凍結した多孔質体の面外波動解析のための 演算子積分時間領域境界要素法

古川陽¹・斎藤隆泰²・廣瀬壮一³

¹正会員 博(工) 東京工業大学助教 環境・社会理工学院 土木・環境工学系 (〒152-8552 東京都目黒区大岡山 2-12-1)
E-mail: furukawa.a.aa@m.titech.ac.jp

²正会員 博(工) 群馬大学准教授 大学院理工学府 環境創生部門 (〒376-8515 群馬県桐生市天神町 1-5-1)

³正会員 工博 東京工業大学教授 環境・社会理工学院 土木・環境工学系 (〒152-8552 東京都目黒区大岡山 2-12-1)

メタンハイドレートを含む海底地層は、岩盤、間隙流体、ハイドレートによって構成される三相体として考えることができる。本論文では、この様な三相体の力学モデルとして知られている凍結した多孔質体を対象に、面外波動解析のための境界要素法を提案する。提案手法は、陰的 Runge-Kutta 法に基づく演算子積分法を援用した時間領域境界要素法であり、凍結した多孔質体の内部に存在する介在物による入射波の散乱問題への適用を想定している。数値解析例では、氷飽和度が母材と異なる介在物に対して入射波の散乱解析を行い、S2 波がこのような介在物を探索する上で重要な役割を果たすことを確認した。

Key Words: Time-domain BEM, Convolution quadrature method, Frozen porous media, SH-wave, Wave scattering

1. はじめに

現在、海底に存在する石油等の資源を探索することを目的とした海底地層の調査が行われており、弾性波はこの様な調査に広く利用されている。海底地層は、多孔質構造を有する岩盤・岩石と間隙流体によって構成される二相体として考えることができる。この様な二相体に対する力学モデルとして、Biot による飽和多孔質弾性体の力学モデル¹⁾が提案されており、海底地層を対象とした波動解析に適用されている。近年、この海底地層にガスハイドレート的一种であるメタンハイドレートの存在が確認され、石油や天然ガスに代わる新たなエネルギー資源として注目を集めている。

メタンハイドレートを含む海底地層は、岩盤・岩石、間隙流体、ハイドレートによって構成される三相体として考えることができる。この様な三相体の力学モデルとして、凍結した多孔質体 (frozen porous media) が提案されている²⁾。凍結した多孔質体の力学モデルは、Biot による飽和多孔質体の力学モデルの拡張として知られており、メタンハイドレートを含む海底地層の波動問題に対する適用例がいくつか報告されている。例えば、凍結した多孔質体内部の単純な波動伝播現象の数値シミュレーションは、格子法によって実現されている^{3),4)}。また、この他にも、材料特性の異なる凍結した多孔質体同士の界面における反射・透過現象に伴うエネルギー分配とその周波数依存性に関する考察⁵⁾や、凍結した多孔質体内部を伝播する波動の散逸特性とハイドレー

ト調査坑において実験的に得られた観測波形の散逸特性の比較⁶⁾が行われている。しかしながら、凍結した多孔質体を対象とした波動散乱問題の数値解析手法に関しては、ほとんど研究例が報告されていない。

波動問題に対する有効な数値解析手法として、境界要素法が広く知られている。境界要素法は、物体の境界のみの離散化で数値解を得ることができ、無限領域を容易に取り扱うことができる。時間領域境界要素法は、近年提案された演算子積分時間領域境界要素法⁷⁾の登場により、その適用範囲を広げつつある。演算子積分時間領域境界要素法は、時間領域の境界積分方程式に含まれる畳み込み積分に、演算子積分法⁸⁾を適用した解析手法である。演算子積分法を用いることで、時間領域基本解が不要となり、その代わりに Laplace 像空間における基本解が必要となる。これにより、分散性・散逸性を有する波動の散乱問題を対象とした境界要素解析において困難とされてきた時間領域基本解の陽的な表現が不要となり、このような波動を対象とした問題の時間領域での解析を実現している。著者らの研究グループでは、これまで演算子積分時間領域境界要素法を、粘弾性体^{9),10)}や飽和多孔質弾性体^{11),12)}の波動問題に適用し、その有効性を検証してきた。

この様な背景を踏まえ、本論文では、凍結した多孔質体の面外波動問題に対して演算子積分時間領域境界要素法を適用し、その有効性を検証する。また、提案手法を用いた散乱解析を行い、面外波動のハイドレート濃縮帯の探索への適用可能性について検討する。な

お、これ以降の本論文の構成は、以下に示す通りである．はじめに、凍結した多孔質体の基礎理論と面外波動の伝播特性についてまとめる．次に、演算子積分時間領域境界要素法による散乱解析の定式化および離散化について述べる．その後、数値解析例として、提案手法の検証結果と散乱解析の結果を示す．最後に、本論文のまとめ、散乱解析によって得られた知見をまとめ、今後の課題を述べる．以下では、特に断りのない限り、1つの項の中に繰り返し現れる下付き添え字に対して総和規約を適用する．また、ギリシャ文字による下付き添え字は1,2をとるものとする．

2. 凍結した多孔質体

本節では、凍結した多孔質体の力学モデルについて説明する．はじめに力学モデルの概要をまとめ、次に面外波動解析のための基礎式および面外波動の特性方程式を導出する．その後、凍結した多孔質体を伝播する面外波動の性質について、具体例を挙げて説明する．

(1) 力学モデルの概要

本研究では、凍結した多孔質体の力学モデルとして、frozen porous media²⁾を用いる．Frozen porous mediaは、Biotによる二相体モデルの拡張として知られる三相体モデルであり、図-1に示す様に、固体骨格部、間隙流体、氷骨格部によって構成される．このとき、固体骨格部および氷骨格部は多孔質構造を有するものとし、メタンハイドレートを含む海底地層を取り扱う場合、氷骨格部がメタンハイドレートに対応する．この三相体モデルでは、Biotによる二相体モデルと同様に、各相に生じる変位とそれらの相互作用を考慮することができる．なお、本論文では、固体骨格部および氷骨格部の力学的性質と間隙流体の浸透性に関して、等方性を仮定する．

本論文に示す定式化において、固体骨格部、間隙流体、氷骨格部の体積比をそれぞれ ϕ_s, ϕ_w, ϕ_i で表現する．このとき、これらの体積比に関して、以下の関係式が成り立つ．

$$\phi_s + \phi_w + \phi_i = 1 \quad (1)$$

また、凍結した多孔質体において、固体骨格部の間隙部分における氷骨格部の体積割合を氷飽和度 I' と呼び、次式で定義する．

$$I' = \frac{\phi_i}{1 - \phi_s} = \frac{\phi_i}{\phi_w + \phi_i}; 0 < I' < 1 \quad (2)$$

なお、氷飽和度 I' の値が大きいとき、固体骨格部の間隙における氷骨格部の割合が大きいことを表す．すなわち、氷飽和度 I' の値が大きい程、対象とする海底地層にハイドレートが多く存在することを意味する．

図-1 凍結した多孔質体を構成する固体骨格部 (solid skeleton), 間隙流体 (pore fluid), 氷骨格部 (ice matrix)

