コンクリートの破壊力学と修正 von-Mises 基準に基づく等方性の有限ひずみ損傷モデル

車谷 麻緒¹・阿部 俊逸²・相馬 悠人³・寺田 賢二郎⁴

¹正会員 茨城大学准教授 工学部 都市システム工学科 (〒 316-8511 茨城県日立市中成沢町 4-12-1)

E-mail: mao.kurumatani.jp@vc.ibaraki.ac.jp

²学生会員 茨城大学大学院 理工学研究科 都市システム工学専攻 (〒 316-8511 茨城県日立市中成沢町 4-12-1)

³学生会員 茨城大学大学院 理工学研究科 都市システム工学専攻 (〒 316-8511 茨城県日立市中成沢町 4-12-1)

⁴正会員 東北大学教授 災害科学国際研究所 (〒 980-0845 仙台市青葉区荒巻字青葉 468-1)

E-mail: tei@irides.tohoku.ac.jp

本論文では、鉄筋コンクリートの有限変形解析に適用可能な、コンクリートの破壊力学に基づく等方性の有限ひずみ損傷モデルを提案する。有限ひずみには、対数ひずみを用い、弾性構成則にはヘンキー超弾性モデルを適用する。ひび割れを評価するための修正 von-Mises 基準とひび割れにおける結合力-開口変位関係を有限ひずみ問題に拡張し、これらを損傷モデルと組み合わせることで、有限変形解析に適用可能な有限ひずみ損傷モデルを定式化する。1次元と3次元において、単純な破壊挙動に対する検証例題を示した後、鉄筋コンクリートはりに対する実験結果と解析結果の比較を示し、提案モデルの妥当性を検証する。

Key Words: damage model, finite deformation, hyperelasticity, fracture mechanics, modified von-Mises criterion, concrete

1. はじめに

コンクリートは小さなひずみレベルで破壊に至るため、破壊シミュレーションには、主に微小変形解析が適用される。単純な引張破壊や曲げ破壊を再現するには、微小変形解析で十分であるが、解析対象の形状変化や、大きなすべり、回転などを伴う構造的な破壊を正しく数値解析に反映させる場合は、幾何学的非線形性を考慮した数値解析法の適用が必要になる。幾何学的非線形性を考慮した破壊シミュレーションを行うには、微小ひずみのまま有限変位や有限回転を考慮した定式化を行うか、または有限ひずみを用いた定式化を行わなければならない。

個別要素法 (DEM)¹⁾ や剛体ばねモデル (RBSM)²⁾ のように、破壊を離散的に表現する解析手法では、有限変位や有限回転を考慮した定式化が有効である。これに対して、有限要素法 (FEM) を用いた連続体ベースの解析手法では、有限ひずみを用いた定式化が行われることが多く、特に不連続変形を要素の剛性低下によるひずみ軟化で表現する場合には、有限ひずみに基づく定式化が適している。

鉄筋コンクリートのケースでは、軸方向鉄筋が塑性降伏後に、座屈が生じることによって、部材の耐力が大きく低下する。軸方向鉄筋の座屈を考慮して、RC 部材の破壊挙動を詳細に再現するには、鉄筋とコンクリートの材料挙動を別々にモデル化したうえで、材料非線

形性に加えて、鉄筋の座屈を表現できるように、幾何学的非線形性を考慮した数値解析法を適用する必要がある。鉄筋とコンクリートでひずみの定義を変えて同時に定式化 (解析) できないので、座屈を表現できるように、有限ひずみを用いて鉄筋の力学挙動をモデル化すると、コンクリートの破壊挙動のモデル化にも有限ひずみに基づく定式化を適用しなければならない。

コンクリートの破壊力学の特徴は、ひび割れ先端部分に破壊進行領域が形成されることである。破壊進行領域では、破壊は一気に進行せずに、応力伝達が徐々に失われていき、ひび割れが形成される。この破壊の過程を、ひび割れ境界間での結合力と開口変位の関係として与えることで、破壊進行領域での力学挙動をモデル化することができる^{3),4),5)}。コンクリートのひび割れ進展挙動を精度よく再現するには、幾何学的非線形性を考慮した定式化に加えて、破壊進行領域における結合力と開口変位の関係を用いて、コンクリートの破壊挙動をモデル化することが重要になる。

本研究では、コンクリートの破壊シミュレーションに、FEM を用いることを前提とする。コンクリートの破壊挙動を精度よく再現するには、ひび割れ形成のモデル化が重要になる。FEM を用いる場合、ひび割れ形成のモデル化には、主に2つの方法がある。ひとつは、ひび割れを不連続変形としてモデル化する方法である。最も単純な方法として、離散ひび割れモデルを用いた方法がある。この方法は、要素境界を2重節点にする

ことで、ひび割れによる不連続変形を容易に表現できる。しかし、ひび割れ進展を解析するには、リメッシングが不可欠であり、非線形解析では物理量のマッピングも必要になるため、3次元解析への応用には課題がある^{6),7),8)}。リメッシングを必要としないPUFEM⁹⁾に基づく方法も研究されており、有限変形解析にも応用されているが^{10),11)}、複雑なひび割れ進展挙動を解析するのが容易ではないため、単純なひび割れ進展解析への適用がほとんどである。

もうひとつは、スミアードクラックモデルや損傷モデルのように、ひび割れを不連続変形ではなく、連続体の剛性低下でモデル化する方法である^{12),13)}。この方法は、ひび割れを近似的にしか表現できないが、FEMとの相性がよく、拡張性や汎用性も高いため、長年にわたり研究が続けられている^{14),15)}。実験結果の再現性も高いモデルではあるが、メッシュサイズやパラメータの設定方法が明確ではなく^{16)~19)}、コンクリートの破壊力学を考慮して、有限変形ベースの定式化を行った例も見当たらない。

FEMではない方法として、メッシュフリー法^{20),21)}やRBSM²²⁾を用いた解析手法がある。これらの方法は、幾何学的非線形性を考慮した破壊シミュレーションにも応用されており、微小変形解析よりも良好な結果になることが示されている。しかし、FEMではないため、鉄筋のモデル化には近似的な方法が用いられている。RC柱に対して、幾何学的非線形性の影響を検討した例²³⁾もあるが、詳細な破壊をシミュレートする方法ではなく、部材の巨視的な挙動に着目した研究である。

著者らは、準脆性材料の破壊力学を考慮した修正 von-Mises 損傷モデルを定式化し、基本的な材料パラメータのみを用いて、コンクリートのひび割れ進展挙動を定量的に再現した^{24),25)}。しかし、微小変形を仮定した定式化であるため、鉄筋の有限変形解析と一緒に用いることができず、鉄筋の座屈を考慮したRC部材の破壊シミュレーションに応用することができない。

