の劣る解析結果しか得られず、ポアソン比の同定と降伏関数の設定の両者が重要であることが考えられる。次に、点 E～G の結果について考察する。鉛直変位の計算結果はほぼ同一であり、精度改善の傾向が見られないものの、Case 1 から Case 2 を使用するに従い、水平変位の結果が向上していることがわかる。点 H～J に関して実験では沈下が発生しているのに対し、解析では隆起が生じていることがわかる。加えて、水平変位では他の点と同様、Case 1 で改善傾向がみられ、Case 2 で実験値を良好に再現できていることがわかる。実験値では水平変位が小さく、かつ载荷ピストンと拘束圧による影響が大きいため沈下が生じ、解析では水平変位が過大に評価されていることから隆起が生じている。しかし Case 1 及び Case 2 では、水平変位の解析精度が向上し、これにより鉛直変位の解析結果も改善されていることが考えられる。本論文の主要な目的である水平変位の精度向上により、鉛直方向の変位の解析精度に関しても良好な結果が得られていること

がわかる。また、Case 3 では、すべての観測点で初期载荷時に顕著な水平変位が認められ、さらに点 H～点 J では鉛直変位でも初期载荷時の変位が確認できるが、実験では観測されていない。Case 1 及び Case 2 では目立った初期の水平変位が認められず、点 H～点 J では鉛直変位でも確認できないことから、ポアソン比を適切に設定することで、初期段階でも良好な結果が得られていると考えられる。

ここで、図-9 及び図-10 の結果を踏まえ、表-4 の同定値と事前に実施した圧密試験の結果との関連について考察を加える。圧密試験から得た圧縮指数が $\lambda = 0.250$ 、透水係数が $k = 8.70 \times 10^{-9} \text{ m/min}$ であり、Case 1 では二つの同定値は過小に、Case 2 では過大に評価している。本論文では複数の同定パラメータを設定しており、弾塑性領域での解析結果が同定パラメータに相互に影響を及ぼし、それにより異なる値が得られているものと考えられる。また、Case 2 では過大に評価された圧縮指数を用いているものの、水平変位は適切に、そして鉛直変位は小さい値を示している。このことから、異方性を考慮に入れた修正 Cam-clay モデルの降伏関数を見直すことで、より精度の良い結果が得られることが考えられる。また、図-7 で示したように、ポアソン比の経時変化において、同定値が徐々に安定してきている状態であり、その値も 0.1 程度で、やや過小な値が示されている。このことから、降伏関数を再考し、かつ同定パラメータを増やすことでより精度の良い解析結果が得られることも考えられる。例えば EC/LC モデル¹⁹⁾のように、パラメータによって降伏曲面の形状が変化するモデルを用いれば、コン

トラクタンシーによる体積変化を様々な表現することが可能となるため、鉛直・水平方向の変位を良好に再現することができるとされる。同定パラメータにこの降伏曲面を決定するパラメータを加え、逆解析を行うことで解析精度の向上が期待できる。

ここで、解析モデルの底面の境界条件が解析結果に影響を及ぼす可能性を検討する。実験装置では、底面はドレーンボードで作製されているため、摩擦が大きい。そのため、水平方向に供試体が動く可能性は低く、鉛直・水平方向に変位を固定する解析モデルに問題はないと思われる。

(2) 予測解析

次に、図-11 及び図-12 に予測解析結果を示す。ここで、先の解析で、特に水平変位で良好な結果が得られた Case 2 を基準に解析を実施し、P2 と P3 の間隙水圧及び点 A と点 E の鉛直・水平変位について結果を示した。時刻 160 分から終了時 (67,734 分) までの実験値より同定し、その同定値より順解析した結果を Filtering, 時刻 160 分から 7,088 分まで、及び時刻 160 分から 840 分までの実験値から得た同定パラメータで順解析した結果をそれぞれ Prediction 1, Prediction 2 とする。ここで、7,088 分は、間隙水圧がほぼ 0 になった時刻、840 分は時間に対する鉛直変位の勾配が変化した時刻を表す。解析結果 (特に点 E の鉛直変位) に僅かに差が生じているものの、いずれのケースにおいても実験値を良好に模擬している結果が得られており、実験値を用いる期間は予測精度に対する影響 (感度) が小さいことがわかる。このことから、実地盤に適用する際にも、実測値を用いる期間が短くても精度の良い予測解析を実施できることが示唆される。