(2) 面外波動解析のための基礎式

凍結した多孔質体の構成方程式および運動方程式は、これまで多くの文献にまとめられている．本論文では、文献⁴⁾に示す基礎式を用いて導出した面外波動問題に関する基礎式を示す．

凍結した多孔質体の面外波動問題に対する運動方程式は、Laplace 像空間において、次式で与えられる．

$$\begin{bmatrix} \hat{H}^{(1,1)} & \hat{H}^{(1,3)} \\ \hat{H}^{(3,1)} & \hat{H}^{(3,3)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \hat{u}^{(1)} \\ \hat{u}^{(3)} \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} \hat{b}^{(1)} \\ \hat{b}^{(3)} \end{Bmatrix} \quad (3)$$

ここに、 $(\hat{\cdot})$ は Laplace 像空間における物理量を表し、 $\hat{u}^{(1)}$ および $\hat{u}^{(3)}$ は固体骨格部および氷骨格部に生じる面外方向変位、 $\hat{b}^{(1)}$ および $\hat{b}^{(3)}$ は固体骨格部および氷骨格部に作用する物体力の面外方向成分を表す．また、

$$\hat{H}^{(p,q)} = \hat{M}^{(p,q)} \partial_\alpha \partial_\alpha - \hat{\Phi}^{(p,q)}; p, q = 1, 3 \quad (4)$$

であり、 ∂_α は x_α に関する偏微分を表す．なお、式 (3) から明らかな様に、凍結した多孔質体では、面外波動の伝播によって間隙流体の圧力 p は変動しない．これは Biot による二相体モデルにおける面外波動と同様の性質であるが、間隙流体の影響は運動方程式を構成する係数 $\hat{M}^{(p,q)}$ および $\hat{\Phi}^{(p,q)}$ に含まれる．

式 (4) において、 $\hat{M}^{(p,q)}$ は凍結した多孔質体のせん

断弾性係数を表す。本論文では、以下に示す表示式を用いて、これらの係数を与える。なお、これらの係数は、Biot による二相体モデルにおける弾性係数の物理的解釈¹³⁾をもとに、導出されている²⁾。

$$\hat{M}^{(1,1)} = \left\{ (1 - g^{(1)})\phi_s \right\}^2 \hat{\mu}_{av} + \mu_m^{(1)} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \hat{M}^{(1,3)} &= \hat{M}^{(3,1)} \\ &= \frac{1}{2} \left\{ (1 - g^{(1)})\phi_s \right\} \left\{ (1 - g^{(3)})\phi_i \right\} \hat{\mu}_{av} \end{aligned} \quad (6)$$

$$\hat{M}^{(3,3)} = \left\{ (1 - g^{(3)})\phi_i \right\}^2 \hat{\mu}_{av} + \mu_m^{(3)} \quad (7)$$

ここに、 $\mu_m^{(1)}$ および $\mu_m^{(3)}$ は、固体骨格部および氷骨格部のせん断弾性係数を表す。また、

$$g^{(1)} = \frac{\mu_m^{(1)}}{\phi_s \mu_s} \quad (8)$$

$$g^{(3)} = \frac{\mu_m^{(3)}}{\phi_i \mu_i} \quad (9)$$

であり、 μ_s および μ_i は、固体骨格部および氷骨格部を構成する材料のせん断弾性係数を表す。さらに、 $\hat{\mu}_{av}$ は次式で与えられる複素せん断弾性係数である。

$$\hat{\mu}_{av} = \left\{ \frac{(1 - g^{(1)})\phi_s}{\mu_s} + \frac{\phi_w}{s\eta} + \frac{(1 - g^{(3)})\phi_i}{\mu_i} \right\}^{-1} \quad (10)$$

ここに、 s は Laplace パラメータ、 η は間隙流体の粘性係数を表す。なお、 $\hat{\mu}_{av}$ は三相体を構成する 2 種類の固体骨格部をばね、間隙流体をダッシュポットと考えた場合の Maxwell の粘弾性モデルにおける複素弾性係数に対応している³⁾。式 (10) において、 $\eta = 0$ とすれば $\hat{\mu}_{av} = 0$ となる。このことから、係数 $\hat{\mu}_{av}$ は、間隙流体の粘性によって生じるせん断応力の影響を表す係数であることが確認できる。

式 (4) に含まれるもうひとつの係数 $\hat{\Phi}^{(p,q)}$ は、次式で与えられる。

$$\hat{\Phi}^{(p,q)} = \hat{E}^{(p,q)} - \frac{\hat{E}^{(p,w)} \hat{E}^{(2,q)}}{\hat{E}^{(2,w)}}; \quad p, q = 1, 3 \quad (11)$$

ここに、

$$\begin{aligned} \hat{E}^{(1,1)} &= \left\{ \rho^{(1,1)} + (1 - I)\rho^{(1,2)} \right\} s^2 \\ &\quad + \left(Ib^{(1,2)} + b^{(1,3)} \right) s \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \hat{E}^{(1,3)} &= \left(\rho^{(1,3)} + I\rho^{(1,2)} \right) s^2 \\ &\quad - \left(Ib^{(1,2)} + b^{(1,3)} \right) s \end{aligned} \quad (13)$$

$$\hat{E}^{(1,w)} = \rho^{(1,2)} s^2 - b^{(1,2)} s \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \hat{E}^{(2,1)} &= \left\{ \rho^{(1,2)} + (1 - I)\rho^{(2,2)} \right\} s^2 \\ &\quad - \left\{ Ib^{(1,2)} - (1 - I)b^{(2,3)} \right\} s \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \hat{E}^{(2,3)} &= \left(\rho^{(2,3)} + I\rho^{(2,2)} \right) s^2 \\ &\quad + \left\{ Ib^{(1,2)} - (1 - I)b^{(2,3)} \right\} s \end{aligned} \quad (16)$$

$$\hat{E}^{(2,w)} = \rho^{(2,2)} s^2 + \left(b^{(1,2)} + b^{(2,3)} \right) s \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \hat{E}^{(3,1)} &= \left\{ \rho^{(1,3)} + (1 - I)\rho^{(2,3)} \right\} s^2 \\ &\quad - \left\{ b^{(1,3)} + (1 - I)b^{(2,3)} \right\} s \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \hat{E}^{(3,3)} &= \left(\rho^{(3,3)} + I\rho^{(2,3)} \right) s^2 \\ &\quad + \left\{ b^{(1,3)} + (1 - I)b^{(2,3)} \right\} s \end{aligned} \quad (19)$$

$$\hat{E}^{(3,w)} = \rho^{(2,3)} s^2 - b^{(2,3)} s \quad (20)$$

である。ただし、 I は凍結した多孔質体の全ての骨格部分（間隙流体以外の部分）における氷骨格部の体積比を表し、次式で与えられる。

$$I = \frac{\phi_i}{\phi_s + \phi_i} = \frac{(1 - \phi_s)I'}{\phi_s + (1 - \phi_s)I'}; \quad 0 < I < 1 - \phi_s \quad (21)$$