そこで本論文では、鉄筋コンクリートの有限変形解析に適用可能な、コンクリートの破壊力学を考慮した等方性の有限ひずみ損傷モデルを提案する。破壊基準には、有限ひずみに拡張した修正 von-Mises 基準を採用する。有限ひずみには対数ひずみを用い、弾性構成則にはヘンキー超弾性モデルを適用する。

はじめに、対数ひずみに基づくヘンキー超弾性体の構成式を示したのち、破壊基準に用いる修正 von-Mises 基準を有限ひずみ問題に拡張する。コンクリートの破壊力学を考慮するために、ひび割れにおける結合力と開口変位の関係についても、有限ひずみを用いて定式化を行い、これを損傷モデルと組み合わせることで、RC部材の有限変形解析に適用可能な有限ひずみ損傷モデル

を定式化する。

提案モデルの定式化を示したのち、数値実験により、提案モデルの妥当性および実験結果の再現性を検証する。最後に、本研究の総括を行い、今後の課題と予定について述べる。

2. 有限ひずみ損傷モデルの定式化

本論文で提案する有限ひずみ損傷モデルの定式化を示す。本研究では、FEMにおける要素分割を細かくすることを前提に、ひび割れに対して等方性の損傷を仮定する。はじめに、損傷モデルの弾性構成則に用いるヘンキー超弾性体の構成式を示し、有限ひずみに拡張した修正 von-Mises 基準の定式化を示す。結合力と開口変位の関係についても、有限ひずみを用いて表したのち、これらを組み合わせることで、コンクリートの破壊力学を考慮した有限ひずみ損傷モデルを定式化する。

(1) 対数ひずみを用いたヘンキー超弾性モデル

本研究では、有限ひずみには対数ひずみを用い、弾性構成則にはヘンキー超弾性モデルを適用する。はじめに、多次元問題におけるヘンキー超弾性体の構成式を示す。本研究では、一軸引張に相当する応力-ひずみ関係を用いて、等方性の損傷を定式化するため、ヘンキー超弾性体の1次元構成式を示し、最後にこれを多次元問題に拡張する。

a) 多次元問題の構成式

現在配置 B_t の固有ベクトル $\mathbf{n}_\alpha$ を基底にとった際のコーシー応力テンソル $\boldsymbol{\sigma}$ は次式で表される。ここで、 $\sigma_{\alpha\alpha}$ はコーシー応力テンソルの α 方向の主応力成分、 λ_α は α 方向の主方向ストレッチ、 J は体積変化率 (変形勾配テンソルのヤコビアン)、 $\mathcal{H}$ はヘンキー超弾性体のひずみエネルギー関数である。

$$\boldsymbol{\sigma} = \sum_{\alpha=1}^3 \sigma_{\alpha\alpha} \mathbf{n}_\alpha \otimes \mathbf{n}_\alpha; \quad \sigma_{\alpha\alpha} = \frac{\lambda_\alpha}{J} \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \lambda_\alpha} = \frac{1}{J} \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \ln \lambda_\alpha} \quad (1)$$

ヘンキー超弾性体のひずみエネルギー関数 $\mathcal{H}$ は、対数ひずみ $\ln \lambda_\alpha$ を用いて、次式で与えられる。ここで、 $\bar{\lambda}$ と $\bar{\mu}$ は材料パラメータである。

$$\mathcal{H}(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = \bar{\mu} \left[(\ln \lambda_1)^2 + (\ln \lambda_2)^2 + (\ln \lambda_3)^2 \right] + \frac{\bar{\lambda}}{2} (\ln J)^2 \quad (2)$$

上式において、体積変化率 J と $\ln J$ は、主方向ストレッチを用いて、次式で表される。

$$J = \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3; \quad \ln J = \ln \lambda_1 + \ln \lambda_2 + \ln \lambda_3 \quad (3)$$

式(1)より、コーシー応力テンソルの主方向成分 $\sigma_{\alpha\alpha}$ は次式となる。

$$\sigma_{\alpha\alpha} = \frac{1}{J} \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \ln \lambda_\alpha} = \frac{2\bar{\mu}}{J} \ln \lambda_\alpha + \frac{\bar{\lambda}}{J} \ln J \quad (4)$$

ここで、対数ひずみを主方向成分にもつひずみテンソル $\boldsymbol{\varepsilon}$ を次式のように定義する。

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \sum_{\alpha=1}^3 \varepsilon_{\alpha\alpha} \mathbf{n}_{\alpha} \otimes \mathbf{n}_{\alpha}; \quad \varepsilon_{\alpha\alpha} = \ln \lambda_{\alpha} \quad (5)$$

これを用いると、正規直交基底におけるコーシー応力テンソル $\boldsymbol{\sigma}$ は次のように表される。

$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{2\bar{\mu}}{J} \boldsymbol{\varepsilon} + \frac{\bar{\lambda}}{J} (\text{tr } \boldsymbol{\varepsilon}) \mathbf{I}; \quad \sigma_{ij} = \frac{2\bar{\mu}}{J} \varepsilon_{ij} + \frac{\bar{\lambda}}{J} \varepsilon_{kk} \delta_{ij} \quad (6)$$

後述する修正 von-Mises 基準は、テンソルの不変量を用いて定式化される。そのため、コーシー応力テンソル $\boldsymbol{\sigma}$ と対数ひずみテンソル $\boldsymbol{\varepsilon}$ の不変量の関係性を求めておく必要がある。まず、 $\boldsymbol{\sigma}$ と $\boldsymbol{\varepsilon}$ の第一不変量を次のように定義する。

$$I_1 = \text{tr } \boldsymbol{\sigma} = \sigma_{kk}; \quad I'_1 = \text{tr } \boldsymbol{\varepsilon} = \varepsilon_{kk} \quad (7)$$

次に、 $\boldsymbol{\sigma}$ と $\boldsymbol{\varepsilon}$ の偏差成分の第二不変量を次のように定義する。

$$J_2 = \frac{1}{2} \mathbf{s} : \mathbf{s} = \frac{1}{2} s_{kl} s_{kl}; \quad J'_2 = \frac{1}{2} \mathbf{e} : \mathbf{e} = \frac{1}{2} e_{kl} e_{kl} \quad (8)$$