5. 結論

水平変位を含む残留沈下予測精度の向上を目的に、関口・太田の弾粘塑性モデルに基づき、ポアソン比を同定パラメータに加えた場合及び降伏関数を異方性を考慮した修正 Cam-clay モデルに変更した場合について、粒子フィルタにより逆解析を行った。その際、有限要素法による水～土連成解析を用い、同定値を用いて予測解析を実施した。ここで、逆解析には模型実験で得られた鉛直・水平変位及び間隙水圧を観測値として用いた。同定パラメータには、従来採用していた圧縮指数、透水係数、初期体積ひずみ速度、二次圧密係数にポアソン比を加えて解析を実施した。さらに、降伏関数を異方性を考慮した修正 Cam-clay モデルに変更し、先の五つの同定パラメータを用いて逆解析を実施した。以下に本論文で得られた結論を取り纏める。

- (1) 初期体積ひずみ速度では重み分布でピークが認められなかったが、他のパラメータでは単峰的な形状を確認することができ、最適な値を決定することができた。同定値を用いて順解析を行った結果、ポアソン比を最適に決定し、異方性を考慮した修正 Cam-clay モデルの降伏曲面を使用することで、若干鉛直変位は実験値と乖離したものの水平変位を精度良く再現することができた。ここで、ポアソン比は 0.1 より小さい値で得られたが、これは、一次元圧密に近い状態で変形が生じている点の実測値を用いていることに起因すると考えられる。
- (2) 逆解析を実施する際、用いる実験値を 160 分～67,734 分、160 分～7,088 分、及び 160 分～840 分とした三種類のケースについて解析を行った。それぞれのケースで得られた同定値を用いて順解析を行った結果、いずれの場合も実験値を良好に再現することができた。逆解析で実験値を使用する期間は予測精度に対する影響 (感度) が小さいことが確認できた。このことから、実地盤に適用する場合も、実測値を用いる期間が短くても良好な予測解析を実施できることが示唆される。

謝辞： 本論文を作成するにあたり、京都大学大学院の村上章教授、藤澤和謙准教授から有益なご助言を頂いた。また、本論文は科学研究費 (基盤研究(A)「豪雨／地震災害リスク評価を考慮した農業水利施設 (群) のアセットマネジメント」 (代表：村上 章) 26252040) 及び基盤研究(B)「発展型システム信頼性理論を用いた農業生産基盤施設群の総合リスク評価システムの構築」 (代表：西村伸一) 25292143) の援助を得た。ここに記して深謝の意を表する。

付録

粒子フィルタの概略¹⁹⁾を以下に示す。最初に、以下の非線形状態空間モデルを考える。

$$\mathbf{x}_t = \mathbf{F}_t(\mathbf{x}_{t-1}) + \mathbf{v}_t \quad (7)$$

$$\mathbf{y}_t = \mathbf{H}_t(\mathbf{x}_t) + \mathbf{w}_t \quad (8)$$

ここに、ベクトル $\mathbf{x}_t$, $\mathbf{y}_t$ はそれぞれ離散時間 $t = 1, \dots, T$ におけるシステムの状態と観測データを示し、ベクトル $\mathbf{v}_t$ 及び $\mathbf{w}_t$ は、システムノイズ、観測ノイズを表す。ただし本論文ではシステムノイズを考慮しない。 $\mathbf{F}_t$ は一般に時刻 $t-1$ から t までの非線形状態遷移関数を表し、本文では有限要素法を水～土連成解析に適用する形で記述される。本論文では $\mathbf{H}_t$ は、状態変数が直接観測される場合は 1、観測されない場合は 0 から成る行列である。地盤解析においては、状態ベクトル $\mathbf{x}_t$ は変位・間隙水圧ならびに未知数となるパラメータを示しており、 $\mathbf{y}_t$

は変位や間隙水圧の観測値を表す。

粒子フィルタにおいて、状態 $\mathbf{x}_t$ の確率密度関数は粒子から成る実現値集合（アンサンブル）によって近似される。具体的に地盤解析における粒子は、解析に必要な地盤定数、及びその定数を用いて得られた解析結果、変形や間隙水圧を意味する。例えば、時刻 $t = t-1$ におけるフィルタ分布 $p(\mathbf{x}_{t-1} | \mathbf{y}_{1:t-1})$ は、実現値集合 $\{\mathbf{x}_{t-1|t-1}^{(1)}, \mathbf{x}_{t-1|t-1}^{(2)}, \dots, \mathbf{x}_{t-1|t-1}^{(N)}\}$ により（上添字は粒子番号を表し、下添字 $t-1|t-1$ の左側は現時刻、右側は使用した観測の最後の時刻を表す）

$$p(\mathbf{x}_{t-1} | \mathbf{y}_{1:t-1}) \approx 1/N \cdot \sum_{i=1}^N \delta(\mathbf{x}_{t-1} - \mathbf{x}_{t-1|t-1}^{(i)}) \quad (9)$$