また、換算密度 $\rho^{(p,q)}$ は各相の密度や間隙の幾何形状を表すパラメータを用いて、抵抗係数 $b^{(p,q)}$ （ただし、 $b^{(1,3)}$ を除く）は間隙流体の粘性係数や浸透率を用いて算出される⁴⁾。なお、抵抗係数 $b^{(1,3)}$ は、固体骨格部と氷骨格部の相互作用による散逸の影響を表しており、多くの場合、この係数はゼロとして取り扱われている。これは、抵抗係数 $b^{(1,3)}$ と他の材料パラメータの関係式が十分に確立されていないためであると考えられる。また、既往の研究では、抵抗係数 $b^{(1,3)}$ が波動の伝播・散乱に及ぼす影響についても、十分に検討されていない。そのため、本論文では、次節以降で、波動問題における抵抗係数 $b^{(1,3)}$ の影響について考察することとする。

(3) 面外波動に対する特性方程式

式 (3) に示す運動方程式をもとに、凍結した多孔質体を伝播する面外波動の特性方程式を導出する。凍結した多孔質体を伝播する平面波は、Laplace 像空間において、次式で与えられる。

$$\begin{Bmatrix} \hat{u}^{(1)} \\ \hat{u}^{(3)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \hat{U}^{(1)} e^{ikp_\alpha x_\alpha} \\ \hat{U}^{(3)} e^{ikp_\alpha x_\alpha} \end{Bmatrix} \quad (22)$$

ここに、 $\hat{U}^{(1)}$ および $\hat{U}^{(3)}$ は平面波の振幅、 k は平面波の波数である。また、 p_α は平面波の伝播方向を表す単位ベクトルであり、 i は虚数単位、 e は自然対数の底を表す。式 (3) に示す運動方程式において、物体力成分をゼロと仮定し、式 (22) に示す平面波の表示式を代入する。その結果として得られる方程式の非自明解を考えれば、以下に示す特性方程式を得る。

$$Pk^4 + Qk^2 + T = P(k^2 + S_1^2)(k^2 + S_2^2) = 0 \quad (23)$$

ただし、

$$P = \hat{M}^{(1,1)} \hat{M}^{(3,3)} - \hat{M}^{(1,3)} \hat{M}^{(3,1)} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} Q &= \hat{M}^{(1,1)} \hat{\Phi}^{(3,3)} + \hat{M}^{(3,3)} \hat{\Phi}^{(1,1)} \\ &\quad - \hat{M}^{(1,3)} \hat{\Phi}^{(3,1)} - \hat{M}^{(3,1)} \hat{\Phi}^{(1,3)} \end{aligned} \quad (25)$$

$$T = \hat{\Phi}^{(1,1)} \hat{\Phi}^{(3,3)} - \hat{\Phi}^{(1,3)} \hat{\Phi}^{(3,1)} \quad (26)$$

図-2 氷飽和度 I' および抵抗係数 $b^{(1,3)}$ の変化に伴う S1 波および S2 波の位相速度の変化 ($f = 100$ [Hz]; $b^{(1,3)} = 0, 10^3, 10^5, 10^7$ [Pa·s/m²])

である．なお，係数 S_1, S_2 は共に複素数となり，以下に示す条件を満たすものを解として選択する．

$$\text{Im}[S_1] > 0, \text{Im}[S_2] > 0 : \text{Im}[s] > 0 \quad (27)$$

$$\text{Im}[S_1] < 0, \text{Im}[S_2] < 0 : \text{Im}[s] < 0 \quad (28)$$

このとき，上述の条件を満たす式 (23) の解は 2 つ存在する．そのため，凍結した多孔質体を伝播する面外波動の伝播モードは 2 種類存在し，それらは S1 波および S2 波と呼ばれる．また，係数 S_1, S_2 が複素数になることから，これらの波動は，粘弾性体や飽和多孔質弾性体を伝播する波動と同様に，分散性・散逸性を示すことがわかる．これらの波動の位相速度および Q 値は，次式で与えられる．

$$c_\alpha = \frac{2\pi f}{\text{Re}[k_\alpha]}; \alpha = 1, 2 \quad (29)$$

$$Q_\alpha = \frac{1}{2} \frac{\text{Re}[k_\alpha]}{\text{Im}[k_\alpha]}; \alpha = 1, 2 \quad (30)$$

ここに， $k_\alpha = iS_\alpha$ であり， f は周波数を表す．なお， Q 値は波動のエネルギー散逸による影響を表し，その値が小さい程，散逸の影響が大きくなることを意味する．

(4) 面外波動の伝播特性

式 (23) に示した面外波動に対する特性方程式を解き，面外波動の伝播特性について考察を行う．ここでは，文献³⁾に示す砂岩を対象に，周波数を $f = 100$ [Hz] とし，氷飽和度 I' および抵抗係数 $b^{(1,3)}$ の変化に伴う位相速度および Q 値の変化を示す．なお，本論文では，上述した基礎式における Laplace パラメータに $s = -2\pi if$ を代入することで，周波数領域の解析を行うこととする．

氷飽和度 I' および抵抗係数 $b^{(1,3)}$ を変化させた場合の位相速度の変化を図-2 に示す．この結果から，氷飽和度 I' の増大に伴って，S1 波および S2 波の位相速度が増大していることが確認できる．また，S1 波の位相

図-3 氷飽和度 I' および抵抗係数 $b^{(1,3)}$ の変化に伴う S1 波および S2 波の Q 値の変化 ($f = 100$ [Hz]; $b^{(1,3)} = 0, 10^3, 10^5, 10^7$ [Pa·s/m²])

図-4 S1 波および S2 波の伝播モード ($I' = 0.5$; $f = 100$ [Hz]; $b^{(1,3)} = 0$ [Pa·s/m²])

速度の変化は小さいが，S2 波の位相速度の変化は大きいことがわかる．一方，抵抗係数 $b^{(1,3)}$ の変化に対して，S1 波は大きな影響を受けないが，S2 波は抵抗係数 $b^{(1,3)}$ が大きくなると，位相速度が急激に低下する傾向が確認された．

図-3 には，氷飽和度 I' および抵抗係数 $b^{(1,3)}$ の変化に伴う S1 波および S2 波の Q 値の変化の様子を示す．この結果から，いずれの場合においても，S1 波の Q 値が S2 波の Q 値よりも大きく，S1 波の伝播において，散逸の影響が小さいことがわかる．一方，抵抗係数 $b^{(1,3)}$ の増大に伴い，S2 波の Q 値は非常に小さな値をとり，伝播に伴うエネルギー散逸が大きくなることが確認できる．

図-4 に，氷飽和度を $I' = 0.5$ ，抵抗係数を $b^{(1,3)} = 0$ [Pa·s/m²] とした場合の， x_1 軸方向に伝播する S1 波および S2 波の伝播モードを示す．同図において，(a) は S1 波，(b) は S2 波の伝播モードを示している．この結果から，S1 波は固体骨格部，氷骨格部の両方で同位相

図-5 S1 波および S2 波の伝播モード ($I' = 0.9$; $f = 100$ [Hz]; $b^{(1,3)} = 10^3$ [Pa·s/m²])

図-7 S1 波および S2 波の伝播モード ($I' = 0.9$; $f = 100$ [Hz]; $b^{(1,3)} = 10^7$ [Pa·s/m²])