ここで、 $\mathbf{s}$ は偏差応力テンソル、 $\mathbf{e}$ は偏差ひずみテンソルであり、それぞれ次式で表される。

$$\mathbf{s} = \boldsymbol{\sigma} - \frac{1}{3} (\text{tr } \boldsymbol{\sigma}) \mathbf{I}; \quad s_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{1}{3} \sigma_{kk} \delta_{ij} \quad (9)$$

$$\mathbf{e} = \boldsymbol{\varepsilon} - \frac{1}{3} (\text{tr } \boldsymbol{\varepsilon}) \mathbf{I}; \quad e_{ij} = \varepsilon_{ij} - \frac{1}{3} \varepsilon_{kk} \delta_{ij} \quad (10)$$

I_1 と I'_1 の関係は、次式で表される。

$$I_1 = \text{tr } \boldsymbol{\sigma} = \frac{2\bar{\mu}}{J} (\text{tr } \boldsymbol{\varepsilon}) + \frac{3\bar{\lambda}}{J} (\text{tr } \boldsymbol{\varepsilon}) = \frac{2\bar{\mu} + 3\bar{\lambda}}{J} I'_1 \quad (11)$$

$\mathbf{s}$ は、ひずみテンソルを用いて、次のように表される。

$$\mathbf{s} = \boldsymbol{\sigma} - \frac{1}{3} (\text{tr } \boldsymbol{\sigma}) \mathbf{I} = \frac{2\bar{\mu}}{J} \left(\boldsymbol{\varepsilon} - \frac{1}{3} (\text{tr } \boldsymbol{\varepsilon}) \mathbf{I} \right) = \frac{2\bar{\mu}}{J} \mathbf{e} \quad (12)$$

上式より、 J_2 と J'_2 の関係は、次式で表される。

$$J_2 = \frac{1}{2} \mathbf{s} : \mathbf{s} = \frac{1}{2} \left(\frac{2\bar{\mu}}{J} \mathbf{e} \right) : \left(\frac{2\bar{\mu}}{J} \mathbf{e} \right) = \frac{4\bar{\mu}^2}{J^2} J'_2 \quad (13)$$

変形が微小な範囲であれば、 $\bar{\lambda}$ と $\bar{\mu}$ は線形弾性体のラメ定数に対応するので、応力とひずみの不変量の関係は、次式で表される。

$$I_1 = \frac{2\bar{\mu} + 3\bar{\lambda}}{J} I'_1 = \frac{3K}{J} I'_1 = \frac{E}{J(1-2\nu)} I'_1 \quad (14)$$

$$J_2 = \frac{4\bar{\mu}^2}{J^2} J'_2 = \frac{4G^2}{J^2} J'_2 = \frac{4E^2}{J^2(1-\nu)^2} J'_2 \quad (15)$$

ここで、 K は体積弾性係数、 G はせん断弾性係数、 E はヤング率、 ν はポアソン比である。

b) 1次元問題の構成式

本研究では、等方性の損傷を定式化する際に、一軸引張に相当する応力-ひずみ関係を利用する。以下では、1次元問題におけるヘンキー超弾性体の構成式を示す。

次のような、応力テンソルの (1, 1) 成分のみ値をもち、ポアソン効果を考慮した一軸引張問題について考える。

$$[\sigma_{1D}] = \begin{bmatrix} \sigma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad [\varepsilon_{1D}] = \begin{bmatrix} \ln \lambda & 0 & 0 \\ 0 & \ln \lambda' & 0 \\ 0 & 0 & \ln \lambda' \end{bmatrix} \quad (16)$$

式 (4) より、縦方向と横方向に関して次の2式が得られる。

$$\sigma = \frac{2\bar{\mu}}{J} \ln \lambda + \frac{\bar{\lambda}}{J} (\ln \lambda + 2 \ln \lambda') \quad (17)$$

$$0 = \frac{2\bar{\mu}}{J} \ln \lambda' + \frac{\bar{\lambda}}{J} (\ln \lambda + 2 \ln \lambda') \quad (18)$$

上の2式より、 σ と $\ln \lambda$ の関係は次式で表される。

$$\sigma = \frac{\bar{\mu}(2\bar{\mu} + 3\bar{\lambda})}{J(\bar{\mu} + \bar{\lambda})} \ln \lambda = \frac{\bar{\mu}(2\bar{\mu} + 3\bar{\lambda})}{J(\bar{\mu} + \bar{\lambda})} \boldsymbol{\varepsilon} \quad (19)$$

$\bar{\lambda}$ と $\bar{\mu}$ は線形弾性体のラメ定数に対応するので、ヤング率 E を用いて、次のように表すことができる。

$$\sigma = \frac{\bar{\mu}(2\bar{\mu} + 3\bar{\lambda})}{J(\bar{\mu} + \bar{\lambda})} \ln \lambda = \frac{E}{J} \ln \lambda = \frac{E}{J} \boldsymbol{\varepsilon} \quad (20)$$

さらに、式 (18) と式 (3) より、ポアソン比 ν を用いて、横方向のストレッチと体積変化率 J は次式で与えられる。

$$\ln \lambda' = -\frac{\bar{\lambda}}{2(\bar{\mu} + \bar{\lambda})} \ln \lambda = -\nu \ln \lambda = \ln \lambda^{-\nu}; \quad J = \lambda^{1-2\nu} \quad (21)$$

(2) 有限ひずみ修正 von-Mises 基準

本研究では、損傷の発生を判定するモデルとして、引張と圧縮の強度比を考慮することのできる修正 von-Mises 基準²⁶⁾を採用する。この方法を用いれば、金属塑性の von-Mises モデルと同様に、テンソルの3次元問題をスカラーの等価一軸問題に変換することができ、1次元の等価ひずみと等価応力の関係から損傷変数を求めることができる。しかし、de Vree *et al.*²⁶⁾によって提案された修正 von-Mises 基準には、線形弾性体の仮定が用いられているため、有限ひずみ問題には対応していない。そこで、以下では、有限ひずみに拡張した修正 von-Mises 基準の定式化を示す。

a) 引張圧縮強度比を考慮した等価一軸応力

損傷（破壊）の発生を判定するモデルとして、コーシー応力テンソルの不変量を用いた次式を考える。

$$(J_2 + \eta I_1) - \sigma_D^2 = 0 \quad (22)$$

上式は、コーシー応力テンソルの偏差成分の2次項に静水圧成分を加味して、破壊の発生を評価する降伏モデルの一種であり、Drucker-Prager の降伏基準²⁷⁾と同様の形式となっている。ただし、Drucker-Prager モデルとは J_2 の次数が異なっている。ここで、 I_1 はコーシー応力テンソルの第1不変量、 J_2 は偏差コーシー応力テンソルの第2不変量であり、それぞれ式 (7), (8) で与えられる。 η は静水圧成分の影響度、 σ_D は破壊発生応力に関するモデルパラメータであり、一軸引張破壊と一軸圧縮破壊の双方に対応できるように、次のように設定する。