と近似される。ここで、 δ は Dirac のデルタ関数を表し、 N は粒子数を表す。 $p(\mathbf{x}_{t-1} | \mathbf{y}_{1:t-1})$ は、 $\mathbf{y}_{1:t-1}$ が観測された下で $\mathbf{x}_{t-1}$ の生じる確率（条件付き確率）を表す。ただし、 $\mathbf{y}_{1:t-1}$ は $(\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots, \mathbf{y}_{t-1})$ を意味する。状態 $\mathbf{x}_t$ の確率密度関数は、以下のアルゴリズムに従って、逐次的に更新される：

- (1) $i = 1, \dots, N$ について確率分布 $p_0(\mathbf{x})$ に従う k 次元の乱数 $\mathbf{x}_{00}^{(i)}$ を生成する。 $p_0(\mathbf{x})$ は、 $\mathbf{x}$ の時刻 $t=0$ における初期確率分布を表し、 k は状態 $\mathbf{x}_t$ の次元数を示す。また、 $\tilde{w}_0^{(i)} = 1/N$ とする。
- (2) $t = 1, \dots, T$ について以下に示す(a)~(c)のステップを実行する。
 - (a) 各 i ($i = 1, \dots, N$) について i, ii を実行する。
 - i. $\mathbf{x}_{t|t-1}^{(i)} = \mathbf{F}_t(\mathbf{x}_{t-1|t-1}^{(i)})$ を求める。
 - ii. $l_t^{(i)} = p(\mathbf{y}_t | \mathbf{x}_{t|t-1}^{(i)})$ を計算する。 $p(\mathbf{y}_t | \mathbf{x}_{t|t-1}^{(i)})$ は $\mathbf{x}_{t|t-1}^{(i)}$ が与えられた時の観測データの条件付き確率分布を表す。
 - (b) $W_t = \sum_{i=1}^N \tilde{w}_{t-1}^{(i)} l_t^{(i)}$ を計算する。
 - (c) $\tilde{w}_t^{(i)} = \tilde{w}_{t-1}^{(i)} l_t^{(i)} / W_t$ を計算し、 $\mathbf{x}_{t|t}^{(i)}$ を求める（ $\mathbf{x}_{t|t}^{(i)}$ は時刻 t までの観測データを使用した時の i 番目の実現値、すなわち、フィルタ分布の実現値を表す。また、 $\tilde{w}_t^{(i)}$ は時刻 t における $\mathbf{x}_{t|t}^{(i)}$ の重みを示す）。

上記の(2) (a) ii の $l_t^{(i)}$ は、 $\mathbf{x}_t^{(i)}$ の観測データ $\mathbf{y}_t$ への当てはまりの程度（尤もらしさ）を表し、尤度と呼ばれる。例えば、式(8)の観測ノイズ $\mathbf{w}_t$ が観測誤差共分散 $\mathbf{R}_t$ の正規分布に従うと仮定するならば、粒子 $\mathbf{x}_{t|t-1}^{(i)}$ の尤度は次式によって算定される。

$$p(\mathbf{y}_t | \mathbf{x}_t^{(i)}) = 1 / (\sqrt{2\pi})^m |\mathbf{R}_t| \exp \left[-(\mathbf{y}_t - \mathbf{H}(\mathbf{x}_t^{(i)}))^T \mathbf{R}_t^{-1} (\mathbf{y}_t - \mathbf{H}(\mathbf{x}_t^{(i)})) / 2 \right] \quad (10)$$

ここで、上付きの m は $\mathbf{y}_t$ の次元数を表す。パラメータの重み付き $\tilde{\mathbf{x}}_{t|t}^{(i)}$ の平均は、重みを利用して式(11)で計算

される。

$$\tilde{\mathbf{x}}_{t|t} = \sum_{i=1}^N \tilde{w}_t^{(i)} \mathbf{x}_{t|t}^{(i)} \quad (11)$$