図-6 S1 波および S2 波の伝播モード ($I' = 0.9$; $f = 100$ [Hz]; $b^{(1,3)} = 10^5$ [Pa·s/m²])

の変位が生じる伝播モードであるが、S2 波は氷骨格部の変位が卓越し、固体骨格部にはほとんど変位が生じない伝播モードであることが確認できる。また、同図に示す結果では、抵抗係数を $b^{(1,3)} = 0$ [Pa·s/m²] としているため、散逸の影響が非常に小さいこともわかる。一方で、図-5, 6, 7 には、氷飽和度を $I' = 0.9$ とし、固体骨格部と氷骨格部の抵抗係数を $b^{(1,3)} = 10^3, 10^5, 10^7$ [Pa·s/m²] と変化させた場合の波動の伝播モードを示す。これらの図においても、(a) は S1 波、(b) は S2 波の伝播モードを示している。これらの結果から、抵抗係数 $b^{(1,3)}$ が大きくなる程、S2 波の伝播における散逸の影響が大きくなる様子が確認できる。また、図-6 では、S1 波の伝播モードに関して、固体骨格部と氷骨格部の変位の位相にずれが生じていることがわかる。さらに、図-7 では、S1 波の固体骨格部と氷骨格部の変位は一致し、これらはひとつの骨格部を形成し、変位する様子が確認できる。以上の結果から、抵抗係数 $b^{(1,3)}$ が波動伝播に及ぼす影響は大きいと考えられる。この点については、後述する数値解析例においても考察の対象とする。

図-8 凍結した多孔質体内部の介在物による入射波の散乱問題

3. 演算子積分時間領域境界要素法

本節では、提案する演算子積分時間領域境界要素法について説明する。はじめに、対象とする問題について述べ、次に、時間領域境界積分方程式とその離散化手法について説明する。その後、解析に用いる Laplace 像空間における基本解および二重層核を示す。

(1) 対象とする問題と時間領域境界積分方程式

図-8 に示す様な、凍結した多孔質体内部の介在物による入射波の散乱問題を考える。同図において、閉じた領域 V_1 および無限領域 V_2 は、材料特性の異なる凍結した多孔質体で構成され、その境界 S は滑らかなものとする。また、領域内部は静止過去の条件を満足するものとする。本論文では、以下に示す一般化変位 $q_{d;\alpha}$ および一般化表面力 $s_{d;\alpha}$ を用いて、時間領域境界積分方程式を記述する。

$$\{q_{d;\alpha}(\mathbf{x}, t)\} = \begin{Bmatrix} u_d^{(1)}(\mathbf{x}, t) \\ u_d^{(3)}(\mathbf{x}, t) \end{Bmatrix} \quad (31)$$

$$\{s_{d;\alpha}(\mathbf{x}, t)\} = \begin{Bmatrix} t_d^{(1)}(\mathbf{x}, t) \\ t_d^{(3)}(\mathbf{x}, t) \end{Bmatrix} \quad (32)$$

ただし、下付き添え字 $d (= 1, 2)$ は領域 V_d に関する物理量を表す指標であり、 $u_d^{(1)}$ および $u_d^{(3)}$ は、領域 V_d における固体骨格部および氷骨格部の面外方向変位を表す。また、 $t_d^{(1)}$ および $t_d^{(3)}$ は、領域 V_d における固体骨格部と氷骨格部の表面力の面外方向成分を表す。さらに、境界 S における単位法線ベクトル $n_{d;\alpha}$ は、

$$n_{1;\alpha}(\mathbf{y}) = -n_{2;\alpha}(\mathbf{y}) \quad (33)$$

を満足し、境界条件は、次式で与えられるものとする。

$$q_{1;\beta}(\mathbf{y}, t) = q_{2;\beta}(\mathbf{y}, t) \quad (34)$$

$$s_{1;\beta}(\mathbf{y}, t) = -s_{2;\beta}(\mathbf{y}, t) \quad (35)$$

ただし、式 (33)–(35) において、 $\mathbf{y} \in S$ である。

上述の問題に対して、領域 V_1 における時間領域境界積分方程式は、次式で与えられる。

$$\begin{aligned} C_1(\mathbf{x})q_{1;\alpha}(\mathbf{x}, t) &= \int_S U_{1;\alpha\beta}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t) * s_{1;\beta}(\mathbf{y}, t) dS(\mathbf{y}) \\ &\quad - \int_S W_{1;\alpha\beta}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t) * q_{1;\beta}(\mathbf{y}, t) dS(\mathbf{y}) \end{aligned} \quad (36)$$

ここに、 $*$ は時間に関する畳み込み積分を表す。一方、領域 V_2 における時間領域境界積分方程式は、以下の式で表現される。

$$\begin{aligned} C_2(\mathbf{x})q_{2;\alpha}(\mathbf{x}, t) &= q_{2;\alpha}^{\text{in}}(\mathbf{x}, t) \\ &\quad + \int_S U_{2;\alpha\beta}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t) * s_{2;\beta}(\mathbf{y}, t) dS(\mathbf{y}) \\ &\quad - \int_S W_{2;\alpha\beta}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t) * q_{2;\beta}(\mathbf{y}, t) dS(\mathbf{y}) \end{aligned} \quad (37)$$

ここに、 $q_{2;\alpha}^{\text{in}}$ は領域 V_2 に存在する入射波による一般化変位を表す。また、上述の時間領域境界積分方程式において、 C_d は自由項¹⁴⁾を表し、以下の式で与えられる。

$$C_d(\mathbf{x}) = \begin{cases} 1 & : \mathbf{x} \in V_d \\ 1/2 & : \mathbf{x} \in S \\ 0 & : \mathbf{x} \notin V_d, \mathbf{x} \notin S \end{cases} \quad (38)$$

さらに、 $U_{d;\alpha\beta}$ および $W_{d;\alpha\beta}$ は、領域 V_d における凍結した多孔質体の面外波動問題に対する時間領域基本解および二重層核を表す。なお、凍結した多孔質体の時間領域における基本解および二重層核は、粘弾性体や飽和多孔質弾性体の波動問題と同様に、位相速度および Q 値の周波数依存性が特別な場合を除いて、解析的に表現することは困難である。そのため、本論文では、次節に示す様に演算子積分法を援用した離散化によって、散乱問題の解析を試みる。

(2) 時間領域境界積分方程式の離散化

式 (36), (37) に示す時間領域境界積分方程式の空間および時間に関する離散化について説明する。空間に関する離散化には、選点法を用いる。このとき、境界 S は

N_e 個の一定要素 S^N ($N = 1, 2, \dots, N_e$) に分割し、要素内の一般化変位および一般化表面力は、要素の図心位置 $\mathbf{x}^N$ ($N = 1, 2, \dots, N_e$) における値と要素内一定の補間関数によって表現する。また、時間に関する離散化には、陰的 Runge-Kutta 法に基づく演算子積分法^{15),16)}を用いる。