まず、一軸引張強度を σ_t とし、次のような一軸引張破壊時の応力状態を考える。

$$\sigma_t = \begin{bmatrix} \sigma_t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad s_t = \begin{bmatrix} \frac{2}{3}\sigma_t & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{3}\sigma_t & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{3}\sigma_t \end{bmatrix} \quad (23)$$

このときの不変量 I_1 と J_2 は次のようになる。

$$I_1 = \text{tr } \sigma_t = \sigma_t; \quad J_2 = \frac{1}{2} s_t : s_t = \frac{1}{3} \sigma_t^2 \quad (24)$$

これを式 (22) に代入すると、次のようになる。

$$\frac{1}{3} \sigma_t^2 + \eta \sigma_t - \sigma_D^2 = 0 \quad (25)$$

次に、圧縮引張強度比 k を用いて、一軸圧縮強度を $\sigma_c = k\sigma_t$ とし、次のような一軸圧縮破壊を考える。

$$\sigma_c = \begin{bmatrix} -\sigma_c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad s_c = \begin{bmatrix} -\frac{2}{3}\sigma_c & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{3}\sigma_c & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{3}\sigma_c \end{bmatrix} \quad (26)$$

このときの不変量 I_1 と J_2 は次のようになる。

$$I_1 = \text{tr } \sigma_c = -k\sigma_t; \quad J_2 = \frac{1}{2} s_c : s_c = \frac{1}{3} k^2 \sigma_t^2 \quad (27)$$

これを式 (22) に代入すると、次のようになる。

$$\frac{1}{3} k^2 \sigma_t^2 - \eta k \sigma_t - \sigma_D^2 = 0 \quad (28)$$

式 (25), (28) を連立させて、モデルパラメータ η と σ_D は次式で表される。

$$\eta = \frac{1}{3} \sigma_t (k-1); \quad \sigma_D^2 = \frac{1}{3} k \sigma_t^2 \quad (29)$$

これを式 (22) に戻すと、次のようになる。

$$J_2 + \frac{1}{3} \sigma_t (k-1) I_1 - \frac{1}{3} k \sigma_t^2 = 0 \quad (30)$$

σ_t を一軸引張応力に換算した等価コーシー応力 σ_e とし、上式を σ_e で整理すると、次のようになる。

$$k \sigma_e^2 + (k-1) I_1 \sigma_e - 3 J_2 = 0 \quad (31)$$

b) 等価ストレッチと等価対数ひずみ

本研究では、ひずみを用いて、損傷の発生と進展を規定する。具体的には、ヘンキー超弾性モデルの構成式を用いて、等価コーシー応力の式 (31) を等価ひずみで書き換える。

ヘンキー超弾性体の 1 次元構成式 (20) を用いて、等価コーシー応力 σ_e は次式で表される。ここで、 λ_e は等価ストレッチ、 $\mathcal{E}_e$ は等価対数ひずみである。

$$\sigma_e = \frac{E}{J} \ln \lambda_e = \frac{E}{J} \mathcal{E}_e \quad (32)$$

式 (32), (14), (15) を式 (31) に代入し、等価ひずみ $\mathcal{E}_e$ について整理すると、次のようになる。

$$k \mathcal{E}_e^2 - \frac{k-1}{1-2\nu} I_1' \mathcal{E}_e - \frac{3}{(1+\nu)^2} J_2' = 0 \quad (33)$$

図-1 主ひずみ空間における等価対数ひずみの等値面

2 次方程式の解の公式より、等価ひずみ $\mathcal{E}_e \geq 0$ と等価ストレッチ $\lambda_e \geq 0$ は次式で表される。

$$\mathcal{E}_e = \frac{k-1}{2k(1-2\nu)} I_1' + \frac{1}{2k} \sqrt{\left(\frac{k-1}{1-2\nu} I_1' \right)^2 + \frac{12k}{(1+\nu)^2} J_2'} \quad (34)$$

$$\lambda_e = \exp(\mathcal{E}_e) \quad (35)$$

3 次元および 2 次元の主ひずみ空間に $\mathcal{E}_e$ の等値面をプロットした例を図-1 に示す。圧縮引張強度比 k を用いて引張破壊と圧縮破壊を考慮したことにより、圧縮に強く引張に弱い力学特性を表現できることが分かる。

式 (34) で与えられる $\mathcal{E}_e$ は、圧縮強度が引張強度の k 倍であることを考慮して、3 次元のひずみテンソルを一軸引張問題に換算した等価対数ひずみである。損傷の発生を判定する関数 f_D を次式とすることで、圧縮強度が引張強度の k 倍大きい材料の損傷発生を評価することができる。ここで、 $\mathcal{E}_0$ は損傷発生ひずみである。

$$f_D(\mathcal{E}_e) = \mathcal{E}_e - \mathcal{E}_0 \quad (36)$$

$$\begin{cases} \text{if } f_D < 0 & \rightarrow \text{Elastic response} \\ \text{else} & \rightarrow \text{Damage response} \end{cases} \quad (37)$$

(3) 等方性の有限ひずみ損傷モデル

ひび割れ境界間の結合力と開口変位の関係を損傷モデルに導入し、破壊進行領域での力学挙動をモデル化することで、コンクリートの破壊力学に基づく有限ひずみ損傷モデルを定式化する。はじめに、有限ひずみを用いた 1 次元問題の定式化を示したのち、有限ひずみに拡張した修正 von-Mises 基準に基づく等価ひずみ