参考文献

- 1) Arai, K., Ohta, H. and Kojima, K.: Application of back analysis to several test embankments on soft clay deposits, Soils and Foundations, Vol. 26, No. 2, pp. 60-72, 1986.
- 2) Hashash, Y. M. A., Levasseur, S., Osouli, A., Finno, R. and Malecot, Y.: Comparison of two inverse analysis techniques for learning deep excavation response, Computers and Geotechnics, Vol. 37, No. 3, pp. 323-333, 2010.
- 3) Mathew, G. V. and Lehane, B. M.: Numerical back-analyses of green-field settlement during tunnel boring, Canadian Geotechnical Journal, Vol. 50, pp. 145-152, 2013.
- 4) 樋口知之：粒子フィルタ，電子情報通信学会誌，Vol. 88, No. 12, pp. 989-994, 2005.
- 5) Gordon, N. J., Salmond, D. J. and Smith, A. F. M.: Novel approach to nonlinear/non-Gaussian Bayesian state estimation, IEE Proceedings-F, Vol. 140, No. 2, pp. 107-113, 1993.
- 6) 長尾大道，樋口知之，三浦 哲，稲津大祐：地球地殻の活動監視を目的とした粒子フィルタ法による長期潮位変動解析，日本統計学会誌，Vol. 42, No. 1, pp. 119-133, 2012.
- 7) 工藤亮治，近森秀高，永井明博：粒子フィルタを用いた実時間洪水予測システムの構築と河道任意地点における予測精度の検証，水文・水資源学会誌，Vol. 24, No. 3, pp. 137-148, 2011.
- 8) 岩館 礼，河西亮輔，京谷孝史，加藤準治，寺田賢二郎：粒子フィルタによるトンネル覆工の健全度評価に関する研究，計算工学講演会論文集，Vol. 18, 2013.
- 9) Shuku, T., Murakami, A., Nishimura, S., Fujisawa, K. and Nakamura, K.: Parameter identification for Cam-clay model in partially loading tests using the particle filter, Soils and Foundations, Vol. 52, No. 2, pp. 279-298, 2012.
- 10) Murakami, A., Shuku, T., Nishimura, S., Fujisawa, K. and Nakamura, K.: Data assimilation using the particle filter for identifying the elastoplastic material properties of geomaterials, International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, Vol. 37, No. 11, pp. 1642-1669, 2013.
- 11) Shibata, T., Murakami, A. and Fujii, M.: Prediction of embankment behavior of regulating reservoir with foundation improved by vacuum consolidation method, Soils and Foundations, Vol. 54, No. 5, pp. 938-954, 2014.
- 12) 西村伸一，珠玖隆行，西村友希，藤澤和謙，村上 章：粒子フィルタを用いた軟弱地盤の残留沈下予測，応用力学論文集，Vol. 15, pp. 103-114, 2012.
- 13) 西村伸一，珠玖隆行，山田典弘，柴田俊文：模型実験結

- 果に基づく長期沈下予測法の検証, 土木学会論文集 A2 (応用力学), Vol. 69, No. 2 (応用力学論文集 Vol. 16), pp. I_29-I_38, 2013.
- 14) Sekiguchi, H. and Ohta, H.: Induced anisotropy and time dependency in clays, Proceedings of Specialty Session 9, 9th International Conference of Soil Mechanics and Foundation Engineering, pp.229-239, 1977.
 - 15) Iizuka, A. and Ohta, H.: Determination procedure of input parameters in elasto-viscoplastic finite element analysis, Soils and Foundations, Vol. 27, No. 3, pp. 71-87, 1987.
 - 16) Doucet, A., Godsill, S. and Andrieu, C.: On sequential Monte Carlo sampling methods for Bayesian filtering, Statistics and Computing, Vol. 10, pp. 197-208, 2000.
 - 17) Massarsch, K. R.: Lateral earth pressure in normally consolidated clay, Design Parameters in Geotechnical Engineering, 7th European Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Vol.2, pp.245-249, 1979.
 - 18) Sakajo, S. and Kamei, T.: Simplified deformation analysis for embankment foundation using elasto-plastic model, Soils and Foundation, Vol.36, No.2, pp.1-11, 1996.
 - 19) 大野進太郎, 飯塚 敦, 太田秀樹: 非線形コントラクタンシー表現関数を用いた土の弾塑性構成モデル, 応用力学論文集, Vol.9, pp.407-414, 2006.
- (2016. 6. 24 受付)

INVERSE ANALYSIS OF CONSOLIDATION FOR ACCURATE PREDICTION OF HORIZONTAL DISPLACEMENT

Toshifumi SHIBATA, Shin-ichi NISHIMURA and Takayuki SHUKU

This paper presents the long-term prediction of the ground behavior, including secondary consolidation via the particle filter, using model test results. There have been some difficulties in evaluating the behavior accurately, such as two-dimensional displacements, because an unsuitable value for Poisson's ratio and the constitutive model are generally employed for consolidation problems. This paper identifies Poisson's ratio in addition to the compression index, the permeability, the initial volumetric strain, and the secondary compression index, and adopts the modified Cam-clay model, considering anisotropy, to overcome the problem, i.e. the accurate evaluation of the two-dimensional displacement. The prediction is performed using the identified parameters, and numerical examples of accurate predictions of the ground behavior are shown.