上述の離散化手法を式 (36), (37) に示す時間領域境界積分方程式に適用し、式 (34), (35) で与えられる境界条件を用いて整理すれば、以下に示す代数方程式を得る。

$$\begin{aligned} &\sum_{N=1}^{N_e} \begin{bmatrix} \bar{B}_{1;\alpha\beta;ij}^{MN;0} & -A_{1;\alpha\beta;ij}^{MN;0} \\ \bar{B}_{2;\alpha\beta;ij}^{MN;0} & A_{2;\alpha\beta;ij}^{MN;0} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_{1;\beta;j}^{N;n} \\ s_{1;\beta;j}^{N;n} \end{Bmatrix} \\ &= \begin{Bmatrix} \{0\} \\ q_{2;\alpha;i}^{\text{in};M;n} \end{Bmatrix} \\ &\quad - \sum_{k=0}^{n-1} \sum_{N=1}^{N_e} \begin{bmatrix} \bar{B}_{1;\alpha\beta;ij}^{MN;n-k} & -A_{1;\alpha\beta;ij}^{MN;n-k} \\ \bar{B}_{2;\alpha\beta;ij}^{MN;n-k} & A_{2;\alpha\beta;ij}^{MN;n-k} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_{1;\beta;j}^{N;k} \\ s_{1;\beta;j}^{N;k} \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (39)$$

ただし、 $\{0\}$ は零ベクトルを表し、各指標は以下に示す値をとる。

$$n = 0, 1, \dots, N_t - 1 \quad (40)$$

$$M = 1, 2, \dots, N_e \quad (41)$$

$$i, j = 1, 2, \dots, N_s \quad (42)$$

ここに、 N_t は時間ステップの総数、 N_s は陰的 Runge-Kutta 法における段数を表す。また、式 (39) に示す代数方程式において、係数行列の成分は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} &A_{d;\alpha\beta;ij}^{MN;n} \\ &= \frac{\mathcal{R}^{-n}}{L} \sum_{l=0}^{L-1} \left[\sum_{\nu=1}^{N_s} \hat{A}_{d;\alpha\beta}^N(\mathbf{x}^M, s_{l;\nu}) E_{ij}(s_{l;\nu}, z_l, \Delta t) \right] e^{-2\pi i \frac{n_l}{L}} \end{aligned} \quad (43)$$

$$\bar{B}_{d;\alpha\beta;ij}^{MN;n} = \frac{1}{2} \delta_{MN} \delta_{\alpha\beta} \delta_{ij} \delta_{n0} + B_{d;\alpha\beta;ij}^{MN;n} \quad (44)$$

$$\begin{aligned} &B_{d;\alpha\beta;ij}^{MN;n} \\ &= \frac{\mathcal{R}^{-n}}{L} \sum_{l=0}^{L-1} \left[\sum_{\nu=1}^{N_s} \hat{B}_{d;\alpha\beta}^N(\mathbf{x}^M, s_{l;\nu}) E_{ij}(s_{l;\nu}, z_l, \Delta t) \right] e^{-2\pi i \frac{n_l}{L}} \end{aligned} \quad (45)$$

ここに、 δ_{ij} は Kronecker デルタを表し、 $\hat{A}_{d;\alpha\beta}^N$ および $\hat{B}_{d;\alpha\beta}^N$ は、対象とする問題の Laplace 像空間における境界要素解析で用いる影響関数を表し、次式で与えられる。

$$\hat{A}_{d;\alpha\beta}^N(\mathbf{x}, s) = \int_{S^N} \hat{U}_{d;\alpha\beta}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, s) dS(\mathbf{y}) \quad (46)$$

$$\hat{B}_{d;\alpha\beta}^N(\mathbf{x}, s) = \int_{S^N} \hat{W}_{d;\alpha\beta}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, s) dS(\mathbf{y}) \quad (47)$$

ここに、 $\hat{U}_{d;\alpha\beta}$ および $\hat{W}_{d;\alpha\beta}$ は、凍結した多孔質体の面外波動問題に対する Laplace 像空間における基本解および二重層核を表す。なお、式 (43), (45) において、 $\mathcal{R}$

および z_l は、次式で与えられる。

$$\mathcal{R} = \epsilon^{\frac{1}{2L}} \quad (48)$$

$$z_l = \mathcal{R} e^{2\pi i \frac{l}{L}} \quad (49)$$

ここに、 ϵ は、演算子積分法における誤差パラメータである。さらに、 $s_{l;\nu}$ および E_{ij} は文献¹⁶⁾に示されている固有値 λ_β^l および $E_\beta(\zeta_l)$ に対応する。

(3) Laplace 像空間における基本解・二重層核

凍結した多孔質体の面外波動問題に対する Laplace 像空間における基本解は、以下に示す偏微分方程式によって与えられる。

$$\begin{bmatrix} \hat{H}^{(1,1)} & \hat{H}^{(1,3)} \\ \hat{H}^{(3,1)} & \hat{H}^{(3,3)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{U}_{11}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, s) & \hat{U}_{12}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, s) \\ \hat{U}_{21}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, s) & \hat{U}_{22}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, s) \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \delta(\mathbf{x} - \mathbf{y}) & 0 \\ 0 & \delta(\mathbf{x} - \mathbf{y}) \end{bmatrix} \quad (50)$$

ここに、 $\mathbf{x}$ および $\mathbf{y}$ は観測点および源点であり、 $\delta(\cdot)$ はデルタ関数を表す。なお、この偏微分方程式において、領域を表す下付き指標 d は省略している。式 (50) を解くことで、以下に示す基本解が得られる。

$$\hat{U}_{\alpha\beta}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, s) = \frac{1}{2\pi P} \{ \alpha_{\alpha\beta} K_0(S_1 r) - \beta_{\alpha\beta} K_0(S_2 r) \} \quad (51)$$

ここに、 $r = |\mathbf{x} - \mathbf{y}|$ であり、 P は式 (24) に示す係数である。また、 $K_n(\cdot)$ は n 次の第 2 種変形 Bessel 関数を表し、 $\alpha_{\alpha\beta}$ および $\beta_{\alpha\beta}$ は次式で与えられる。

$$[\alpha_{\alpha\beta}] = \frac{1}{S_2^2 - S_1^2} \times \begin{bmatrix} -\hat{M}^{(3,3)} S_1^2 + \hat{\Phi}^{(3,3)} & \hat{M}^{(1,3)} S_1^2 - \hat{\Phi}^{(1,3)} \\ \hat{M}^{(3,1)} S_1^2 - \hat{\Phi}^{(3,1)} & -\hat{M}^{(1,1)} S_1^2 + \hat{\Phi}^{(1,1)} \end{bmatrix} \quad (52)$$

$$[\beta_{\alpha\beta}] = \frac{1}{S_2^2 - S_1^2} \times \begin{bmatrix} -\hat{M}^{(3,3)} S_2^2 + \hat{\Phi}^{(3,3)} & \hat{M}^{(1,3)} S_2^2 - \hat{\Phi}^{(1,3)} \\ \hat{M}^{(3,1)} S_2^2 - \hat{\Phi}^{(3,1)} & -\hat{M}^{(1,1)} S_2^2 + \hat{\Phi}^{(1,1)} \end{bmatrix} \quad (53)$$