を用いて、有限ひずみ損傷モデルを定式化する。

a) 1次元問題の損傷モデルの基礎式

1次元問題における損傷モデルの基礎式は次式で表される。

$$\sigma = (1 - D)\hat{\sigma}(\mathcal{E}) \quad (38)$$

ここで、 $\hat{\sigma}(\mathcal{E})$ は1次元の構成則関数、 D は $0 \leq D \leq 1$ で表される損傷の度合いを表す損傷変数である。コーシー応力 σ と対数ひずみ $\mathcal{E}$ に関する1次元構成モデルとして、ヘンキー超弾性体の構成式 (20) を適用することで、損傷を考慮したコーシー応力 σ は次式で表される。

$$\sigma = (1 - D) \frac{E}{J} \ln \lambda = (1 - D) \frac{E}{J} \mathcal{E} \quad (39)$$

b) 1次元問題の結合力-開口変位関係

ひび割れ境界間の結合力と開口変位の関係を用いて、破壊進行領域での力学挙動をモデル化する。指数関数を用いて、1次元の引張破壊における結合力-開口変位関係を次式で仮定する。

$$f = Ae^{-Bw} \quad (40)$$

ここで、 f はひび割れ境界間の応力伝達を表す単位面積あたりの結合力、 w は開口変位、 A と B は未知パラメータである。破壊発生時の応力を f_0 とすると、 $w = 0$ のとき、 $f = f_0$ であるので、未知パラメータ A は次のようになる。

$$f_0 = Ae^0 \rightarrow A = f_0 \quad (41)$$

破壊エネルギーを G_f とすると、破壊エネルギーは結合力-開口変位曲線下の面積であるので、破壊エネルギーの定義より、未知パラメータ B は次のようになる。

$$G_f = \int_0^\infty f dw = A \int_0^\infty e^{-Bw} dw = \frac{A}{B} \rightarrow B = \frac{f_0}{G_f} \quad (42)$$

以上より、1次元問題における結合力-開口変位関係は次式のように表される

$$f = f_0 \exp\left(-\frac{f_0}{G_f} w\right) \quad (43)$$

c) 1次元問題の有限ひずみ損傷モデル

結合力-開口変位関係を損傷モデルに応用するために、式 (43) の結合力と開口変位を応力とひずみで書き換える。応力にはコーシー応力 σ 、ひずみには対数ひずみ $\mathcal{E}$ を適用すると、現在配置における結合力-開口変位関係は次のようになる。

$$\sigma = \sigma_0 \exp\left(-\frac{\sigma_0}{G_f} w\right) \quad (44)$$

σ_0 は損傷発生応力であり、式 (20) より、次式で与えられる。ここで、 $\mathcal{E}_0$, λ_0 , J_0 はそれぞれ損傷発生時の対数ひずみ、ストレッチ、体積変化率である。

$$\sigma_0 = \frac{E}{J_0} \ln \lambda_0 = \frac{E}{J_0} \mathcal{E}_0; \quad J_0 = \lambda_0^{1-2\nu} \quad (45)$$

1次元のストレッチ λ は、変形前の長さ L と変形後の長さ l を用いて、次式で表される。

$$\lambda = \frac{l}{L} \quad (46)$$

変位を u とすると、ストレッチを用いて次式で表される。

$$u = l - L = \lambda L - L = L(\lambda - 1) \quad (47)$$

損傷発生時の変位を u_0 とし、開口変位 w は次式で表される。

$$w = u - u_0 = L(\lambda - 1) - L(\lambda_0 - 1) = L(\lambda - \lambda_0) \quad (48)$$

式 (45), (48) を式 (44) に代入すると、次のようになる。

$$\sigma = \frac{E}{J_0} \mathcal{E}_0 \exp\left(-\frac{E\mathcal{E}_0 L}{J_0 G_f} (\lambda - \lambda_0)\right) \quad (49)$$

損傷モデルの基礎式 (39) と同形式になるように上式を書き換えると、次のようになる。

$$\begin{aligned} \sigma &= \frac{J}{J_0} \frac{\mathcal{E}_0}{\mathcal{E}} \exp\left(-\frac{E\mathcal{E}_0 L}{J_0 G_f} (\lambda - \lambda_0)\right) \frac{E}{J} \mathcal{E} \\ &= \left[1 - \left\{1 - \frac{J}{J_0} \frac{\mathcal{E}_0}{\mathcal{E}} \exp\left(-\frac{E\mathcal{E}_0 L}{J_0 G_f} (\lambda - \lambda_0)\right)\right\}\right] \frac{E}{J} \mathcal{E} \\ &= [1 - D(\lambda)] \frac{E}{J} \mathcal{E} \end{aligned} \quad (50)$$

上式より、損傷変数 D は次式で表される。

$$D(\lambda) = 1 - \frac{J\mathcal{E}_0}{J_0 \mathcal{E}} \exp\left(-\frac{E\mathcal{E}_0 L}{J_0 G_f} (\lambda - \lambda_0)\right); \quad (51)$$

$$\mathcal{E} = \ln \lambda; \quad \mathcal{E}_0 = \ln \lambda_0 \quad (52)$$

式 (51) は、ストレッチまたは対数ひずみが求まれば、損傷変数 D が求まる式となっている。過去に経験した損傷は回復しないこととすると、損傷変数 D は減少しない関数となる。

d) 多次元問題への拡張

式 (1), (2) で表されるヘンキー超弾性モデルを用いて、多次元問題における等方性の損傷モデルの基礎式は次式で表される。

$$\sigma = (1 - D) \sum_{\alpha=1}^3 \sigma_{\alpha\alpha} \mathbf{n}_\alpha \otimes \mathbf{n}_\alpha; \quad \sigma_{\alpha\alpha} = \frac{2\bar{\mu}}{J} \ln \lambda_\alpha + \frac{\bar{\lambda}}{J} \ln J \quad (53)$$

金属塑性の von-Mises モデルと同様に、本研究では、テンソルの不変量を利用して、多次元のテンソル量を一軸引張に相当するスカラー量に置き換えて評価する。

具体的に、1次元のヘンキー超弾性体の構成式 (20) および1次元損傷モデルの基礎式 (38) より、等価コーシー応力 σ_e と等価対数ひずみ $\mathcal{E}_e$ の関係式は次式で表される。

$$\sigma_e = (1 - D) \frac{E}{J_e} \ln \lambda_e = (1 - D) \frac{E}{J_e} \mathcal{E}_e; \quad J_e = \lambda_e^{1-2\nu} \quad (54)$$

等価対数ひずみ $\mathcal{E}_e$ と等価ストレッチ λ_e は、有限ひずみに拡張した修正 von-Mises 基準の式 (34), (35) から求めることができる。等価ひずみ $\mathcal{E}_e$ は、多次元のひずみテンソルを一軸引張に相当する1次元のスカラーひずみに換算した量であるので、 σ_e と $\mathcal{E}_e$ を用いた多次元の損

傷モデルの定式化に対して、(3) 節の a)～c) 項で示した 1 次元の損傷モデルの定式化を適用することができる。すなわち、1 次元問題の損傷モデルの式 (50), (51) より、多次元問題における等方性の損傷モデルは、等価コーシー応力と等価対数ひずみ（等価ストレッチ）を用いて、次式で表される。

$$\sigma_e = [1 - D(\lambda_e)] \frac{E}{J_e} \varepsilon_e \quad (55)$$

$$D(\lambda_e) = 1 - \frac{J_e \varepsilon_0}{J_0 \varepsilon_e} \exp\left(-\frac{E \varepsilon_0 L_e}{J_0 G_f} (\lambda_e - \lambda_0)\right) \quad (56)$$

1 次元問題と同様に、ストレッチまたは対数ひずみが求められれば、損傷変数 D が求まる式となっている。過去に経験した損傷は回復しないこととすると、損傷変数 D は減少しない関数となる。

式 (56) における L_e は、損傷を評価する領域（変形前）の代表長さであり、有限要素解析では要素単位で損傷が評価されるので、有限要素の代表長さとするればよい。領域の長さを計算できる式であれば、どのような定義式を用いてもよいが、本研究では各要素に対して、以下の評価式を適用する。ただし、代表長さを評価できる式であれば、どのような評価式を用いても構わない。

$$\text{2D Triangular element : } L_e = \sqrt{2A_e} \quad (57)$$

$$\text{2D Quadrilateral element : } L_e = \sqrt{A_e} \quad (58)$$

$$\text{3D Tetrahedral element : } L_e = (12V_e)^{1/3} \quad (59)$$

$$\text{3D Hexahedral element : } L_e = V_e^{1/3} \quad (60)$$

ここで、 A_e は 2 次元要素の面積、 V_e は 3 次元要素の体積である。式 (57) は三角形 2 つで四角形が構成されると仮定し、式 (59) は四面体 12 個で六面体が構成されると仮定した評価式である。

e) 損傷モデルを用いたひび割れ進展解析

本論文で示したコンクリートの損傷モデルは、有限要素解析における材料の構成則である。したがって、離散ひび割れモデルのように、ひび割れを不連続変形として表現するのではなく、剛性の低下とひずみの局所化により近似的にひび割れを表現する方法である。本論文で定式化した損傷モデルには、コンクリートの破壊力学が考慮されており、破壊エネルギーがパラメータとして導入されているので、損傷分布を近似的にひび割れと見なすことができる。

本論文で定式化した損傷モデルに必要な材料パラメータは、ヤング率 E 、ポアソン比 ν 、損傷発生ひずみ ε_0 ($\varepsilon_0 = \ln \lambda_0$)、破壊エネルギー G_f 、圧縮引張強度比 k の 5 つである。このうち、弾性定数を除くと、弾性限界後のひび割れ挙動の再現に必要なパラメータは 3 つのみである。

実際の有限要素解析では、まず対数ひずみ $\varepsilon_{\alpha\alpha} = \ln \lambda_\alpha$ を求め、式 (34), (35) から等価対数ひずみ ε_e と等価ス

図-2 破壊挙動に対する 1 次元検証例題

トレッチ λ_e を計算する。式 (36), (37) を用いて、損傷発生判定を行い、損傷状態であれば、式 (56) から損傷変数 D を求める。損傷変数 D が求められれば、式 (53) からコーシー応力テンソル σ を求めることができ、内力ベクトル F_{int} を計算して、解析対象に作用する外力ベクトル F_{ext} とつり合うまで、繰り返し有限要素解析を行う。

$$F_{\text{int}}(\sigma) - F_{\text{ext}} = 0 \quad (61)$$

本研究では、つり合い式（仮想仕事式）の線形化を行い、非線形有限要素法による陰的な解法を適用する²⁸⁾。

3. 有限ひずみ損傷モデルの検証例題

本論文で提案する有限ひずみ損傷モデルに関する検証例題を示す。はじめに、1 次元問題において、要素サイズによる影響と破壊エネルギーの再現性を検証したのち、3 次元のひび割れ進展問題に対する適用性について示す。なお、本論文で提案する有限ひずみ損傷モデルは、コンクリートの破壊をモデル化するために定式化したものであるため、以下の例題ではコンクリートやモルタルの材料パラメータを与えている。

(1) 1 次元問題の検証例題

本論文では、1 次元の定式化に等価ひずみを利用して、等方性の有限ひずみ損傷モデルを定式化している。はじめに、1 次元問題において、本論文で提案する有限ひずみ損傷モデルの検証例題を示す。

解析対象は、図-2 に示すような 1 次元の有限要素モデルとする。要素数を奇数とし、中央の要素のみを損傷する要素とする。材料パラメータは同図に示す通りとし、200 ステップで強制変位 0.3 mm を与える解析条件とする。1 次元問題であり、等価ひずみを用いる必要がないため、圧縮引張強度比 k を設定する必要はない。要素分割数を変化させて、数値解析結果について検討する。

見かけの応力-ひずみ関係を図-3 に示す。同図において、横軸はモデル全体での見かけの対数ひずみ、縦軸はモデル右端での反力を断面積で除した見かけの応力を示している。要素数を 4 倍ずつ増やした 4 ケース

図-3 1次元検証例題における荷重-変位関係

図-4 1次元検証例題におけるみかけの破壊エネルギー

の結果を示している。要素数の変化に伴い、損傷要素の長さも変化するものの、数値解析の結果はほぼ同様であり、要素分割数にほとんど依存していないことが分かる。

図-4は、数値解析の結果から算出した見かけの破壊エネルギーと要素分割数の関係を示している。破壊エネルギーの定義は、単位破断面積を形成するのに必要なエネルギーである。ひずみの定義にかかわらず、数値解析の結果は、破壊エネルギーの定義を満足していないといけな。ここでは、解析結果の荷重-変位関係の曲線下の面積を台形積分で求めたのち、その値を断面積で除すことによって、見かけの破壊エネルギーを求めている。図-4を見ると、要素数の増加に伴い、見かけの破壊エネルギーの値が、材料パラメータとして与えている破壊エネルギー 0.1 N/mm に漸近していることが分かる。これは、要素数が多くなるにつれて、損傷領域が小さくなり、純粋な破壊（クラック）の状態に近くなるため、破壊エネルギーの定義に近づいていくからである。要素分割が粗いと損傷領域は大きくなるものの、わずか5要素でも誤差は5%未満であり、提案モデルは十分な精度を保持していると言える。

E	ν	ε_0	G_f	k
30 GPa	0.2	0.0001	0.1 N/mm	10

図-5 破壊挙動に対する3次元検証例題

(2) 3次元問題の検証例題

等価ひずみを用いた3次元問題であっても、1次元問題と同様に、適切な数値解析結果が得られることを検証する。

解析対象は、図-5に示すような中央に円孔を有する3次元モデルとする。四面体一次要素を用いて、対称性のないメッシュ分割を行い、要素数の異なる3ケースについて検討する。材料パラメータは同図に示す通りとする。モデルの上面と下面の x, z 方向を拘束し、 y 方向に引張の強制変位を与えて、3次元有限変形解析を行う。