基本解に対応する二重層核は、基本解 $\hat{U}_{\alpha\gamma}$ と表面力作用素 $\hat{B}_{\beta\gamma}^{\mathbf{y}}$ を用いて以下の様に表現できる。

$$\hat{W}_{\alpha\beta}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, s) = \hat{B}_{\beta\gamma}^{\mathbf{y}} \hat{U}_{\alpha\gamma}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, s) \quad (54)$$

ここに、

$$[\hat{B}_{\alpha\beta}^{\mathbf{y}}] = \begin{bmatrix} -\hat{M}^{(1,1)} n_\alpha \partial_\alpha & -\hat{M}^{(1,3)} n_\alpha \partial_\alpha \\ -\hat{M}^{(3,1)} n_\alpha \partial_\alpha & -\hat{M}^{(3,3)} n_\alpha \partial_\alpha \end{bmatrix} \quad (55)$$

である。これらの式を用いれば、二重層核 $\hat{W}_{\alpha\beta}$ は、最

図-9 提案手法の検証に用いる解析モデル

終的に以下の様に表現することができる。

$$\begin{aligned} \hat{W}_{\alpha\beta}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, s) &= \frac{1}{2\pi P} \left\{ \gamma_{\alpha\beta} S_1 K_1(S_1 r) \frac{\partial r}{\partial n} - \zeta_{\alpha\beta} S_2 K_1(S_2 r) \frac{\partial r}{\partial n} \right\} \end{aligned} \quad (56)$$

ここに、

$$\frac{\partial r}{\partial n} = n_\gamma \frac{\partial r}{\partial x_\gamma} \quad (57)$$

であり、 $\gamma_{\alpha\beta}$ および $\zeta_{\alpha\beta}$ は、以下の式で与えられる。

$$[\gamma_{\alpha\beta}] = \begin{bmatrix} \hat{M}^{(1,1)} \alpha_{11} + \hat{M}^{(1,3)} \alpha_{12} & \hat{M}^{(3,1)} \alpha_{11} + \hat{M}^{(3,3)} \alpha_{12} \\ \hat{M}^{(1,1)} \alpha_{21} + \hat{M}^{(1,3)} \alpha_{22} & \hat{M}^{(3,1)} \alpha_{21} + \hat{M}^{(3,3)} \alpha_{22} \end{bmatrix} \quad (58)$$

$$[\zeta_{\alpha\beta}] = \begin{bmatrix} \hat{M}^{(1,1)} \beta_{11} + \hat{M}^{(1,3)} \beta_{12} & \hat{M}^{(3,1)} \beta_{11} + \hat{M}^{(3,3)} \beta_{12} \\ \hat{M}^{(1,1)} \beta_{21} + \hat{M}^{(1,3)} \beta_{22} & \hat{M}^{(3,1)} \beta_{21} + \hat{M}^{(3,3)} \beta_{22} \end{bmatrix} \quad (59)$$

4. 数値解析例

本節では、提案する演算子積分時間領域境界要素法を用いた数値解析例を示す。はじめに、提案手法の検証を行い、その後、凍結した多孔質体内部の介在物による入射波の散乱問題の解析結果を示す。

(1) 提案手法の検証

提案手法の検証として、仮想境界による入射波の散乱解析¹²⁾を行う。検証に用いる解析モデルを図-9に示す。同図に示す様に、介在物は無限領域 V_2 内部に存在する半径 a の円状領域 V_1 とし、その境界を S とする。本論文に示す解析例では、領域 V_1 および V_2 は砂岩³⁾で構成され、氷飽和度は $I_1' = I_2' = 0.5$ 、抵抗係数

表-1 数値解析例で用いる解析パラメータ

解析モデルの半径	a	12	[m]
要素数	N_e	120	
Gauss の積分公式の標本点数	N_g	16	
時間増分	Δt	0.000625	[s]
時間ステップの総数	N_t	512	
陰的 Runge-Kutta 法の段数	N_s	3	
演算子積分法の誤差パラメータ	ϵ	10^{-10}	
入射波の周期	T^{in}	0.01	[s]
入射波の初期位置	a_0	-36	[m]

図-10 固体骨格部および氷骨格部の変位の時刻歴（平面 S1 波入射，点 A）

は $b^{(1,3)} = 0$ [Pa·s/m²] とした．また，解析パラメータは表-1 に示す値を用いた．入射波は x_1 軸正の方向に伝播する平面 S1 波および平面 S2 波とし，文献¹¹⁾ に示す方法を用いて計算した．さらに，検証において使用する陰的 Runge-Kutta 法の種類は Lobatto IIIC 法および Radau IIA 法とし，これらによって得られる結果に関しても比較を行うこととした．なお，解析結果の比較は，図-9 に示す点 A, B における変位，表面力に対して行う．ここに，点 A, B を表す座標 $\mathbf{x}^A, \mathbf{x}^B$ は，以下に示す通りである．

$$\mathbf{x}^A = [11.99177721, 0.3140157375]^T \quad (60)$$

$$\mathbf{x}^B = [-11.99177721, 0.3140157375]^T \quad (61)$$

ただし， $[\]^T$ は行列およびベクトルの転置を表す．

解析結果として，はじめに平面 S1 波を入射させた場合の結果を示す．図-10 および図-11 に，点 A, B における固体骨格部および氷骨格部の変位の時刻歴を示す．これらの図において，灰色の実線は入射波による変位，青色の実線は Lobatto IIIC 法に基づく計算によって得られた全変位，赤色の線は Radau IIA 法によって得られた全変位の値を示している．また，変位の値は入射波の振幅 u_0 によって，時刻は解析モデルの半径 a および

図-11 固体骨格部および氷骨格部の変位の時刻歴（平面 S1 波入射，点 B）

図-12 固体骨格部および氷骨格部の表面力の時刻歴（平面 S1 波入射，点 A）

線形弾性体としてモデル化された場合の砂岩³⁾の S 波伝播速度 $c_s (= 3865$ [m/s]) によって正規化されている．図-10 および図-11 に示す解析結果から，Lobatto IIIC 法，Radau IIA 法のいずれの計算においても，提案手法によって得られた全変位は入射波の変位とよく一致していることが確認できる．

図-12 および図-13 に，平面 S1 波を入射させた場合の，点 A, B における固体骨格部および氷骨格部に生じる表面力の時刻歴を示す．これらの図に示す表面力は，線形弾性体としてモデル化された場合の砂岩³⁾のせん断弾性係数 $\mu_s (= 39.6$ [GPa]) によって正規化された値を示している．これらの結果から，表面力においては，変位と比較して，波の立ち上がりや後続部分でわずかに誤差の影響が確認できる．しかしながら，入射波による表面力そのものは提案手法によって概ね再現できていることがわかる．

次に，平面 S2 波を入射した場合の結果を示す．図-14 および図-15 に，点 A, B における入射波の変位および提案手法によって得られた全変位の時刻歴を示す．これらの結果から，S2 波を入射させた場合においても，

図-13 固体骨格部および氷骨格部の表面力の時刻歴（平面 S1 波入射，点 B）

図-16 固体骨格部および氷骨格部の表面力の時刻歴（平面 S2 波入射，点 A）

図-14 固体骨格部および氷骨格部の変位の時刻歴（平面 S2 波入射，点 A）

図-17 固体骨格部および氷骨格部の表面力の時刻歴（平面 S2 波入射，点 B）

図-15 固体骨格部および氷骨格部の変位の時刻歴（平面 S2 波入射，点 B）

S1 波を入射させた場合と同様に，変位の値が良く一致している様子が確認できる。

さらに，図-16 および図-17 には，平面 S2 波を入射させた場合の，固体骨格部および氷骨格部に作用する表面力の比較結果を示す。これらの結果では，要素 S^1 の結果において，入射波の立ち上がりや後続部分におい

て，わずかに誤差が目立つ結果となった。これは，平面 S2 波の波長が，平面 S1 波の波長と比較して，短いことが原因であると考えられる。また，陰的 Runge-Kutta 法の種類による誤差を比較すると，わずかではあるが Radau IIA 法の方が誤差が小さいことが確認できる。これは，同じ段数であっても，Radau IIA 法の方が次数が高いためであると考えられる。

以上の結果をまとめると，平面 S2 波を入射した場合は，平面 S1 波を入射した場合と比較してわずかに誤差が増大したが，提案手法によって入射波による変位と表面力に概ね一致する全変位および全表面力を算出することができた。これにより，本論文で提案する演算子積分時間領域境界要素法は，凍結した多孔質体の散乱解析に十分適応可能であることが示された。

(2) 氷飽和度 I' の異なる介在物による入射波の散乱解析

次に，提案手法を用いた介在物による入射波の散乱問題の解析結果を示す。はじめに，氷飽和度 I' の異なる介在物による入射波の散乱問題に対する結果を示す。

図-18 介在物による入射波の散乱解析のための解析モデルと観測点 P_i ($i = 1, 2, \dots, 5$) (観測点 P_i は半径を $2a$ とする半円上に等間隔に配置)

この問題は、メタンハイドレートが存在する海底地層において、特にメタンハイドレートが多く存在する領域（氷飽和度 I' の値が大きい領域）による波動の散乱現象を再現するためのものである。

介在物による入射波の散乱解析のための解析モデルを図-18に示す。同図には、これ以降の考察に用いる観測点 P_i ($i = 1, 2, \dots, 5$) の位置をあわせて示してある。また、本節に示す散乱解析における解析パラメータは、前節と同様に、表-1に示す値を用い、入射波も前節と同様に平面波とした。なお、使用する陰的 Runge-Kutta 法の種類は Radau IIA 法のみとした。さらに、領域 V_1 および V_2 の抵抗係数を $b_1^{(1,3)} = b_2^{(1,3)} = 0$ とし、領域 V_2 における氷飽和度の値を $I'_2 = 0.5$ とした。この条件の下で、領域 V_1 における氷飽和度の値を $I'_1 = 0.6, 0.75, 0.9$ と変化させ、解析を行った。

平面 S1 波を入射した場合の解析結果として、観測点 P_i ($i = 1, 2, \dots, 5$) における固体骨格部の変位 $u^{(1)}/u_0$ を図-19に、氷骨格部の変位 $u^{(3)}/u_0$ を図-20に示す。図-19に示す固体骨格部の変位において、 $c_s t/a \leq 12$ に現れる入射波による変位以外は、強い振幅の散乱波を確認することが難しいことがわかる。一方、図-20では、入射波以外にも同図のスケールにおいて確認可能な散乱波が存在することがわかる。よって、これらの散乱波は、氷骨格部の変位が卓越する S2 波であることがわかる。また、氷飽和度 I'_1 の値が大きい程、散乱波の振幅が大きくなる傾向が確認された。一方、この結果から、強い振幅を持つ散乱 S1 波はほとんど発生しないこともわかる。

次に、平面 S2 波を入射させた場合の解析結果を示す。図-21に、観測点 P_i ($i = 1, 2, \dots, 5$) における固体骨格部の変位 $u^{(1)}/u_0$ の時刻歴を示す。この結果から、平面

図-19 観測点 P_i ($i = 1, 2, \dots, 5$) における固体骨格部の変位 $u^{(1)}/u_0$ (平面 S1 波入射; 波形の基線間隔は $u^{(1)}/u_0 = 1$ に対応)

図-20 観測点 P_i ($i = 1, 2, \dots, 5$) における氷骨格部の変位 $u^{(3)}/u_0$ (平面 S1 波入射; 波形の基線間隔は $u^{(3)}/u_0 = 1$ に対応)

S2 波入射の場合も平面 S1 波入射の場合と同様に、固体骨格部の変位 $u^{(1)}/u_0$ はほとんど発生せず、目立った散乱 S1 波も確認できないことがわかる。一方、図-22に示す氷骨格部の変位 $u^{(3)}/u_0$ に関しては、入射波に加え、散乱 S2 波の存在が確認できる。また、散乱波の振幅は、氷飽和度 $I'_1 = 0.75, 0.9$ において、比較的大きくなることがわかる。

(3) 抵抗係数 $b^{(1,3)}$ が散乱波に与える影響に関する考察

最後に、固体骨格部と氷骨格部の抵抗係数 $b^{(1,3)}$ の変化に伴う散乱波の変化について考察する。解析モデルは前節と同様に図-18に示す通りとし、解析パラメータは、表-1に示す値を用いた。また、使用する陰的 Runge-Kutta 法の種類は Radau IIA 法とし、入射波は平面 S1 波とした。本節に示す解析例では、無限領域 V_2 において、氷飽和度を $I'_2 = 0.5$ とし、抵抗係数を $b_2^{(1,3)} = 0$ とした。一方、領域 V_1 においては、氷飽和度を $I'_1 = 0.9$ とし、抵抗係数を $b_1^{(1,3)} = 0, 10^3, 10^5, 10^7$ [Pa·s/m²] と

図-21 観測点 P_i ($i = 1, 2, \dots, 5$) における固体骨格部の変位 $u^{(1)}/u_0$ (平面 S2 波入射; 波形の基線間隔は $u^{(1)}/u_0 = 1$ に対応)

図-23 観測点 P_i ($i = 1, 2, \dots, 5$) における固体骨格部の変位 $u^{(1)}/u_0$ (平面 S1 波入射; 波形の基線間隔は $u^{(1)}/u_0 = 1$ に対応)

図-22 観測点 P_i ($i = 1, 2, \dots, 5$) における氷骨格部の変位 $u^{(3)}/u_0$ (平面 S2 波入射; 波形の基線間隔は $u^{(3)}/u_0 = 1$ に対応)

図-24 観測点 P_i ($i = 1, 2, \dots, 5$) における氷骨格部の変位 $u^{(3)}/u_0$ (平面 S1 波入射; 波形の基線間隔は $u^{(3)}/u_0 = 1$ に対応)