荷重-変位関係を図-6に示す。この結果を見て分かるように、要素数によらず、3ケースともにほぼ同様の応答が得られている。本論文で提案する有限ひずみ損傷モデルは、メッシュ分割に対する依存性が非常に小さいモデルであることが分かる。

図-7は、モデル内部の損傷分布の進展を示している。本研究では、ひび割れを損傷としてモデル化しているため、図-7の損傷分布はひび割れ進展の結果に相当する。要素数が多いと、細かな損傷を表現できるため、要素数の多いモデルほど損傷の進展がやや早いものの、3ケースともにほぼ同様の結果となっている。

図-6 3次元検証例題における荷重-変位関係

図-7 3次元検証例題における損傷の進展

(3) 鉄筋コンクリートの検証例題

最後の検証として、鉄筋コンクリートへの適用例を示し、コンクリートの破壊力学に基づく有限ひずみ損傷モデルが鉄筋コンクリートの有限変形解析に適用可能であることを示す。さらに、著者らが行った実験の

図-8 せん断補強筋のない RC はりの 4 点曲げ試験

結果と解析結果を比較し、提案モデルの妥当性を検証する。

解析対象は、図-8に示すような、せん断補強筋のない RC はりの 4 点曲げ試験である。主鉄筋は D16 の異形鉄筋である。数値解析では、異形鉄筋の幾何形状を忠実に反映した有限要素メッシュを用いる。問題の対称性を考慮して、1/4 領域を数値解析の対象とする。1/4 モデルの要素数は 703,224、節点数は 123,759 である。有限要素には、1 次の四面体要素を用いる。解析条件は、強制変位 4.0 mm を 320 ステップで載荷する変位制御試験とする。

一般に、せん断補強筋のない RC はりでは、鉄筋はほとんど塑性降伏せずに、コンクリートに斜めひび割れが発生し、せん断破壊に至ることが知られている。ここでは、鉄筋の塑性変形はモデル化せず、鉄筋にはヘンキー超弾性モデルを適用し、コンクリートには提案モデルの有限ひずみ損傷モデルを適用する。鉄筋とコンクリートの材料パラメータは図-8に示す通りとする。鉄筋、コンクリートともに、一般的な値を設定している。

鉄筋とコンクリートの境界面のモデル化について説明する。例題では、異形鉄筋の幾何形状を詳細にモデル化していることに加えて、節が表現できる程度の小さなメッシュサイズを与えている。これを利用して、本研究では、計測困難なパラメータを要する界面モデルや付着モデルを用いないこととし、境界面で発生する応力集中によって、境界面から損傷が発生し、付着力が徐々に消失する過程を直接的に再現する。

荷重-変位関係を図-9に示す。図中の実験結果は、著者らが数値解析と同条件で実施した供試体実験の結果である。また、参照解として、微小ひずみ解析による結

図-9 実験と解析における荷重－変位関係の比較

果も示している．実験では，最終的に荷重に抵抗できなくなるところまで計測されているが，数値解析では鉄筋の塑性変形をモデル化していないため，荷重が下がるところまでは再現できていない．その部分を除けば，数値解析結果は実験結果と概ね一致しており，また微小変形解析による結果とも一致しており，提案モデルの妥当性が見て取れる．

RC はりに生じるひび割れの分布を図-10に示す．図中の実験結果は，目視で確認された試験体表面のひび割れを描いたものである．数値解析の結果は，実験結果とほぼ同様の傾向を示している．実験結果を見ると，斜め方向にせん断ひび割れが生じている．数値解析における表面のひずみ分布にも，実験結果と同様に，斜め方向のせん断ひび割れが再現されており，提案モデルの妥当性が示されている．提案モデルをコンクリートの材料モデルに適用することで，鉄筋コンクリートのひび割れ進展挙動を再現可能であることが分かる．

図-10には，モデル内部の3次元損傷分布を可視化した結果も示している．提案モデルを用いた数値解析では，異形鉄筋の幾何形状を反映した有限要素メッシュを用いているため，部材表面から生じる損傷に加えて，鉄筋の表面から発生・進展する損傷を3次元で詳細に再現できることが見て取れる．

4. おわりに

軸方向鉄筋の座屈を考慮して，RC 部材の破壊挙動を詳細に再現するには，鉄筋とコンクリートの材料挙動を別々にモデル化したうえで，材料非線形性に加えて，幾何学的非線形性を考慮した数値解析法を適用する必要がある．本論文では，鉄筋コンクリートの有限変形解析に向けて，コンクリートの破壊力学に基づく等方性の有限ひずみ損傷モデルを定式化した．

定式化においては，まずヘンキー超弾性体の構成式を

図-10 実験と解析におけるひび割れ分布の比較

示したのち，損傷の発生モデルに用いる修正 von-Mises 基準を有限ひずみ問題に拡張した．ひび割れにおける結合力と開口変位の関係についても，有限ひずみを用いて表し，これを損傷モデルと組み合わせることで，コンクリートの破壊力学を考慮した有限ひずみ損傷モデルを定式化した．

妥当性の検証において，まず提案モデルを1次元問題に適用し，要素サイズの影響が小さいことと破壊エネルギーの再現性が高いことを示した．3次元問題でも同様に，要素分割数を変化させても，有限要素解析の結果にほとんど影響しないことを示した．最後に，せん断補強筋のないRC はりの4点曲げ試験に提案モデ

ルを適用し、実験結果と同様のひび割れを再現できることと、鉄筋コンクリートの有限変形解析に適用可能であることを示した。

今後は、鉄筋の材料モデルに有限ひずみ弾塑性モデルを適用し、本論文で示した有限ひずみ損傷モデルと組み合わせることで、材料非線形性と幾何学的非線形性の両方を考慮したRC部材の破壊シミュレーションについて、詳しく検討する予定である。