変化させた。

解析結果として、図-23 に観測点 P_i ($i = 1, 2, \dots, 5$) における固体骨格部の変位 $u^{(1)}/u_0$ の時刻歴を示す。この結果から、各観測点において、入射波以外に強い振幅を持つ散乱波は確認することが困難であることがわかる。また、図-24 に観測点 P_i ($i = 1, 2, \dots, 5$) における氷骨格部の変位 $u^{(3)}/u_0$ の時刻歴を示す。同図において、入射波による変位以外にも顕著な散乱波を確認することができる。また、抵抗係数 $b_1^{(1,3)}$ が大きい程、 $14 \leq c_{st}/a \leq 22$ における散乱波の振幅が大きくなり、後続部分の散乱波の振幅が小さくないことがわかる。なお、この後続部分の散乱波は、領域 V_1 内での多重散乱の影響によるものと考えられる。さらに、興味深い現象として、観測点 P_4 および P_5 において、抵抗係数 $b_1^{(1,3)}$ の増大に伴い、散乱波の位相が反転していることが確認できる。以上のことから、固体骨格部と氷骨格部の抵抗係数 $b^{(1,3)}$ は、散乱波の性質に大きな影響を与えることがわかる。

なお、本節で示した数値解析例の計算には、東京工業大学学術国際情報センターが運用するスーパーコンピュータ TSUBAME を用いた。本論文では並列化等の処理を行っていないが、いずれの解析においても、計算時間は 30 分程度であった。

5. おわりに

本論文では、凍結した多孔質体の面外波動解析のための演算子積分境界要素法境界要素法を提案し、それを用いた入射波による散乱解析の結果を示した。はじめに、凍結した多孔質体の基礎理論についてまとめ、面外波動の伝播特性についてまとめた。次に、提案する演算子積分時間領域境界要素法について説明した。数値解析例では、まず仮想境界による入射波の散乱問題を用いて、提案手法の検証を行った。その後、氷飽和度 I' および抵抗係数 $b^{(1,3)}$ の異なる介在物による入射波の散乱解析を行った。

数値解析例に示す散乱解析の結果から、以下に示す知見が得られた。平面 S1 波、平面 S2 波のどちらを入射させた場合においても、散乱によって生じる固体骨格部の変位は極めて小さく、一方で、氷骨格部の変位においては、強い振幅を持つ散乱波を確認することができた。観測される散乱波のほとんどは S2 波であることが確認され、介在物の氷飽和度 I' の変化に伴って、散乱波の振幅が変化する様子が確認された。このような結果が生じた原因として、S2 波は氷飽和度 I' の変化に対して位相速度の変化が大きいことが挙げられる。また、介在物における固体骨格部と氷骨格部の抵抗係数 $b^{(1,3)}$ の変化に伴い、観測される散乱 S2 波の振幅と位相が大きく変化する様子が確認された。以上の結果より、S2 波はメタンハイドレートが多く存在する領域の探査において重要な役割を果たすことが期待できる。

今後は、提案手法を援用し、面外散乱波動を用いた氷飽和度 I' の推定手法の開発を行う予定である。また、提案手法の 2 次元面内波動解析、3 次元波動解析への拡張を行う予定である。

謝辞: 本研究は JSPS 科研費 JP16K18137 の助成を受けたものです。

参考文献

- 1) Biot, M. A.: Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. I. Low-frequency range, *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 28, No. 2, pp. 168–178, 1956.
- 2) Leclaire, Ph., Cohen-Ténoudji, F., and Aguirre-Puente, J.: Extension of Biot's theory of wave propagation to frozen porous media, *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 96, No. 6, pp. 3753–3768, 1994.
- 3) Carcione, J. M. and Seriani, G.: Wave simulation in frozen porous media, *J. Comput. Phys.*, Vol. 170, pp. 676–695, 2001.
- 4) Carcione, J. M., Santos, J. E., Ravazzoli, C. L., and Helle, H. B.: Wave simulation in partially frozen porous media with fractal freezing conditions, *J. Appl. Phys.*, Vol. 94, No. 12, pp. 7839–7847, 2003.
- 5) Rubino, J. G., Ravazzoli, C. L., and Santos, J. E.: Reflection and transmission of waves in composite porous media: A quantification of energy conversions involving slow waves, *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol. 120, No. 5, pp. 2425–2436, 2006.
- 6) Guerin, G. and Goldberg, D.: Modeling of acoustic wave dissipation in gas hydrate-bearing sediments, *Geochemistry Geophysics Geosystems*, Vol. 6, No. 7, doi: 10.1029/2005GC000918, 2005.
- 7) Schanz, M. and Antes, H.: Application of 'Operational quadrature methods' in time domain boundary element method, *Meccanica*, Vol. 32, pp. 179–186, 1997.
- 8) Lubich, C.: Convolution quadrature and discretized operational calculus I, *Numer Math*, Vol. 52, pp. 129–145, 1988.
- 9) 斎藤隆泰, 石田貴之, 福井卓雄, 廣瀬壮一: 粘弾性面外波動問題における演算子積分時間領域境界要素法および高速多重極法の適用, 計算工学論文集, 原稿番号: 20080011, 2008.
- 10) 斎藤隆泰, 石田貴之, 福井卓雄, 廣瀬壮一: 粘弾性面内波動問題における演算子積分時間領域境界要素法および高速多重極法の適用, 計算工学論文集, 原稿番号: 20080021, 2008.
- 11) 斎藤隆泰, 近澤文香, 廣瀬壮一: 演算子積分時間領域境界要素法を用いた飽和多孔質弾性体における大規模波動散乱解析, 土木学会論文集 A2(応用力学), Vol. 68, No. 2 (応用力学論文集, Vol. 15), pp. I.187–I.197, 2012.
- 12) 古川陽, 斎藤隆泰, 廣瀬壮一: 演算子積分時間領域境界要素法による 2 次元異方性飽和多孔質弾性体中の波動解析, 土木学会論文集 A2(応用力学), Vol. 69, No. 2 (応用力学論文集, Vol. 16), pp. I.203–I.213, 2013.
- 13) Carcione, J.M.: *Wave Fields in Real Media: Wave Propagation in Anisotropic, Anelastic, Porous and Electromagnetic Media*, Elsevier, 2007.
- 14) 小林昭一編著: 波動解析と境界要素法, 京都大学学術出版会, 2000.
- 15) Banjai, L., Messner, M., Schanz, M.: Runge-Kutta convolution quadrature for the boundary element method, *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, Vol. 245–246, pp. 90–101, 2012.
- 16) 丸山泰蔵, 斎藤隆泰, 廣瀬壮一: 3 次元スカラー波動問題に対する陰的 Runge-Kutta 法を用いた演算子積分時間領域高速多重極境界要素法, 土木学会論文集 A2(応用力学), Vol. 69, No. 2 (応用力学論文集, Vol. 16), pp. I.175–I.185, 2013.

(2017. 6. 23 受付)

CONVOLUTION QUADRATURE BOUNDARY ELEMENT METHOD FOR ANTIPLANE WAVE ANALYSIS OF FROZEN POROUS MEDIA

Akira FURUKAWA, Takahiro SAITOH, and Sohichi HIROSE

This paper presents a time-domain boundary element method for antiplane wave analysis of frozen porous media. Frozen porous media is the three phase model which consists of solid skeleton, pore fluid, and ice matrix, and is adequate to describe the dynamic behavior of seabed layer involving Methane Hydrate. The proposed boundary element method employs a convolution quadrature method based on implicit Runge-Kutta method for temporal discretization. Wave scattering by an inclusion in the frozen porous media has been solved and the results provide that S2-wave plays an important role for the evaluation of the volume ratio of Methane Hydrate in the seabed layer.