謝辞： 本研究を行うにあたり、文部科学省科学研究費補助金（研究課題：16K17549, 16H02137）の援助を受けた。

参考文献

- 1) Cundall, P. A.: A discontinuous future for numerical modelling in geomechanics, *Geotechnical Engineering*, Vol.149, pp.41-47, 2001.
- 2) Kawai, T.: New element models in discrete structural analysis, *Journal of the Society of Naval Architects of Japan*, Vol.141, pp.187-193, 1977.
- 3) Hillerborg, A., Moder, M., and Petersson, P.-E.: Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements, *Cem. Concr. Res.*, Vol.6, pp.773-782, 1976.
- 4) Wells, G. N. and Sluys, L. J.: A new method for modelling cohesive cracks using finite elements, *Int. J. Numer. Meth. Engng.*, Vol.50, pp.2667-2682, 2001.
- 5) Mos, N. and Belytschko, T.: Extended finite element method for cohesive crack growth, *Engng. Fract. Mech.*, Vol.69, pp.813-833, 2002.
- 6) Yang, Z. J. and Chen, J.: Finite element modelling of multiple cohesive discrete crack propagation in reinforced concrete beams, *Engng. Fract. Mech.*, Vol.72, pp.2280-2297, 2005.
- 7) Ooi, E. T. and Yang, Z. J.: Modelling crack propagation in reinforced concrete using a hybrid finite element-scaled boundary finite element method, *Engng. Fract. Mech.*, Vol.78, pp.252-273, 2011.
- 8) Zivaljic, N., Nikolic, Z. and Smoljanovic, H.: Computational aspects of the combined finite-discrete element method in modelling of plane reinforced concrete structures, *Engng. Fract. Mech.*, Vol.131, pp.669-686, 2014.
- 9) Melenk, J. M. and Babuska, I.: The partition of unity finite element method: Basic theory and applications, *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, Vol.139, pp.289-314, 1996.
- 10) Gasser, T. C. and Holzapfel, G. A.: Modeling 3D crack propagation in unreinforced concrete using PUFEM, *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, Vol.194, pp.2859-2896, 2005.
- 11) Gasser, T. C. and Holzapfel, G. A.: 3D Crack propagation in unreinforced concrete. A two-step algorithm for tracking 3D crack paths, *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, Vol.195, pp.5198-5219, 2006.
- 12) Rots, J. G.: Computational modeling of concrete fracture, *Ph.D. Dissertation, TU Delft*, 1988.
- 13) de Borst, R.: Fracture in quasi-brittle materials: a review of continuum damage-based approaches, *Engng. Fract. Mech.*, Vol.69, pp.95-112, 2002.
- 14) Slobbe, A. T., Hendriks, M. A. N. and Rots, J. G.: Sequentially linear analysis of shear critical reinforced concrete beams without shear reinforcement, *Finite Elements Anal. Des.*, Vol.50, pp.108-124, 2012.
- 15) Syroka-Korol, E., Tejchman, J. and Mroz, Z.: FE analysis of size effects in reinforced concrete beams without shear reinforcement based on stochastic elasto-plasticity, *Finite Elements Anal. Des.*, Vol.88, pp.25-41, 2014.
- 16) Baant, Z. P. and Pijaudier-Cabot, G.: Nonlocal damage, localization instability and convergence, *J. Appl. Mech.*, Vol.55, pp.287-293, 1988.
- 17) Peerlings, R. H. J., de Borst, R., Brekelmans, W. A. M. and de Vree, J. H. P.: Gradient enhanced damage for quasi-brittle materials, *Int. J. Numer. Meth. Engng.*, Vol.39, pp.3391-3403, 1996.
- 18) Kuhl, E., Ramm, E. and de Borst, R.: An anisotropic gradient damage model for quasi-brittle materials, *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, Vol.183, pp.87-103, 2000.
- 19) Giry, C., Dufour, F. and Mazars, J.: Stress-based nonlocal damage model, *Int. J. Solids Struct.*, Vol.48, pp.3431-3443, 2011.
- 20) Rabczuk, T. and Belytschko, T.: Application of particle methods to static fracture of reinforced concrete structures, *Int. J. Fract.*, Vol.137, pp.19-49, 2006.
- 21) Rabczuk, T., Zi, G., Bordas, S. and Nguyen-Xuan, H.: A geometrically non-linear three-dimensional cohesive crack method for reinforced concrete structures, *Engng. Fract. Mech.*, Vol.75, pp.4740-4758, 2008.
- 22) 伊佐治 優, 山本佳士, 中村 光, 三浦泰人: 有限回転を考慮した3次元RBSMによるコンクリート材料のポストピーク挙動解析, コンクリート工学年次論文集, Vol.38, No.2, pp.91-96, 2016.
- 23) Dhakal, R. P. and Maekawa, K.: Geometrical nonlinearity on collapse of reinforced concrete piers, *J. Mater., Conc. Struct., Pavements, JSCE*, No.676/V-51, pp.135-147, 2001.
- 24) 車谷麻緒, 寺田 賢二郎, 加藤準治, 京谷孝史, 樫山和男: コンクリートの破壊力学に基づく等方性損傷モデルの定式化とその性能評価, 日本計算工学会論文集, Vol.2013, pp.20130015.
- 25) 車谷麻緒, 根本優輝, 岡崎 慎一郎, 廣瀬壮一: 異形鉄筋周辺のコンクリートに形成する内部ひび割れモードの再現シミュレーション, 日本計算工学会論文集, Vol.2014, pp.20140604.
- 26) de Vree, J. H. P., Brekelmans, W. A. M. and van Gils, M. A. J.: Comparison of nonlocal approaches in continuum damage mechanics, *Comput. Struct.*, Vol.55, pp.581-588, 1995.
- 27) Drucker, D. C. and Prager, W.: Soil mechanics and plasticity analysis of limit design, *Quart. J. Appl. Math.*, Vol.10, pp.157-162, 1952.
- 28) 寺田 賢二郎 (監訳): 非線形有限要素法 ― 弾塑性解析の理論と実践, 森北出版, 2012.

(2016. 6. 23 受付)

A FINITE STRAIN ISOTROPIC DAMAGE MODEL FOR CONCRETE BASED ON FRACTURE MECHANICS AND MODIFIED VON-MISES CRITERION

Mao KURUMATANI, Shunitsu ABE, Yuto SOMA and Kenjiro TERADA

This paper presents a finite strain isotropic damage model for finite deformation FE analyses of crack propagations in concrete and reinforced concrete. The modified von-Mises criterion is extended to finite deformation problem for evaluating damage. The evolution of the damage variables is defined as the traction – separation law which is based on fracture mechanics for concrete. We first show the formulation of the proposed finite strain damage model with the modified von-Mises criterion. Several numerical experiments are presented for verification and validation of the proposed model. The mesh sensitivity in crack propagation FE analyses is verified in 1-D and 3-D problems. The FE numerical results with the damage model are then compared with the own experimental test results of 4-point bend test of RC beam without shear reinforcements.